

UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO - ESCOLA DE MINAS  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL  
PROGRAMA DE PÓS – GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

## **AVALIAÇÃO DA CONFIABILIDADE DE VIGAS METÁLICAS DIMENSIONADAS PELA NBR 8800**

**APARECIDA MUCCI CASTANHEIRA**

**ORIENTADOR:** Prof. Marcílio Sousa da Rocha Freitas

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação do Departamento de Engenharia Civil da Escola de Minas da Universidade Federal de Ouro Preto, como parte integrante dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil, área de concentração: Construção Metálica.

Ouro Preto, maio de 2004.

C346a Castanheira, Aparecida Mucci.  
Avaliação da confiabilidade de vigas metálicas dimensionadas pela  
NBR 8800. / Aparecida Mucci Castanheira. – Ouro Preto: UFOP, 2004.  
xvii, 111p. : il.; grafs., tabs.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Ouro Preto. Escola  
de Minas. Departamento de Engenharia Civil.

1. Construção metálica - Teses. 2. Engenharia civil - Teses. 3.  
Confiabilidade (Engenharia). 4. Estruturas metálicas – Vigas. 5. Método de  
Monte Carlo. 6. Método FORM. I. Universidade Federal de Ouro Preto.  
Escola de Minas. Departamento de Engenharia Civil. II. Título.

CDU: 624.014

Catálogo: [sisbin@sisbin.ufop.br](mailto:sisbin@sisbin.ufop.br)

*Aos meus pais,  
meus primeiros e grandes professores.*

## *Agradecimentos*

*“Passamos por momentos de plena felicidade em nossa vida. Momentos estes que nos marcam de uma forma surpreendente, e nos transformam, nos comovem, nos ensinam e muitas vezes, nos machucam profundamente. As pessoas que entram em nossa vida, sempre entram por alguma razão, algum propósito. Elas nos encontram ou nós as encontramos meio que sem querer, não há programação da hora em que encontraremos estas pessoas. Assim, tudo o que podemos pensar é que existe um destino, em que cada um encontra aquilo que é importante para si mesmo. Ainda que a pessoa que entrou em nossa vida, aparentemente, não nos ofereça nada, mas ela não entrou por acaso, não está passando por nós apenas por passar. O universo inteiro conspira para que as pessoas se encontrem e resgatem algo com as outras. Discutir o que cada um nos trará, não nos mostrará nada, e ainda nos fará perder tempo demais desperdiçando a oportunidade de conhecer a alma dessas pessoas. Conhecer a alma significa conhecer o que as pessoas sentem, o que elas realmente desejam de nós, ou o que elas buscam no mundo, pois só assim é que poderemos tê-las por inteiro em nossa vida. A amizade é algo que importa muito na vida do ser humano. Sem esse vínculo nós não teremos harmonia e nem paz. Precisamos de amigos para nos ensinar, compartilhar, nos conduzir, nos alegrar e também para cumprirmos nossa maior missão na Terra: "Amar ao próximo como a si mesmo". E para que isso aconteça, é preciso que nos aceitemos em primeiro lugar, e depois olhemos para o próximo e enxerguemos o nosso reflexo. Essas pessoas entram na nossa vida, às vezes de maneira tão estranha, que nos intrigam até. Mas cada uma delas é especial, mesmo que o momento seja breve, com certeza elas deixarão alguma coisa para nós”.*

Ao professor Marcílio Sousa da Rocha Freitas pela orientação fornecida durante a elaboração deste trabalho.

À minha família pelo apoio e incentivo.

Aos amigos do mestrado e da República Koxixo, pela amizade e colaboração na realização deste trabalho.

Aos professores e funcionários da Escola de Minas, pela convivência e auxílio prestado.

À CAPES, pela concessão da bolsa de pesquisa durante o período de Abril de 2002 a Março de 2004.

## *Resumo*

O estudo da confiabilidade estrutural se relaciona com a avaliação da probabilidade de violação de um estado limite para um sistema estrutural. Isto inclui tanto a segurança contra a falha estrutural ou colapso de parte da estrutura, conhecida como estado limite último, quanto à disfunção no uso da estrutura, conhecida como estado limite de utilização. Uma vez definidos pelo projetista os estados limites relevantes ao sistema estrutural, pode-se calcular o nível de segurança com respeito a esses estados.

As normas atuais de projeto estrutural, baseadas no Método dos Estados Limites, buscam a padronização dos critérios de dimensionamento e a uniformização do nível de confiabilidade, para uma determinada classe de estruturas, atendendo aos anseios dos engenheiros, proprietários e usuários. Este trabalho apresenta uma revisão do processo de transição das Normas em Tensões Admissíveis para Normas em Estados Limites, e de alguns métodos de confiabilidade estrutural.

Neste trabalho apresenta-se um estudo do nível de confiabilidade de vigas de perfis I laminados fabricados pela AÇOMINAS, para o estado limite de flexão, projetadas segundo a NBR 8800 e o projeto de revisão da referida norma. Finalmente são mostrados os resultados da análise, indicando a variabilidade encontrada no índice de confiabilidade do estado limite último de flexão.

## *Abstract*

The study of structural reliability is concerned with the assessment of the probability of limit state violation for structural system. It includes safety against structural failure or collapse of structural components, known as ultimate limit state, and disruption of normal use, known as serviceability limit state. Once the limits states are defined by the designer, the safety level can be assessed.

Structural design codes, based on limit states methods, try on standardizing design criteria and to uniform reliability level for classes of structures. This work presents a review of the transition between allowable stress and limits states design codes, and structural reliability methods.

The study presents reliability of hot rolled I beams made by AÇOMINAS in a flexure limit state, according to the Brazilian code for steel structures NBR 8800 and its draft version (2003). Finally are showed the results indicatives the variability in reliability index.

## *Sumário*

RESUMO.....	V
ABSTRACT.....	VI
LISTA DE TABELAS.....	IX
LISTA DE FIGURAS.....	X
LISTA DE SÍMBOLOS.....	XIII
CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO .....	1
1.1 Considerações Iniciais .....	1
1.2 Objetivos.....	3
1.3 Apresentação.....	4
CAPÍTULO 2 – NORMAS EM ESTADOS LIMITES.....	7
2.1 Método das Tensões Admissíveis.....	7
2.2 Método dos Estados Limites.....	9
2.2.1 Estados Limites Últimos.....	15
2.2.2 Estados Limites de Utilização.....	16
2.2.3 Procedimento de Projeto.....	16
2.2.4 Ações .....	17
2.3 Calibração de normas.....	18
2.3.1 Princípios de Calibração da Norma .....	18
2.3.2 O Processo de Calibração da Norma .....	19
2.3.3 Algumas Considerações sobre a Calibração da Norma ANSI A58.....	21
CAPÍTULO 3 – MÉTODOS DE CONFIABILIDADE .....	27
3.1 Problema Básico .....	27
3.2 Método do Segundo Momento .....	32
3.2.1 Função Desempenho.....	34
3.2.2 Índice de Confiabilidade.....	35
3.3 Simulação de Monte Carlo .....	45
3.3.1 Introdução .....	45

3.3.2 Formulação .....	46
CAPÍTULO 4 – FLEXÃO DE VIGAS METÁLICAS SEGUNDO A NBR 8800 .....	49
4.1 Estado Limite de Flexão .....	49
4.2 Cálculo do Momento Resistente Segundo a NBR 8800 .....	52
4.3 Cálculo do Momento Resistente Segundo o Projeto de Revisão da NBR 8800.....	55
4.4 Cálculo das Ações.....	58
4.4.1 Combinações de Ações para os Estados Limites Últimos.....	59
4.4.1 Combinações de Ações para os Estados Limites Utilização .....	60
CAPÍTULO 5 – AVALIAÇÃO DA CONFIABILIDADE DE VIGAS METÁLICAS PROJETADAS SEGUNDO A NBR 8800 .....	61
5.1 Introdução .....	61
5.2 Estatística das Variáveis Básicas .....	62
5.3 Função de Estado Limite .....	65
5.4 Programa CALREL .....	66
5.5 Avaliação do Índice de Confiabilidade.....	68
CAPÍTULO 6 – DETERMINAÇÃO DOS FATORES DE MINORAÇÃO DA RESISTÊNCIA .....	77
6.1 Introdução .....	77
6.2 Cossenos Diretores .....	78
6.3 Critério de Cálculo.....	84
6.3.1 Exemplo.....	87
6.4 Coeficientes de Resistência para Três Níveis de Confiabilidade .....	91
6.4.1 Exemplo de Aplicação .....	101
CAPÍTULO 6 – CONCLUSÕES E SUGESTÕES .....	105
Referências Bibliográficas .....	108
Anexo.....	110



## *Lista de Tabelas*

Tabela 2.1 – Fatores de majoração de carga requeridos – Carga única (Ellingwood et al., 1982) .....	24
Tabela 2.2 – Fatores de minoração de resistência e majoração de cargas ótimos para cargas gravitacionais (Ellingwood et al., 1982).....	26
Tabela 4.1 – Resumo do anexo D da NBR 8800 .....	54
Tabela 4.2 – Resumo do anexo D do texto base de revisão da NBR 8800.....	57
Tabela 5.1 – Coeficiente de variação das propriedades geométricas do perfil resultante da variabilidade das dimensões do perfil .....	65
Tabela 6.1 – Índice de confiabilidade alvo e o alcançado após nova simulação de verificação.....	90
Tabela 6.2 – Coeficientes de resistência para três níveis de confiabilidade alvo .....	101

## *Lista de Figuras*

Figura 2.1 – Fatores de minoração da resistência e majoração da carga para flexão em vigas de aço (Ellingwood et al., 1982).....	23
Figura 3.1 – Função densidade de probabilidade $f_R(r)$ e $f_S(s)$ (Ang e Tang, 1984)....	29
Figura 3.2 – Efeito da posição relativa entre $f_R(r)$ e $f_S(s)$ em $P_f$ (Ang e Tang, 1984)	30
Figura 3.3 – Efeito da dispersão em $f_R(r)$ e $f_S(s)$ em $P_f$ (Ang e Tang, 1984).....	30
Figura 3.4 – Função densidade de probabilidade da margem de segurança (Ang e Tang, 1984) .....	32
Figura 3.5 – Espaço das variáveis reduzidas (Ang e Tang, 1984).....	34
Figura 3.6 – Região de falha e região de segurança no espaço das variáveis reduzidas (Ang e Tang, 1984).....	36
Figura 4.1 – Distribuição das tensões normais nas barras à flexão simples (Andrade, P. B., 1984) .....	50
Figura 4.2 – Variação de $M_n$ com relação a $\lambda$ (Andrade, P. B., 1984).....	51
Figura 5.1 – Esquema da seção transversal do perfil I laminado .....	65
Figura 5.2 – Variação do índice de confiabilidade do perfil W150x18.0 para flambagem lateral com torção.....	69
Figura 5.3 – Variação do índice de confiabilidade de perfis I (tabela da AÇOMINAS).....	70
Figura 5.4 – Variação do índice de confiabilidade – Modo de falha 1 .....	71
Figura 5.5 – Variação do índice de confiabilidade – Modo de falha 2.....	71
Figura 5.6 – Variação do índice de confiabilidade – Modo de falha 3.....	72
Figura 5.7 – Variação do índice de confiabilidade – Modo de falha 6.....	72
Figura 5.8 – Variação do índice de confiabilidade de 14 perfis I (tabela da AÇOMINAS).....	73
Figura 5.9 – Variação do índice de confiabilidade – Modo de falha 1 .....	74
Figura 5.10 – Variação do índice de confiabilidade – Modo de falha 2.....	75

Figura 5.11 – Variação do índice de confiabilidade – Modo de falha 3.....	75
Figura 5.12 – Variação do índice de confiabilidade – Modo de falha 6.....	76
Figura 6.1 – Variação do cosseno diretor das variáveis aleatórias, segundo a norma em vigor .....	79
Figura 6.2 – Variação do cosseno diretor das variáveis aleatória, segundo o projeto de revisão da norma.....	79
Figura 6.3 – Cosseno diretor da variável aleatória $f_y$ .....	80
Figura 6.4 – Cosseno diretor da variável aleatória $f_r$ .....	81
Figura 6.5 – Cosseno diretor da variável aleatória $E$ .....	81
Figura 6.6 – Cosseno diretor da variável aleatória $d$ .....	82
Figura 6.7 – Cosseno diretor da variável aleatória $b_f$ .....	82
Figura 6.8 – Cosseno diretor da variável aleatória $t_f$ .....	83
Figura 6.9 – Cosseno diretor da variável aleatória $t_w$ .....	83
Figura 6.10 – Fluxograma para obtenção de $\phi_{global}$ em função de $\beta'$ .....	86
Figura 6.11 – Variação do coeficiente de resistência $\phi_{global}$ para $\beta_{alvo}$ de 2,0 .....	91
Figura 6.12 – Variação do coeficiente de resistência $\phi_{global}$ para $\beta_{alvo}$ de 2,5 .....	92
Figura 6.13 – Variação do coeficiente de resistência $\phi_{global}$ para $\beta_{alvo}$ de 3,0 .....	92
Figura 6.14 – Variação do coeficiente de resistência $\phi_{global}$ para $\beta_{alvo}$ de 2,0 – Modo de falha 1 .....	93
Figura 6.15 – Variação do coeficiente de resistência $\phi_{global}$ para $\beta_{alvo}$ de 2,0 – Modo de falha 2 .....	93
Figura 6.16 – Variação do coeficiente de resistência $\phi_{global}$ para $\beta_{alvo}$ de 2,0 – Modo de falha 3 .....	94
Figura 6.17 – Variação do coeficiente de resistência $\phi_{global}$ para $\beta_{alvo}$ de 2,0 – Modo de falha 6 .....	94
Figura 6.18 – Variação do coeficiente de resistência $\phi_{global}$ para $\beta_{alvo}$ de 2,5 – Modo de falha 1 .....	95

Figura 6.19 – Variação do coeficiente de resistência $\phi_{global}$ para $\beta_{alvo}$ de 2,5 – Modo de falha 2 .....	95
Figura 6.20 – Variação do coeficiente de resistência $\phi_{global}$ para $\beta_{alvo}$ de 2,5 – Modo de falha 3 .....	96
Figura 6.21 – Variação do coeficiente de resistência $\phi_{global}$ para $\beta_{alvo}$ de 2,5 – Modo de falha 6 .....	96
Figura 6.22 – Variação do coeficiente de resistência $\phi_{global}$ para $\beta_{alvo}$ de 3,0 – Modo de falha 1 .....	97
Figura 6.23 – Variação do coeficiente de resistência $\phi_{global}$ para $\beta_{alvo}$ de 3,0 – Modo de falha 2 .....	97
Figura 6.24 – Variação do coeficiente de resistência $\phi_{global}$ para $\beta_{alvo}$ de 3,0 – Modo de falha 3 .....	98
Figura 6.25 – Variação do coeficiente de resistência $\phi_{global}$ para $\beta_{alvo}$ de 3,0 – Modo de falha 6 .....	98
Figura 6.26 – Variação do coeficiente de resistência $\phi_{global}$ para o perfil W150x18.0....	99
Figura 6.27 – Variação do coeficiente de resistência $\phi_{global}$ para o perfil W360x44.0..	100
Figura 6.28 – Variação do coeficiente de resistência $\phi_{global}$ para o perfil W610x174.0	100

## *Lista de Símbolos*

### Letras Romanas Maiúsculas:

$A_g$	- área da seção transversal
$A_i$	- esforços nominais
$C_b$	- coeficiente de majoração do $M_{cr}$
$C_w$	- constante de empenamento da seção transversal
$D$	- distância
$E$	- módulo de elasticidade transversal do aço; ação excepcional
$F$	- domínio de falha
$F_R$	- função de distribuição cumulativa da variável $R$
$F_x$	- probabilidade acumulada
$FS$	- fator de segurança
$G$	- vetor gradiente, ação permanente; módulo de elasticidade transversal do aço
$G^*$	- vetor gradiente no ponto mais provável de falha
$I_t$	- momento de inércia à torção
$I(\mathbf{X})$	- função indicadora do vetor $\mathbf{X}$
$L_b$	- distância entre contenção lateral
$M$	- margem de segurança
$M(\mathbf{X})$	- momento resistente
$M_d(\mathbf{X}_k)$	- momento resistente de cálculo
$M_n(\mathbf{X}_k)$	- momento resistente nominal
$M_{cr}$	- momento crítico
$M_{pl}$	- momento de plastificação
$M_r$	- momento fletor correspondente ao início do escoamento, incluindo ou não o efeito de tensões residuais
$P_f$	- probabilidade de falha
$\hat{P}_f$	- estimador da probabilidade de falha
$P_s$	- probabilidade de sobrevivência

$R$	- resistência
$R_n$	- resistência nominal
$Q$	- ações estruturais devido às cargas aplicadas
$Q_1$	- ação variável principal
$Q_n$	- média do efeito de carga
$Q_i$	- demais ações variáveis
$Q_{nD}$	- média do efeito do peso próprio
$Q_{nL}$	- média do efeito da sobrecarga
$R_d$	- resistência de cálculo
$R_n$	- resistência nominal
$S$	- combinação dos efeitos das ações
$S_d$	- ação de cálculo
$W$	- módulo de resistência elástico
$W_x$	- módulo de resistência elástico em relação ao eixo x
$\mathbf{X}$	- vetor das variáveis básicas de projeto
$\mathbf{X}_k$	- vetor dos valores nominais das variáveis
$\mathbf{X}'$	- vetor das variáveis reduzidas
$\mathbf{X}'^*$	- ponto mais provável de falha
$X_i$	- variável básica de projeto
$X'_i$	- variável reduzida
$Z_x$	- módulo de resistência plástico referente ao eixo x

#### Letras Romanas Minúsculas:

$b_f$	- largura da mesa
$d$	- altura do perfil; distância da superfície de falha (linear) à origem no espaço das variáveis reduzidas
$d_{min}$	- distância mínima
$f_Q(x)$	- função densidade de probabilidade da variável $Q$
$f_r$	- tensão residual do aço
$f_y$	- tensão de escoamento do aço
$f_M(m)$	- função densidade de probabilidade da variável $M$

- $f_R(r)$  - função densidade de probabilidade da variável R  
 $f_{R,S}(r,s)$  - função densidade de probabilidade conjunta das variáveis R e S  
 $f_S(s)$  - função densidade de probabilidade da variável S  
 $g(.)$  - função do estado limite  
 $g(\mathbf{X})$  - função de desempenho  
 $h$  - distância entre as faces internas das mesas, menos os dois raios de concordância entre mesa e alma nos perfis laminados  
 $h_p$  - duas vezes a distância da linha neutra plástica (devida ao momento fletor) da seção transversal à face interna da mesa comprimida, menos o raio de concordância entre mesa e alma nos perfis laminados  
 $p_j$  - peso relativo na j-ésima combinação de carga  
 $r_y$  - raio de giração em relação ao eixo y  
 $t_f$  - espessura da mesa  
 $t_w$  - espessura da alma  
 $x^*$  - coordenada no espaço original  
 $\mathbf{x}^{**}$  - coordenadas do ponto de projeto associado ao  $\beta_o$  no espaço original  
 $x_0$  - valor inicial  
 $z$  - valor particular assumido por Z  
 $z^*$  - ponto de projeto no espaço gaussiano padrão  
 $\mathbf{z}^{*'}$  - coordenadas do ponto de projeto associado ao  $\beta'$  no espaço gaussiano padrão

### Letras Gregas Maiúsculas

- $\Phi(.)$  - função de distribuição acumulada da variável normal padrão  
 $\Phi^{-1}(.)$  - inverso da probabilidade acumulada da distribuição normal  
 $\Phi(-)$  - função de distribuição acumulada da distribuição normal padrão  
 $\Sigma$  - somatório

### Letras Gregas Minúsculas

- $\alpha$  - vetor dos cossenos diretores

$\alpha_i^*$	- cossenos diretores ao longo dos eixos $x'_i$ correspondente ao ponto mais provável de falha
$\beta$	- índice de confiabilidade
$\beta_0$	- índice de confiabilidade objetivo
$\beta_1, \beta_2$	- parâmetro para o cálculo do $M_{cr}$ na FLT, conforme NBR 8800
$\gamma$	- coeficiente de ponderação das ações
$\gamma_g$	- coeficiente de majoração de ação permanente
$\gamma_m$	- coeficiente de minoração da resistência dos materiais
$\gamma_{q1}$	- coeficiente de majoração da ação variável principal
$\gamma_{qi}$	- coeficiente de majoração das demais ações variáveis
$\gamma_D$	- coeficiente de ponderação das ações permanentes
$\gamma_E$	-coeficiente de ponderação da ação de terremoto
$\gamma_L$	- coeficiente de ponderação da ação variável
$\gamma_S$	- coeficiente de ponderação da ação de neve
$\gamma_W$	- coeficiente de ponderação da ação do vento
$\delta_{P_f}$	- coeficiente de variação da probabilidade de falha
$\hat{\delta}_{P_f}$	- estimador do coeficiente de variação da probabilidade de falha
$\lambda$	- parâmetro de esbeltez; multiplicador de Lagrange
$\lambda_p$	- parâmetro de esbeltez correspondente à plastificação
$\lambda_r$	- parâmetro de esbeltez correspondente ao início do escoamento, com ou sem tensão residual
$\mu_r$	- valor médio da resistência
$\mu_s$	- valor médio da ação
$\mu_{X_i}$	- valor médio da variável básica de projeto $X_i$
$\mu_x$	- valor médio da variável $X$
$\mu_y$	- valor médio da variável $Y$
$\sigma$	- tensão normal
$\sigma_{adm}$	- tensão admissível
$\sigma_{lim}$	- tensão limite do comportamento elástico linear



$\sigma_X$	- desvio padrão da variável X
$\sigma_Y$	- desvio padrão da variável Y
$\sigma_{X_i}$	- desvio padrão da variável básica
$\phi$	- fator de minoração das resistências
$\phi_{\text{global}}$	- coeficiente de resistência associado ao $\beta$
$\phi(-)$	- função densidade de probabilidade da distribuição normal padrão
$\psi_i$	- fatores para combinação de cargas

#### Lista de Abreviaturas e Siglas

$n_{\text{si}}$	- número de simulações
CDF	- função cumulativa de probabilidade
COV	- coeficiente de variação
FDP	- função de densidade de probabilidade
FORM	- First Order Reliability Method
FLT	- Flambagem Lateral por Torção
FLM	- Flambagem Local da Mesa
FLA	- Flambagem Local da Alma
FS	- Fator de Segurança
LRFD	- Load and Resistance Factor Design
NBR	- Norma Brasileira Registrada
SORM	- Second Order Reliability Method

# *Capítulo 1*

## **Introdução**

### **1.1 – Considerações Iniciais**

As estruturas devem oferecer segurança e boas condições de utilização. Segurança significa que a estrutura não irá atingir colapso, durante sua vida útil, de uma maneira que venha a matar ou ferir seus usuários ou ainda provocar um grande prejuízo econômico. A necessidade de boas condições de utilização está relacionada à capacidade da estrutura de funcionar sem provocar desconforto, por exemplo, vibrações excessivas, aos seus ocupantes.

Normalmente, a conformidade com uma norma de projeto estrutural é igualada à segurança estrutural tanto pelos engenheiros, pelo governo e pela sociedade. Isto não é totalmente verdade visto que a conformidade com uma norma garante para a sociedade que existe uma pequena chance, porém aceitável, que ocorra uma falha no funcionamento da estrutura (Galambos, 1992). Além deste aspecto, as normas de projeto buscam uma uniformização dos critérios de dimensionamento a serem seguidos nos projetos, para uma determinada classe de estruturas, atendendo aos anseios dos engenheiros, proprietários e usuários.

O estudo da confiabilidade estrutural se relaciona com a avaliação da probabilidade de violação de um estado limite para um sistema estrutural. Isto inclui tanto a segurança contra a falha estrutural ou colapso de parte da estrutura, conhecida como estado limite último, quanto à disfunção no uso da estrutura, conhecida como estado limite de utilização. Uma vez definidos pelo projetista os estados limites relevantes ao sistema estrutural, deve-se calcular o nível de segurança com respeito a

esses estados. A identificação das incertezas presentes no projeto constitui o passo inicial deste processo de cálculo.

A identificação de todas as incertezas envolvidas em um projeto estrutural é praticamente impossível, pois elas envolvem aspectos: (1) de avaliação, relativos à definição de desempenho estrutural e caracterização dos estados limites; (2) do modelo, relativa às considerações de hipóteses simplificadoras adotadas nos modelos estruturais e métodos simplificados de análise; (3) devidos a fatores humanos, associados a erros humanos; (4) físicos, associados à aleatoriedade inerentes ao projeto como o valor das propriedades físicas, da geometria, do carregamento; e (5) estatísticos, advindos de pouca informação para estimar as características das variáveis (Melchers, 1987, Freitas, 1998).

Os métodos de confiabilidade estrutural são divididos em níveis, de acordo com a quantidade de informação usada e disponível sobre as variáveis aleatórias associadas ao problema estrutural em questão. Assim sendo, os métodos que usam o formato de tensões admissíveis são chamados de métodos do nível 0, pois apenas utilizam um fator de segurança para as tensões elásticas. Os métodos que empregam um valor característico para cada variável incerta, com os formatos do tipo do Método dos Estados Limites, são chamados métodos do nível I. Quando são utilizados dois valores para cada variável incerta (usualmente média e variância) e uma medida da correlação entre parâmetros (usualmente covariância), eles são chamados de métodos do nível II, e quando utilizam a função densidade de probabilidade das variáveis incertas para a determinação da probabilidade de falha da estrutura (usada com medida de sua confiabilidade) são chamados de métodos do nível III.

Os métodos de confiabilidade de níveis mais altos, por exemplo, dos níveis II e III, podem ser utilizados para calibração dos coeficientes parciais necessários nos métodos de nível I. Esta é uma importante aplicação dos métodos de confiabilidade estrutural no desenvolvimento de códigos do tipo do Método dos Estados Limites, considerados mais seguros e econômicos.

Trabalhos desenvolvidos por Santos (2000) e Machado (2001) analisaram sobre diferentes aspectos os níveis de confiabilidade de vigas metálicas e em concreto armado. Santos (2000) desenvolveu um trabalho sobre a confiabilidade na flexão de vigas de perfis I soldados, segundo a Norma Brasileira NBR 8800 “Projeto e Execução

de Estruturas de Aço de Edifícios”. Ele utilizou a técnica de simulação numérica de Monte Carlo com Amostragem por Importância Adaptativa, fazendo uma análise qualitativa da variabilidade para um mesmo critério de dimensionamento (função de estado limite). Também foi apresentada uma metodologia prática para a uniformização da confiabilidade, permitindo o cálculo do coeficiente de resistência  $\phi$  em função de um índice de confiabilidade preestabelecido. No presente trabalho, foram, inicialmente, analisados com o programa computacional CALREL os mesmos perfis soldados utilizados no trabalho de Santos (2000). Foram utilizados dois métodos de confiabilidade: método FORM e simulação de Monte Carlo. Como os resultados de ambos foram semelhantes, e foram compatíveis com os resultados obtidos por Santos (2000), utilizou-se no presente trabalho apenas os resultados da simulação numérica de Monte Carlo. Apenas quando se necessitou dos valores dos cossenos diretores das variáveis consideradas aleatórias no cálculo das vigas, utilizados durante a aplicação da metodologia para a uniformização da confiabilidade, que foram obtidos pelo método FORM. A função de estado limite e a metodologia utilizada para a uniformização da confiabilidade foram as mesmas adotadas por Santos (2000).

No trabalho de Machado (2001) foi feita a avaliação da confiabilidade de estruturas em concreto armado dimensionadas segundo critérios da NBR 6118 “Projeto e Execução de Obras de Concreto Armado” e NBR 8681 “Ações e Segurança nas Estruturas”, através do programa CALREL. Em Machado (2001) dois estados limites foram analisados: flexão simples e cisalhamento em vigas. Avaliou-se a adequação dos valores do índice de confiabilidade  $\beta$  associados à flexão e ao cisalhamento, bem como, a influência da resistência à compressão do concreto, das taxas de armaduras longitudinal e transversal, da geometria da seção transversal e da razão entre os carregamentos aplicados sobre o valor de  $\beta$ .

## 1.2 – Objetivos

Os principais objetivos deste trabalho foram: (1) avaliar o nível de confiabilidade de vigas de perfis I laminados produzidos pela Empresa Açominas, para

o estado limite de flexão, projetadas segundo a Norma Brasileira NBR 8800 “Projeto e Execução de Estruturas de Aço de Edifícios” (1986) e o projeto de revisão da NBR 8800 “Projeto e Execução de Estruturas de Aço e de Estruturas Mistas Aço-concreto de Edifícios” (2003); (2) analisar a uniformidade de  $\beta$  e comparar os resultados obtidos com valores encontrados na literatura; e (3) aplicar uma metodologia para a calibração dos fatores de minoração da resistência. Para a realização desta tarefa foram utilizados métodos de confiabilidade estrutural, em particular os métodos de nível III.

Para tanto foram necessários: (1) estudar os procedimentos propostos pela NBR 8800(1986) e pelo projeto de revisão da NBR 8800 (2003); (2) estudar os métodos de análise de confiabilidade estrutural; (3) descrever estatisticamente as variáveis básicas de projeto através de uma pesquisa bibliográfica sobre as propriedades mecânicas dos materiais e a variabilidade geométrica dos elementos; (4) definir a função de desempenho em relação à resistência da estrutura, já que as ações não foram consideradas aleatórias neste trabalho. Foi necessário o desenvolvimento das expressões de estado limite utilizadas pela norma em avaliação; (5) utilizar o programa computacional CALREL (CAL-RELiability) (1989) desenvolvido pela Universidade da California em Berkeley; (6) Calcular os índices de confiabilidade correspondentes às diversas funções de desempenho (modos de falha); (7) Definir fatores de minoração de resistência, isto é, calibrar a norma; e (8) Analisar os resultados obtidos.

### **1.3 – Apresentação**

A seguir será apresentado de forma sucinta o conteúdo de cada capítulo mostrando os passos seguidos para a realização do trabalho.

No capítulo 2 é apresentado um breve histórico dos métodos de dimensionamento que foram se aperfeiçoando com os avanços da engenharia estrutural. É descrito o processo do método dos estados limites, que será utilizado neste trabalho. Em seguida é abordado o processo de calibração de normas, com enfoque neste método.

No capítulo 3 é apresentada uma visão sobre dois métodos de confiabilidade estrutural: o Método de confiabilidade de primeira ordem (FORM) e a Simulação de

Monte Carlo. Também é apresentada uma breve descrição do programa CALREL, que permite a determinação do índice de confiabilidade pelos dois métodos utilizados.

No capítulo 4 são apresentados: (a) os dados estatísticos necessários para a realização do trabalho; (b) a função de estado limite aplicada a vigas não-esbeltas utilizada para a determinação do momento resistente à flexão; e (c) os resultados de estudos realizados com o objetivo de verificar os níveis de confiabilidade de um conjunto de perfis I laminados. Foram apresentados os dados estatísticos das sete variáveis aleatórias envolvidas no cálculo da resistência, que foram consideradas neste trabalho. Três referentes às propriedades físicas do aço e quatro referentes às dimensões do perfil. Estudou-se nesse trabalho o estado de flexão para vigas metálicas, segundo a NBR 8800 (1986) e o projeto de revisão da NBR 8800 (2003). Os resultados são apresentados através de gráficos das variações do índice de confiabilidade,  $\beta$ , em função do índice de esbeltez,  $L_b/r_y$ . A estimativa do índice de confiabilidade, em cada caso, foi obtida por meio do método FORM e através da simulação de Monte Carlo, com o auxílio do programa CALREL.

No capítulo 5 é proposto o uso dos cossenos diretores, que expressam a importância relativa de cada variável envolvida no dimensionamento, como utilizado por Santos (2000). É imposto um peso diferenciado a cada uma das variáveis, em função de sua importância no projeto, visando alcançar uma maior uniformidade da confiabilidade para uma mesma função de estado limite. Os resultados são apresentados através de gráficos com os valores que deveria assumir o coeficiente de minoração da resistência  $\phi$  para manter a uniformidade em três níveis distintos de confiabilidade. É mostrada também a variação de importância de cada variável aleatória no dimensionamento, para diversos valores do índice de esbeltez, e para cada modo de falha existente na flexão. Por fim é proposta uma tabela, onde condensam-se os diferentes pesos de cada variável aleatória para todo o conjunto de perfis analisados, de acordo com a NBR 8800 (1986), apresentando uma alternativa para a determinação do coeficiente de resistência  $\phi$  para qualquer nível de confiabilidade preestabelecido, utilizando a metodologia apresentada (Santos, 2000).

No capítulo 6 são apresentadas as conclusões obtidas neste trabalho, bem como sugestões para continuação desse estudo.

No anexo é apresentada uma tabela das propriedades geométricas dos perfis I laminados, utilizados nesse trabalho.

## *Capítulo 2*

### **Normas em Estados Limites**

#### **2.1 – Método das Tensões Admissíveis**

O início da engenharia estrutural baseada na teoria da elasticidade data da época de Coulomb e Navier no final do século XVIII. No final do século XX, com avanços significativos na engenharia estrutural e com a disponibilidade do computador como uma ferramenta de análise, o comportamento de sistemas complexos pôde ser determinado com grande precisão para as finalidades de projeto. Infelizmente, apesar destes avanços, as ações nas estruturas e a resistência dos materiais permanecem descritas imprecisamente, e esta incerteza está na raiz do problema de segurança estrutural. A incerteza aumenta o risco, representado pela probabilidade de ocorrer um evento desfavorável e de suas conseqüências em termos humanos e econômicos. O risco está presente em todos os empreendimentos humanos. A finalidade essencial das normas de projeto estrutural é controlar e ajustar o risco aos níveis aceitáveis pela sociedade.

O método de dimensionamento que predominou durante o século XX foi o método das tensões admissíveis, cujo início se deu na segunda metade do século XIX quando a teoria da elasticidade começou a ter o controle do cálculo estrutural na prática. Esta teoria admite a linearidade entre cargas e forças resultantes ou magnitudes de deformação na estrutura, bem como entre as forças e as tensões resultantes. A filosofia de projeto que evoluiu da aplicação da teoria da elasticidade é chamada de “Método das Tensões Admissíveis” (Allowable Stress Design – ASD).

No método das tensões admissíveis, a filosofia de dimensionamento consiste em se calcular a tensão  $\sigma$ , no regime elástico-linear para o carregamento máximo esperado



e compará-la à tensão admissível  $\sigma_{adm}$ , que é uma fração da tensão limite  $\sigma_{lim}$ . A tensão limite define o nível de tensão a partir do qual o comportamento elástico-linear não mais se aplica.

Este critério de projeto pode ser definido como se segue:

$$\sigma \leq \sigma_{adm} = \frac{\sigma_{lim}}{FS} \quad (2.1)$$

onde  $FS$  é o fator de segurança.

A interpretação tradicional do método das tensões admissíveis é:

- Sob cargas de serviço a estrutura tem um comportamento elástico-linear;
- A resistência e o carregamento são incertos, mas é postulado que, um limite superior para o carregamento e um limite inferior para a resistência (valores característicos) podem ser estabelecidos.

Existem muitas objeções a este modo de tratar o problema da segurança estrutural, tanto do ponto de vista científico, probabilístico ou econômico, a saber, (Galambos, 1992):

1. Tensões e deformações nem sempre são lineares, por exemplo, a curva tensão-deformação do concreto é não-linear mesmo para baixas tensões;
2. Efeitos do tempo (fluência e retração do concreto), efeitos ambientais (umidade na resistência da madeira, corrosão de metais) e efeitos de taxa de carregamento introduzem não-linearidades no espaço e no tempo;
3. Efeito de carga e deformação nem sempre são lineares;
4. Comportamento carga-deformação pós-escoamento pode ser: dúctil, com grande ou pequena reserva de resistência, ou frágil;
5. Sob algumas circunstâncias é necessário utilizar a capacidade de absorção de energia da região não-linear para resistir a terremotos ou a explosões;
6. A chance de exceder o estado limite de início da não-linearidade depende da variabilidade das cargas, dos materiais e do modelo computacional utilizado. A

confiabilidade dos elementos dentro da estrutura ou de diferentes estruturas pode então variar consideravelmente;

7. Novos materiais de construção e técnicas de projeto podem demandar anos de testes até que um fator de segurança possa ser definido;
8. Todas as cargas são assumidas como tendo a mesma variabilidade;
9. A probabilidade de falha é desconhecida e o mesmo fator de segurança pode corresponder a distintas probabilidades de falha.

Estas e muitas outras objeções ao método das tensões admissíveis já eram, em sua maioria, conhecidas dos pesquisadores há décadas. Os esforços para desenvolver outro método de projeto que acomodaria estas objeções começaram na década de 30 na União Soviética e, na década de 40 na Inglaterra e nos Estados Unidos (Galambos, 1992). O método resultante é conhecido como Método dos Estados Limites.

## **2.2 – Método dos Estados Limites**

A experiência com projetos de aeronaves durante a Segunda Guerra Mundial mostrou a possibilidade de quantificar as incertezas, que são as bases dos fatores de segurança, usando a teoria da probabilidade e estatística. As noções básicas deste procedimento probabilístico quantitativo foram desenvolvidas nos anos de 1950 em uma série de artigos escritos por Freudenthal.

Ao mesmo tempo a idéia de utilizar fatores múltiplos foi sugerida na Inglaterra por Pugsley, e uma norma utilizando estes fatores foi formulada na União Soviética.

O campo da confiabilidade estrutural desenvolveu-se nos últimos 50 anos fornecendo um arcabouço teórico analítico e computacional para a quantificação da segurança estrutural e análise das incertezas que afetam as variáveis de projeto.

O uso da teoria da confiabilidade estrutural como uma ferramenta no desenvolvimento de normas de dimensionamento de estruturas, nos Estados Unidos, iniciou-se no final dos anos de 1960. Na teoria clássica da confiabilidade, as ações estruturais devido às cargas aplicadas,  $S$ , e a resistência,  $R$ , são modeladas por

variáveis aleatórias. Na representação mais simples, a falha ocorre se  $R$  for menor do que  $S$ . A probabilidade deste evento é:

$$P_f = \int_0^{\infty} F_R(s) f_S(s) ds \quad (2.2)$$

no qual  $F_R(s)$  é a função de distribuição cumulativa de  $R$  e  $f_S(s)$  é a função densidade de probabilidade de  $S$ . Esta equação é pouco prática para os objetivos de projeto. Esta requer um conhecimento das distribuições de probabilidade para  $R$  e  $S$ , que podem variar para diferentes ações estruturais e estados limites. Também há o problema de como manipular a integração numérica no contexto iterativo típico de um dimensionamento. Assim, até o final dos anos de 1960, a maioria dos problemas da literatura referentes à teoria da confiabilidade eram principalmente teóricos e relativamente simples.

Dentro do período de 1968 a 1972, entretanto, o campo da confiabilidade estrutural expandiu-se rapidamente de uma comunidade de pesquisa relativamente pequena para um grupo maior de engenheiros interessados em melhorar o processo de desenvolvimento de normas. Dentro deste período, houve a primeira conferência internacional sobre segurança e confiabilidade estrutural (ICOSSAR, 1972); uma coleção de artigos sobre aspectos práticos de segurança estrutural foi publicada no ACI Journal, edições de setembro a dezembro de 1969, seguidas por uma sessão técnica organizada pelo ACI sobre dimensionamento probabilístico de edifícios de concreto em 1971; e uma conferência da American Society of Civil Engineers (ASCE, 1972) sobre confiabilidade de edifícios de aço. Também nesse período, trabalhos foram desenvolvidos para transformar a equação 2.2 em algo mais prático para uso em projeto.

As primeiras mudanças em direção ao que agora se chama de Método dos Estados Limites (cálculo plástico para o aço ou cálculo da resistência para o concreto) tinham precedido a expansão para aplicações práticas na área da confiabilidade por aproximadamente uma década. O Método dos Estados Limites, em contraste ao Método das Tensões Admissíveis (ASD), requer um cuidadoso pensamento sobre como lidar com os possíveis modos do comportamento estrutural (resposta elástica versus

não-linear), técnicas de análise (primeira ordem versus segunda ordem), e dos limites de desempenho (utilização, início da não-linearidade estrutural, início da instabilidade do sistema). O Método das Tensões Admissíveis não trata destes aspectos de uma maneira inteiramente racional.

Um exemplo notável da mudança em direção à implementação prática pode ser encontrado na noção do índice de confiabilidade,  $\beta$ , como uma medida alternativa da confiabilidade. O índice de confiabilidade foi introduzido na tentativa de evitar as dificuldades conceituais e práticas (problemas na avaliação numérica da probabilidade de falha, da falta de dados, erros de modelagem) com o uso da equação 2.2. Em sua implementação inicial,  $\beta$  foi avaliado simplesmente em função das médias e dos desvios-padrão (ou coeficientes de variação) da resistência e das ações estruturais. Mais tarde, as técnicas para incorporar informações sobre as distribuições da probabilidade foram desenvolvidas, conduzindo finalmente ao chamado método de confiabilidade de primeira ordem – First Order Reliability Method (FORM).

A prescrição Load and Resistance Factor Design (LRFD – AISC) representou a primeira tentativa, nos Estados Unidos, para implementar racionalmente conceitos probabilísticos no contexto de um moderno código de projeto estrutural em estados limites. O American Iron and Steel Institute (AISI) e o American Institute of Steel Construction (AISC) iniciaram um projeto de pesquisa em 1969 para desenvolver uma especificação prática de cálculo de estruturas de aço usando princípios da teoria da confiabilidade para tratar incertezas nas cargas e na resistência estrutural. O projeto estava sob a direção de Theodore V. Galambos, que foi auxiliado por M. K. Ravindra, sendo guiado por um comitê assessor de especialistas em estruturas de aço, projeto estrutural, e teoria da confiabilidade. A parte principal do trabalho técnico foi executada durante o período de 1969 a 1976, na Universidade de Washington em St. Louis. A base do método LRFD é explicada em uma coleção de oito artigos publicados em setembro de 1978. O primeiro artigo fornece a base geral para o critério de cálculo; cinco artigos apresentam o desenvolvimento de critérios para vários elementos estruturais, por exemplo, vigas, vigas esbeltas, ligações, vigas mistas, e vigas-colunas; um artigo está relacionado com cargas de vento e neve; e o artigo final relata o critério de cálculo proposto, LRFD, juntamente com comentários detalhados.

Um período de tentativa de cálculo e refinamento seguiu, até que uma versão inicial do LRFD foi discutida pelo comitê de normatização do AISC, primeiramente em um encontro em agosto de 1981, e subseqüentemente em reuniões anuais durante diversos anos. A primeira especificação LRFD foi publicada em 1986 e a segunda em 1994.

O LRFD utilizou com sucesso a equação clássica da confiabilidade estrutural resultando em um formato que fosse prático para o cálculo, inclusive para os engenheiros não familiarizados com os conceitos de confiabilidade.

A maior parte das normas vigentes atualmente estão baseadas no método dos estados limites e os conceitos fundamentais, suposições e metodologias básicas das normas, segundo Galambos et al.(1982), podem ser sumarizados como a seguir:

1. À partir da equação 2.2 chegou-se ao formato familiar do LRFD,

$$\phi R_n \geq \sum_{i=1}^j \gamma_i Q_{ni} \quad (2.3)$$

O lado esquerdo da equação refere-se à resistência (capacidade) da estrutura enquanto o lado direito caracteriza a ação do carregamento.

O lado da resistência do critério de cálculo consiste no produto  $\phi R_n$ , no qual  $R_n$  é a “resistência nominal”, e  $\phi$  é o “coeficiente de minoração de resistência”. A resistência nominal é a resistência calculada de acordo com os preceitos da norma de projeto estrutural e está baseada nos valores nominais das propriedades do material e da seção transversal. O fator de resistência  $\phi$ , que é sempre menor do que 1, juntamente com  $R_n$ , reflete as incertezas associadas a  $R$ . O fator  $\phi$  é adimensional e  $R_n$  é uma força generalizada: momento fletor, esforço normal ou esforço cortante associados com um estado limite último ou de utilização. Equações de interação, por exemplo, entre esforço normal e momento fletor, podem também ser usadas para definir  $R_n$  para estados limites apropriados.

O lado do carregamento do critério de cálculo expresso pela equação 2.3 é a soma de produtos  $\gamma Q_n$ , no qual  $Q_n$  é a “ação da carga nominal”, e  $\gamma$  é o “coeficiente de ponderação das ações” correspondente.  $\gamma$  é adimensional e  $Q_n$  é uma força generalizada calculada para as cargas nominais para a qual a estrutura está sendo calculada. Os fatores  $\gamma$  refletem os desvios dos valores reais de cargas em relação aos valores especificados e as variações nos efeitos da carga devido as incertezas nas análises. O somatório na equação 2.3 denota a combinação dos efeitos de carga proveniente de diferentes ações atuantes. Por exemplo, se somente o peso próprio e a sobrecarga são considerados, temos:

$$\sum_{i=1}^j \gamma_i Q_{ni} = \gamma_D Q_{nD} + \gamma_L Q_{nL} \quad (2.4)$$

no qual  $Q_{nD}$  e  $Q_{nL}$  são os efeitos do peso próprio e da sobrecarga, respectivamente; e  $\gamma_D$  e  $\gamma_L$  são os correspondentes coeficientes de carga.

2. As especificações em estados limites reconhecem que as ações, bem como seus efeitos, e as resistências, são todas quantidades aleatórias cujos valores reais são conhecidos somente através da distribuição de probabilidade das quantidades aleatórias individuais em que consistem suas partes componentes. São usados métodos de confiabilidade de primeira ordem ou métodos de confiabilidade de segunda ordem, onde estes forem apropriados, para desenvolver os coeficientes de resistência  $\phi$ , de modo a resultar em confiabilidades aproximadamente uniformes para cada tipo de combinação de cargas.
3. O objetivo central é que os índices de confiabilidade resultem aproximadamente iguais àqueles das especificações anteriores em tensões admissíveis quando essas resultavam em desempenhos considerados satisfatórios.

4. Para evitar excessivas complicações no cálculo, o número de coeficientes de resistência é conservado relativamente pequeno.
5. Os coeficientes de ponderação das ações, as ações propriamente ditas e suas combinações, devem ser indicadas em normas de ações e segurança para serem utilizadas nos cálculos com as normas em estados limites.
6. Os critérios de projeto são baseados nos estados limites alcançados pelos elementos estruturais (uma viga, pilar, solda individual, parafuso, metal base ou ligação). Ligações (parafusos ou soldas) geralmente têm um maior índice de confiabilidade do que as barras, para forçar a falha nos elementos (caráter dúctil) e não na ligação (caráter frágil).
7. Não é feita distinção explícita quanto às consequências de falha

Os coeficientes de ponderação das ações foram desenvolvidos por calibração, usando métodos analíticos para o cálculo da confiabilidade, (Ellingwood et al., 1982), para casos padrões de estruturas determinadas estaticamente, calculadas pelas especificações correntes para aço, concreto armado e protendido, madeira, alumínio e estruturas de alvenaria, buscando um resultado final com aproximadamente a mesma confiabilidade. Os coeficientes de majoração das cargas foram desenvolvidos para um tempo de vida útil da estrutura de 50 anos.

Um dos objetivos iniciais do cálculo semi-probabilístico era a obtenção de uma mesma confiabilidade para todas as estruturas e elementos. Este objetivo contudo não é completamente alcançado. Ellingwood et al., (1982), observam que o índice de confiabilidade de elementos fletidos pode variar de 2,5 a 3,5, que é a ordem de magnitude de variação na probabilidade de exceder um estado limite. Uma das razões para esta variação é a utilização de um único valor do coeficiente de resistência (por exemplo  $\phi = 0,90$  para a maioria das normas) que é usado para todos os elementos sob flexão, independentes do tipo de estado limite.

Na norma LRFD – AISC, uma expressão do tipo dada na equação 2.3 é utilizada para cada conjunto de combinações de carga que necessitam ser considerados. A

resistência nominal sempre se refere a um estado limite específico. Duas classes de estados limites são pertinentes ao cálculo estrutural: o estado limite “de resistência máxima” (ou “último”) e o estado limite “de utilização”.

O desenvolvimento da norma LRFD – AISC exigiu uma revisão completa dos preceitos filosóficos do Método das Tensões Admissíveis(ASD – AISC) e conduziu-o às mudanças nos procedimentos pelo qual a resistência nominal  $R_n$  é calculada para diferentes estados limites.

O desenvolvimento da primeira especificação LRFD, nos Estados Unidos, para as estruturas de aço no período de 1969 a 1985, necessitou da colaboração entre pesquisadores da teoria da confiabilidade, da tecnologia de construção em aço, e profissionais de projeto estrutural resultando na melhoria de todo o processo pelo qual as estruturas são projetadas.

No sentido de minorar as objeções relativas ao Método das Tensões Admissíveis, foi desenvolvido o Método dos Estados Limites. Um estado limite é uma condição onde a estrutura ou elemento estrutural torna-se inadequado para desempenhar a função proposta. Isto significa, que os esforços e deformações devem ser inferiores a certos valores limites, que dependem do material usado e do tipo de estrutura adotada. Distinguem-se dois tipos de estados limites nesse método:

### **2.2.1 – Estados Limites Últimos**

São os relacionados ao colapso total ou parcial da estrutura e que podem ser:

- Perda de equilíbrio
- Ruptura por qualquer tipo de solicitação
- Instabilidade



### 2.2.2 – Estados Limites de Utilização

São os relacionados com o comportamento da estrutura, impedindo sua utilização para o fim ao qual se destina. A ocorrência de um estado limite de utilização pode prejudicar a aparência, a possibilidade de manutenção, a durabilidade, a funcionalidade e o conforto dos ocupantes de um edifício, bem como pode causar danos a equipamentos e materiais de acabamentos vinculados ao edifício. Cada estado limite de utilização deve ser verificado utilizando-se combinações de ações nominais associadas ao tipo de resposta pesquisada. As situações mais comuns de verificação de estados limites de utilização são:

- Verificação de flechas em vigas de piso, de coberturas, terças, vigas de rolamento. Verificação de deslocamento lateral de vigas de rolamento e pilares de edifícios devido à ação de pontes rolantes e do vento.
- Verificação de vibrações em pisos devidas ao caminhar de pessoas e vibrações de estruturas devidas a equipamentos rotativos, pontes rolantes e ao vento.

### 2.2.3 – Procedimento de projeto

No projeto em Estados Limites calcula-se o limite de capacidade da estrutura ou dos seus elementos constituintes (vigas, colunas, ligações, etc.). Este “limite de resistência” é então reduzido para avaliar a possibilidade da resistência ser menor que a calculada pelas propriedades nominais do material, pelas dimensões de projeto ou pelo modelo de cálculo usado na norma. A resistência fatorada (de projeto) é então comparada com o efeito da carga calculada para as cargas máximas apropriadas, que são então amplificadas para levar em consideração as incertezas das cargas que atuarão na estrutura durante sua vida útil. A condição de projeto é então:

$$\phi R_n \geq \gamma Q_n \quad (2.5)$$

onde  $\phi < 1.0$  é o “coeficiente de resistência” ( também denominado “fator de redução de capacidade” ou, em algumas normas,  $\phi = 1/\gamma_m$ , onde  $\gamma_m$  é o “coeficiente do material”),  $\gamma > 1.0$  é o “coeficiente de ponderação das ações”,  $R_n$  é a resistência nominal especificado na norma e  $Q_n$  é a ação da carga nominal calculada (esforço cortante, momento fletor, esforço normal, etc.). Ambos, a resistência e a ação da carga referem-se à condição de estado limite, e seus cálculos consideram não linearidades físicas e geométricas, e imperfeições iniciais.

## 2.2.4 – Ações

As ações são as causas que provocam esforços ou deformações nas estruturas. Na prática, as forças e as deformações impostas pelas ações são consideradas como se fossem as próprias ações.

As ações a serem adotadas no projeto das estruturas de aço e seus componentes são as estipuladas pelas normas apropriadas e as decorrentes das condições a serem preenchidas pela estrutura. Essas ações devem ser tomadas como nominais, devendo ser considerados os seguintes tipos de ações nominais:

- Ações Permanentes: Têm pequena variação em torno da média, durante o tempo de vida da construção. (Peso próprio, revestimentos, acabamentos, etc.).
- Ações Variáveis: Têm grandes variações em torno da média, durante a vida da construção. (Sobrecarga, divisórias, equipamentos, vento, etc.).
- Ações Excepcionais: Têm durações extremamente curtas e de baixa ocorrência durante a vida da construção. (Explosões, choques de veículos, terremotos, incêndio, etc.).

Na evolução do Método dos Estados Limites, logo se pôde compreender que alguns tipos de ações são conhecidos mais precisamente do que outros. Por exemplo, o peso próprio tem uma menor variabilidade do que a sobrecarga ou carga de vento. O conceito de vários fatores de carga foi introduzido para levar em consideração este fato.

Uma vez introduzidos estes fatores, um outro problema necessita de atenção. Não é conveniente adotar para ações de pouca duração, tais como os devidos à ocupação, vento ou terremoto, valores máximos de vida útil, simultaneamente. Têm-se

tomado cuidado com este fenômeno, adotando-se os chamados fatores de combinação de cargas.

O método dos estados limites também é conhecido como método semiprobabilístico. Os fatores de majoração de cargas e minoração de resistência são ajustados de tal maneira a se obter maior uniformidade da probabilidade de falha  $P_f$ , considerada aceitável para uma determinada classe de estruturas. O processo de ajuste dos fatores  $\phi$  e  $\gamma$  é conhecido como calibração de norma.

## **2.3 – Calibração de Normas**

### **2.3.1 – Princípios de Calibração da Norma**

Um formato de norma é um sistema formal de variáveis juntamente com um conjunto de regras. As regras definem as relações entre estas variáveis e suas relações com o modelo mecânico da estrutura e com as ações sobre a mesma. Para um formato de norma do tipo de fatores de segurança parciais, as variáveis são os valores característicos e os coeficientes parciais. Uma norma pode ser calibrada usando níveis diferentes de métodos superiores. Os níveis de calibração podem ser categorizados como uso de valor julgado adequado, calibração para prática de projetos em uso, ou um melhor julgamento a um método de avaliação de confiabilidade superior (otimização da norma).

O modo predominante para designar um valor, até aproximadamente 30 anos atrás, era o uso de julgamento. Uma norma que fornece experiências satisfatórias de projeto seguro por vários anos de uso na prática era considerada como tendo valores razoavelmente corretos dos parâmetros. Motivos econômicos podem conduzir a alterações dos valores, na intenção de reduzir o custo, diminuindo a segurança das estruturas. Por outro lado, experiências sobre muitas falhas estruturais levaram a revisões com mudanças nos valores dos parâmetros, na direção de proporcionar maior segurança estrutural.

Deste modo, os valores indicados para o formato da norma estabilizavam-se quando não apareciam motivos que indicassem a necessidade de novas revisões. Obviamente existem algumas objeções ao processo de calibração via julgamento. Em particular, este processo tem uma influência restritiva no uso de novos materiais, novos princípios estruturais, e desenvolvimentos em novos campos onde haviam experiências limitadas sobre as ações extremas. Exatamente pela carência de critérios racionais como base para a calibração, a norma resultante, quando utilizada em tais novas experiências, freqüentemente conduzia para estruturas com níveis de segurança desnecessariamente altos e dispendiosos e dessa forma era restritiva com relação ao desenvolvimento tecnológico.

A calibração dos fatores parciais para ajustar os níveis de confiabilidade resultantes aos níveis obtidos pela prática de projeto existente é freqüentemente usada como método para indicação de um valor em situações onde uma mudança relevante do formato da norma. A motivação para uma tal mudança do formato da norma pode ser o desejo de um código mais simples ou isso pode ser causado por um objetivo superior de harmonização nacional ou internacional de diferentes normas. Dessa forma a calibração é baseada exclusivamente em resultados comparativos de cálculos.

O maior nível de calibração de norma consiste no ajuste otimizado objetivando atingir os resultados de um modelo de análise de confiabilidade de ordem superior. Algumas normas nos últimos 15-20 anos estão baseadas em maior ou menor grau nesses princípios de otimização.

### **2.3.2 – O Processo de Calibração de Normas**

Apesar de diferenças de detalhes, o procedimento geral para a calibração de norma é quase o mesmo, independente do refinamento da teoria da confiabilidade usada. Segundo Melchers, (1987), os seguintes passos devem ser seguidos para a calibração da norma:

#### Passo 1: Definir o escopo

Uma vez que não podemos ainda contar com um formato de norma de projeto estrutural para representar todas as situações de projeto, é conveniente delimitar o escopo da norma a ser calibrada. Dessa forma, pode-se estabelecer o material (por exemplo, estruturas de aço), o tipo estrutural (por exemplo, estruturas de edifício), etc.

#### Passo 2: Selecionar os pontos de calibração

É escolhido um espaço de projeto, consistindo de todas as variáveis básicas, tais como comprimento da viga, área da seção transversal e propriedades, valores das tensões nominais permitidas, intervalo das cargas aplicadas e tipos de carregamentos. É então dividido em um conjunto de zonas discretas aproximadamente uniformes. Os pontos discretos resultantes são usados para calcular os valores do índice de confiabilidade  $\beta_o$  para a verificação do formato da norma existente.

#### Passo 3: Norma de cálculo em vigor

A norma de cálculo estrutural em vigor é usada para calcular o elemento (por exemplo, uma viga de 5 m). Isto é repetido para todas as combinações apropriadas dos pontos de calibração dentro de cada zona discreta.

#### Passo 4: Definir estados limites

A função de estado limite para cada modo de falha é então definida. Isto deve incluir, por exemplo, no caso de vigas de aço, estados limites para momento fletor, esforço cortante, flambagem local, flambagem da alma, flexo-torção, etc. Cada um desses estados limites deve ser expresso em termos das variáveis básicas. A definição dos estados limites também requer uma decisão sobre os modelos de combinação de cargas que vai ser empregado. Para facilitar a calibração da norma, é usual escolher um modelo simples de combinação de cargas.

Passo 5: Determinar as propriedades estatísticas

Para a determinação do índice de confiabilidade  $\beta_o$  são necessárias para cada uma das variáveis básicas as propriedades estatísticas apropriadas (distribuições, médias, variâncias, valores médios em função do tempo).

Passo 6: Empregar métodos de análise de confiabilidade

Usando um método de análise de confiabilidade apropriado, juntamente com as funções de estados limites (passo 4) e os dados estatísticos (passo 5), cada uma das opções de projeto do passo 3 é analisada para determinar  $\beta_o$  para cada ponto de calibração dentro de cada zona. Os resultados podem ser convenientemente ajustados de modo que o carregamento aplicado torne-se o parâmetro independente.

Passo 7: Escolher o valor alvo  $\beta_o$

A partir de diversas análises, tais como o passo 6 citado, torna-se evidente a variação de  $\beta_o$  e a partir desta informação, uma média ponderada de  $\beta_o$  pode ser determinada e usada como uma confiabilidade alvo  $\beta_o$ .

Passo 8: Selecionar os fatores parciais

Os fatores parciais não são constantes para um dado formato de verificação da segurança, e um dado valor alvo  $\beta_o$ . Como, por conveniência, utilizam-se fatores parciais constantes, pelo menos para grandes grupos de situações de projetos, espera-se que ocorra algum desvio em relação ao valor alvo  $\beta_o$ . Portanto, a seleção de fatores parciais apropriados envolve algum julgamento subjetivo.

### **2.3.3 – Algumas Considerações sobre a Calibração da Norma ANSI A58**

A escolha do índice de confiabilidade alvo  $\beta_o$  deve refletir a importância do componente para a integridade da estrutura, as consequências da falha, o modo de falha (frágil ou dúctil), o tipo de material e as combinações de cargas. O  $\beta_o$  pode ser

determinado com base em análises da confiabilidade de normas de projetos anteriores. Galambos et al. (1982) estabeleceram para determinadas situações de carregamento e para 50 anos de vida útil da estrutura, os seguintes valores para  $\beta_o$  :

- Combinações de ações envolvendo somente cargas gravitacionais:  $\beta_o=3,0$
- Combinações de ações envolvendo cargas gravitacionais e cargas de vento:  $\beta_o=2,5$
- Combinações de ações envolvendo cargas de vento atuando em sentido contrário aos efeitos das cargas gravitacionais:  $\beta_o=2,0$ .

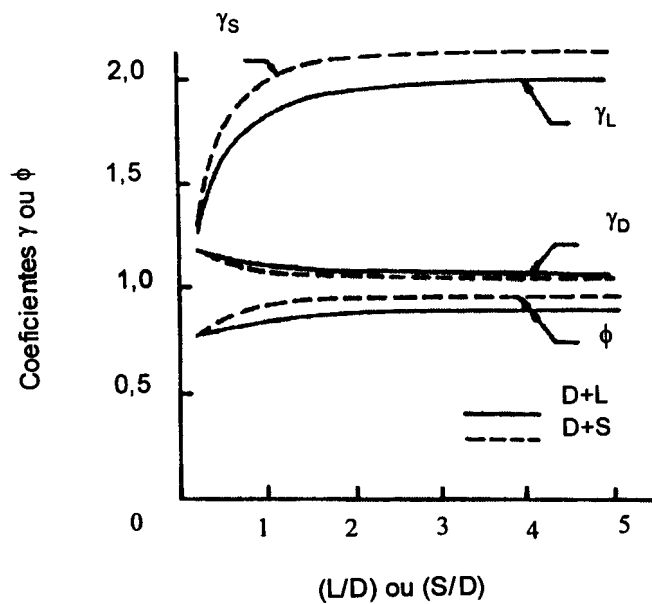
Os valores apresentados acima correspondem razoavelmente bem à faixa de valores obtidos nos estudos das normas de projeto americanas. Estes valores estão associados a componentes estruturais em aço, concreto armado e madeira laminada colada sob flexão e sob compressão.

O critério de projeto utilizado nas normas é selecionar um conjunto de coeficientes de majoração das ações para serem aplicados em todas as situações de cálculo. No entanto, é interessante, sempre que possível, examinar como os coeficientes de majoração das ações e de resistência variam para diferentes estados limites e combinações de ações.

A escolha de  $\beta_o$  possibilita uma boa seleção dos fatores de majoração de cargas. Usando-se métodos do nível II, para  $\beta_o = 3,0$ , foram calculados os fatores de minoração da resistência  $\phi$  e os fatores de majoração para o peso próprio  $\gamma_D$ , a sobrecarga  $\gamma_L$  e a carga de neve  $\gamma_S$ , mostrados na figura 2.1(Ellingwood et al.,1982). Foi percebido que o fator de minoração de resistência é relativamente indiferente às cargas variáveis no tempo, sobrecarga(L) ou neve(S), nas combinações. O fator de majoração do peso próprio  $\gamma_D$  é muito menor que o proposto em norma, dada a pequena variabilidade deste tipo de carga. Estas observações indicaram que escolhendo  $\gamma_D$  e  $\phi$  constantes e separando especificações de coeficientes de majoração das ações e de resistência, não implicaria em desvio significativo de  $\beta_o$  , em um método do nível I .

Por outro lado, o coeficiente de majoração da ação variável na combinação, aumenta quando a importância desta ação na combinação cresce devido à sua maior variabilidade. Se os coeficientes de majoração das cargas variáveis no tempo

$\gamma_L$  (sobrecarga),  $\gamma_S$  (neve),  $\gamma_W$  (vento),...,etc., são assumidos como constantes, como é feito em um método do nível I, haverá desvios significativos da confiabilidade alvo ( $\beta_o$ ) para certas situações de carregamento. Desta forma, era necessário selecionar um conjunto de coeficientes de majoração das ações e combinações que minimizassem a extensão deste desvio de  $\beta_o$  sobre todas as situações possíveis de projeto (Ellingwood et al.,1982).



**Figura 2.1 – Fatores de minoração da resistência e majoração da carga para flexão em vigas de aço (Ellingwood et al., 1982).**

Uma primeira análise mostrou não ser possível escolher  $\gamma$  completamente independente de  $\phi$ , ignorando inteiramente o aspecto da resistência no problema, pois não seria possível escolher um critério de resistência compatível com o critério de carga (Ellingwood et al., 1982). Para elementos fletidos de concreto armado e aço, os coeficientes de resistência deveriam estar no intervalo de 0,80 a 0,90. Quando  $\phi$  é maior do que 0,90 para tais elementos, há pequena margem de ajustes adicionais para refletir melhoramentos na fabricação ou controle de qualidade que tenderiam a reduzir a variabilidade.



Como exemplo de como os fatores de majoração de carga são ajustados, considera-se o caso em que uma única carga domine a combinação. Assumindo-se  $\phi = 0,80$  ou  $0,85$ , os fatores de majoração de carga requeridos para alcançar  $\beta_0$  são mostrados na Tabela 2.1. Esta análise simples sugere valores razoáveis para os fatores de majoração,  $\gamma_D = 1,2-1,3$ ,  $\gamma_S = 1,6-1,7$ ,  $\gamma_W = 1,3-1,4$ ,  $\gamma_E = 1,4-1,5$  (Ellingwood et al., 1982).

**Tabela 2.1 – Fatores de majoração de carga requeridos – Carga única (Ellingwood et al., 1982).**

Componente [1]	$\phi$ [2]	Carga						
		D		L		S	W	E
		<i>Peso Próprio</i>		<i>Sobrecarga</i>		<i>Neve</i>	<i>Vento</i>	<i>Terremoto</i>
		$\beta=2,5$ [3]	$\beta=3,0$ [4]	$\beta=2,5$ [5]	$\beta=3,0$ [6]	$\beta=3,0$ [7]	$\beta=2,5$ [8]	$\beta=2,0$ [9]
Viga em aço laminado	0.80	1.18	1.28	1.52	1.78	1.78	1.30	1.44
a quente	0.85	1.25	1.35	1.61	1.89	1.89	1.38	1.52
Viga em concreto armado	0.80	1.18	1.33	1.44	1.70	1.66	1.28	1.39
Aço grau 40	0.85	1.26	1.41	1.53	1.81	1.77	1.36	1.48
Viga em concreto armado	0.80	1.18	1.29	1.52	1.77	1.79	1.36	1.51
Aço grau 60	0.85	1.26	1.37	1.61	1.88	1.90	1.45	1.61

Para o próximo passo, considera-se o caso onde a ação permanente “D” é combinada com uma ação variável. Um conjunto ótimo de coeficientes pode ser selecionado, definindo-se alguma função que avalie a proximidade entre o nível de confiabilidade “ $\beta_0$ ” e a confiabilidade associada ao conjunto de coeficientes de resistência e de majoração das ações proposto. Em seguida deve-se selecionar os coeficientes de majoração que minimizem esta função.

Pode-se observar que associado a um dado conjunto de ações nominais, há uma resistência nominal requerida correspondente,  $R_n(\beta_0)$ , que poderia ser calculada. Por outro lado, uma equação de verificação que inclui um conjunto constante simples de coeficientes de majoração, também levará a uma resistência nominal,  $R'_n$ . Para o formato mais utilizado, isto seria dado pelo critério de ações, equação 2.4 e  $\phi R'_n$ . Um conjunto de coeficientes de resistência e de majoração das ações pode ser selecionado

de tal forma que minimize o quadrado da diferença ponderada entre estas duas resistências nominais, ou:

$$I(\phi, \gamma_i) = \sum [R_{nj}(\beta_o) - R'_{nj}]^2 p_j \quad (2.6)$$

sobre um conjunto pré-definido de ações permanentes, vento, neve e terremoto, onde

$R_{nj}(\beta_o)$  = resistência nominal requerida para se atingir um dado  $\beta_o$ .

$R'_{nj}$  = resistência nominal obtida para um dado conjunto de fatores parciais.

$p_j$  = peso relativo fixado para a j-ésima combinação de cargas. Neste procedimento, desvios conservadores do nível de confiabilidade são penalizados igualmente àqueles não conservadores.

Usando a análise de confiabilidade, que será descrita no capítulo 3,  $R_n$  pode então ser determinada para uma confiabilidade alvo inicial  $\beta_o = 3,0$ , por exemplo, para combinações de ações gravitacionais (permanente e sobrecarga ou neve), e  $\gamma_s, \gamma_L$  e  $\phi$  ótimos são determinados minimizando a equação 2.4 com o valor de  $\gamma_D$  fixado, por exemplo, em 1,2. Os coeficientes  $\gamma_s, \gamma_L$  e  $\phi$  ótimos dependem da combinação para cada material. A tabela 2.2 mostra os coeficientes ótimos encontrados por Ellingwood em sua proposta para os coeficientes de ponderação das ações.

O  $\gamma$  deverá ser tão próximo quanto possível dos coeficientes de majoração das ações listados na coluna 4 da tabela 2.2, e ao mesmo tempo,  $\phi$  deverá estar dentro do intervalo 0,8 a 0,9 para flexão em vigas de concreto e aço, como considerado anteriormente. Usando a tabela 2.2 como guia, podem então ser selecionados coeficientes  $\gamma_L$  e  $\gamma_s$  que satisfaçam estes requisitos. O  $\phi$  ótimo correspondente a  $\gamma_D = 1,2$  e  $\gamma_L = 1,6$  é mostrado na coluna 5 da tabela 2.2.

**Tabela 2.2 – Fatores de minoração de resistência e majoração de cargas ótimos para cargas gravitacionais (Ellingwood et al., 1982).**

Material (1)	Combinação (2)	Valores Ótimos ( $\gamma_D = 1.2$ )		$\phi$ ótimo para $\gamma_D = 1.20$ , $\gamma_L = 1.6$ (5)
		$\phi$ (3)	$\gamma_L$ , $\gamma_S$ (4)	
Viga em aço ( $\beta_0 = 3$ )	$D + L$	0,96	2,1	0,78
	$D + S$	1,05	2,32	0,79
Viga em concreto armado, Aço grau 60 ( $\beta_0 = 3$ )	$D + L$	0,87	1,83	0,81
	$D + S$	0,93	1,93	0,84
Viga em concreto armado, Aço grau 40 ( $\beta_0 = 3$ )	$D + L$	0,82	1,61	0,81
	$D + S$	0,85	1,56	0,86
Viga em madeira laminada colada <sup>a</sup> ( $\beta_0 = 2.5$ )	$D + L$	0,59	1,38	0,66
	$D + S$	0,59	1,08	0,77
Parede em alvenaria comum <sup>a</sup> ( $\beta_0 = 7.5$ )	$D + L$	0,38	4,1	0,22
Parede em alvenaria comum ( $\beta_0 = 5.0$ )	$D + L$	0,52	2,45	0,41
Parede em alvenaria estrutural <sup>a</sup> ( $\beta_0 = 6.5$ )	$D + L$	0,41	3,28	0,27
Parede em alvenaria estrutural <sup>a</sup> ( $\beta_0 = 5.0$ )	$D + L$	0,49	2,38	0,40

<sup>a</sup>  $R/R_n$  é assumido igual a 1,0 por ilustração.

Esta análise pode ser feita para qualquer outra combinação utilizando o mesmo procedimento e buscando os índices de confiabilidade alvos para cada situação de carregamento. Para combinações com mais de uma variável deve ser feita a consideração de apenas uma ação variável atuar com seu valor máximo e as demais serem reduzidas por coeficientes de ponderação menores do que um.

## *Capítulo 3*

### **Métodos de Confiabilidade**

#### **3.1 – Problema Básico**

Problemas de confiabilidade em engenharia podem ser definidos como a determinação da capacidade de um sistema que atenda a determinadas condições (exigências). Na consideração da segurança de uma estrutura, a preocupação é assegurar que a resistência da estrutura seja suficiente para suportar a atuação da máxima ação ou combinação de ações durante a sua vida útil.

Tradicionalmente, a confiabilidade de sistemas estruturais é alcançada através da utilização de coeficientes ou margens de segurança e adoção de suposições conservadoras nos métodos de cálculo.

Na realidade, a determinação da resistência disponível bem como da máxima solicitação da estrutura não são problemas simples. Estimativas e previsões são sempre necessárias para estes tipos de problemas, visto que incertezas são inevitáveis pela simples razão de que as informações relativas aos problemas de engenharia são invariavelmente incompletas. Diante de tais incertezas, a resistência disponível e a solicitação real não podem ser determinadas precisamente, sendo geralmente descritas como pertencentes a determinados intervalos, podendo ser modeladas como variáveis aleatórias. Nestes termos, portanto, a confiabilidade de um sistema pode ser mais realisticamente medida em termos de probabilidade. Para esta proposta, definem-se as variáveis aleatórias  $R$  (resistência) e  $S$  (solicitação).

O objetivo da análise de confiabilidade é assegurar o evento  $(R > S)$  durante toda a vida útil da estrutura. Esta garantia é possível somente em termos da probabilidade  $P(R > S)$ .

Sejam, então,  $R$  e  $S$ , variáveis aleatórias com distribuições de probabilidade conhecidas. A probabilidade de falha  $P_f$ , para  $R$  e  $S$  contínuas e estatisticamente independentes, pode ser calculada através da seguinte expressão (Ang e Tang, 1984):

$$P_f = P(R < S) = \int_0^{\infty} F_R(s) f_S(s) ds \quad (3.1)$$

onde:

$F_R(s)$  é a função de distribuição acumulada da variável  $R$ ,

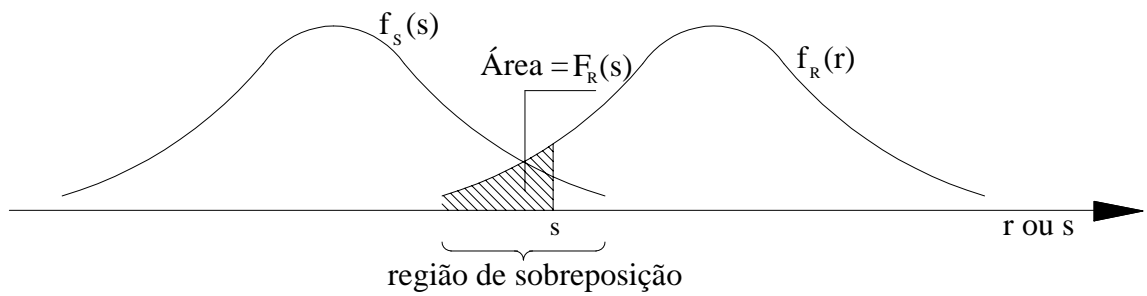
$f_S(s)$  é a função densidade de probabilidade da variável  $S$ .

A equação 3.1 é a integração em relação à  $s$  e pode ser explicada pela figura 3.1 como segue: se  $S = s$ , a probabilidade condicional de falha seria  $F_R(s)$ ; mas desde que  $S = s$  (ou mais precisamente  $s < S < s + ds$ ) esteja associada com a probabilidade  $f_S(s) ds$ , a integração sobre todos os valores de  $S$  resulta na equação 3.1. A confiabilidade pode também ser formulada pela integração em relação a  $R$ , ficando:

$$P_f = \int_0^{\infty} [1 - F_S(r)] f_R(r) dr \quad (3.2)$$

Então, a correspondente probabilidade de sobrevivência é:

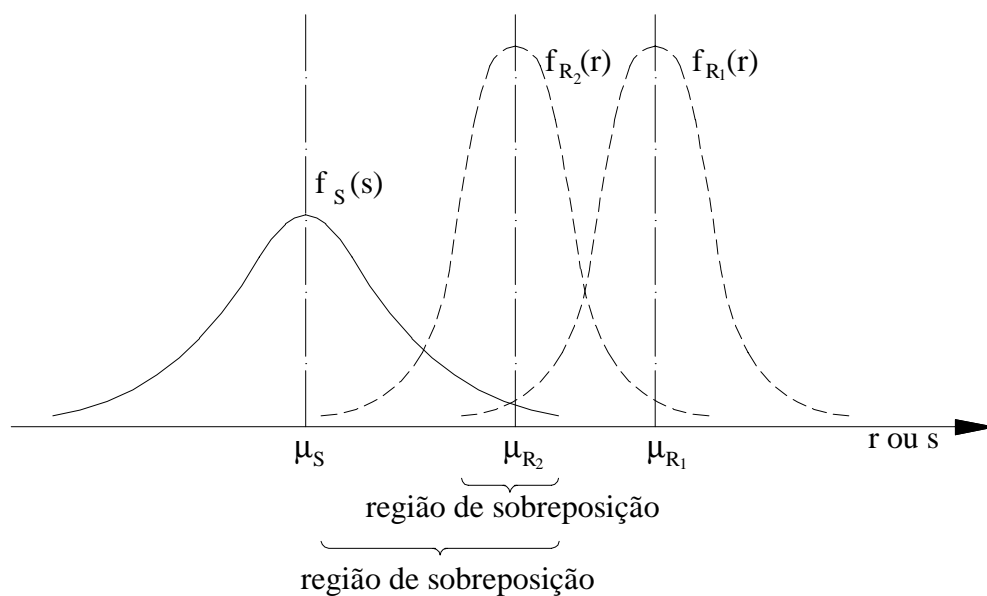
$$P_s = 1 - P_f \quad (3.3)$$



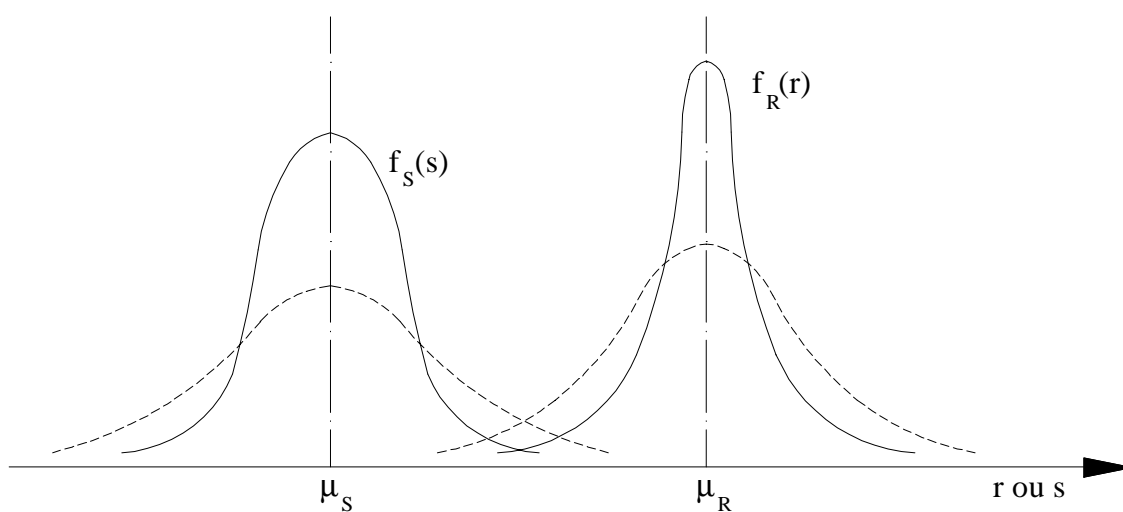
**Figura 3.1 – Função densidade de probabilidade  $f_R(r)$  e  $f_S(s)$  (Ang e Tang, 1984).**

Como mostra a figura 3.1, a sobreposição das curvas  $f_R(r)$  e  $f_S(s)$  representa uma medida da probabilidade de falha,  $P_f$ . Com respeito a isso, observa-se o seguinte:

- A região de sobreposição depende das posições relativas de  $f_R(r)$  e  $f_S(s)$ , como pode ser visto na figura 3.2. Quando as duas curvas ficam mais afastadas,  $P_f$  diminui, ao passo que  $P_f$  aumenta quando as duas curvas ficam mais próximas. A posição relativa entre  $f_R(r)$  e  $f_S(s)$  pode ser medida pela relação  $\mu_R/\mu_S$ , que pode ser chamada de “fator de segurança central” ou pela diferença  $(\mu_R - \mu_S)$  que é a “margem de segurança média”.
- A região de sobreposição também depende do grau de dispersão de  $f_R(r)$  e  $f_S(s)$ , como mostra a figura 3.3. Mantidos os valores das médias e aumentando-se a dispersão de  $f_R(r)$  ou de  $f_S(s)$ , ou de ambas, observa-se que a região de sobreposição aumenta.



**Figura 3.2 – Efeito da posição relativa entre  $f_R(r)$  e  $f_S(s)$  em  $P_f$  (Ang e Tang, 1984).**



**Figura 3.3 – Efeito da dispersão em  $f_R(r)$  e  $f_S(s)$  em  $P_f$  (Ang e Tang, 1984).**

Nas equações 3.1 e 3.2 é assumido que  $R$  e  $S$  são variáveis aleatórias estatisticamente independentes. Em geral, entretanto, estas variáveis podem ser correlacionadas e, para tais casos, a probabilidade de falha pode ser expressa em termos da função densidade de probabilidade conjunta como segue:

$$P_f = \int_0^\infty \left[ \int_0^s f_{R,S}(r,s) dr \right] ds \quad (3.4)$$

Ao passo que a probabilidade de sobrevivência correspondente é:

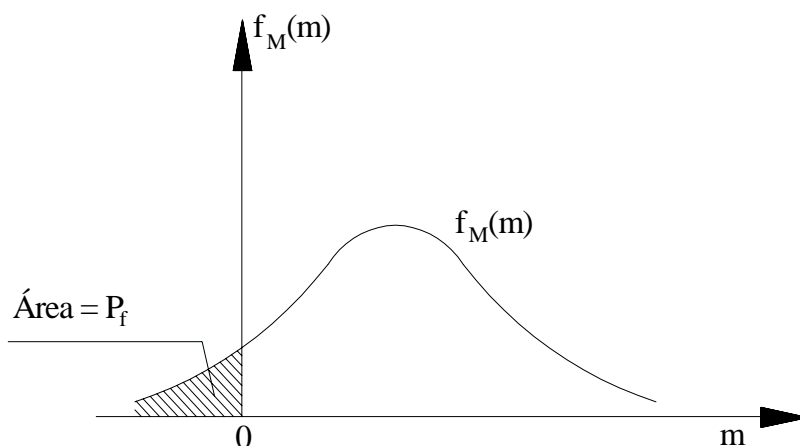
$$P_s = \int_0^\infty \left[ \int_0^r f_{R,S}(r,s) ds \right] dr \quad (3.5)$$

O problema resistência-solicitação anterior pode ser formulado em termos de margem de segurança  $M$ , que é definida como  $M = R - S$ . Como  $R$  e  $S$  são variáveis aleatórias,  $M$  é também uma variável aleatória, com função densidade de probabilidade  $f_M(m)$ . Neste caso, a falha é obviamente o evento ( $M < 0$ ), e assim a probabilidade de falha é (Ang e Tang, 1984):

$$P_f = P(M < 0) = \int_{-\infty}^0 f_M(m) dm = F_M(0) \quad (3.6)$$

Graficamente, isto é representado pela área sob  $f_M(m)$  e  $m$  menor que 0, como mostrado na figura 3.4.





**Figura 3.4 – Função densidade de probabilidade da margem de segurança (Ang e Tang, 1984).**

### 3.2 – Método do Segundo Momento

O cálculo da probabilidade de segurança ou da probabilidade de falha requer que as funções densidade de probabilidade  $f_R(r)$  e  $f_S(s)$  ou que a função densidade de probabilidade conjunta  $f_{R,S}(r,s)$  sejam conhecidas. Na prática, esta informação nem sempre está disponível ou é difícil de ser obtida devido à insuficiência de dados. No entanto, frequentemente as informações disponíveis são suficientes para estimar os primeiro e segundo momentos (média e variância) das variáveis aleatórias (Ang e Tang, 1984).

Com o método do segundo momento, a confiabilidade pode ser medida inteiramente como uma função do primeiro e do segundo momento (média e variância, respectivamente) das variáveis de cálculo, o chamado índice de confiabilidade ( $\beta$ ); isto quando não existe informação sobre as distribuições de probabilidade. Caso as formas apropriadas das distribuições sejam conhecidas, a probabilidade correspondente pode ser avaliada com base nas distribuições normais equivalentes (Ang e Tang, 1984).

Com relação à margem de segurança  $M = X - Y$ , o “estado seguro” de um sistema pode ser definido como  $(M > 0)$ , e o “estado de falha” como  $(M < 0)$ . O

contorno que separa o estado seguro do estado de falha é o estado limite definido pela equação  $M = 0$ .

Introduzindo as variáveis reduzidas:

$$X' = \frac{X - \mu_X}{\sigma_X} \quad (3.7)$$

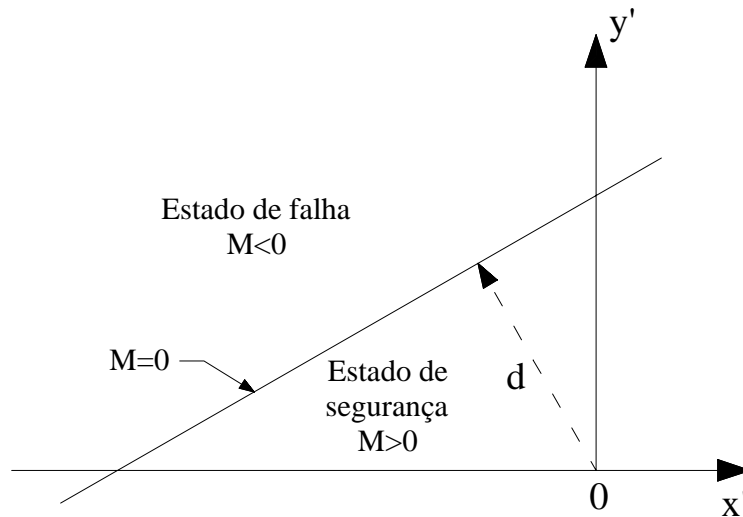
$$Y' = \frac{Y - \mu_Y}{\sigma_Y} \quad (3.8)$$

No espaço destas variáveis reduzidas o estado seguro e o estado de falha podem ser representados como mostrado na figura 3.5. Também, em termos das variáveis reduzidas, o estado limite  $M = 0$ , fica:

$$\sigma_X X' - \sigma_Y Y' + \mu_X - \mu_Y = 0 \quad (3.9)$$

que é uma linha reta como mostrado na figura 3.5. A distância da linha de falha (linear) à origem,  $O$ , é por si própria uma medida do índice de confiabilidade. Esta distância,  $d$ , é dada na geometria analítica como:

$$d = \frac{\mu_X - \mu_Y}{\sqrt{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2}} \quad (3.10)$$



**Figura 3.5 –Espaço das variáveis reduzidas (Ang e Tang, 1984).**

### 3.2.1 – Função Desempenho

Visto que a confiabilidade de um sistema ou componente estrutural pode envolver múltiplas variáveis aleatórias, é feita a seguir uma generalização do procedimento anterior que envolvia apenas duas variáveis aleatórias  $x$  e  $y$ . O desempenho de um sistema, obviamente, vai depender das propriedades deste sistema. A fim de definir o desempenho de uma estrutura, uma “função desempenho” é usada:

$$g(\mathbf{X}) = g(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (3.11)$$

onde  $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)$  é o vetor das variáveis básicas de cálculo e a função  $g(\mathbf{X})$  determina o desempenho do sistema. O desempenho limite pode ser definido como  $g(\mathbf{X}) = 0$ , que é o “estado limite” do sistema (Ang e Tang, 1984).

Segue-se, então que:

$[g(\mathbf{X}) > 0] = \text{“região de segurança”}$

e

$[g(\mathbf{X}) < 0] = \text{“região de falha”}.$

Geometricamente, a equação do estado limite,  $g(\mathbf{X}) = 0$ , é uma superfície  $n$ -dimensional, que pode ser chamada de “superfície de falha”. Em um lado desta superfície está a região de segurança,  $g(\mathbf{X}) > 0$ , enquanto do outro lado, a região de falha,  $g(\mathbf{X}) < 0$  (Ang e Tang, 1984).

### 3.2.2 – Índice de Confiabilidade

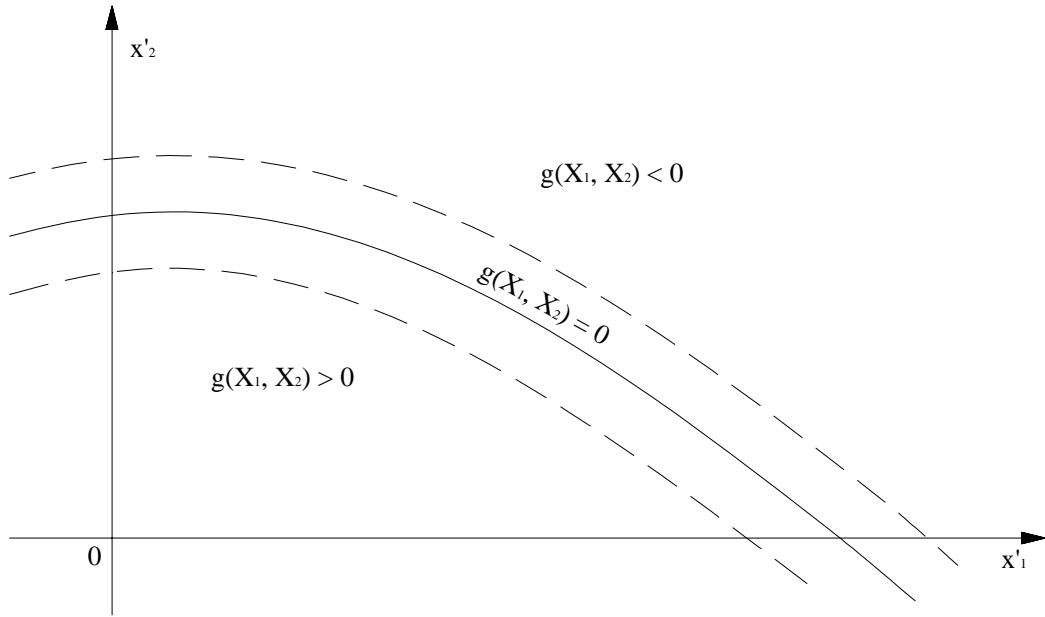
#### Variáveis Não Correlacionadas

Introduzindo-se o conjunto de variáveis reduzidas não correlacionadas:

$$X'_i = \frac{X_i - \mu_{X_i}}{\sigma_{X_i}}; i = 1, 2, \dots, n \quad (3.12)$$

Obviamente, o estado seguro e o estado de falha podem também ser interpretados no espaço reduzido das variáveis acima, separados pela equação estado limite apropriada. No caso de duas variáveis, esta deverá ser como mostrado na figura 3.6. Em termos das variáveis reduzidas,  $X'_i$ , a função do estado limite será:

$$g(\sigma_{X_1} X'_1 + \mu_{X_1}, \dots, \sigma_{X_n} X'_n + \mu_{X_n}) = 0 \quad (3.13)$$



**Figura 3.6 – Região de falha e região de segurança no espaço das variáveis reduzidas (Ang e Tang, 1984).**

Pode-se observar na figura 3.6 que quando a superfície de falha,  $g(\mathbf{X}) = 0$ , se afasta ou se aproxima da origem, a região de segurança,  $g(\mathbf{X}) > 0$ , aumenta ou diminui. Portanto, a posição da superfície de falha em relação à origem das variáveis reduzidas determinará a segurança ou a confiabilidade do sistema. A posição da superfície de falha pode ser representada pela distância mínima da superfície  $g(\mathbf{X}) = 0$  até a origem das variáveis reduzidas (Ang e Tang, 1984). Na verdade, Shinozuka (1983) mostrou que o ponto na superfície de falha com distância mínima até a origem é o ponto mais provável de falha. Assim, esta distância mínima pode ser usada como uma medida de confiabilidade.

A distância de um ponto  $\mathbf{X}' = (X'_1, X'_2, \dots, X'_n)$ , na superfície de falha  $g(\mathbf{X}) = 0$ , até a origem  $\mathbf{X}'$  é,

$$D = \sqrt{X_1'^2 + \dots + X_n'^2} = (\mathbf{X}'^t \mathbf{X}')^{1/2} \quad (3.14)$$

O ponto na superfície de falha,  $(x_1'^*, x_2'^*, \dots, x_n'^*)$ , cuja distância até a origem é mínima, pode ser determinado através da minimização da função  $D$ , obedecendo a condição  $g(\mathbf{X}) = 0$ . Usando-se o método dos multiplicadores de Lagrange ( $\lambda$  é o multiplicador de Lagrange), tem-se:

$$L = D + \lambda g(\mathbf{X}) = (\mathbf{X}'^t \mathbf{X}')^{1/2} + \lambda g(\mathbf{X}) \quad (3.15)$$

Em notação escalar,

$$L = \sqrt{X_1'^2 + X_2'^2 + \dots + X_n'^2} + \lambda g(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (3.16)$$

onde  $X_i = \sigma_{X_i} X_i' + \mu_{X_i}$ .

Derivando a equação 3.16 em relação a  $X_i'$  e ao multiplicador de Lagrange  $\lambda$ , obtém-se um sistema de  $n+1$  equações com  $n+1$  incógnitas

$$\frac{\partial L}{\partial X_i'} = \frac{X_i'}{\sqrt{X_1'^2 + X_2'^2 + \dots + X_n'^2}} + \lambda \frac{\partial g}{\partial X_i'} = 0; \quad i=1, 2, \dots, n \quad (3.17)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = g(X_1, X_2, \dots, X_n) = 0 \quad (3.18)$$

A solução do sistema de equações acima fornece o valor do ponto mais provável de falha  $(x_1'^*, x_2'^*, \dots, x_n'^*)$ .

Introduzindo o vetor gradiente

$$\mathbf{G} = \left( \frac{\partial g}{\partial X_1'}, \frac{\partial g}{\partial X_2'}, \dots, \frac{\partial g}{\partial X_n'} \right) \quad (3.19)$$

$$\text{onde } \frac{\partial g}{\partial X_i'} = \frac{\partial g}{\partial X_i} \frac{\partial X_i}{\partial X_i'} = \sigma_{x_i} \frac{\partial g}{\partial X_i}$$

Escrevendo o sistema de equações, equação 3.17 em notação matricial e substituindo a equação 3.14, obtém-se:

$$\mathbf{X}' = -\lambda \mathbf{D} \mathbf{G} \quad (3.20)$$

Substituindo a equação 3.20 na equação 3.14, tem-se que:

$$\lambda = (\mathbf{G}^t \mathbf{G})^{-1/2}$$

E usando este último resultado na equação 3.20, resulta:

$$\mathbf{X}' = \frac{-\mathbf{G} \mathbf{D}}{(\mathbf{G}^t \mathbf{G})^{1/2}} \quad (3.21)$$

Pré-multiplicando a equação 3.21 por  $\mathbf{G}^t$ ,

$$\mathbf{D} = \frac{-\mathbf{G}^t \mathbf{X}'}{(\mathbf{G}^t \mathbf{G})^{1/2}} \quad (3.22)$$

Substituindo a equação 3.21 no sistema equação 3.17, obtém-se uma única equação com incógnita  $\mathbf{D}$ , a solução desta equação é a distância mínima  $d_{\min} = \beta$ , então

$$\beta = \frac{-\mathbf{G}^{*'} \mathbf{X}^{**}}{(\mathbf{G}^{*'} \mathbf{G}^*)^{1/2}} \quad (3.23)$$

onde  $\mathbf{G}^*$  é o vetor gradiente no ponto mais provável de falha  $(x_1^{**}, x_2^{**}, \dots, x_n^{**})$ . Então o ponto mais provável de falha é

$$\mathbf{X}^{**} = \frac{-\mathbf{G}^* \beta}{(\mathbf{G}^{*'} \mathbf{G}^*)^{1/2}} \quad (3.24)$$

Em sua forma escalar, os componentes de  $\mathbf{X}^{**}$  são

$$x_i^{**} = -\alpha_i^* \beta ; i = 1, 2, \dots, n \quad (3.25)$$

Onde

$$\alpha_i^* = \frac{\left( \frac{\partial g}{\partial X_i^*} \right)}{\sqrt{\sum_i \left( \frac{\partial g}{\partial X_i^*} \right)^2}} \quad (3.26)$$

São os cossenos diretores ao longo dos eixos  $x_i^*$ .

Conhecidos os valores de  $\beta$ , a probabilidade de falha pode ser calculada através da seguinte relação:

$$P_f = \Phi(-\beta) \quad (3.27)$$

onde  $\Phi(\cdot)$  é a função de distribuição acumulada da variável normal padrão.



### Algoritmo Numérico

Para “funções desempenho” não lineares, a avaliação exata da probabilidade de falha geralmente será complexa (Ang e Tang, 1984). Nestes casos, o seguinte algoritmo pode ser usado (Rackwitz e Fiessler, 1978):

(1) Assume-se  $x_i^*$  e obtém-se:

$$x_i^* = \frac{x_i^* - \mu_{X_i}}{\sigma_{X_i}}$$

(2) Calcula-se  $(\partial g / \partial X_i)_*$  e  $\alpha_i^*$ .

(3) Obtém-se  $x_i^* = \mu_{X_i} - \alpha_i^* \beta \sigma_{X_i}$ .

(4) Substitui-se  $x_i^*$  acima em  $g(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*) = 0$  e calcula-se  $\beta$ .

(5) Usando-se  $\beta$  obtido no passo (4), recalcula-se  $x_i^* = -\alpha_i \beta$ .

(6) Repetem-se os passos de (2) a (5) até que a convergência seja alcançada.

### Interpretação de Primeira Ordem

Os resultados obtidos acima, nas equações 3.23 e 3.24, podem ser interpretados baseados em aproximações de primeira ordem para função  $g(\mathbf{X})$ , como se segue.

Expandindo a função  $g(\mathbf{X})$  em série de Taylor no ponto  $\mathbf{x}^*$ , que está na superfície de falha  $g(\mathbf{x}^*) = 0$ , ou seja:

$$\begin{aligned} g(X_1, X_2, \dots, X_n) = & g(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*) + \sum_{i=1}^n (X_i - x_i^*) \left( \frac{\partial g}{\partial X_i} \right)_* + \\ & + \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n (X_i - x_i^*) (X_j - x_j^*) \left( \frac{\partial^2 g}{\partial X_i \partial X_j} \right)_* + \dots \end{aligned} \quad (3.28)$$

onde as derivadas são calculadas em  $(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$ . Como  $g(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*) = 0$  na superfície de falha, portanto,

$$\begin{aligned}
g(X_1, X_2, \dots, X_n) = & \sum_{i=1}^n (X_i - x_i^*) \left( \frac{\partial g}{\partial X_i} \right)_* + \\
& + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n (X_i - x_i^*) (X_j - x_j^*) \left( \frac{\partial^2 g}{\partial X_i \partial X_j} \right)_* + \dots
\end{aligned} \tag{3.29}$$

Lembrando que

$$X_i - x_i^* = (\sigma_{X_i} X_i' + \mu_{X_i}) - (\sigma_{X_i} x_i^{*'} + \mu_{X_i}) = \sigma_{X_i} (X_i' - x_i^{*'})$$

e

$$\frac{\partial g}{\partial X_i} = \frac{\partial g}{\partial X_i'} \left( \frac{dX_i'}{dX_i} \right) = \frac{1}{\sigma_{X_i}} \left( \frac{\partial g}{\partial X_i'} \right)$$

Portanto,

$$g(X_1, X_2, \dots, X_n) = \sum_{i=1}^n (X_i' - x_i^{*'}) \left( \frac{\partial g}{\partial X_i'} \right)_* + \dots \tag{3.30}$$

Em uma aproximação de primeira ordem, isto é, truncando a série acima no termo de primeira ordem, o valor médio da função  $g(\mathbf{X})$  é

$$\mu_g \cong - \sum_{i=1}^n x_i^{*'} \left( \frac{\partial g}{\partial X_i'} \right)_* \tag{3.31}$$

enquanto a variância aproximada correspondente em primeira ordem (para variáveis não correlacionadas) é

$$\sigma_g^2 \cong \sum_{i=1}^n \sigma_{X_i'}^2 \left( \frac{\partial g}{\partial X_i'} \right)^2 = \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial g}{\partial X_i'} \right)^2 \quad (3.32)$$

Das equações 3.31 e 3.32, tem-se a razão:

$$\frac{\mu_g}{\sigma_g} = \frac{- \sum_{i=1}^n x_i' \left( \frac{\partial g}{\partial X_i'} \right)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial g}{\partial X_i'} \right)^2}} \quad (3.33)$$

Comparando a equação 3.33 com as equações 3.23 e 3.26, nota-se que a razão acima é a mesma obtida através das equações 3.23 e 3.26. Assim  $\mu_g/\sigma_g$  é também a distância do plano tangente à superfície de falha em  $x^*$  até a origem das variáveis reduzidas. Portanto, o índice de confiabilidade é também igual a:

$$\beta = \mu_g / \sigma_g \quad (3.34)$$

Deve-se enfatizar que a aproximação de primeira ordem de  $\mu_g$  e  $\sigma_g$  obtida acima deve ser calculada em um ponto na superfície de falha  $g(\mathbf{X}) = 0$ . Em estudos anteriores, as aproximações de primeira ordem eram calculadas com os valores médios  $(\mu_{x_1}, \mu_{x_2}, \dots, \mu_{x_n})$ , o que implicava em erros significativos para funções desempenho não-lineares. Por este motivo, a razão correspondente  $\mu_g/\sigma_g$  calculada com valores médios pode não ser a distância da superfície de falha não-linear até a origem das variáveis reduzidas (Ang e Tang, 1984).

Além disso, aproximações de primeira ordem calculadas utilizando os valores médios das variáveis básicas, fazem surgir o problema da invariância para estados limites equivalentes, isto é, o resultado dependerá de como o evento estado limite foi definido. Por exemplo, para eventos de estado limite equivalentes  $(R - S < 0)$  e

( $R/S < 1$ ), o cálculo com a média resultará em índices de confiabilidade diferentes. Tal problema de invariância é contornado se as aproximações de primeira ordem são calculadas em um ponto na superfície de falha (Ang e Tang, 1984).

### **Distribuições Normais Equivalentes**

Se a distribuição de probabilidade das variáveis aleatórias  $X_1, X_2, \dots, X_n$  não são normais, a probabilidade  $P_f$  ou  $P_s$  pode ser calculada usando-se distribuições normais equivalentes. Com a distribuição normal equivalente, o cálculo de  $P_f$  segue o mesmo procedimento usado para as variáveis normais (Ang e Tang, 1984).

Para uma única variável, os parâmetros da distribuição normal equivalente de uma variável não normal podem ser obtidos uma vez que, a probabilidade acumulada bem como a ordenada densidade de probabilidade da distribuição normal equivalente sejam iguais àquelas da distribuição não normal correspondente no ponto apropriado,  $X_i^*$ , na superfície de falha.

Igualando as probabilidades acumuladas como descrito anteriormente no ponto de falha  $x_i^*$ , tem-se:

$$\Phi\left(\frac{x_i^* - \mu_{X_i}^N}{\sigma_{X_i}^N}\right) = F_{X_i}(x_i^*) \quad (3.35)$$

Onde:

$\mu_{X_i}^N, \sigma_{X_i}^N$  = valor médio e desvio padrão, respectivamente, da distribuição normal equivalente para  $X_i$ ,

$F_{X_i}(x_i^*)$  = função de distribuição acumulada original de  $X_i$  calculada em  $x_i^*$ ,

$\Phi(-)$  = função de distribuição acumulada da distribuição normal padrão.

A igualdade acima então resulta:

$$\mu_{X_i}^N = x_i^* - \sigma_{X_i}^N \Phi^{-1}[F_{X_i}(x_i^*)] \quad (3.36)$$

ao passo que igualando as ordenadas de densidade de probabilidade correspondentes em  $X_i^*$  significa:

$$\frac{1}{\sigma_{X_i}^N} \phi\left(\frac{x_i^* - \mu_{X_i}^N}{\sigma_{X_i}^N}\right) = f_{X_i}(x_i^*) \quad (3.37)$$

onde  $\phi(-)$  = função de distribuição de probabilidade da distribuição normal padrão. Daí resulta:

$$\sigma_{X_i}^N = \frac{\phi\{\Phi^{-1}[F_{X_i}(x_i^*)]\}}{f_{X_i}(x_i^*)} \quad (3.38)$$

### **Variáveis Correlacionadas**

O procedimento descrito anteriormente para o cálculo da probabilidade de segurança ou de falha é baseado na suposição de que as variáveis aleatórias  $X_1, X_2, \dots, X_n$  não são correlacionadas. Para variáveis aleatórias correlacionadas, as variáveis originais podem ser transformadas em um conjunto de variáveis não correlacionadas. O procedimento descrito anteriormente, equação 3.23, pode então ser aplicado ao conjunto de variáveis transformadas não correlacionadas (Ang e Tang, 1984).

A transformação requerida é necessariamente dependente das covariâncias ou matriz covariância das variáveis originais.

## **3.3 – Simulação de Monte Carlo**

### **3.3.1 – Introdução**

Simulação é o processo de reprodução do mundo real baseado num conjunto de hipóteses e modelos concebidos da realidade. Isto pode ser feito teórica ou experimentalmente. Na prática, a simulação teórica é geralmente executada numericamente, tendo se tornado uma ferramenta muito mais prática desde o advento dos computadores. Assim como os métodos experimentais, a simulação numérica pode ser usada para obter (simular) dados, tanto em vez de, quanto em acréscimo a dados reais. Em resumo, a simulação teórica é um método de “experimentação numérica ou computacional” (Ang e Tang, 1984).

Para os propósitos da engenharia, a simulação pode ser aplicada para predizer ou estudar o desempenho e/ou a resposta de um sistema. Com uma série de valores de parâmetros do sistema conhecidos, o processo de simulação pode produzir uma medida de performance ou resposta. Através de repetidas simulações, a sensibilidade da performance do sistema para variação dos seus parâmetros pode ser avaliada. Através deste procedimento, a simulação pode ser usada para avaliar alternativas de projeto ou determinar o projeto ótimo (Ang e Tang, 1984).

A simulação de Monte Carlo é utilizada em problemas que envolvam variáveis aleatórias com distribuições de probabilidade conhecidas (ou assumidas). Esta compreende um processo repetido, usando em cada simulação uma amostra de valores das variáveis aleatórias geradas de acordo com as distribuições de probabilidade correspondentes. Através do processo de repetição, uma amostra de soluções, cada qual correspondendo a um conjunto de valores das variáveis aleatórias, é obtida. Uma amostra obtida a partir de uma simulação de Monte Carlo é similar a uma amostra de observações experimentais. Por esta razão, os resultados das simulações de Monte Carlo podem ser tratados estatisticamente; tais resultados podem também ser apresentados na forma de histogramas, e métodos de estimativa e inferência estatísticas são aplicáveis. Por estas razões, a simulação de Monte Carlo é também uma técnica de amostragem; ou seja, os resultados estão também sujeitos a erros de amostragem. Geralmente, por este

motivo, as soluções de Monte Carlo a partir de modelos finitos não são “exatas” (a menos que o tamanho do modelo seja infinitamente grande) (Ang e Tang, 1984).

Uma das etapas em uma simulação de Monte Carlo é a geração de números aleatórios a partir de distribuições de probabilidade prescritas; para um conjunto de números aleatórios gerados, o processo de simulação é determinístico (Ang e Tang, 1984).

Na teoria, os métodos de simulação podem ser aplicados para sistemas grandes e complexos; freqüentemente as idealizações e/ou simplificações necessárias nos modelos analíticos podem ser relaxadas, resultando em modelos de simulação mais realísticos. Contudo, na prática, as simulações de Monte Carlo podem ser limitadas por economia e capacidade do computador. Além disso, soluções obtidas de simulações (particularmente simulações de Monte Carlo) não podem ser utilizadas para generalização ou extrapolação. Por isso, como uma regra geral, os métodos de Monte Carlo devem ser usados somente como uma última alternativa, isto é, quando e se os métodos de solução analítica não forem utilizáveis ou forem ineficazes. As soluções de Monte Carlo, contudo, são freqüentemente o único meio de verificação ou validação de métodos de soluções analíticas aproximadas (Ang e Tang, 1984).

### **3.3.2 – Formulação**

O método conceitualmente mais simples para avaliação da probabilidade de falha é o método de simulação de Monte Carlo. Este método envolve a geração aleatória de eventos (amostras) para simular artificialmente um experimento através de um grande número de realizações ou simulações.

O método consiste na geração de números aleatórios, com distribuição uniforme, nos limites de  $[0,1]$  e na utilização da forma inversa da função de distribuição acumulada da variável de projeto. Assim, no processo de simulação, há a geração de diversas amostras aleatórias das variáveis envolvidas no experimento e a correspondente avaliação da função de estado limite.

A probabilidade de falha pode ser obtida por:

$$P_f = \int_{D_f} f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (3.39)$$

onde  $f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x})$  é a função conjunta de densidade de probabilidade e  $D_f$  é o domínio da região de falha. É possível aplicar o Método de Monte Carlo nesta equação através da definição de uma função indicadora  $I(\mathbf{x})$  como:

$$I(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1, & g(\mathbf{X}) \leq 0 \\ 0, & g(\mathbf{X}) > 0 \end{cases} \quad (3.40)$$

sendo  $g(\mathbf{X})$  uma função do estado limite que separa o espaço amostral em duas regiões: uma de segurança ( $D_s$ ) e outra de falha ( $D_f$ ). Se  $g(\mathbf{X}) > 0$ , isto corresponde a um ponto da região de segurança, e se  $g(\mathbf{X}) \leq 0$ , isto corresponde a um ponto da região de falha.

Conseqüentemente

$$P_f = \int_{\text{todo } \mathbf{X}} I(\mathbf{x}) f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} = E\{I(\mathbf{x})\} \quad (3.41)$$

Onde  $E\{\cdot\}$  é o operador do valor esperado.

O método convencional de Monte Carlo fornece um estimador  $\hat{P}_f$  a partir de  $n_{si}$  simulações do vetor de parâmetros de projeto, com os quais se obtém resultados da função indicadora,  $I_i = I(\mathbf{x}_i)$ . Para cada uma destas amostras a função  $g(\mathbf{X})$  é avaliada e se  $g(\mathbf{X}) \leq 0$ , uma falha é contada. Logo, uma aproximação para a probabilidade de falha é dada pelo número total de falhas dividido pelo número total de simulações, através da equação 3.42:



$$\hat{P}_f = \frac{1}{n_{si}} \sum_{i=1}^{n_{si}} I_i \quad (3.42)$$

sendo  $n_{si}$  = número de simulações.

De maneira semelhante, o coeficiente de variação de  $P_f$  pode ser estimado através de:

$$\delta_{P_f} = \frac{1}{n_{si} \hat{P}_f} \sqrt{n_{si} (\hat{P}_f^2 - \hat{P}_f^2)} \quad (3.43)$$

Assim, de forma geral, a simulação de Monte Carlo consiste em:

1. Gerar  $n_{si}$  amostras das variáveis aleatórias a partir da função conjunta de densidade de probabilidade.
2. Verificar a ocorrência de falha ou não para cada amostra, através de  $I(\mathbf{x})$ .
3. Estimar a probabilidade de falha através da equação 3.42.
4. Verificar o erro estatístico de  $P_f$  através da equação 3.43.

## Capítulo 4

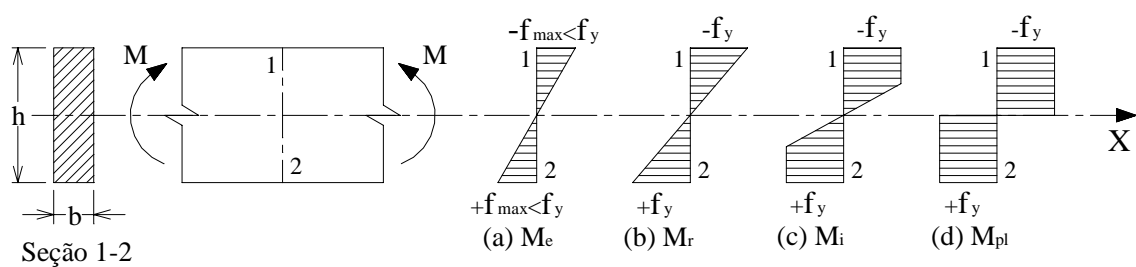
# Flexão de Vigas Metálicas Segundo a NBR 8800

### 4.1 – Estados Limites na Flexão

Sendo válidas as hipóteses da resistência dos materiais, as barras sujeitas à flexão simples têm distribuição linear de tensões normais, que variam de um máximo de tração, em uma das faces da viga, a um máximo de compressão na face oposta.

Seja  $M_e$  um valor de momento fletor que causa nas faces da viga esta distribuição de tensão com  $f_{\max} < f_y$ , sendo  $f_y$  a tensão de escoamento do material, ver figura 4.1(a). Se este momento é aumentado, as tensões máximas atingem, num determinado instante, o valor  $f_y$  da tensão de escoamento. O valor deste momento, que marca o início do escoamento, é representado por  $M_r$ , ver figura 4.1(b).

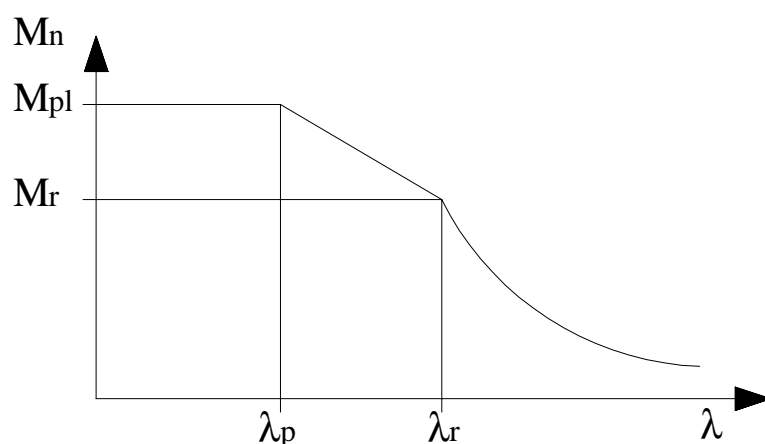
Se o momento continuar sendo aumentado, atinge um certo valor  $M_i$  que provoca, na seção transversal, o diagrama de tensões indicado na figura 4.1(c), que se caracteriza pelo escoamento (ou plastificação) de parte da seção. Continuando aumentando o valor do momento, será atingida a plastificação total da seção, figura 4.1(d). O valor do momento correspondente a esta situação é o momento de plastificação da seção,  $M_{pl}$ .



**Figura 4.1 – Distribuição das tensões normais nas barras à flexão simples (Andrade, P. B., 1994).**

A resistência à flexão simples  $M_n$  é definida por vários estados limites, cada um deles, em função de um parâmetro de esbeltez  $\lambda$ . A variação de resistência, ilustrada na figura 4.1, pode ser genericamente resumida por meio do gráfico da figura 4.2, válido para vigas não esbeltas, no qual:

- O trecho  $\lambda > \lambda_r$  (onde  $M_n < M_r$ ) corresponde aos valores de  $M$  que causam tensões máximas inferiores ao escoamento. Define o trecho da curva em que ocorre flambagem elástica.
- O ponto  $\lambda = \lambda_r$  (onde  $M_n = M_r$ ) corresponde ao início do escoamento.
- O trecho  $\lambda_p < \lambda < \lambda_r$  (onde  $M_r < M_n < M_{pl}$ ) corresponde aos valores de  $M$  equivalentes à plastificação parcial da seção. Define o trecho da curva em que ocorre flambagem inelástica.
- Finalmente, o trecho  $\lambda < \lambda_p$  (onde  $M_n = M_{pl}$ ) corresponde aos valores de  $M$  equivalentes à plastificação total da seção.



**Figura 4.2 – Variação de  $M_n$  com relação a  $\lambda$  (Andrade, P. B., 1994).**

Para perfis de seção I com dois eixos de simetria no plano médio da alma, fletidos em torno do eixo de maior inércia, que foram avaliados neste trabalho, foram verificados os três estados limites seguintes:

- 1) Flambagem Local da Alma (FLA) – causada pelas tensões normais, provocadas pelo momento fletor na alma dos perfis.
- 2) Flambagem Local da Mesa (FLM) – causada pelas tensões normais de compressão (praticamente constantes), provocadas pelo momento fletor na mesa comprimida.
- 3) Flambagem Lateral por Torção (FLT) – causada por flexão lateral (normal ao plano de carregamento) e por torção, provocando deslocamentos perpendiculares ao plano do carregamento e rotação da seção transversal.

O dimensionamento de vigas metálicas se baseia em critérios que visam impedir que estados limites de ruína e de serviço sejam atingidos na vida útil da estrutura. Mesmo as normas baseadas em tensões admissíveis tinham estes estados limites implícitos em suas verificações.

Os estados limites últimos de vigas são classificados nas normas de projeto de estruturas de aço pelo tipo de esforço que os causam. Assim, a verificação de uma viga deve atender aos critérios que envolvam a flexão, o cisalhamento e a flexão e cisalhamento combinados.

Neste trabalho, foi feita uma análise da variabilidade da confiabilidade para um mesmo estado limite. Escolheu-se para este estudo o estado limite último de flexão, pois este sendo bastante abrangente em termos de funções para a determinação da

resistência, facilita qualquer analogia dos resultados para outros estados limites menos complexos, tal como o estado limite de tração.

## 4.2 – Cálculo do Momento Resistente Segundo a NBR 8800

Neste trabalho serão tratadas apenas as vigas não-esbeltas. Denominam-se vigas não-esbeltas àquelas em que,

$$\frac{h}{t_w} \leq 5,6 \sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad (4.1)$$

sendo sua resistência de cálculo ao momento fletor dado por

$$\frac{M_n}{\gamma} \quad (4.2)$$

onde  $\gamma$  é o coeficiente de ponderação da resistência para flexão, igual a 1,10.

O momento resistente, segundo o anexo D da NBR 8800 (1986), é determinado em função do tipo de instabilidade que causará a falha do elemento, a saber, FLT (Flambagem Lateral por Torção), FLM (Flambagem Local da Mesa) e FLA (Flambagem Local da Alma).

Para o cálculo do momento resistente, pode-se separar em 9 regiões de falhas (ou modos de falha (MF)). Para cada um dos estados limites tem-se:

Para FLT:

MF1–Flambagem plástica  $(\lambda_{(T)} \leq \lambda_{p(T)})$ :  $M_n = M_{pl}$

MF2–Flambagem inelástica  $\lambda_{p(T)} < \lambda_{(T)} \leq \lambda_{r(T)}$ :  $M_n = M_{pl} - (M_{pl} - M_{r(T)}) \frac{\lambda_{(T)} - \lambda_{p(T)}}{\lambda_{r(T)} - \lambda_{p(T)}}$

MF3–Flambagem elástica  $\lambda_{(T)} > \lambda_{r(T)}$ :  $M_n = M_{cr(T)} = M_{el(T)}$

Para FLA:

MF4–Flambagem plástica  $(\lambda_{(A)} \leq \lambda_{p(A)})$ :  $M_n = M_{pl}$

MF5–Flambagem inelástica  $\lambda_{p(A)} < \lambda_{(A)} \leq \lambda_{r(A)}$ :  $M_n = M_{pl} - (M_{pl} - M_{r(A)}) \frac{\lambda_{(A)} - \lambda_{p(A)}}{\lambda_{r(A)} - \lambda_{p(A)}}$

MF6–Flambagem elástica  $\lambda_{(A)} > \lambda_{r(A)}$ :  $M_n = M_{cr(A)} = M_{el(A)}$

Para FLM:

MF7–Flambagem plástica  $(\lambda_{(M)} \leq \lambda_{p(M)})$ :  $M_n = M_{pl}$

MF8–Flambagem inelástica  $\lambda_{p(M)} < \lambda_{(M)} \leq \lambda_{r(M)}$ :  $M_n = M_{pl} - (M_{pl} - M_{r(M)}) \frac{\lambda_{(M)} - \lambda_{p(M)}}{\lambda_{r(M)} - \lambda_{p(M)}}$

MF9–Flambagem elástica  $\lambda_{(M)} > \lambda_{r(M)}$ :  $M_n = M_{cr(M)} = M_{el(M)}$

onde  $\lambda(\cdot)$ ,  $\lambda_p(\cdot)$ ,  $\lambda_r(\cdot)$  são parâmetros de esbeltez definidos pela NBR 8800 (ver tabela 4.1) como função do estado limite;  $M_{pl}$  é o momento de plastificação;  $M_r(\cdot)$  e  $M_{cr}(\cdot)$  são momentos definidos pela NBR 8800 (ver tabela 4.1) como função do estado limite. Os subscritos (T), (A) e (M) indicam grandezas associadas à FLT, FLA e FLM, respectivamente.

Os modos de falha 6 e 9 são pertinentes a vigas esbeltas, e o modo de falha 5 não se aplica.

Note que para uma dada viga, isto é, definidos o perfil e o espaçamento da contenção lateral, apenas um modo de falha poderá ocorrer para cada estado limite. Por exemplo, se FLT ocorrer, a flambagem será plástica ou inelástica ou elástica. O valor do

momento resistente é então o menor dos três valores calculados para FLT, FLA e FLM, porém limitado a equação 4.3.

$$M_n \leq 1,25W_x f_y \quad (4.3)$$

onde:

$$M_{pl} = f_y Z_x \text{ (Momento de plastificação total da seção)}$$

$\lambda$  = parâmetro de esbeltez definido para cada caso,

$Z_x$  = Módulo plástico de resistência em relação ao eixo (x) da seção,

$W_x$  = Módulo elástico de resistência em relação ao eixo (x) da seção.

Para perfis de seção I com dois eixos de simetria no plano médio da alma, fletidos em torno do eixo de maior inércia, tem-se as definições indicadas na tabela 4.1.

**Tabela 4.1 – Parâmetros  $M_r(\cdot)$ ,  $M_{cr}(\cdot)$ ,  $\lambda(\cdot)$ ,  $\lambda_p(\cdot)$ ,  $\lambda_r(\cdot)$  para FLT, FLM, FLA (NBR 8800, 1986, Anexo D)**

Estados limites aplicáveis	$M_r$	$M_{cr}$	Parâmetro de esbeltez ( $\lambda$ )	$\lambda_p$	$\lambda_r$
FLT	$(f_y - f_r)W$	$\frac{C_b \beta_1}{\lambda} \sqrt{1 + \frac{\beta_2}{\lambda^2}}$	$\frac{L_b}{r_y}$	$1,75 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$	Nota (a)
FLM	$(f_y - f_r)W$	$\frac{0,67E}{\lambda^2} W$	$\frac{b_f}{2t_f}$	$0,38 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$	$0,82 \sqrt{\frac{EW}{M_r}}$
FLA	$f_y W$	—	$\frac{h}{t_w}$	$3,50 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$	$5,6 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$

Nota (a):

$$\lambda_r = \frac{0,707 C_b \beta_1}{M_r} \sqrt{1 + \sqrt{1 + \frac{4 \beta_2}{C_b^2 \beta_1^2} M_r^2}} \quad (4.4)$$

onde,

$$\beta_1 = \pi \sqrt{GE} \sqrt{I_T A_g} \quad (4.5)$$

$$\beta_2 = 6,415 \frac{A_g (d - t_f)^2}{I_T} \quad (4.6)$$

sendo:

$C_b$  = coeficiente de majoração do  $M_{cr}$  definido no item 5.4.5.3 da NBR 8800,

$L_b$  = distância entre contenção lateral.

### **4.3 – Cálculo do Momento Resistente Segundo o Projeto de Revisão da NBR 8800**

O momento resistente, segundo o anexo D do texto base de revisão da NBR 8800 (2003), é igualmente determinado em função do tipo de instabilidade que causará a falha do elemento.

Para os tipos de seção e eixos de flexão indicados na tabela 4.2, para o estado limite FLT, o momento fletor resistente característico é dado por:



- a)  $M_n = M_{pl}$ , para  $\lambda \leq \lambda_p$
- b)  $M_n = C_b \left[ M_{pl} - (M_{pl} - M_r) \frac{\lambda - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p} \right] \leq M_{pl}$ , para  $\lambda_p < \lambda \leq \lambda_r$
- c)  $M_n = M_{cr}$ , para  $\lambda > \lambda_r$

Para os tipos de seção e eixos de flexão indicados na tabela 4.2, para os estados limites FLM e FLA, o momento fletor resistente característico é dado por:

- a)  $M_n = M_{pl}$ , para  $\lambda \leq \lambda_p$
- b)  $M_n = M_{pl} - (M_{pl} - M_r) \frac{\lambda - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p}$ , para  $\lambda_p < \lambda \leq \lambda_r$
- c)  $M_n = M_{cr}$ , para  $\lambda > \lambda_r$  (não aplicável à FLA)

Novamente, em qualquer dos 3 casos acima a resistência nominal  $M_n$  é limitada pela equação 4.7.

$$M_n \leq 1,5W_x f_y \quad (4.7)$$

Para perfis de seção I com dois eixos de simetria no plano médio da alma, fletidos em torno do eixo de maior inércia, o texto base de revisão da NBR 8800 adota as definições indicadas na tabela 4.2.

**Tabela 4.2 – Parâmetros  $M_r(\cdot)$ ,  $M_{cr}(\cdot)$ ,  $\lambda(\cdot)$ ,  $\lambda_p(\cdot)$ ,  $\lambda_r(\cdot)$  para FLT, FLM, FLA**  
**(projeto de revisão da NBR 8800, 2003, Anexo D)**

Estados limites aplicáveis	$M_r$	$M_{cr}$	Parâmetro de esbeltez ( $\lambda$ )	$\lambda_p$	$\lambda_r$
FLT	$(f_y - f_r)W$	$\frac{C_b \beta_1}{\lambda} \sqrt{1 + \frac{\beta_2}{\lambda^2}}$	$\frac{L_b}{r_y}$	$1,76 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$	Nota (a)
FLM	$(f_y - f_r)W$	$\frac{0,69E}{\lambda^2} W$	$\frac{b_f}{2t_f}$	$0,38 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$	$0,83 \sqrt{\frac{E}{(f_y - f_r)}}$
FLA	$f_y W$	—	$\frac{h}{t_w}$	$3,76 \frac{h}{h_p} \sqrt{\frac{E}{f_y}}$	$5,70 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$

Nota (a):

$$\lambda_r = \frac{0,707 \beta_1}{M_r} \sqrt{1 + \sqrt{1 + \frac{4 \beta_2}{\beta_1^2} M_r^2}} \quad (4.8)$$

onde,

$$\beta_1 = \pi \sqrt{GE} \sqrt{I_T A_g} \quad (4.9)$$

$$\beta_2 = \frac{EC_w}{GI_T} \left( \frac{\Pi}{r_y} \right)^2 \quad (4.10)$$

com

$$C_w = \frac{I_y (d - t_f)^2}{4}, \text{ para seções I} \quad (4.11)$$

sendo:

$C_w$  = constante de empenamento da seção transversal,

$C_b$  = fator de modificação para diagrama de momento fletor não uniforme definido no item 5.4.2.5 e 5.4.2.6 do texto base de revisão da NBR 8800,

$L_b$  = distância entre contenção lateral.

## 4.4 – Cálculo das Ações

Serão apresentadas neste item as combinações de ações adotadas pela NBR 8800. Para os Estados Limites Últimos deve-se ter a solicitação de cálculo  $S_d$  menor ou igual à resistência de cálculo  $R_d$ , isto é:

$$S_d \leq R_d \quad (4.12)$$

A solicitação  $S_d$  é definida por uma combinação de carregamentos na qual os esforços nominais  $A_i$  são majorados:

$$S_d = \sum_{i=1}^n \gamma_i \psi_i A_i \quad (4.13)$$

onde  $\gamma_i \geq 1$  e  $\psi_i \leq 1$

A resistência  $R_d$  é definida por um percentual da resistência nominal:

$$R_d = \phi R_n \quad (4.14)$$

onde  $\phi \leq 1$

#### 4.4.1 – Combinações de Ações para os Estados Limites Últimos

A NBR 8800 considera três tipos de combinações de ações para os estados limites últimos,

- Combinações Normais: com os carregamentos possíveis durante a vida útil da estrutura;
- Combinações Construtivas: com os carregamentos possíveis durante a construção ou montagem da estrutura;
- Combinações Excepcionais: com os carregamentos devidos a acidentes;

com as seguintes expressões para sua fixação:

a) Combinações normais e combinações aplicáveis a etapas construtivas:

As ações permanentes devem figurar em todas as combinações. As ações variáveis devem figurar com um valor sendo o principal, e as demais como secundárias, estando sujeitas a fatores de combinações reduzidos:

$$\sum (\gamma_g G) + \gamma_{q1} Q_1 + \sum_{i=2}^n (\gamma_{qi} \psi_i Q_i) \quad (4.15)$$

onde

$G$  = ação permanente

$\gamma_g$  = coeficiente de majoração das ações permanentes

$Q_1$  = ação variável principal

$\gamma_{q1}$  = coeficiente de majoração da ação variável principal

$Q_i$  = demais ações variáveis

$\gamma_{qi}$  = coeficientes de majoração da demais ações variáveis

$\psi_i$  = fatores de combinação

b) Combinações excepcionais:

A ação excepcional deve ser considerada com seu valor representativo e as demais de valores com grande probabilidade de atuação simultânea.

$$\sum (\gamma_g G) + E + \sum_{i=1}^n (\gamma_{qi} \psi_i Q_i) \quad (4.16)$$

Neste caso, a ação excepcional  $E$  é a ação variável principal, que não é majorada; todas demais ações variáveis são consideradas secundárias.

#### 4.4.2 – Combinações de Ações para os Estados Limites de Utilização

Os coeficientes de ponderações devem ser tomados iguais a 1,0.

As seguintes combinações de ações são usadas com frequência:

- A estrutura deve ser projetada para a combinação mais crítica;
- Ações de direções diferentes não podem ser combinadas diretamente. Necessita-se determinar os esforços e posteriormente combinar aqueles de mesma natureza;
- Nas expressões das combinações, as cargas  $G_i$  e  $Q_j$  são cargas no sentido geral, isto é, podem ser também esforços internos de flexão, cisalhamento, axial e momentos de torção;
- De acordo com a NBR 8800, quando esforços de mesma natureza (normais, cortantes e momentos de flexão ou de torção) provocados pelo peso próprio, sobrecarga e vento possuírem mesmos sentidos, usa-se valores de coeficientes de ações favoráveis à segurança.

## Capítulo 5

# Avaliação da Confiabilidade de Vigas Metálicas Projetadas Segundo a NBR 8800

### 5.1 – Introdução

Neste capítulo é avaliada a confiabilidade das vigas metálicas não-esbeltas, projetadas segundo a NBR 8800 (1986) e o projeto de revisão da NBR 8800 (2003) para perfis de seção I com dois eixos de simetria. Os perfis que foram analisados são produzidos pela empresa Açominas.

Os perfis são analisados para diversos comprimentos  $L_b$  de modo a abranger todos os modos de falha indicados no estado limite de flexão. Neste trabalho foi adotado o valor  $C_b = 1,0$ . O critério adotado para a escolha dos valores de  $L_b$ , foi o mesmo de Santos (2000), que consiste em utilizar para cada perfil os valores característicos das variáveis, determinando-se o valor de  $\lambda_r$ , dado pela flambagem lateral por torção, e o raio de giração  $r_y$ . O intervalo de comprimento de análise foi adotado como  $[L_{b(initial)} : L_{b(final)}]$ , com incremento de  $L_{b(increm.)}$ , onde:

$$L_{b(initial)} = L_{b(increm.)} \quad (5.1)$$

$$L_{b(increm.)} = \frac{L_{b(final)}}{30} \quad (5.2)$$

$$L_{b(final)} = 1,5\lambda_r r_y \quad (5.3)$$

Tal critério foi adotado visando manter uma uniformidade lógica na escolha dos comprimentos de análise. O comprimento final analisado foi incrementado em 50% a fim de melhor representar graficamente as curvas. Adotou-se nesse trabalho o número de intervalos de  $L_b$  igual a 30, que mostrou-se suficiente para uma boa visualização da dependência  $\beta(\lambda)$ . Os gráficos são traçados em função do índice de esbeltez  $\lambda$ .

## 5.2 – Estatística das Variáveis Básicas

Somente as variáveis envolvidas no cálculo da resistência foram consideradas aleatórias neste trabalho, enquanto que as variáveis associadas ao efeito das ações foram tomadas como determinísticas, de modo a tornar a análise e seus resultados mais claros e assumindo o valor do momento resistente determinado com os valores característicos das variáveis e minorado pelo coeficiente de resistência  $\phi=0,90$ .

As propriedades estatísticas utilizadas nesse trabalho seguem basicamente as indicadas nos trabalhos de Ellingwood et al.(1980) e Galambos e Ravindra (1978) dada a falta de informação em relação aos perfis nacionais adotados neste trabalho. Os valores obtidos nos trabalhos citados acima são a razão entre valor médio e nominal (ou característico), o coeficiente de variação (COV), e o tipo de distribuição de probabilidade das variáveis aleatórias.

As variáveis aleatórias para o cálculo da resistência, referentes às propriedades mecânicas do aço são:

- $f_y$ : tensão de escoamento do aço
- $f_r$ : tensão residual do aço
- $E$ : módulo de elasticidade do aço

Para cada uma das variáveis tem-se:

a) Tensão de escoamento do aço:

- $\frac{\overline{f_y}}{(f_y)_k} = 1,10$
- $\text{COV} = 0,11$
- $\text{FDP} = \text{Log-Normal}$

b) Tensão residual do aço:

- $\frac{\overline{f_r}}{(f_r)_k} = 0,95$
- $\text{COV} = 0,50$
- $\text{FDP} = \text{Log-Normal}$

c) Módulo de elasticidade:

- $\frac{\overline{E}}{E_k} = 1,00$
- $\text{COV} = 0,06$
- $\text{FDP} = \text{Log-Normal}$

Considerou-se nesse trabalho para os valores nominais da tensão de escoamento,  $f_y$ , 34,5 kN/cm<sup>2</sup>, da tensão residual,  $f_r$ , 11,5 kN/cm<sup>2</sup> e do módulo de elasticidade do aço,  $E$ , 20500 kN/cm<sup>2</sup>, para a análise dos perfis de acordo com a NBR 8800 (1986). Nas análises segundo o projeto de revisão da NBR 8800 (2003) adotou-se o valor nominal da tensão residual,  $f_r$ , igual a 7 kN/cm<sup>2</sup>.

Ellingwood et al. (1980) descrevem a razão entre o valor médio e o nominal das propriedades geométricas da seção como sendo igual a 1,0, com função de densidade de probabilidade Log-Normal, e que o coeficiente de variação é constante e vale 0,05. Não é levado em conta o grau de influência de cada variável aleatória no dimensionamento. Por exemplo, caso o momento resistente à flexão seja definido pelo momento plástico, o valor que representa o coeficiente de variação das propriedades geométricas é 0,05, referente ao  $Z_x$ , e no caso onde, o momento resistente seja determinado pelo momento



elástico, onde há a influência de várias propriedades geométricas, tais como o  $W_x, I_t, A_g$ , é considerado o mesmo coeficiente de variação de 0,05 representando a variação global das propriedades geométricas da seção.

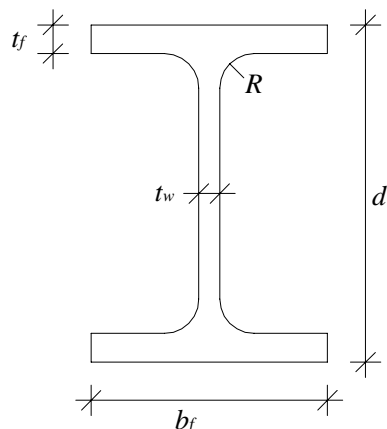
Essa especificação apontada por Ellingwood et al. (1980) para as propriedades estatísticas das características geométricas da seção do perfil não é muito razoável, pois é considerado um valor único para a relação entre valor médio e valor nominal e também para o coeficiente de variação, não se levando em conta a importância de cada uma para cada modo de falha. Assim, procurando fazer um tratamento mais racional das variáveis, adotou-se como variáveis aleatórias as dimensões do perfil e a partir delas determinam-se as propriedades geométricas que interessam no dimensionamento.

Adotou-se nesse estudo que as dimensões do perfil ( $b_f, d, t_f$  e  $t_w$ ) possuem as relações entre valor médio sobre o valor nominal igual a 1,00; coeficiente de variação de 0,02 e com distribuição Log-Normal de probabilidade. Foram escolhidos tais valores pois assim os coeficientes de variação das características geométricas geradas ficam limitadas a valores não superiores a 6% de acordo com a coluna 3 da tabela 5.1, representando melhor a realidade. O raio de concordância  $R$  foi considerado determinístico.

É apresentado na tabela 5.1 o coeficiente de variação das propriedades geométricas determinado em função dos coeficientes de variação das dimensões do perfil. São avaliados as propriedades geométricas que interessam no dimensionamento a flexão, tais como a altura da alma,  $h$ , a área da seção transversal,  $A_g$ , o momento de inércia à torção,  $I_t$ , o módulo resistente,  $W_x$ , o módulo plástico,  $Z_x$ , e o raio de giração,  $r_y$ .

As dimensões do perfil estão ilustradas na figura 5.1, e são:

- $b_f$  : largura da mesa
- $t_f$  : espessura da mesa
- $t_w$  : espessura da alma
- $d$  : altura do perfil
- $R$  : raio de concordância



**Figura 5.1 – Esquema da seção transversal do perfil I laminado.**

**Tabela 5.1 – Coeficiente de variação das propriedades geométricas do perfil resultante da variabilidade das dimensões do perfil**

Propriedades Geométricas	Coeficientes de Variação das Dimensões do Perfil ( $d$ , $b_f$ , $t_f$ e $t_w$ )			
	COV = 0,05	COV = 0,03	COV = 0,02	COV = 0,01
	(1)	(2)	(3)	(4)
$h$	0,05	0,03	0,02	0,01
$A_g$	0,05	0,03	0,02	0,01
$W_x$	0,08	0,05	0,03	0,02
$Z_x$	0,08	0,05	0,03	0,02
$r_y$	0,06	0,04	0,02	0,01
$I_t$	0,14	0,08	0,06	0,03

### 5.3 – Função de Estado Limite

Para a determinação do momento resistente à flexão, utiliza-se a seguinte função de estado limite aplicada a vigas não-esbeltas, sujeitas à flexão normal simples, de seção I com dois eixos de simetria:

$$g(\mathbf{X}) = M(\mathbf{X}) - M_d(\mathbf{X}_k) = 0 \quad (5.4)$$

Onde:

$\mathbf{X}$  : vetor que contém as variáveis aleatórias,

$\mathbf{X}_k$  : vetor dos valores nominais das variáveis,

$M(\mathbf{X})$  : função que define a resistência à flexão, calculada pelos critérios da Norma Brasileira para flexão, utilizando as variáveis aleatórias geradas pelo programa a partir do conhecimento do tipo de distribuição de probabilidade e seus dois primeiros momentos (média e variância), sem o coeficiente de minoração de resistência  $\phi$  (igual a 0,90 pela NBR 8800),

$M_d(\mathbf{X}_k)$ : momento causado pelo carregamento de projeto. Tomou-se o efeito do carregamento de cálculo igual ao momento resistente de cálculo. O momento resistente é calculado com os valores nominais das variáveis multiplicado pelo coeficiente de segurança  $\phi$ . Logo tem-se que:

$$M_d(\mathbf{X}_k) = 0,90 M_n(\mathbf{X}_k) \quad (5.5)$$

## 5.4 – Programa CALREL

O programa CALREL (CAL-RELIability) é um programa de análise de confiabilidade estrutural de uso geral. Ele foi desenvolvido para avaliar integrais de probabilidade da forma

$$P_f = \int_{D_f} f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (5.6)$$

onde  $\mathbf{X}$  é o vetor de variáveis aleatórias juntamente com a função densidade de probabilidade  $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})$  e  $D_f$  é o domínio de falha definido por

$$F \equiv \{g(\mathbf{x}) < 0\} \quad (5.7)$$

no qual  $g(\cdot)$  é a função do estado limite. O CALREL também trabalha com a confiabilidade de sistemas. Em acréscimo ao que foi comentado, o programa CALREL calcula o índice de confiabilidade generalizado definida por

$$\beta_g = \Phi^{-1}(1 - P_f) \quad (5.8)$$

onde  $\Phi^{-1}(\cdot)$  significa o inverso da probabilidade acumulada da distribuição normal padrão e as estimativas de  $P_f$  e  $\beta_g$  têm relação com os parâmetros determinísticos que definem a distribuição de probabilidade ou as funções de estado limite.

O programa CALREL incorpora quatro técnicas para os cálculos mostrados acima:

- 1) Método de confiabilidade de primeira ordem (FORM), onde a superfície de estado limite ( $g(\mathbf{x})=0$ ) é substituída por hiperplano tangente no ponto de projeto em espaço normal padrão transformado;
- 2) Método de confiabilidade de segunda ordem (SORM), onde a superfície de estado limite é substituída por hiper parabolóide ajustado no ponto de projeto em espaço normal padrão transformado;
- 3) Simulação direcional com superfícies exata ou aproximada; e
- 4) Simulação de Monte Carlo.

Neste programa, os métodos FORM e SORM são aplicáveis para análise de confiabilidade de componente. Além disso, o FORM é aplicável para sistema de confiabilidade em série, e a simulação Monte Carlo é aplicável para todas as classes de problemas.

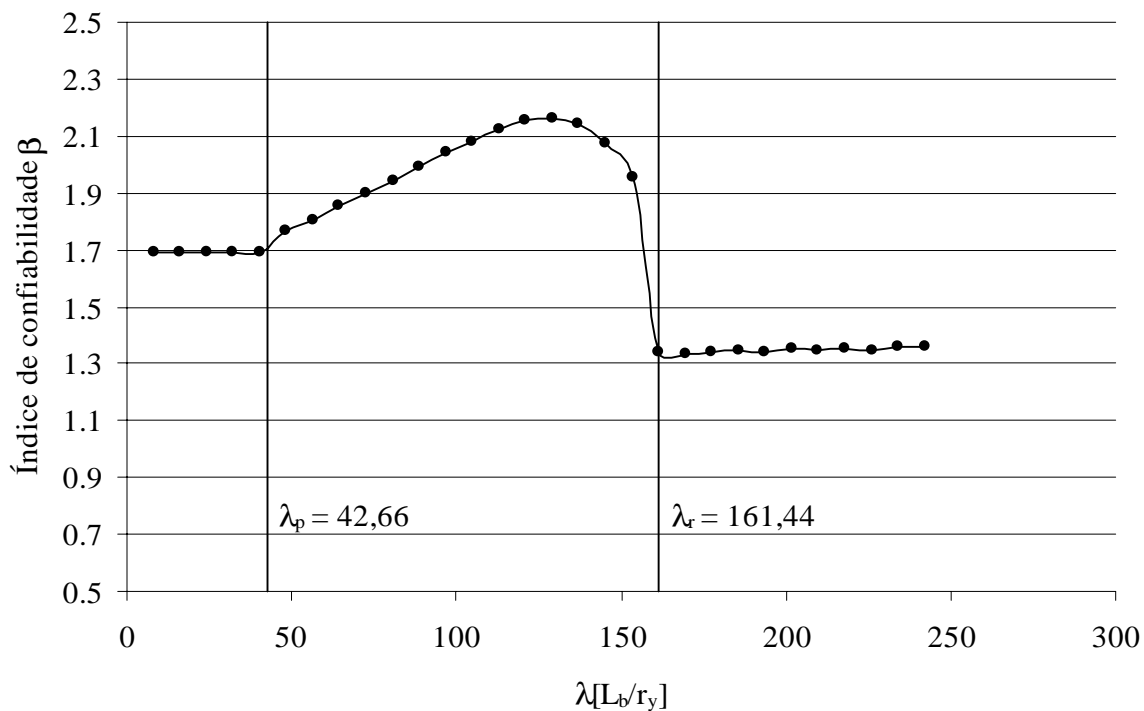
Neste trabalho, foram utilizados, para termos de comparação, o método de confiabilidade de primeira ordem (FORM) e a simulação de Monte Carlo para analisar a confiabilidade estrutural de vigas submetidas à flexão, utilizando as dimensões dos perfis I laminados fabricados pela Açominas, segundo a NBR 8800 e o texto base de

revisão da NBR 8800. Como os resultados de ambos foram semelhantes, foram apresentados neste trabalho apenas os resultados da simulação de Monte Carlo, para não se tornar repetitivo.

## 5.5 – Avaliação do Índice de Confiabilidade

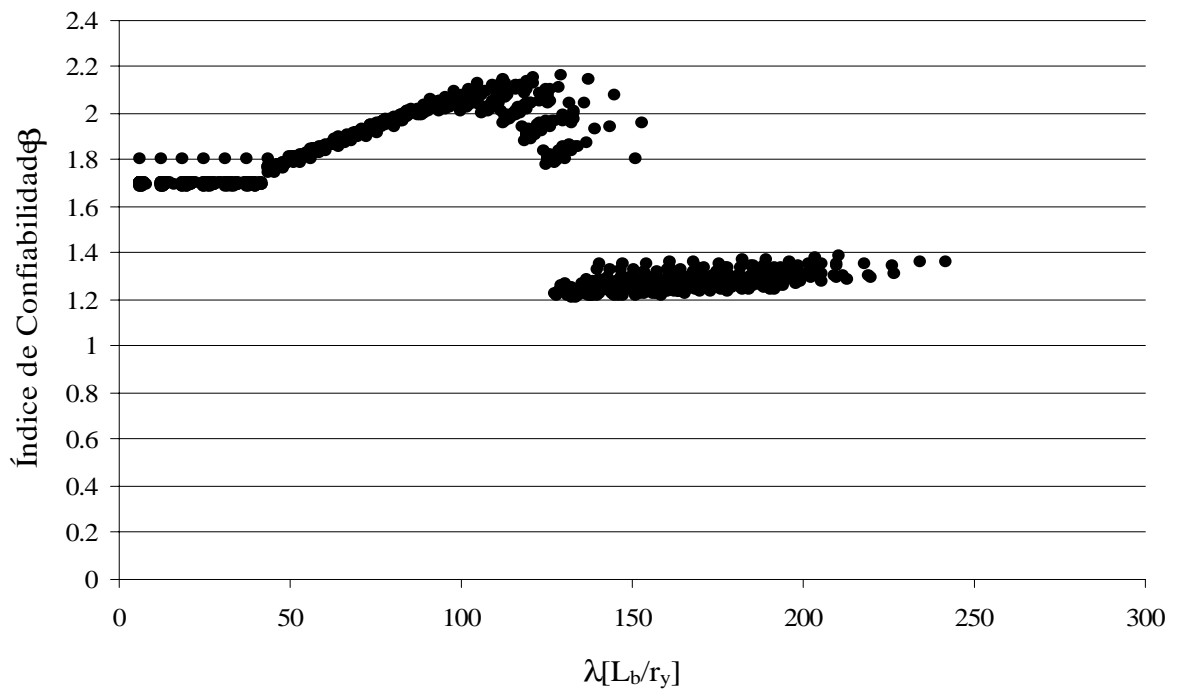
Neste item será inicialmente analisado, separadamente, o perfil I laminado W150x18.0. Na figura 5.2 são apresentados os resultados obtidos da simulação de Monte Carlo, onde são indicados os valores que assumem o índice de confiabilidade  $\beta$ , para os diversos valores de distância entre contenções laterais.

Os valores de  $\lambda_p$  e  $\lambda_r$  também aparecem na figura representando os limites entre o momento plástico e o momento elástico da análise de Flambagem Lateral com Torção, respectivamente. Observa-se a variação do índice de confiabilidade  $\beta$ , com o aumento da esbeltez, na região de flambagem inelástica. Há uma uniformidade no índice de confiabilidade para a região plástica e o mesmo se observa para a região de flambagem elástica, embora com valores diferentes.



**Figura 5.2 – Variação do índice de confiabilidade do perfil W150x18,0 para flambagem lateral com torção.**

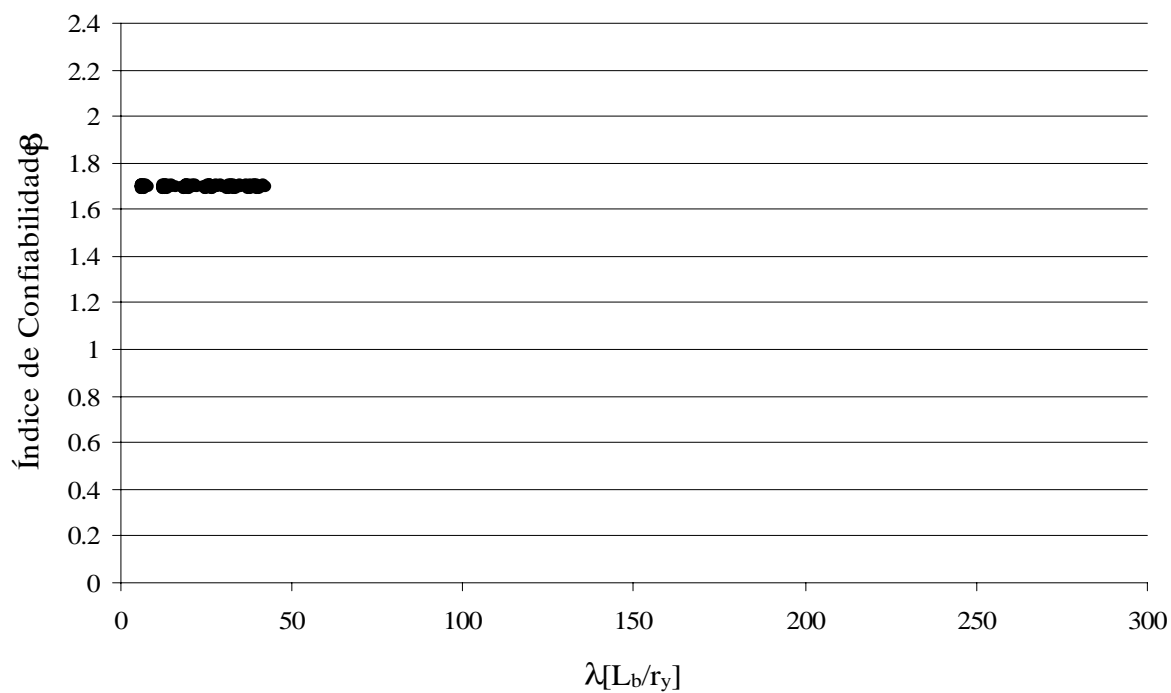
Na figura 5.3 apresenta-se a análise para todo o conjunto de perfis I laminados adotado neste trabalho. Os valores encontrados para  $\beta$  variam entre 1,2 e 2,2. Há dispersão na confiabilidade entre perfis com o mesmo índice de esbeltez  $\lambda$ . A superposição dos valores de  $\beta$  para diferentes perfis torna evidente a amplitude da variação da confiabilidade mesmo em se tratando da mesma região para o cálculo do momento resistente.



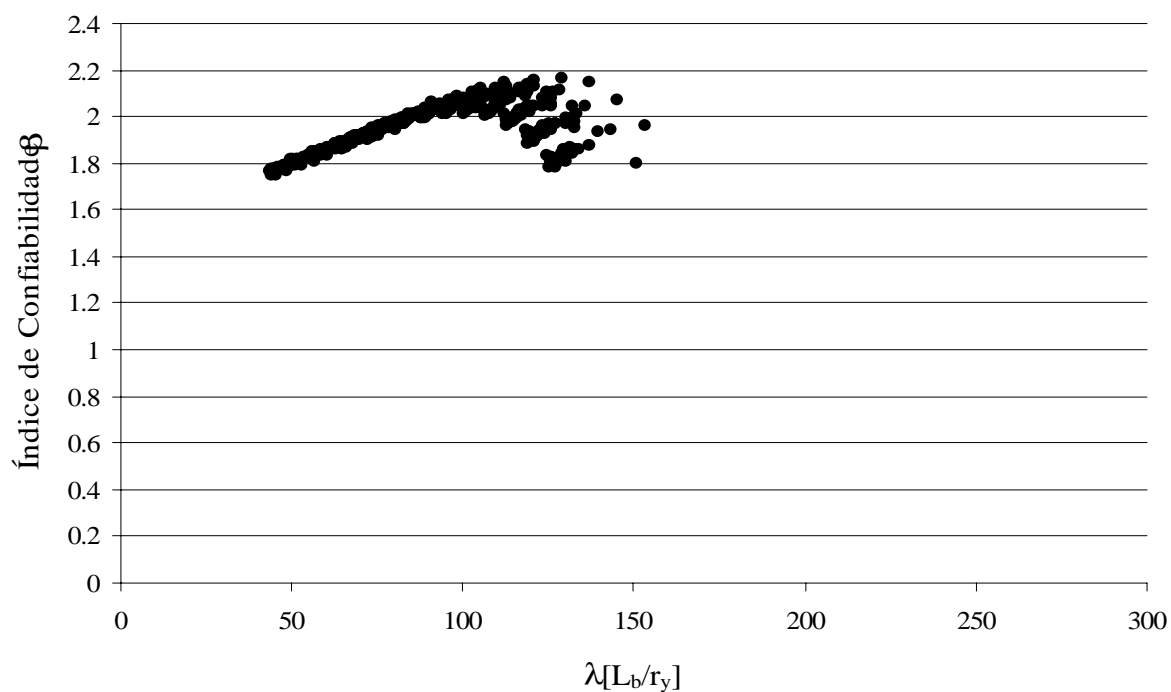
**Figura 5.3 – Variação do índice de confiabilidade de perfis I (tabela da AÇOMINAS).**

A seguir, é mostrada nas figuras 5.4 a 5.7 a variação do índice de confiabilidade para o mesmo conjunto de perfis, sendo separados por modos de falha. A determinação do modo de falha segue o apresentado no item 4.2, e foram calculados a partir dos valores nominais das variáveis. Com a separação por modos de falha é observado uma certa uniformidade no índice de confiabilidade, com exceção do modo de falha 2.

No modo de falha 1 é encontrado um valor de  $\beta$  de aproximadamente 1,7; no modo 3 obteve-se  $\beta \cong 1,3$ ; no modo 6,  $\beta = 1,8$  e no modo de falha 2 o índice  $\beta$  varia de 1,7 a 2,2.

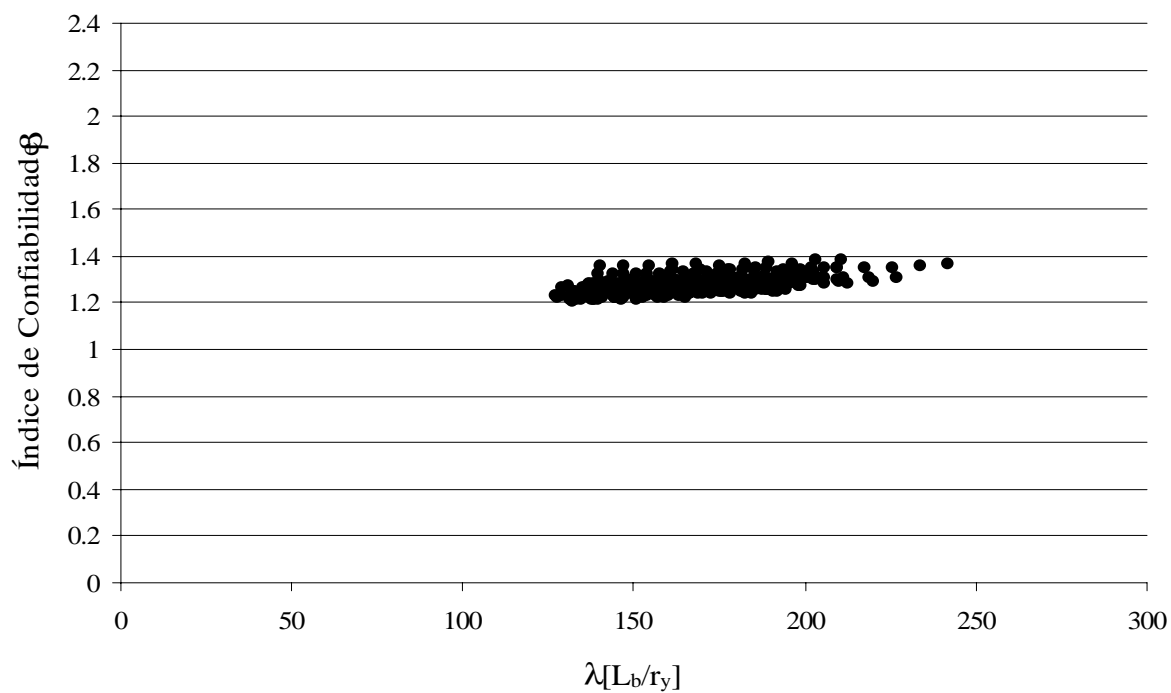


**Figura 5.4 – Variação do índice de confiabilidade – Modo de falha 1.**

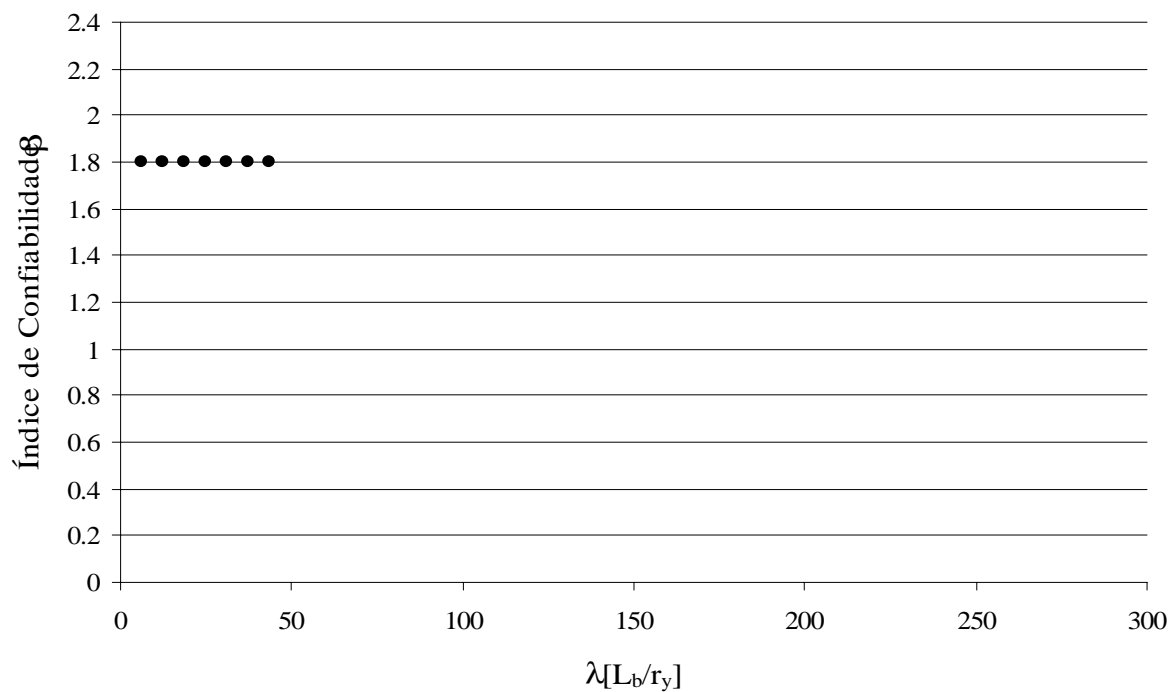


**Figura 5.5 – Variação do índice de confiabilidade – Modo de falha 2.**





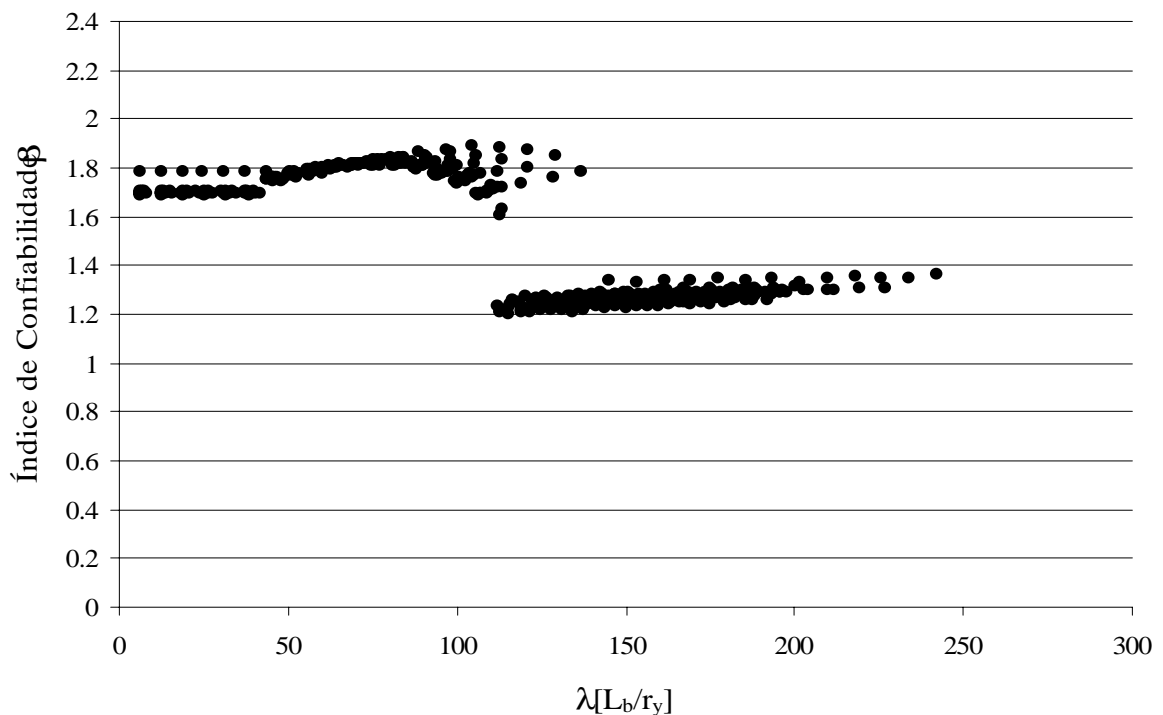
**Figura 5.6 – Variação do índice de confiabilidade – Modo de falha 3.**



**Figura 5.7 – Variação do índice de confiabilidade – Modo de falha 8.**

Na figura 5.8 apresenta-se a variação do índice de confiabilidade para um conjunto de 14 perfis I laminados, sendo a análise feita utilizando o projeto de revisão da norma NBR 8800, para termos de comparação. Neste caso, a tensão residual,  $f_r$ , adotada é de  $7\text{ kN/cm}^2$ , segundo o projeto de revisão, e as alterações nas fórmulas utilizadas para o estudo do estado limite último de flexão, encontram-se na tabela 4.2.

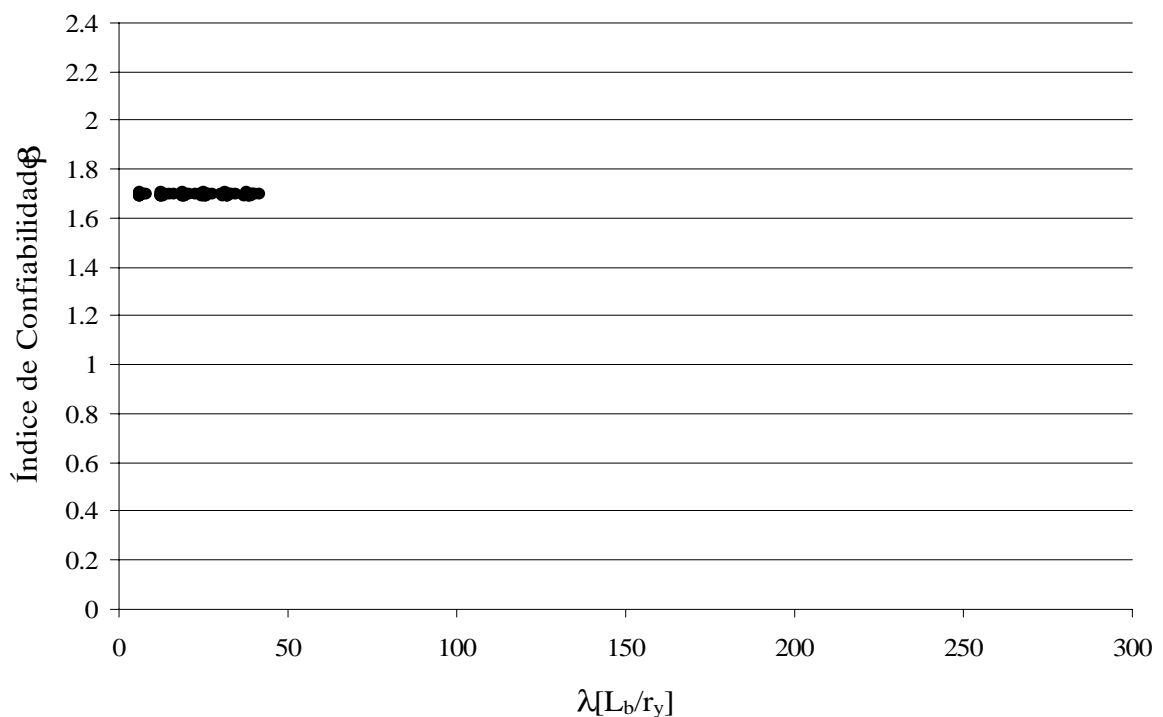
Os valores encontrados para  $\beta$  variam entre 1,2 e 1,9. Novamente observa-se uma dispersão na confiabilidade entre perfis com o mesmo índice de esbeltez  $\lambda$ . Observa-se que nesse caso, os valores de  $\beta$  são menores na fase inelástica, devido à diminuição da tensão residual adotada no projeto de revisão da norma. Nas outras regiões, as diferenças dos valores encontrados do índice de confiabilidade  $\beta$  são mínimas.



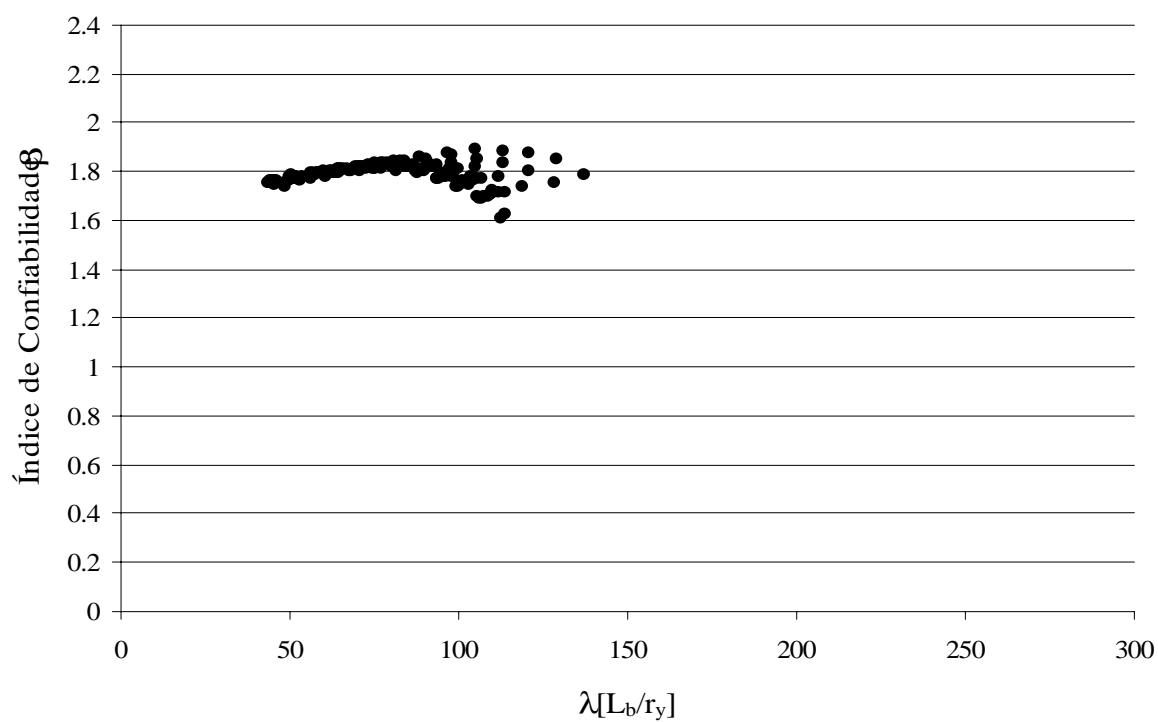
**Figura 5.8 – Variação do índice de confiabilidade de 14 perfis I laminados.**

A seguir, é mostrada nas figuras 5.9 a 5.12 a variação do índice de confiabilidade para os 14 perfis, sendo separados por modo de falha. A determinação do modo de falha segue o apresentado no item 4.1, e foram calculados a partir dos valores nominais das variáveis. Com a separação por modos de falha é observado uma certa uniformidade no índice de confiabilidade, com exceção do modo de falha 2.

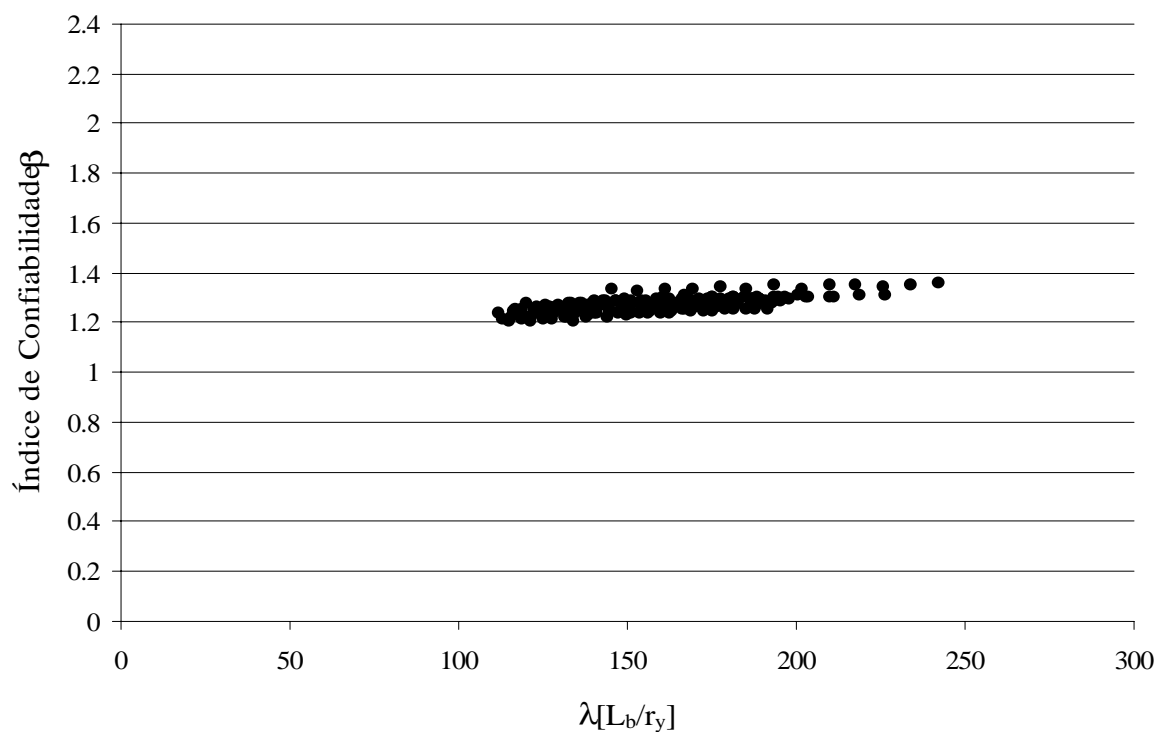
No modo de falha 1 é encontrado um valor de  $\beta$  de aproximadamente 1,7; no modo 3 obteve-se  $\beta \cong 1,3$ , no modo 6  $\beta = 1,8$  e no modo de falha 2 o índice  $\beta$  varia de 1,6 a 1,9.



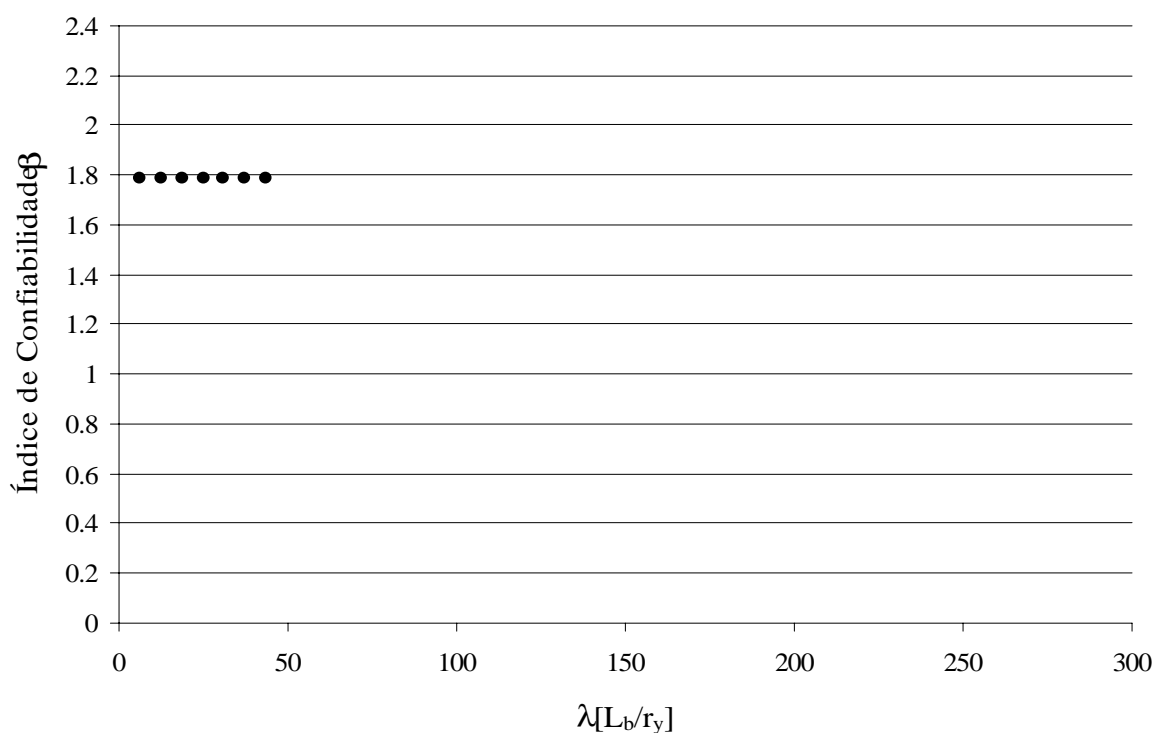
**Figura 5.9 – Variação do índice de confiabilidade – Modo de falha 1.**



**Figura 5.10 – Variação do índice de confiabilidade – Modo de falha 2.**



**Figura 5.11 – Variação do índice de confiabilidade – Modo de falha 3.**



**Figura 5.12 – Variação do índice de confiabilidade – Modo de falha 8.**

Os resultados obtidos neste trabalho são semelhantes àqueles obtidos por Santos (2000) para perfis soldados da série VS. Mostrou-se também que os resultados obtidos para o projeto de revisão da NBR 8800 indicam uma maior uniformidade do índice de confiabilidade, principalmente no modo de falha 2.

## *Capítulo 6*

# **Determinação dos Fatores de Minoração da Resistência**

### **6.1 – Introdução**

Nesse capítulo é apresentado um procedimento para determinação do coeficiente de minoração da resistência  $\phi$ , a ser aplicado na equação 2.3, em função de um índice de confiabilidade preestabelecido, para uma dada função de estado limite. O método utiliza o vetor dos cossenos diretores  $\alpha$ , fornecido pelo método FORM. É mostrado que tal vetor representa uma medida de sensibilidade de  $\beta$  em relação as variáveis, variando seu valor em função do grau de importância que cada variável assume no desempenho do componente estrutural, quantificando-se assim um “peso” distinto para cada uma.

Procedimento semelhante foi feito por Santos (2000), porém utilizando medida de sensibilidade obtida no método de Monte Carlo com amostragem por importância.

Como aplicação do método, é feita a determinação dos coeficientes de resistência,  $\phi$ , para três níveis de confiabilidade. Foi utilizada a função de estado limite último de flexão, segundo a NBR 8800 (1986) e o projeto de revisão da norma (2003), descritas no capítulo 4, bem como a mesma tabela dos perfis I laminados. Os resultados são plotados em gráficos de dispersão dos valores de  $\phi$  em função do índice de esbeltez, para todo o domínio analisado. Com a observação dos gráficos, é proposta uma tabela simplificada de coeficientes de resistência a serem aplicados no momento resistente nominal para se atingir o índice de confiabilidade alvo.

## 6.2 – Cossenos Diretores

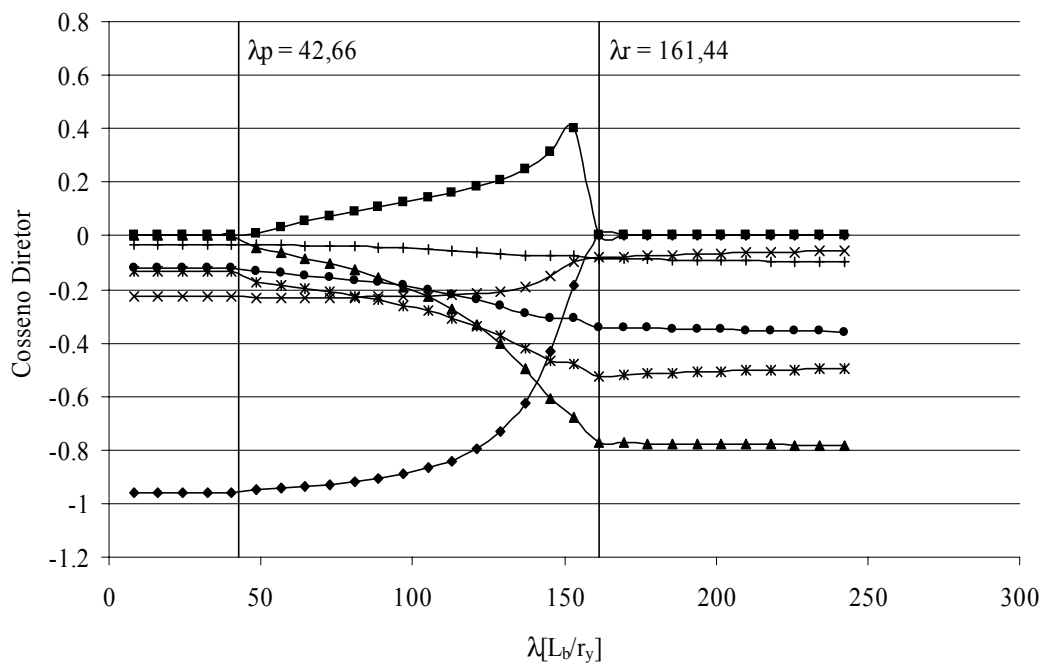
Como dito anteriormente, o programa CALREL fornece o vetor  $\alpha$  dos cossenos diretores (ver equação 3.26) que fornecem uma medida de sensibilidade de  $\beta$  em relação as variáveis aleatórias no espaço normal padrão.

Como aplicação, são apresentadas nas figuras 6.1 e 6.2 os cossenos diretores das variáveis aleatórias, em função do parâmetro de esbeltez, para o perfil W150x18,0. Nestas figuras são vistas as curvas representativas de cada valor do cosseno diretor de cada variável aleatória, percorrendo todos os modos de falha em que pode se enquadrar.

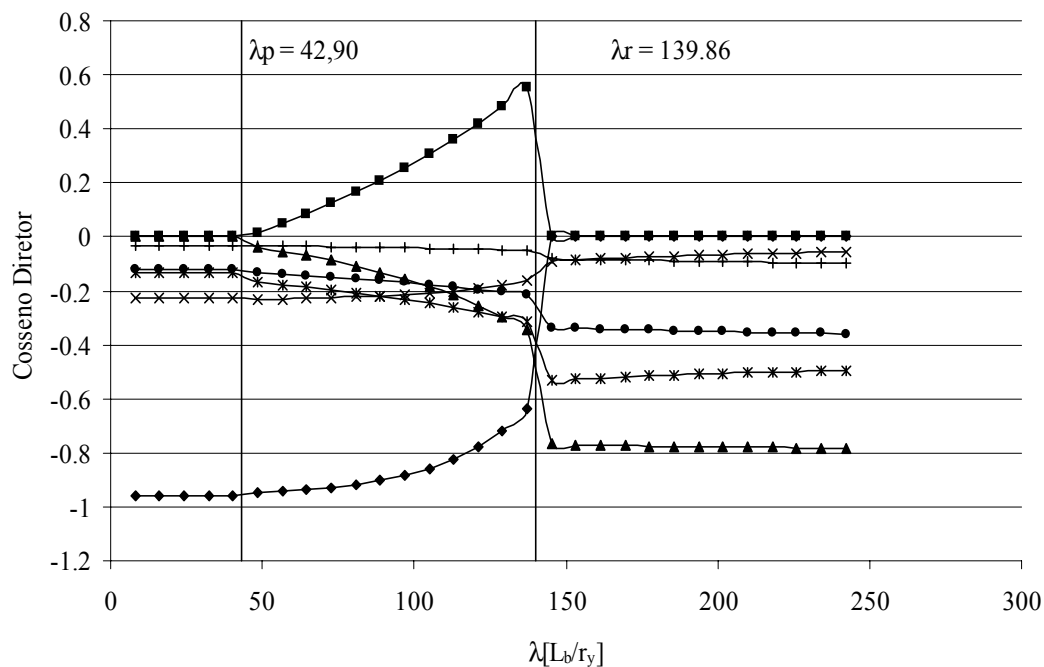
Os limites da região plástica e elástica estão apresentados também nas figuras 6.1 e 6.2, e foram calculados segundo a NBR 8800 (1986) e o projeto de revisão da NBR 8800 (2003) respectivamente.

Observando as figura 6.1 e 6.2, verifica-se que para pequenos valores de  $\lambda$ , isto é, na região plástica, o valor do cosseno diretor para a variável da tensão de escoamento do aço ( $f_y$ ) assume o valor máximo, diminuindo a medida que se aproxima da região elástica. Já o cosseno diretor do módulo de elasticidade ( $E$ ) não tem grande importância na região plástica e o seu valor cresce quando se aproxima da região elástica (carga de Euler). É possível fazer esse mesmo tipo de análise para as outras variáveis aleatórias, observando a variação de importância que cada uma assume no dimensionamento, para cada estado limite dentro da flexão.

Comparando as figuras 6.1 e 6.2, pode-se observar que utilizando o projeto de revisão da norma, figura 6.2, a flambagem elástica é atingida com um valor da distância entre as contenções laterais menor. Isto se deve ao fato do valor adotado no projeto de revisão da norma para a tensão residual ser menor que o atual.



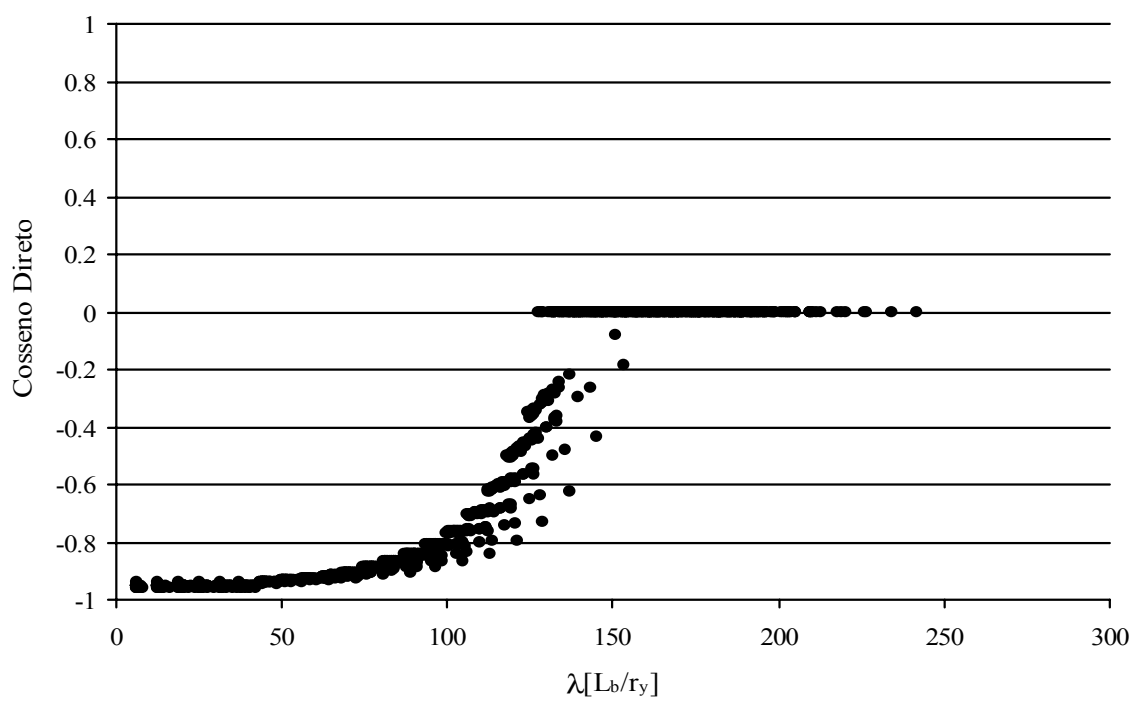
**Figura 6.1 – Variação do cosseno diretor das variáveis aleatórias, segundo a norma em vigor.**



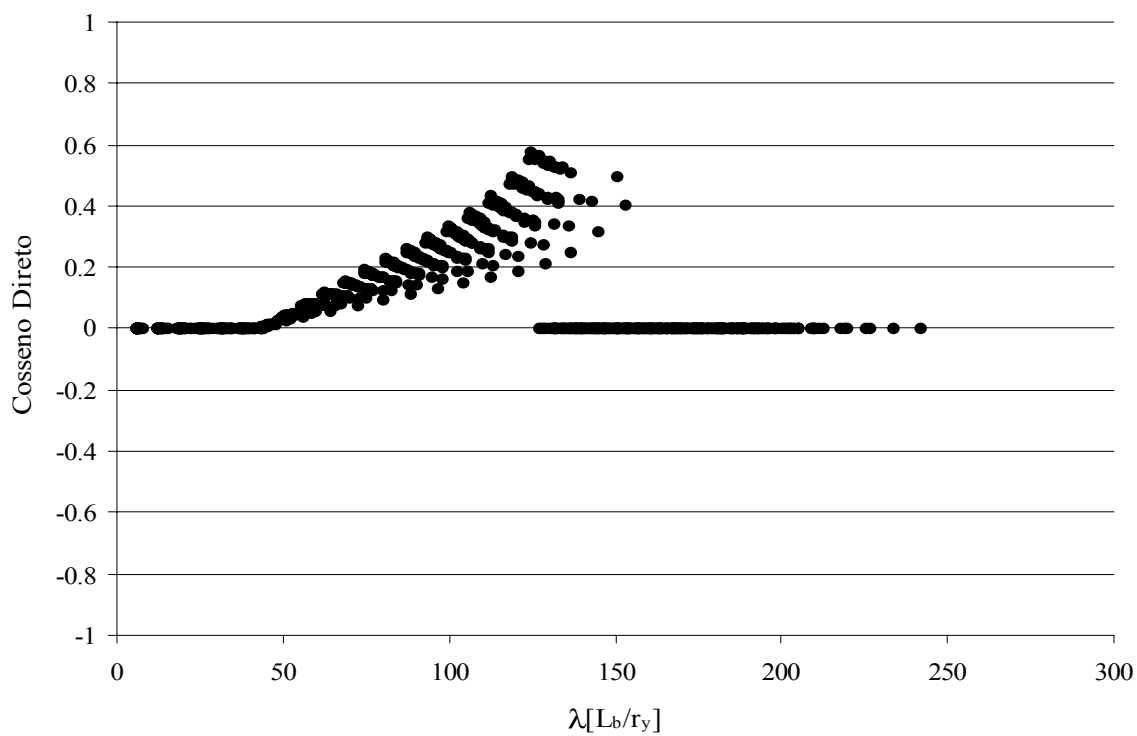
**Figura 6.2 – Variação do cosseno diretor das variáveis aleatórias, segundo o projeto de revisão da norma.**



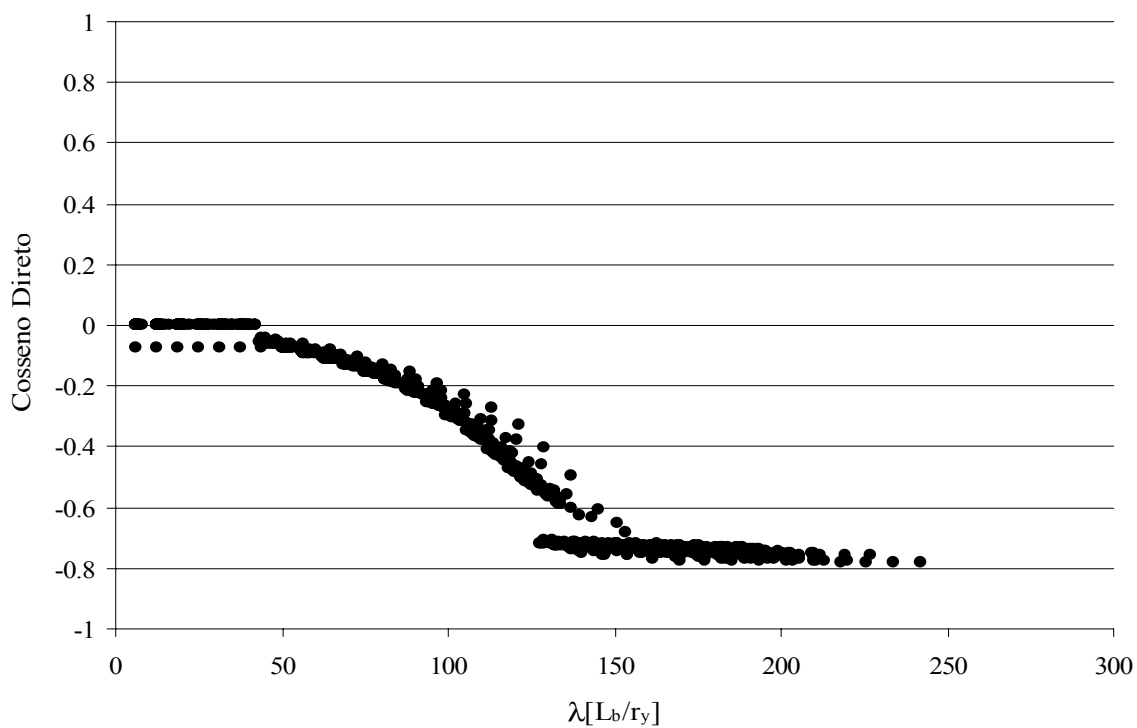
São apresentados nas figuras 6.3 a 6.9 os gráficos dos cossenos diretores de cada variável aleatória, separadamente, em função do índice de esbeltez, para os 35 perfis analisados de acordo com a NBR 8800 (1986).



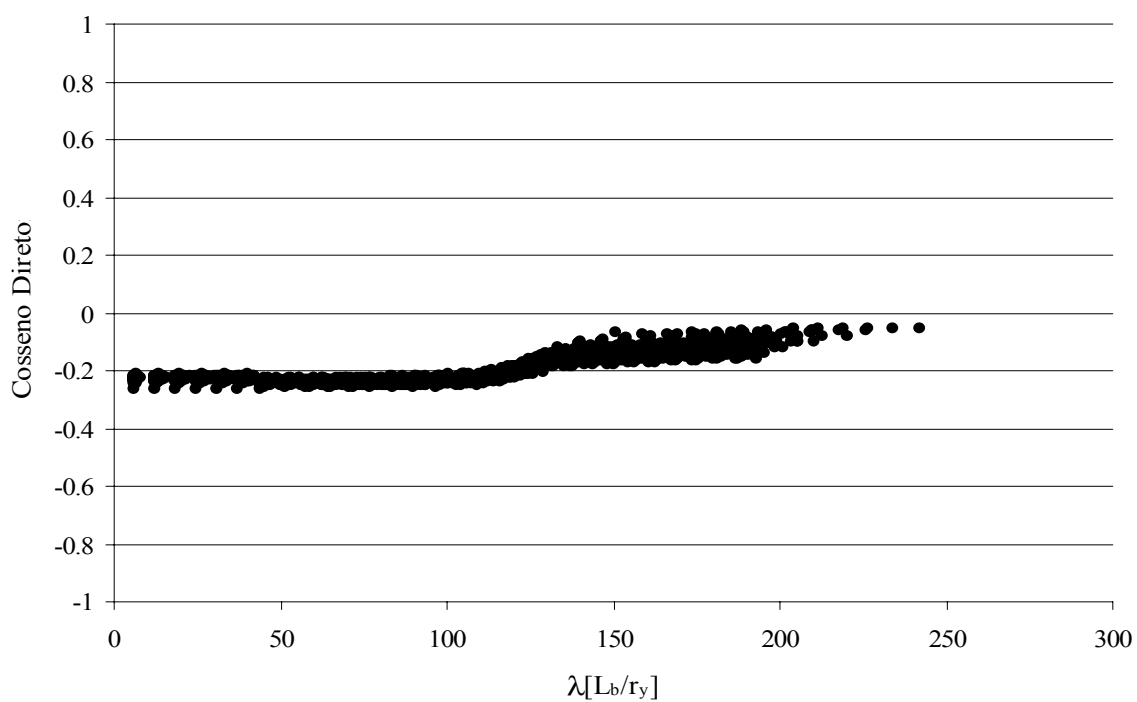
**Figura 6.3 – Cosseno Diretor da variável aleatória  $f_y$ .**



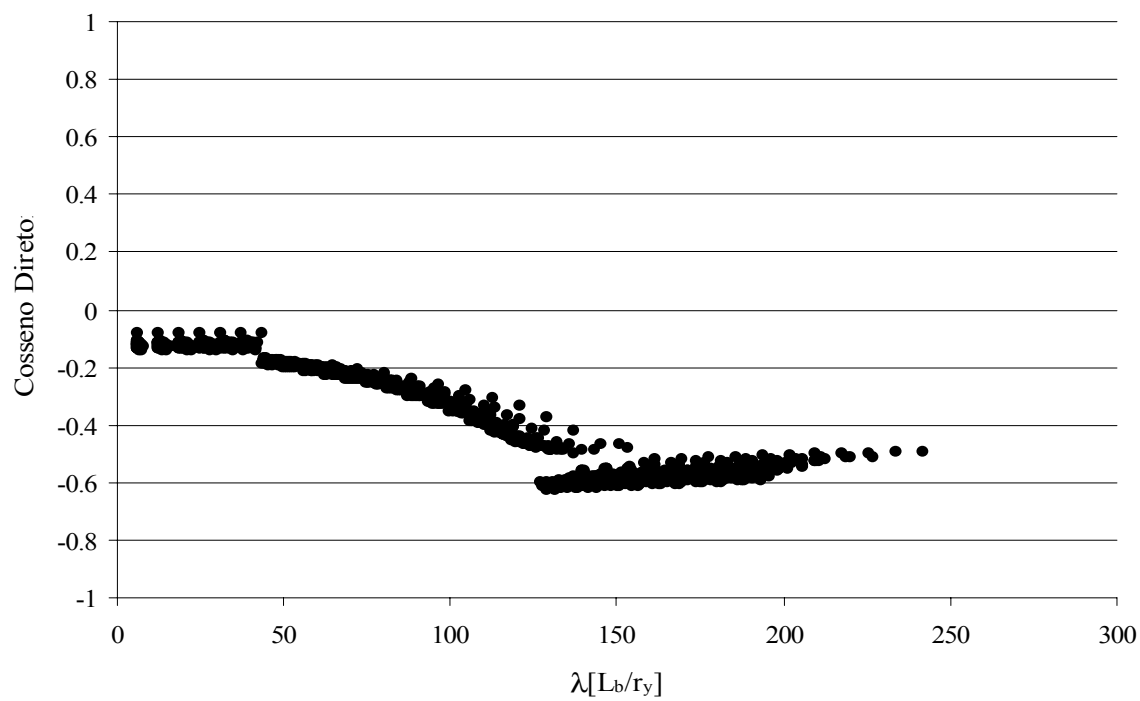
**Figura 6.4 – Cosseno Diretor da variável aleatória  $f_r$ .**



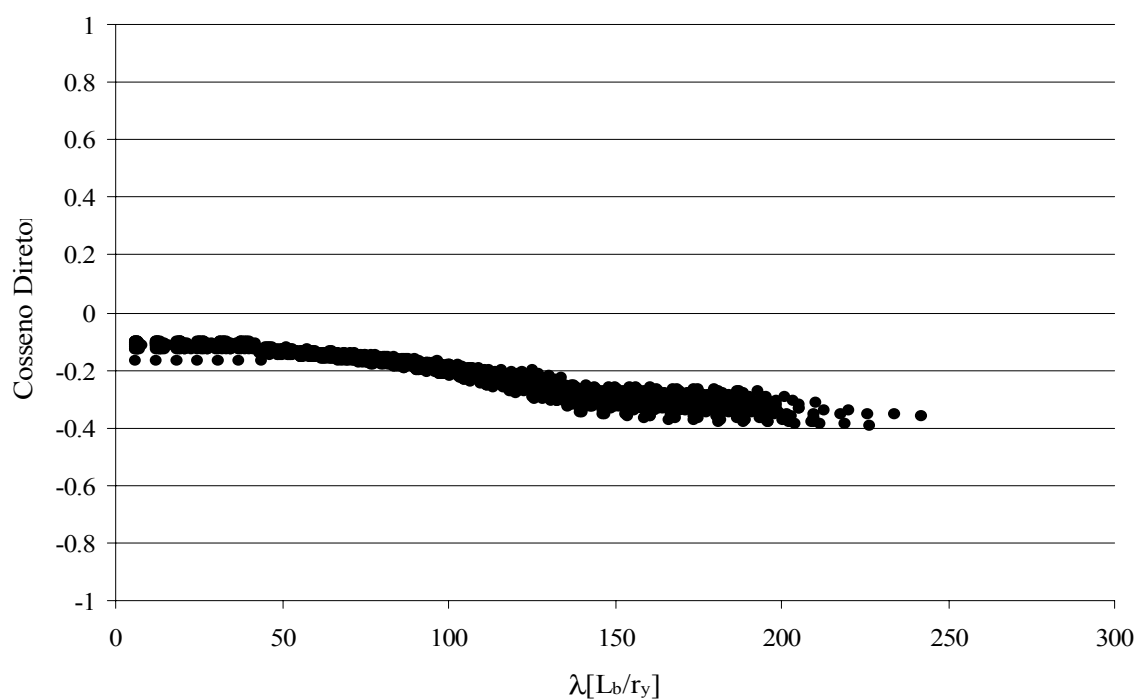
**Figura 6.5 – Cosseno Diretor da variável aleatória  $E$ .**



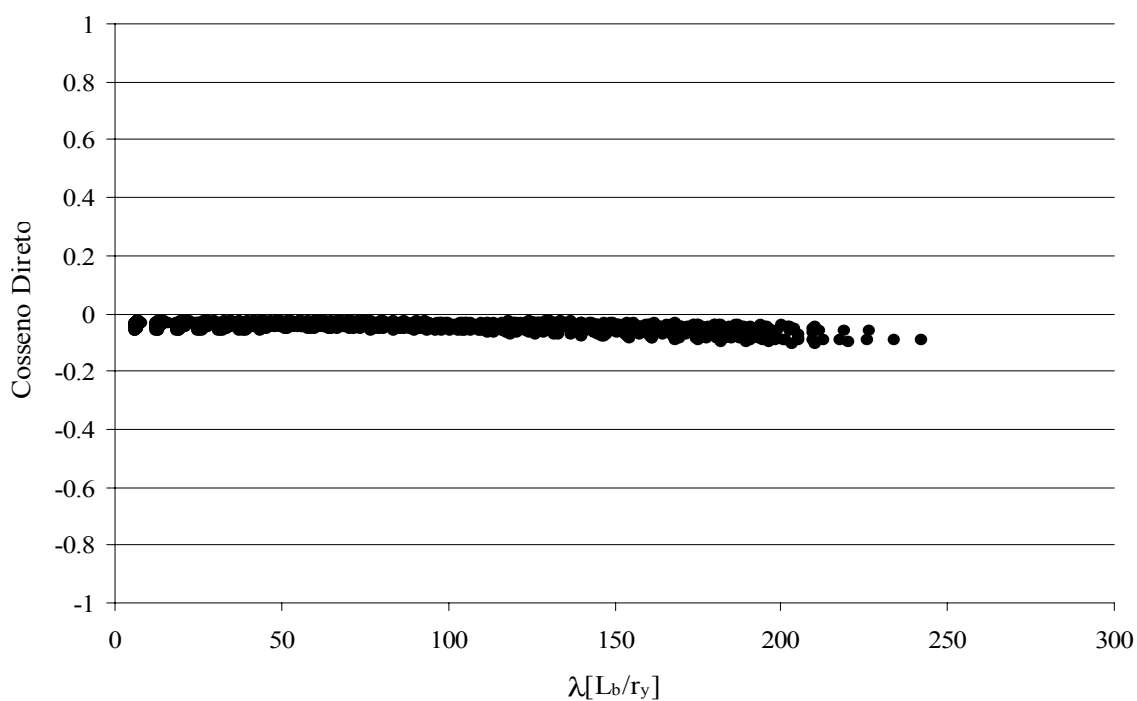
**Figura 6.6 – Cosseno Diretor da variável aleatória  $d$ .**



**Figura 6.7 – Cosseno Diretor da variável aleatória  $b_f$ .**



**Figura 6.8 – Cosseno Diretor da variável aleatória  $t_f$ .**



**Figura 6.9 – Cosseno Diretor da variável aleatória  $t_w$ .**

### 6.3 – Critério de Cálculo

A seguir é apresentado um procedimento para determinação de um novo coeficiente de minoração da resistência. Tal método utiliza o vetor de cossenos diretores obtido através do método FORM, para alcançar um índice de confiabilidade alvo.

Com o vetor  $\alpha$  calculado para uma certa condição de projeto, isto é, para um dado perfil e uma certa distância entre contenção lateral, pode-se determinar um novo ponto de projeto, no espaço gaussiano padrão, para um índice de confiabilidade preestabelecido. Assim, temos:

$$\mathbf{z}^{*'} = -\beta_o \alpha \quad (6.1)$$

Sendo:

$\mathbf{z}^{*}$  : o novo ponto de projeto no espaço gaussiano padrão

$\beta_o$  : índice de confiabilidade alvo

É então feita a transformação das coordenadas de  $\mathbf{z}^{*}$  para o espaço original através das equações 6.2 e 6.3, obtendo-se assim as novas coordenadas do ponto de projeto,  $\mathbf{X}^{*}$ , no espaço original.

$$x_i^{*'} = P_{X_i}^{-1}[\Phi(z_i^{'})] \quad (6.2)$$

onde:

$$z_i^{' } = L_z z_i^{*'} \quad (6.3)$$

Aplicando-se na função de estado limite as coordenadas  $\mathbf{X}^{*'} = (X_1^{*'}, X_2^{*'}, \dots, X_n^{*'})$  determinadas pela equação 6.2, calcula-se o valor do momento resistente naquele ponto,

$M_n(X^*)$ , e através da equação 6.4 é possível determinar o coeficiente de minoração da resistência,  $\phi_{global}$ , aplicado nos valores nominais, para alcançar o nível de  $\beta_o$  requerido.

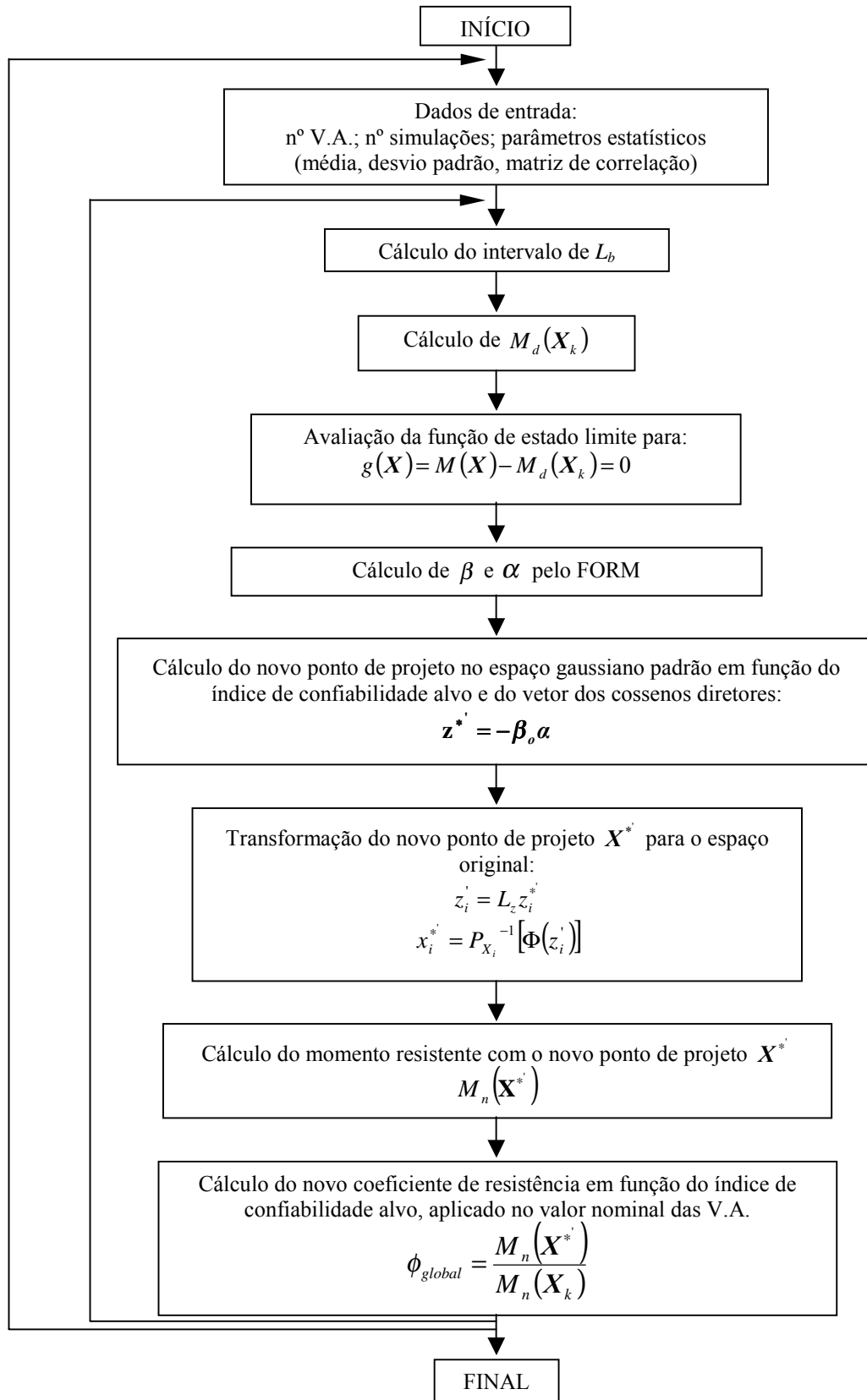
$$\phi_{global} = \frac{M_n(X^*)}{M_n(X_k)} \quad (6.4)$$

Onde:

$M_n(X^*)$ : valor do momento resistente utilizando os valores do ponto de projeto calculado em função do índice de confiabilidade alvo ( $\beta_o$ ),

$M_n(X_k)$ : valor do momento resistente utilizando os valores nominais das variáveis, sem o coeficiente de resistência  $\phi = 0,90$  dado pela NBR 8800.

Na figura 6.10 é apresentado um fluxograma, onde se ilustra as etapas para a obtenção do novo  $\phi_{global}$  em função do  $\beta_o$ .



**Figura 6.10 – Fluxograma para obtenção de  $\phi_{global}$  em função de  $\beta_o$ .**

### 6.3.1 – Exemplo

Apresenta-se a seguir um exemplo de aplicação desta metodologia. É apresentado o procedimento de determinação do novo coeficiente de minoração da resistência, a ser aplicado ao momento resistente nominal para se atingir um índice de confiabilidade de 2,5.

Analizou-se o perfil I W 360x44.0, com uma distância entre contenções laterais de 545,37 cm. Assim:

$$L_b = 545,37 \text{ cm}$$

$$d = 35,2 \text{ cm} \quad t_f = 0,98 \text{ cm}$$

$$b_f = 17,1 \text{ cm} \quad t_w = 0,69 \text{ cm}$$

Logo, o vetor dos valores nominais das variáveis,  $\mathbf{X}_k$ , pode ser expresso como:

$$X_{k1} = 34,5 \text{ kN/cm}^2 \quad \rightarrow \quad f_y : \text{tensão de escoamento do aço}$$

$$X_{k2} = 11,5 \text{ kN/cm}^2 \quad \rightarrow \quad f_r : \text{tensão residual do aço}$$

$$X_{k3} = 20.500 \text{ kN/cm}^2 \quad \rightarrow \quad E : \text{módulo de elasticidade}$$

$$X_{k4} = 35,2 \text{ kN/cm}^2 \quad \rightarrow \quad d : \text{altura do perfil}$$

$$X_{k5} = 17,1 \text{ kN/cm}^2 \quad \rightarrow \quad b_f : \text{largura da mesa}$$

$$X_{k6} = 0,98 \text{ kN/cm}^2 \quad \rightarrow \quad t_f : \text{espessura da mesa}$$

$$X_{k7} = 0,69 \text{ kN/cm}^2 \quad \rightarrow \quad t_w : \text{espessura da alma}$$

Como descrito no capítulo 4, o valor do momento resistente a flexão, utilizando os valores nominais das variáveis, é:

$$M_n(\mathbf{X}_k) = 12834,55 \text{ kN}\cdot\text{cm}$$



Faz-se a análise através do programa CALREL, utilizando o método FORM, da função de estado limite de flexão, segundo a NBR 8800, dada pela equação 6.5 e já comentada no item 5.3. Considera-se a solicitação determinística e minorada pelo coeficiente de resistência 0,90, dado pela norma. Assim:

$$g(X) = M(X) - 0,9M_n(X_k) = 0 \quad (6.5)$$

Obtêm-se, após a análise, os seguintes resultados:

- Índice de confiabilidade  $\beta$  igual a 1,2264.
- Vetor gerado pelo programa, dos cossenos diretores,  $\alpha$ , é:

$$\alpha_1 = 0$$

$$\alpha_2 = 0$$

$$\alpha_3 = -0,7290$$

$$\alpha_4 = -0,1495$$

$$\alpha_5 = -0,5977$$

$$\alpha_6 = -0,2948$$

$$\alpha_7 = -0,0450$$

Com a equação 6.1, calcula-se o novo ponto de projeto, para um índice de confiabilidade alvo de 2,5. Logo:

$$z_1^* = 0$$

$$z_2^* = 0$$

$$z_3^* = -1,8225$$

$$z_4^{*'} = -0,37375$$

$$z_5^{*'} = -1,49425$$

$$z_6^{*'} = -0,737$$

$$z_7^{*'} = -0,1125$$

Transformando as coordenadas do novo ponto de projeto do espaço gaussiano padrão para o espaço original, através das equações 6.2 e 6.3, determina-se  $X^{*{'}}$ . Assim:

$$x_1^{*'} = 37,7224653$$

$$x_2^{*'} = 9,771617$$

$$x_3^{*'} = 18345,35$$

$$x_4^{*'} = 34,9309$$

$$x_5^{*'} = 16,59326$$

$$x_6^{*'} = 0,965469$$

$$x_7^{*'} = 0,688312$$

Pode-se então determinar o novo valor do momento resistente com o novo ponto de projeto  $X^{*{'}}$ , logo:

$$M_n(X^{*{'}}) = 10403,64 \text{ kN}\cdot\text{cm}$$

E através da equação 6.4, é calculado o novo coeficiente de minoração da resistência, a ser aplicado ao momento nominal, para se atingir uma confiabilidade próxima de 2,5. Logo, tem-se:

$$\phi_{global} = \frac{10403,64}{12834,55} = 0,81$$

Foi feita uma nova simulação para verificação, onde mudou-se o coeficiente de 0,90, da equação 6.5, pelo novo  $\phi_{global}$  calculado acima. Assim, a nova função de estado limite fica:

$$g(X) = M(X) - 0,81M_n(X_k) = 0 \quad (6.6)$$

O índice de confiabilidade encontrado após nova simulação foi de 2,4999, não tendo diferença apreciável para a confiabilidade esperada de 2,50.

Para o mesmo exemplo, determinou-se o novo  $\phi_{global}$  para outros níveis de confiabilidade. Os resultados estão apresentados na tabela 6.1.

**Tabela 6.1 – Índice de confiabilidade alvo e o alcançado após nova simulação de verificação**

$\beta_{alvo}$	$\beta_{alcançado}$	$\phi_{global}$
1,5	1,499	0,88
2,0	1,999	0,84
3,0	2,999	0,78

Nesse exemplo mostrou-se a aplicabilidade da metodologia para obtenção de um coeficiente de resistência a partir de um índice de confiabilidade preestabelecido, utilizando o mesmo vetor de cossenos diretores calculados com os critérios de segurança da NBR 8800 (1986), alterando-se o ponto de projeto com a mudança do índice de confiabilidade.

## 6.4 – Coeficientes de Resistência para Três Níveis de Confiabilidade

São apresentados nas figuras 6.11 a 6.13 os resultados da análise mostrando a dispersão dos coeficientes de resistência para três níveis de confiabilidade. A análise abrange todo o domínio dos perfis, e são plotados em função do índice de esbeltez. O intervalo do comprimento  $L_b$ , para o cálculo do  $\lambda$ , segue o descrito no item 4.1.

Os gráficos apresentam a variabilidade do coeficiente de resistência, mostrando a dificuldade de garantir a uniformidade da confiabilidade com a adoção de um valor único do coeficiente de resistência para todo o estado limite de flexão.

Com o objetivo de encontrar uma uniformidade do coeficiente de resistência em todo o domínio analisado, é proposta a separação de cada gráfico em modos de falha, conforme descrito no item 4.1. São apresentados nas figuras 6.14 a 6.25, os gráficos para índices de confiabilidade alvo de 2,0, 2,5 e 3,0.

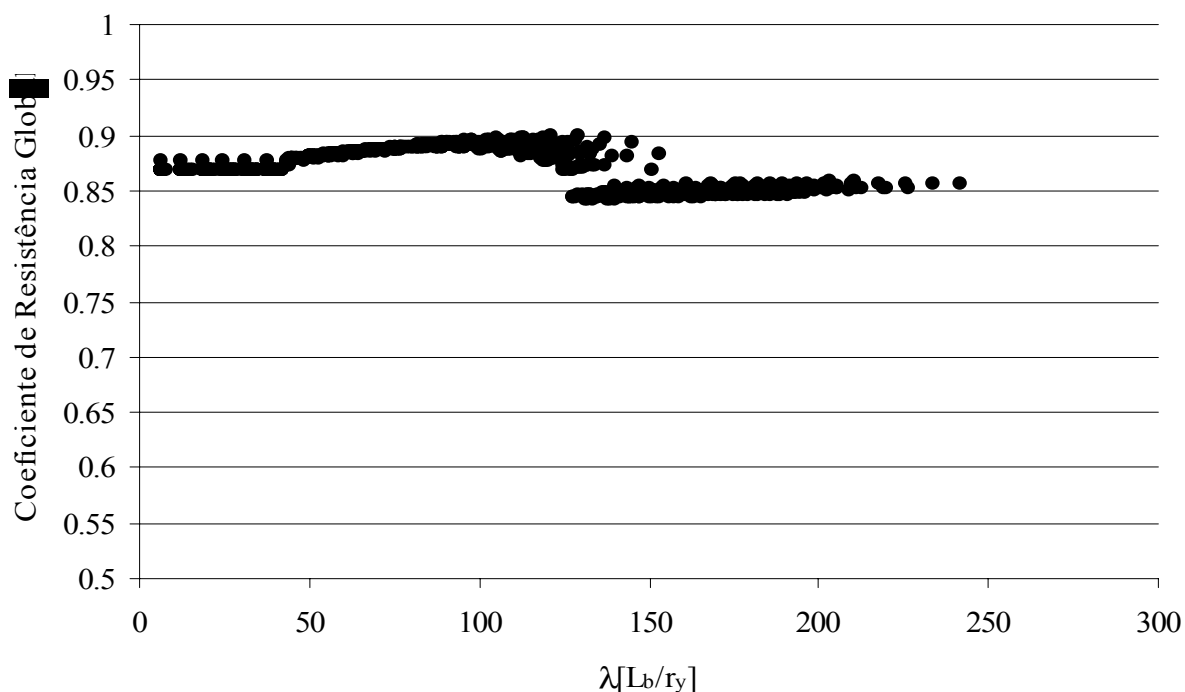
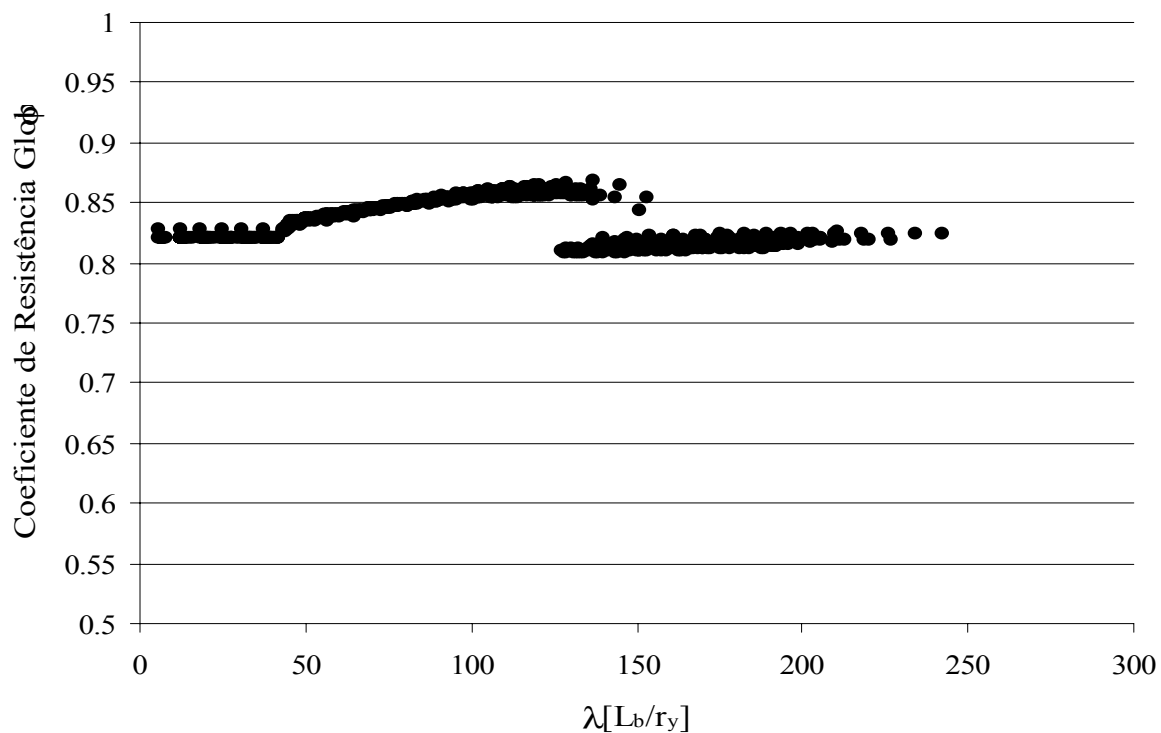
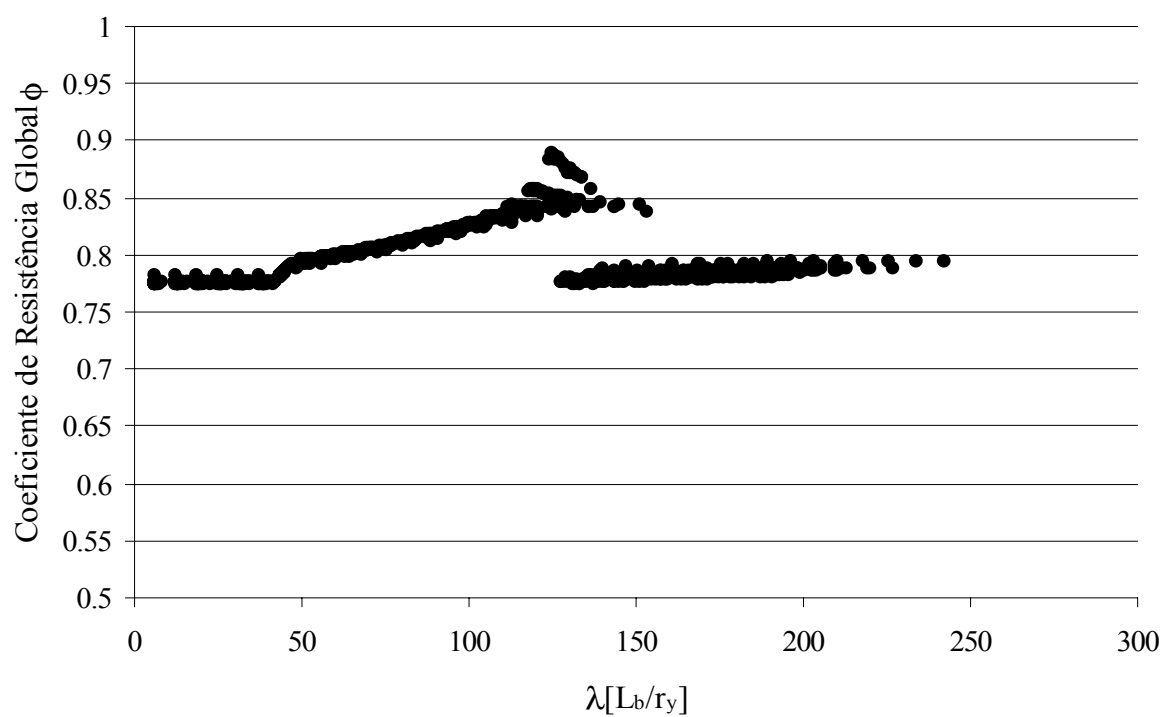


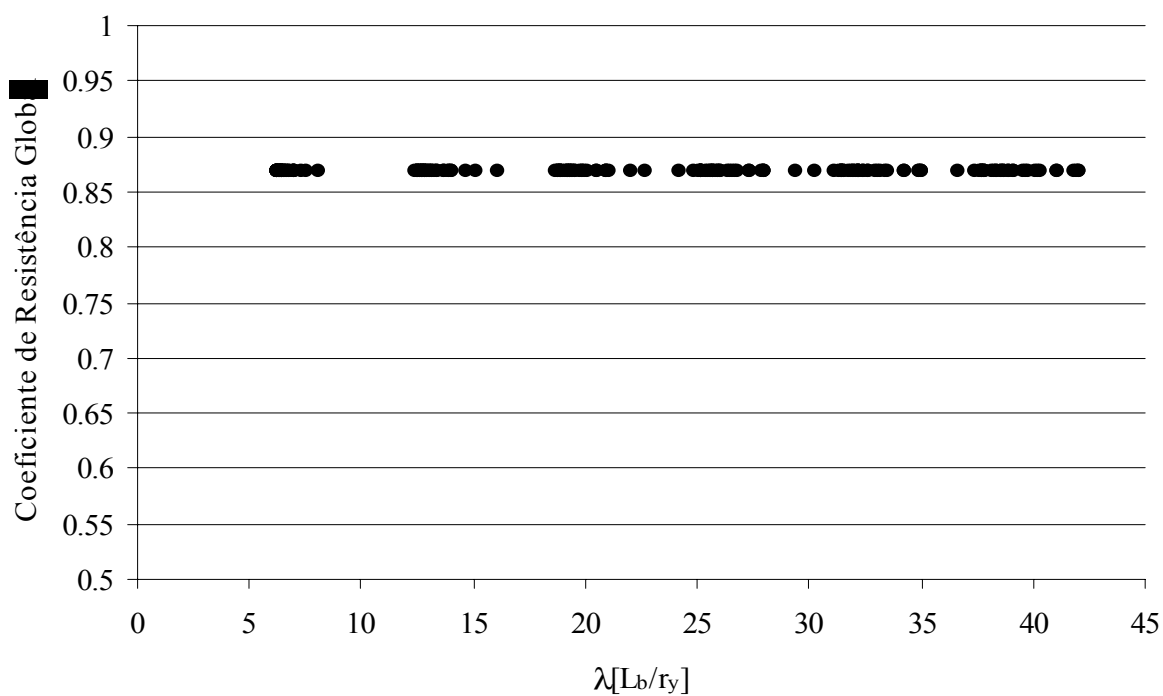
Figura 6.11 – Variação do coeficiente de resistência  $\phi_{global}$  para  $\beta_{alvo}$  de 2,0.



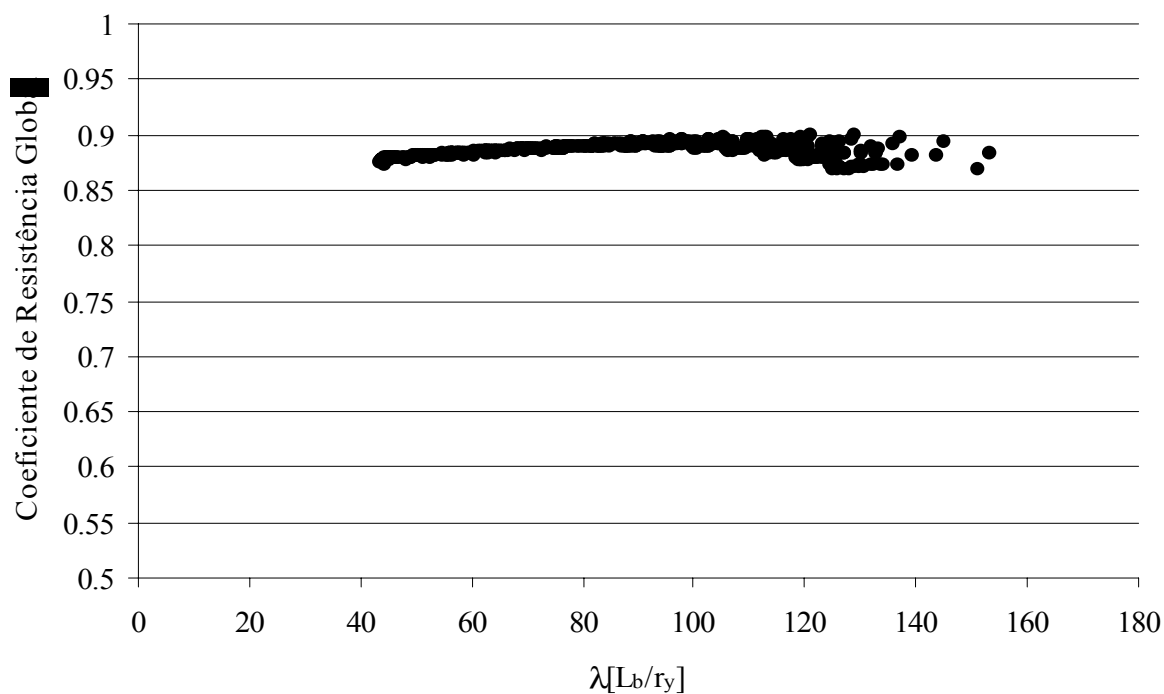
**Figura 6.12 – Variação do coeficiente de resistência  $\phi_{global}$  para  $\beta_{alvo}$  de 2,5.**



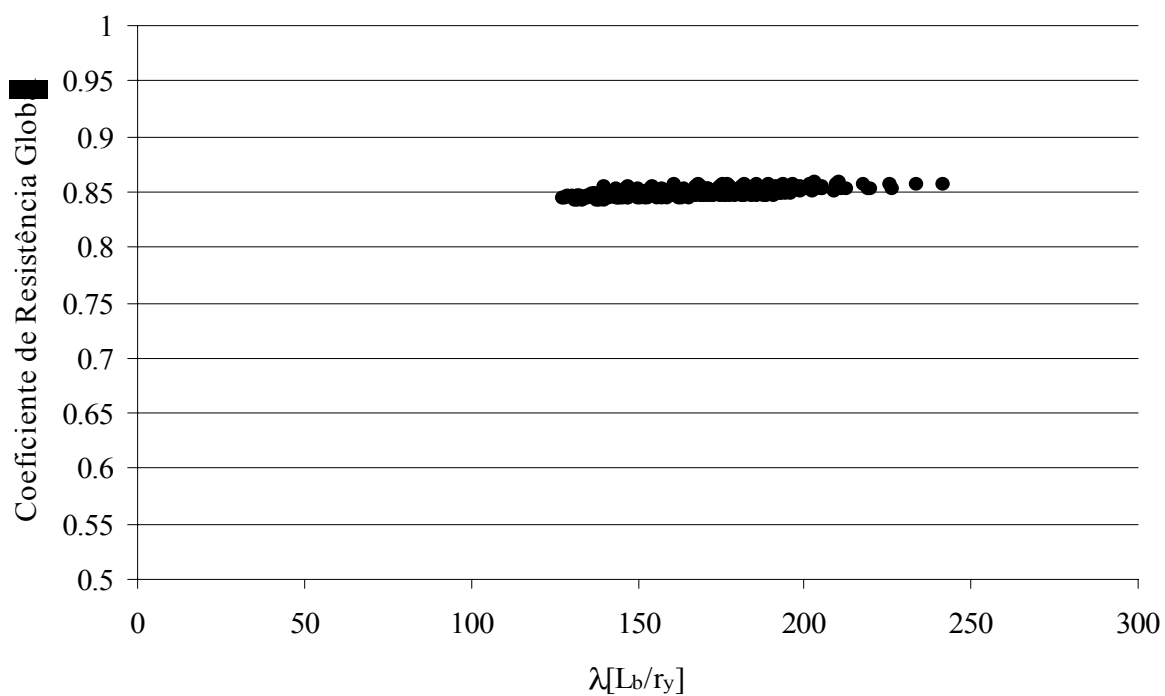
**Figura 6.13 – Variação do coeficiente de resistência  $\phi_{global}$  para  $\beta_{alvo}$  de 3,0.**



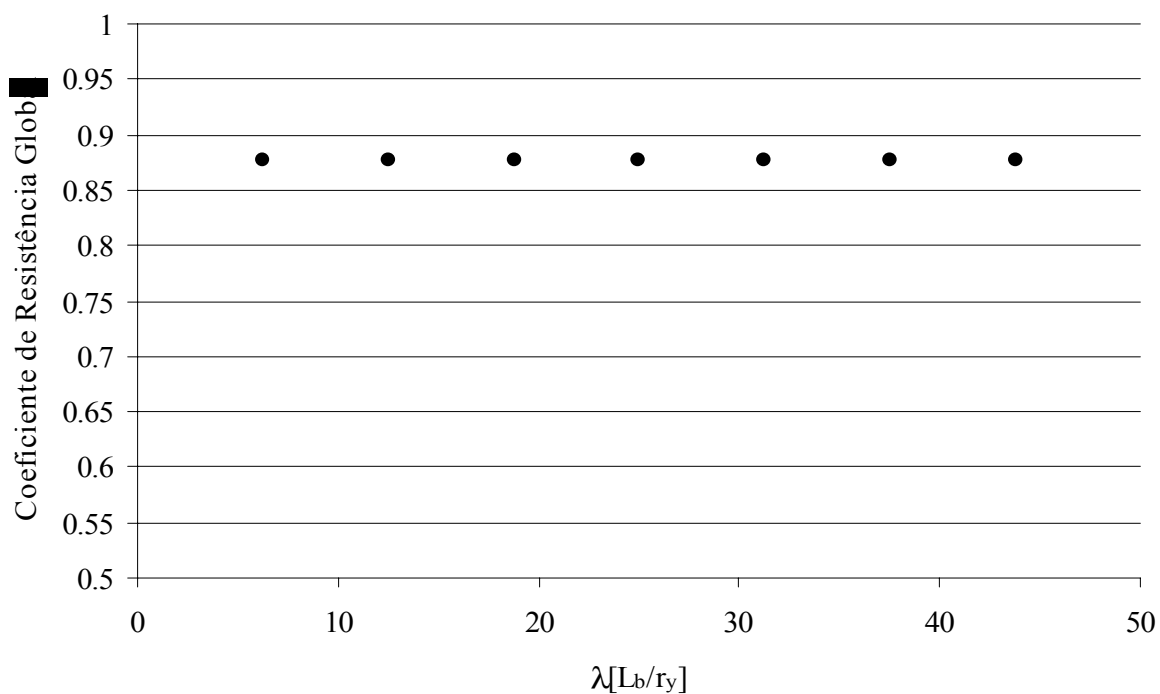
**Figura 6.14 – Variação do coeficiente de resistência  $\phi_{global}$  para  $\beta_{alvo}$  de 2,0.  
Modo de falha 1**



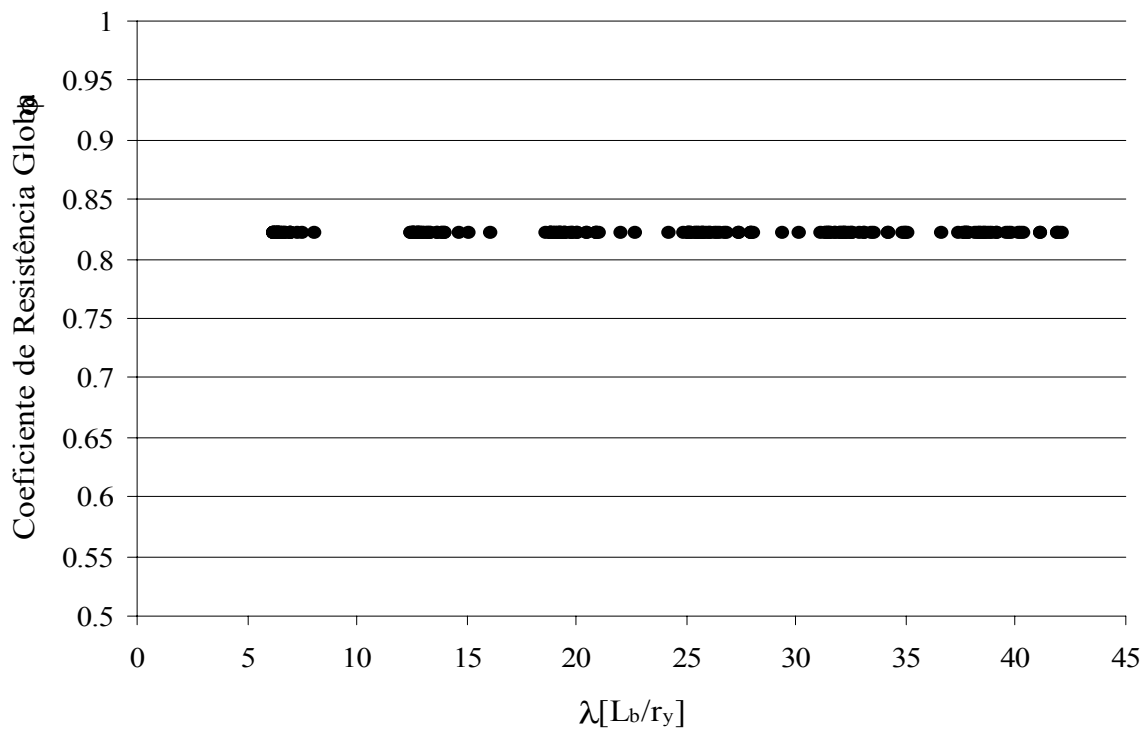
**Figura 6.15 – Variação do coeficiente de resistência  $\phi_{global}$  para  $\beta_{alvo}$  de 2,0.  
Modo de falha 2**



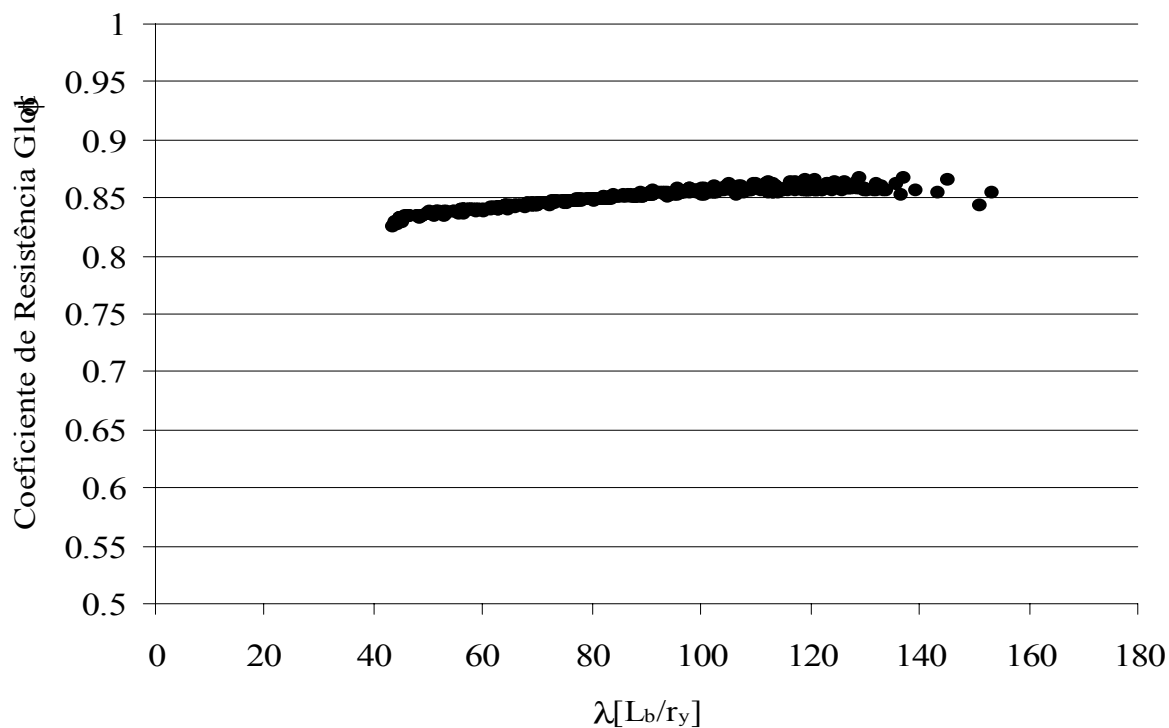
**Figura 6.16 – Variação do coeficiente de resistência  $\phi_{global}$  para  $\beta_{alvo}$  de 2,0.  
Modo de falha 3**



**Figura 6.17 – Variação do coeficiente de resistência  $\phi_{global}$  para  $\beta_{alvo}$  de 2,0.  
Modo de falha 8**

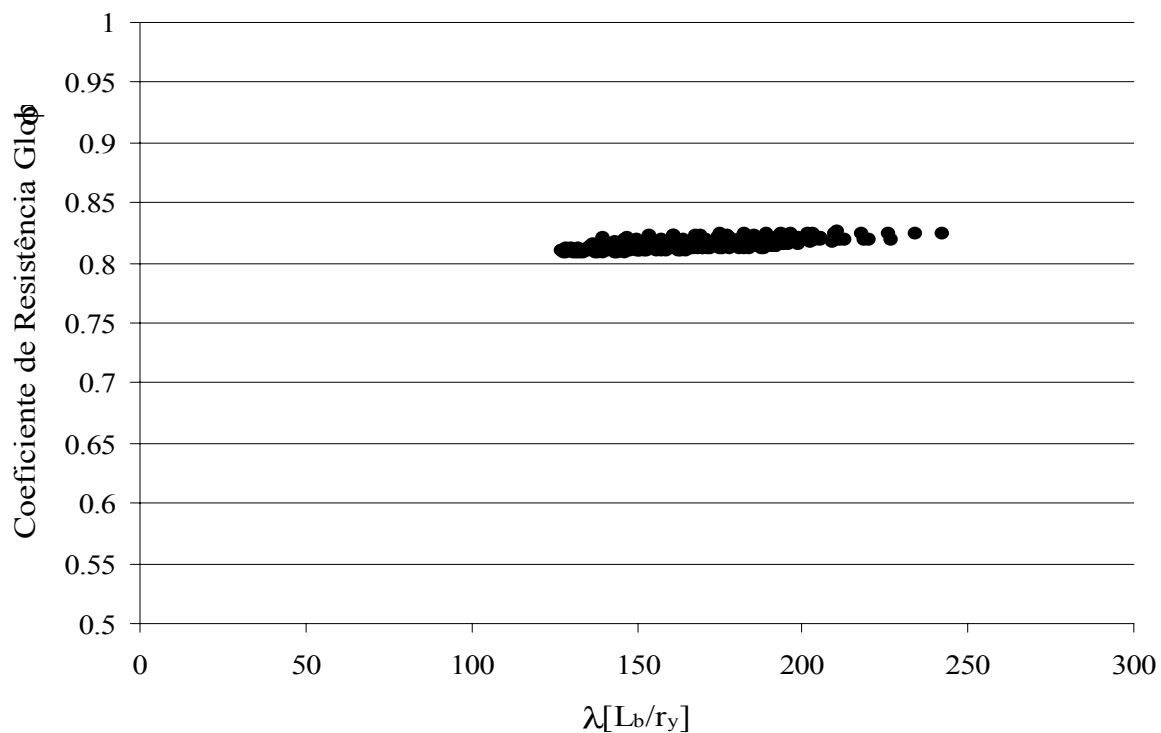


**Figura 6.18 – Variação do coeficiente de resistência  $\phi_{global}$  para  $\beta_{alvo}$  de 2,5.  
Modo de falha 1**

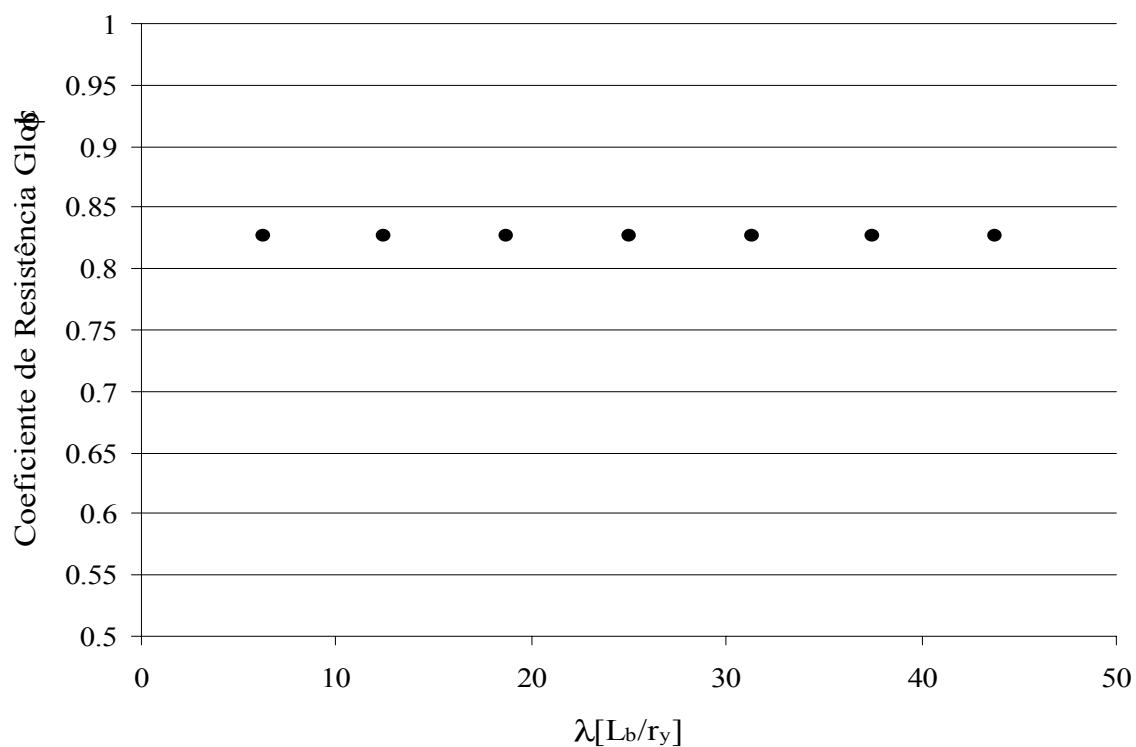


**Figura 6.19 – Variação do coeficiente de resistência  $\phi_{global}$  para  $\beta_{alvo}$  de 2,5.  
Modo de falha 2**

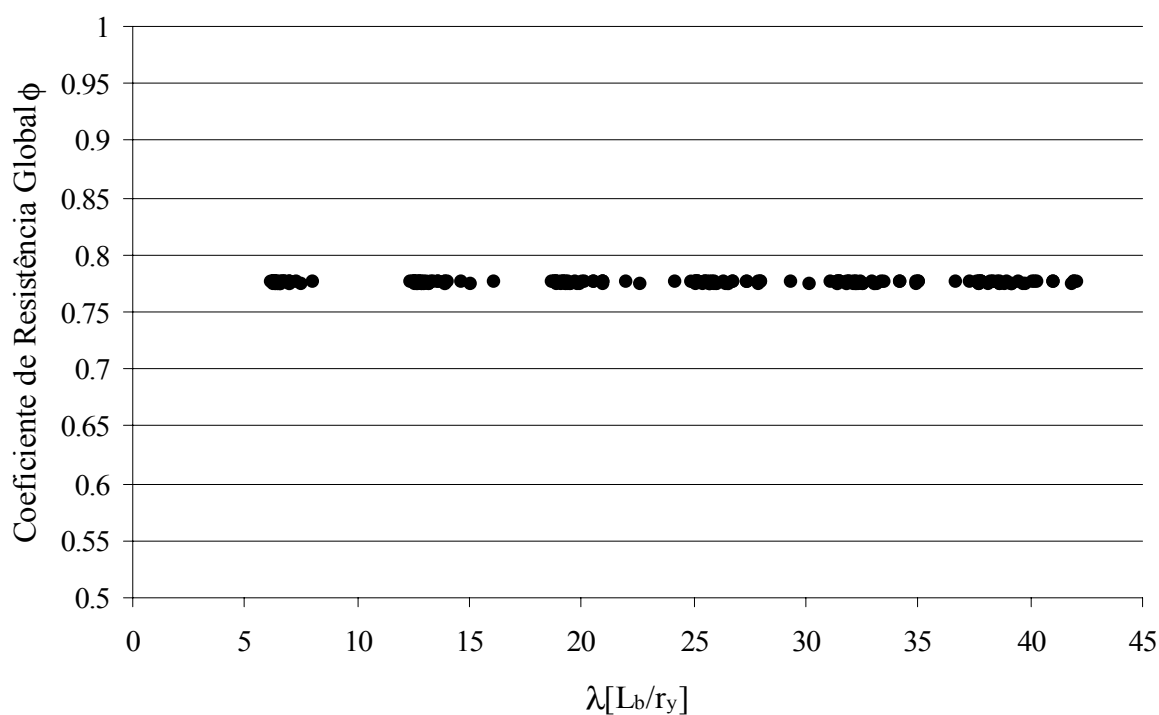




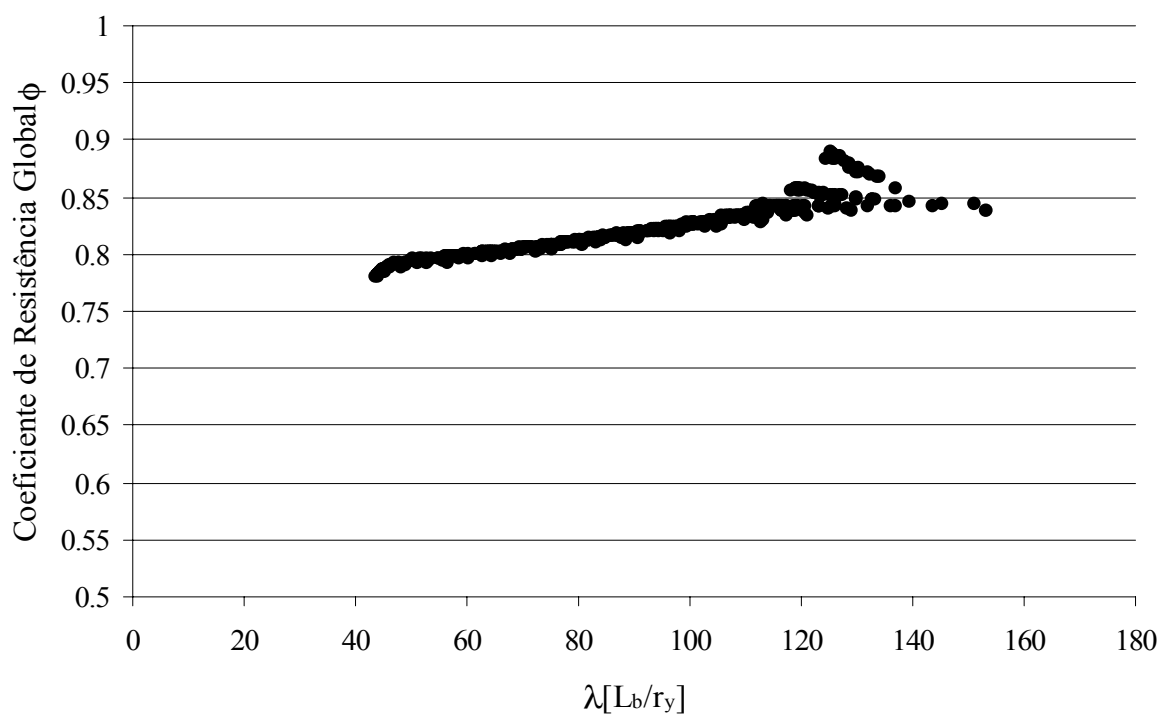
**Figura 6.20 – Variação do coeficiente de resistência  $\phi_{global}$  para  $\beta_{alvo}$  de 2,5.  
Modo de falha 3**



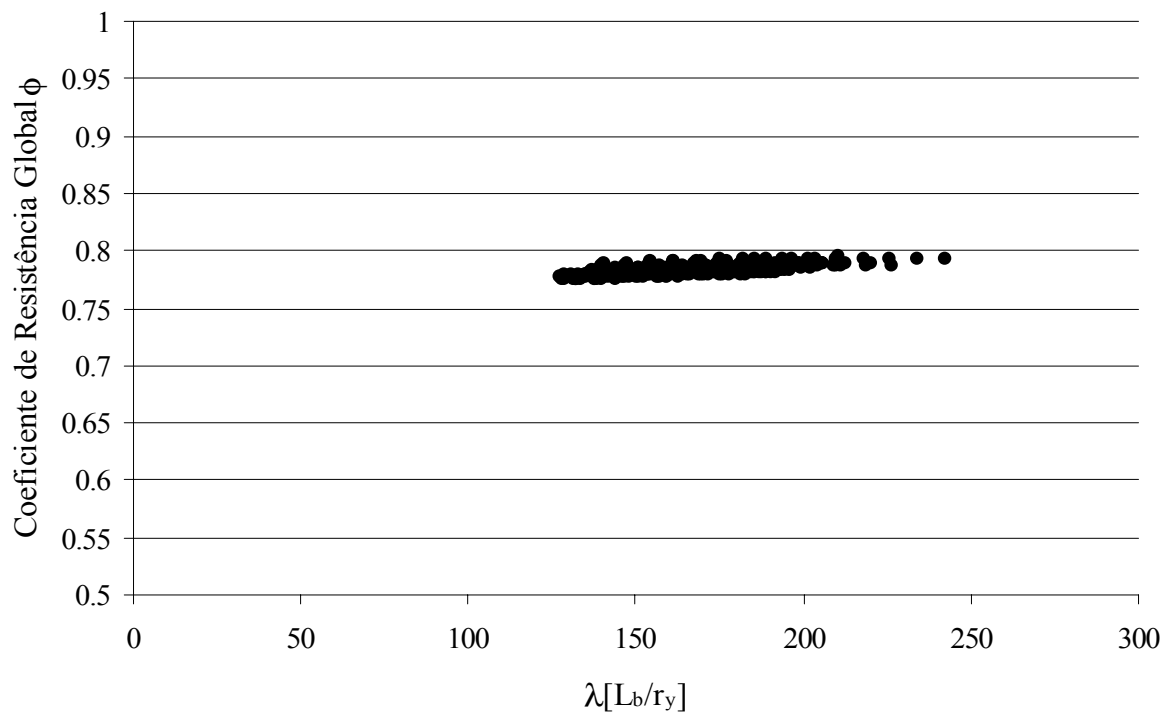
**Figura 6.21 – Variação do coeficiente de resistência  $\phi_{global}$  para  $\beta_{alvo}$  de 2,5.  
Modo de falha 8**



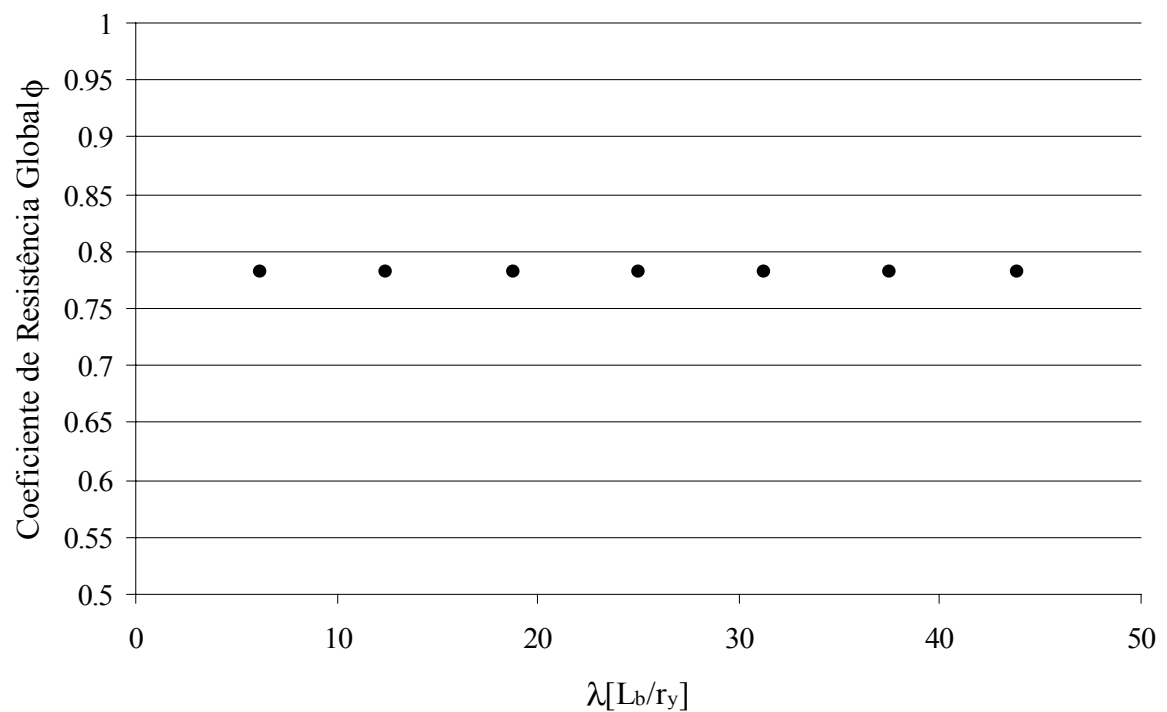
**Figura 6.22 – Variação do coeficiente de resistência  $\phi_{global}$  para  $\beta_{alvo}$  de 3,0.  
Modo de falha 1**



**Figura 6.23 – Variação do coeficiente de resistência  $\phi_{global}$  para  $\beta_{alvo}$  de 3,0.  
Modo de falha 2**



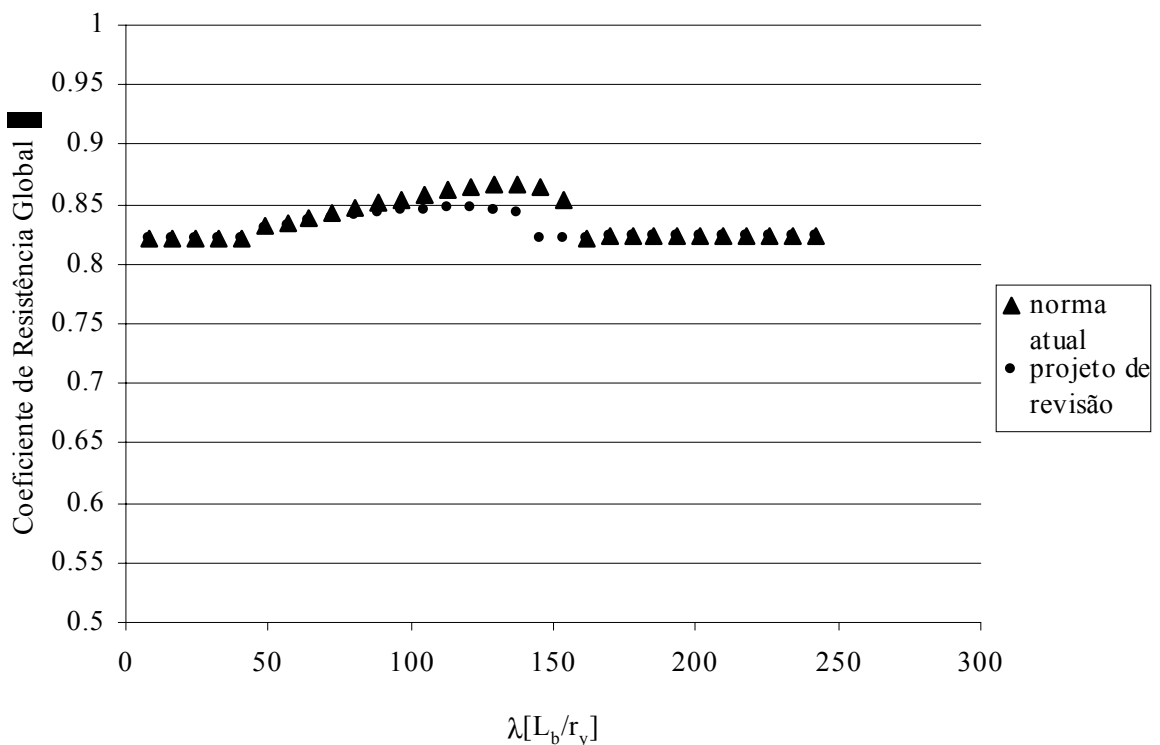
**Figura 6.24 – Variação do coeficiente de resistência  $\phi_{global}$  para  $\beta_{alvo}$  de 3,0.  
Modo de falha 3**



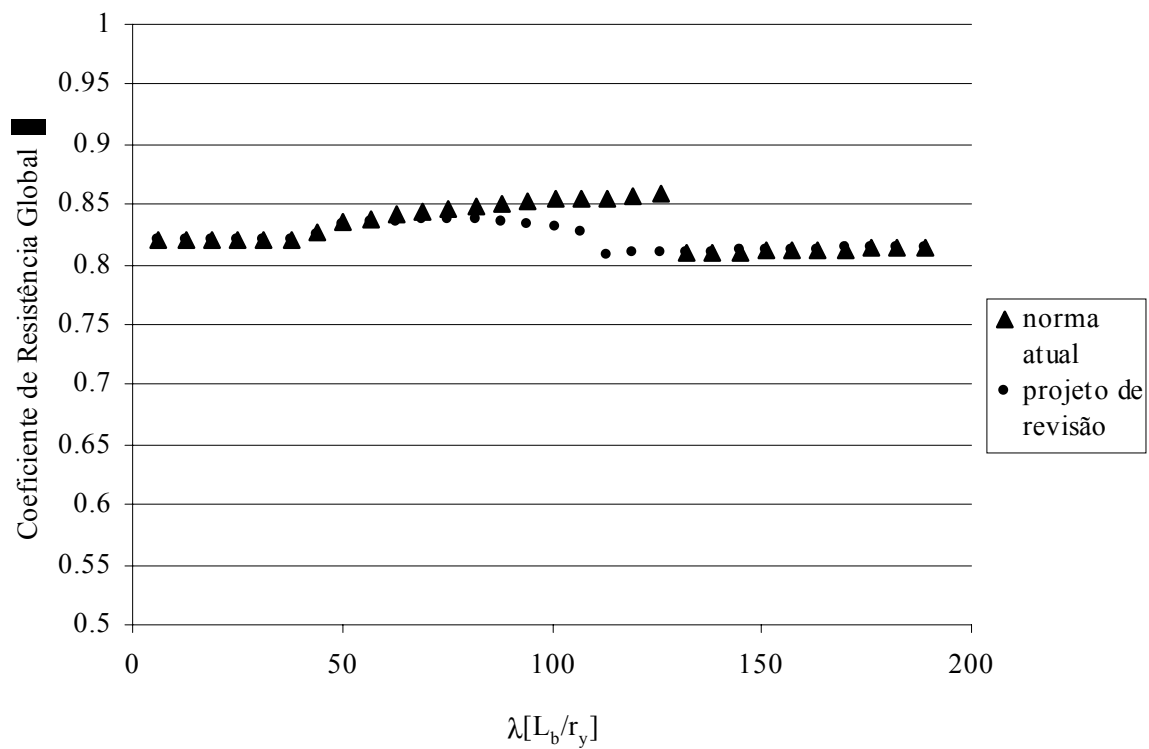
**Figura 6.25 – Variação do coeficiente de resistência  $\phi_{global}$  para  $\beta_{alvo}$  de 3,0.  
Modo de falha 8**

Com a observação das figuras acima, percebe-se uma uniformidade dos coeficientes de resistência,  $\phi_{global}$ , em cada modo de falha, tendo uma exceção apenas para o modo de falha 2, onde ocorre uma pequena dispersão dos resultados ao longo de  $\lambda$ .

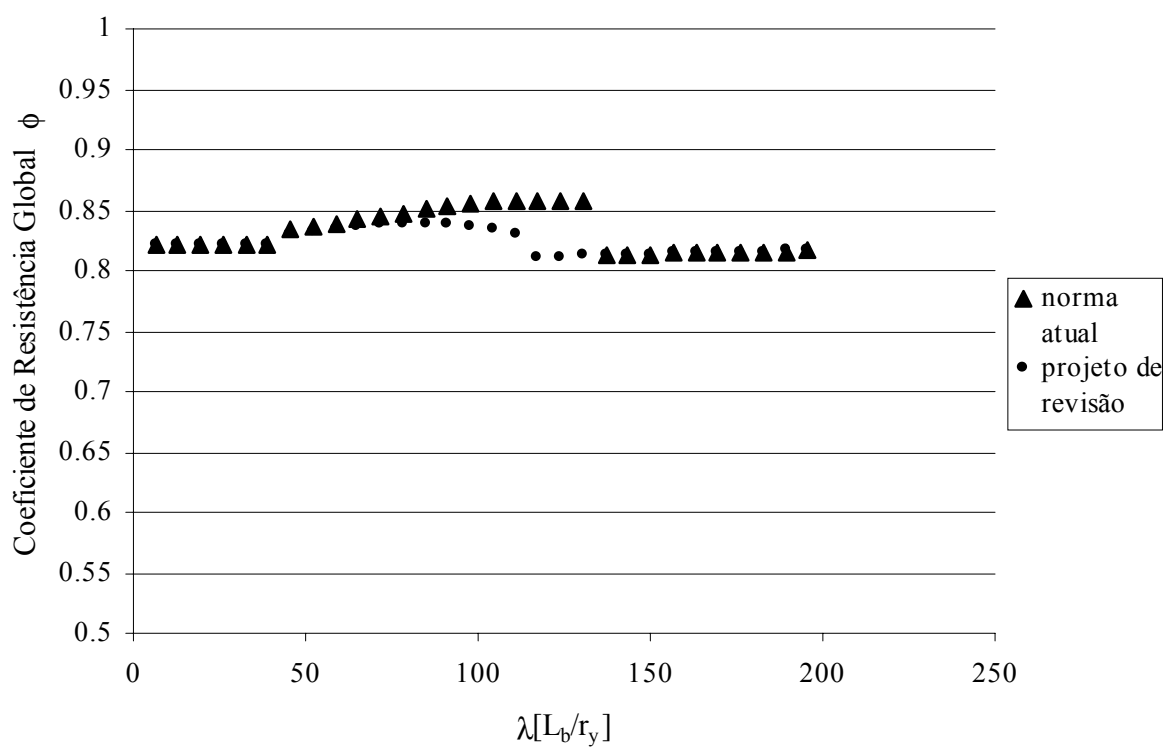
Foram testados também três perfis da tabela da Açominas segundo o projeto de revisão da NBR 8800 (2003). Foram escolhidos o primeiro perfil, o último e um perfil intermediário da lista (Anexo I). Os resultados são mostrados nas figuras 6.26 a 6.28 para  $\beta_{alvo}$  de 2,5, onde pode-se observar em cada figura, uma variação principalmente na fase inelástica. Observa-se que a curva do projeto de revisão apresenta-se mais suave, e os valores dos coeficientes globais são menores do que os apresentados pela norma atual, devido principalmente à diminuição da tensão residual,  $f_r$ .



**Figura 6.26 – Variação do coeficiente de resistência  $\phi_{global}$  para o perfil W150x18.0.**



**Figura 6.27 – Variação do coeficiente de resistência  $\phi_{global}$  para o perfil W360x44.0.**



**Figura 6.28 – Variação do coeficiente de resistência  $\phi_{global}$  para o perfil W610x174.0.**

Embora os efeitos das ações tenham sido tomados como determinísticos (poderia ser feito de forma semelhante para o caso não determinístico) pode-se propor uma alternativa para uniformizar a confiabilidade para o estado limite de flexão, conforme a NBR 8800, para perfis laminados de aço de seção I. A tabela 6.2 apresenta valores representativos do coeficiente de resistência para três níveis de confiabilidade estudados, separados por modo de falha. Para o modo de falha 2, visando diminuir o erro produzido pela adoção de um único coeficiente, esse modo foi discretizado para três intervalos de  $\lambda$ .

**Tabela 6.2 – Coeficientes de resistência para três níveis de confiabilidade alvo**

Índice de Confiab.	Coeficiente de Minoração da Resistência $\phi_{global}$					
	Modo de Falha 1	Modo de Falha 2			Modo de Falha 3	Modo de Falha 6
		$\lambda < 70$	$70 \leq \lambda < 140$	$\lambda \geq 140$		
$\beta = 2,0$	0,87	0,88	0,89	0,87	0,84	0,88
$\beta = 2,5$	0,82	0,83	0,85	0,85	0,81	0,83
$\beta = 3,0$	0,77	0,79	0,81	0,83	0,78	0,78

#### 6.4.1 – Exemplo de aplicação

A seguir é apresentado um exemplo de dimensionamento à flexão segundo o anexo D da NBR 8800 (1986), descrito no capítulo 4 desse trabalho. O objetivo é determinar o valor do momento resistente à flexão de um certo perfil I laminado, de modo que o índice de confiabilidade alcançado seja próximo de 2,5. Os passos do cálculo são descritos a seguir.

É estudado o perfil I laminado W410x38.8. Adotou-se um comprimento entre contenção lateral de 2,50 m. Tem-se então:

$$L_b = 250 \text{ cm}$$

$$d = 39,9 \text{ cm} \quad t_f = 0,88 \text{ cm}$$

$$b_f = 14 \text{ cm} \quad t_w = 0,64 \text{ cm}$$

As propriedades geométricas nominais do perfil são:

$$h = 38,1 \text{ cm}$$

$$A_g = 50,3 \text{ cm}^2 \quad I_t = 11,69 \text{ cm}^4$$

$$Z_x = 736,8 \text{ cm}^3 \quad W_x = 640,5 \text{ cm}^3$$

Considerando o aço ASTM A572, as propriedades mecânicas do aço são:

$$f_y = 34,5 \text{ kN/cm}^2 \quad \rightarrow \quad \text{tensão de escoamento do aço}$$

$$f_r = 11,5 \text{ kN/cm}^2 \quad \rightarrow \quad \text{tensão residual do aço}$$

$$E = 20.500 \text{ kN/cm}^2 \quad \rightarrow \quad \text{módulo de elasticidade}$$

Cálculo do  $M_n$  da Flambagem Lateral por Torção

$$\lambda = 88,34$$

$$\lambda_p = 42,66$$

$$M_r = 14731,50 \text{ kN}\cdot\text{cm}$$

$$\beta_I = 969003,50$$

$$\beta_2 = 42026,64$$

$$\lambda_r = 125,76$$

Como  $\lambda_p < \lambda \leq \lambda_r$ , então:

$$M_{pl} = 25419,60 \text{ kN}\cdot\text{cm}$$

$$M_n = M_{pl} - (M_{pl} - M_r) \frac{\lambda - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p}$$

$$M_n = 19544,40 \text{ kN}\cdot\text{cm}$$

Cálculo do  $M_n$  da Flambagem Local da Mesa

$$\lambda = 7,95$$

$$\lambda_p = 9,26$$

Como  $\lambda \leq \lambda_p$ , então:

$$M_n = M_{pl}$$

$$M_n = 25419,60 \text{ kN}\cdot\text{cm}$$

Cálculo do  $M_n$  da Flambagem Local da Alma

$$\lambda = 59,53$$

$$\lambda_p = 85,32$$

Como  $\lambda \leq \lambda_p$ , então:

$$M_n = M_{pl}$$

$$M_n = 25419,60 \text{ kN}\cdot\text{cm}$$

O momento resistente é o menor dos três valores considerando os estados limites de FLT, FLA e FLM. Logo:

$$M_n = M_{FLT} = 19544,40 \text{ kN}\cdot\text{cm}$$

Como o momento resistente foi definido pela FLT e  $\lambda_p < \lambda \leq \lambda_r$ , o modo de falha é o 2 conforme o item 4.1 desse trabalho. O valor de  $\lambda$  definido na FLT é 88,34.



De acordo com a tabela 6.2 o coeficiente de resistência a ser utilizado para obter-se um índice de confiabilidade de 2,5 é de 0,85. Logo:

$$M_d = 0,85M_n = 16612,74 \text{ kN}\cdot\text{cm}$$

Após nova verificação, utilizando o valor de  $M_d(X_k)$  calculado acima, obteve-se um índice de confiabilidade de 2,49, confirmando, dentro das premissas assumidas, a tabela 6.2.

## *Capítulo 7*

### **Conclusões e Sugestões**

Neste trabalho foi feita uma revisão bibliográfica na busca de um melhor entendimento sobre a obtenção dos coeficientes de segurança vigentes nas normas, principalmente nas normas referentes às estruturas metálicas. Nessa etapa pode-se perceber que na transição do Método das Tensões Admissíveis para o Método dos Estados Limites não foi possível se obter uma boa uniformidade da confiabilidade, principalmente devido a sua calibração com o método anterior.

É abordado também o Método dos Estados Limites com enfoque no processo de calibração de normas. Em seguida são apresentados os métodos de confiabilidade estrutural, sendo descritos o Método FORM e a Simulação de Monte Carlo, utilizados neste trabalho através do programa CALREL.

No capítulo 4 apresentou-se uma compilação dos dados estatísticos necessários para a realização do trabalho, referentes ao material e a geometria do perfil, bem como os respectivos valores nominais, conforme encontrados na literatura. No processo de desenvolvimento das normas americanas em Estados Limites foi adotado um único valor representativo da variabilidade das propriedades geométricas da seção. Neste trabalho, procurando fazer um tratamento mais racional das variáveis, adotou-se como variáveis aleatórias as dimensões do perfil e a partir delas determinam-se as propriedades geométricas que interessam no dimensionamento.

Ainda no capítulo 4 foi apresentado o estado limite último na flexão, segundo a NBR 8800 (1986) e o projeto de revisão da NBR 8800 (2003). No capítulo 5 são mostrados os resultados da Simulação de Monte Carlo, indicando a variabilidade encontrada no índice de confiabilidade. Isto ocorre devido ao fato de se adotar um único coeficiente de minoração de resistência para todo o domínio da flexão como foi visto no capítulo 5.

Percebeu-se que as alterações propostas no projeto de revisão da NBR 8800 produzem uma diminuição tanto dos valores do índice de confiabilidade quanto de sua dispersão para o caso do modo de falha 2. Para os demais modos de falha as alterações são insignificantes.

A partir da análise do índice de confiabilidade para cada modo de falha separadamente verifica-se a existência de uniformidade em cada um deles, com exceção do modo de falha 2. Pode-se, então, pensar na adoção de um coeficiente de resistência para cada modo de falha e de mais de um, em função do índice de esbeltez  $\lambda$ , para o caso do modo de falha 2.

No capítulo 5 foi apresentada uma metodologia para calcular o coeficiente de minoração da resistência para um nível de confiabilidade preestabelecido. A metodologia foi utilizada para o estado limite de flexão segundo o anexo D da NBR 8800 (1986) e também para o projeto de revisão da NBR 8800 (2003). Foi mostrada a eficiência do uso do vetor dos cossenos diretores fornecidos pelo Método FORM, sendo exibidos gráficos dos valores dos cossenos diretores em função do índice de esbeltez,  $\lambda$ , para todas as regiões de falha na flexão de perfis I laminados. Foram apresentados também os valores que o coeficiente global de resistência deveria assumir, para a situação analisada, ou seja, considerando o carregamento como determinístico, para manter a uniformidade para níveis de  $\beta$  de 2, 2,5 e 3, separados por modo de falha, através da tabela 6.2. Este critério proporciona ao projetista uma grande facilidade para a obtenção do coeficiente de resistência. Novas simulações foram feitas para verificar a tabela, trazendo um erro percentual muito pequeno no índice de confiabilidade, mostrando que é possível desenvolver critérios simples, a serem aplicados em normas, a fim de uniformizar a confiabilidade para uma mesma função de estado limite.

Os resultados obtidos neste trabalho são semelhantes àqueles obtidos por Santos (2000) para perfis soldados da série VS. Mostrou-se também que os resultados obtidos para o projeto de revisão da NBR 8800 indica uma redução da variabilidade do índice de confiabilidade, principalmente no modo de falha 2.

A continuidade natural desse trabalho é a busca de valores mais realistas para os coeficientes da resistência, através da adoção de dados estatísticos relativos aos perfis

produzidos no Brasil, bem como levar em consideração a variabilidade do modelo matemático e da aleatoriedade da solicitação.

## *Referências Bibliográficas*

Andrade, P. B. (1994). Curso Básico de Estruturas de Aço, 192p.

Ang, A. H-S. e Cornell, C. A. (1974). Reliability Bases of Structural Safety and Design. Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 100, Número 9, pp. 1755-1769.

Ang, A. H-S. e Tang, W. H. (1984). Probability Concepts in Engineering Planning and Design – Decision, risk and reliability, Vol. II, John Wiley & Sons, 562p, EUA.

American Society of Civil Engineers (1996). Minimum Design Loads for Buildings and Other Structures (ANSI/ASCE 7-95), 214p, EUA.

Associação Brasileira de Normas Técnicas – ABNT (1986). Projeto e execução de estruturas de aço de edifícios (método dos estados limites) – NBR 8800, Rio de Janeiro.

CALREL User Manual (1992). Report UCB/SEMM/89/18, University of California at Berkeley.

Castro, L. A. (1997). Análise da Segurança no Projeto de Estruturas: Método dos Estados Limites, Dissertação de Mestrado, EESC/USP, 119p.

II Colóquio de Estruturas De Aço (1986). Projeto nos Estados Limites, PUC – RJ.

Ditlevsen, O., Madsen, H. O. (1996). Structural Reliability Methods, 372p.

Ellingwood, B. R. (2000). LRFD: implementing structural reliability in professional practice. Engineering Structures, Vol.22, pp.106-115.

Ellingwood, B., Macgregor, J. G., Galambos, T. V. e Cornell, C. A. (1980). Development of a Probability Based Load Criterion for American National Standard A58. National Bureau of Standards, 577p.

Ellingwood, B., Macgregor, J. G., Galambos, T. V. e Cornell, C. A. (1982). Probability Based Load Criteria: Load Factor and Load Combinations. Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 108, Número 5, pp. 978-997.

Galambos, T. V. (1978). Properties of Steel for Use in LRFD. Journal of the Structural Division, ASCE, Vol.104, Número 9, pp.1459-1468.

Galambos, T. V. (1981). Load and Resistance Factor Design. Engineering Journal/American Institute of Steel Construction, pp.74-82.

Galambos, T. V. (1992). Design Codes. Engineering Safety, McGraw-Hill, Inglaterra, pp. 47-71.

Galambos, T. V., Ellingwood, B., Macgregor, J. G., e Cornell, C. A. (1982). Probability Based Load Criteria: Assessment of Current Design Practice. Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 108, Número 5, pp. 959-977.

Machado, E. R. (2001). Avaliação da Confiabilidade de Estruturas em Concreto Armado, Dissertação de Mestrado, UFMG, 108p.

Melchers, R. E. (1987). Structural Reliability – analysis and prediction, 400p.

Rackwitz, R. e Fiessler, B. (1978). Structural Reliability Under Combined Random Load Sequences, Computer and Structures, Vol. 9.

Ravindra, M. K., Galambos, T. V. (1978). Load and Resistance Factor Design for Steel. Journal of the Structural Division, ASCE, Vol.104, Número 9, pp.1337-1353.

Rosowsky, D. V., Hassan, A. F., Phani Kumar, N. V. V. (1994). Calibration of current factors in LRFD for steel. Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 120, Número 9, pp.2737-2746.

Santos, L. L. (2000). Sobre a Confiabilidade de Vigas Segundo as Normas de Estruturas Metálicas, Dissertação de Mestrado, UFRGS, 131p.

Shinozuka, M. (1983). Basic Analysis of Structural Safety, Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 109, Número3, pp.721-740.

## **Anexo**

**Tabela de Perfis I Laminados fabricados pela empresa AÇOMINAS**



TABELA DE BITOLAS - PERFIS I

BITOLA	Massa	d mm	b <sub>f</sub> mm	d' mm	h mm	ESPESSURA		ESBELTEZ		EIXO X - X				EIXO Y - Y				S cm <sup>2</sup>	I <sub>t</sub> cm <sup>4</sup>	C <sub>w</sub> cm <sup>6</sup>	r <sub>t</sub> cm	u m <sup>2</sup> /m	I <sub>x</sub> / M cm <sup>5</sup> /kg
	linear kg/m					t <sub>w</sub> mm	t <sub>f</sub> mm	ABA - f b <sub>f</sub> / 2t <sub>f</sub>	ALMA - w d' / t <sub>w</sub>	I <sub>x</sub> cm <sup>4</sup>	W <sub>x</sub> cm <sup>3</sup>	r <sub>x</sub> cm	Z <sub>x</sub> cm <sup>3</sup>	I <sub>y</sub> cm <sup>4</sup>	W <sub>y</sub> cm <sup>3</sup>	r <sub>y</sub> cm	Z <sub>y</sub> cm <sup>3</sup>						
W 150 x 13,0*	13,0	148	100	118	138	4,3	4,9	10,20	27,49	635	85,8	6,18	96,4	82	16,4	2,22	25,5	16,6	1,72	4.181	2,60	0,73	0,49
W 150 x 18,0	18,0	153	102	119	139	5,8	7,1	7,18	20,48	939	122,8	6,34	139,4	126	24,7	2,32	38,5	23,4	4,34	6.683	2,69	0,75	0,51
W 200 x 15,0*	15,0	200	100	170	190	4,3	5,2	9,62	39,44	1.305	130,5	8,20	147,9	87	17,4	2,12	27,3	19,4	2,05	8.222	2,55	0,84	0,86
W 200 x 19,3	19,3	203	102	170	190	5,8	6,5	7,85	29,31	1.686	166,1	8,19	190,6	116	22,7	2,14	35,9	25,1	4,02	11.098	2,59	0,85	0,85
W 200 x 22,5	22,5	206	102	170	190	6,2	8,0	6,38	27,42	2.029	197,0	8,37	225,5	142	27,9	2,22	43,9	29,0	6,18	13.868	2,63	0,85	0,89
W 200 x 26,6	26,6	207	133	170	190	5,8	8,4	7,92	29,34	2.611	252,3	8,73	282,3	330	49,6	3,10	76,3	34,2	7,65	32.477	3,54	0,98	0,97
W 200 x 31,3	31,3	210	134	170	190	6,4	10,2	6,57	26,50	3.168	301,7	8,86	338,6	410	61,2	3,19	94,0	40,3	12,59	40.822	3,60	0,99	1,00
W 250 x 17,9*	17,9	251	101	220	240	4,8	5,3	9,53	45,92	2.291	182,6	9,96	211,0	91	18,1	1,99	28,8	23,1	2,54	13.735	2,48	0,94	1,26
W 250 x 22,3	22,3	254	102	220	240	5,8	6,9	7,39	37,97	2.939	231,4	10,09	267,7	123	24,1	2,06	38,4	28,9	4,77	18.629	2,54	0,95	1,30
W 250 x 25,3	25,3	257	102	220	240	6,1	8,4	6,07	36,10	3.473	270,2	10,31	311,1	149	29,3	2,14	46,4	32,6	7,06	22.955	2,58	0,96	1,35
W 250 x 28,4*	28,4	260	102	220	240	6,4	10,0	5,10	34,38	4.046	311,2	10,51	357,3	178	34,8	2,20	54,9	36,6	10,34	27.636	2,62	0,96	1,41
W 250 x 32,7	32,7	258	146	220	240	6,1	9,1	8,02	36,03	4.937	382,7	10,83	428,5	473	64,8	3,35	99,7	42,1	10,44	73.104	3,86	1,13	1,50
W 250 x 38,5	38,5	262	147	220	240	6,6	11,2	6,56	33,27	6.057	462,4	11,05	517,8	594	80,8	3,46	124,1	49,6	17,63	93.242	3,93	1,14	1,56
W 250 x 44,8*	44,8	266	148	220	240	7,6	13,0	5,69	28,95	7.158	538,2	11,15	606,3	704	95,1	3,50	146,4	57,6	27,14	112.398	3,96	1,15	1,58
W 310 x 21,0*	21,0	303	101	272	292	5,1	5,7	8,86	53,25	3.776	249,2	11,77	291,9	98	19,5	1,90	31,4	27,2	3,27	21.628	2,42	1,05	1,77
W 310 x 23,8*	23,8	305	101	272	292	5,6	6,7	7,54	48,50	4.346	285,0	11,89	333,2	116	22,9	1,94	36,9	30,7	4,65	25.594	2,45	1,05	1,80
W 310 x 28,3	28,3	309	102	271	291	6,0	8,9	5,73	45,20	5.500	356,0	12,28	412,0	158	31,0	2,08	49,4	36,5	8,14	35.441	2,55	1,06	1,92
W 310 x 32,7	32,7	313	102	271	291	6,6	10,8	4,72	41,12	6.570	419,8	12,49	485,3	192	37,6	2,13	59,8	42,1	12,91	43.612	2,58	1,07	1,99
W 310 x 38,7	38,7	310	165	271	291	5,8	9,7	8,51	46,66	8.581	553,6	13,14	615,4	727	88,1	3,82	134,9	49,7	13,20	163.728	4,38	1,31	2,20
W 310 x 44,5	44,5	313	166	271	291	6,6	11,2	7,41	41,00	9.997	638,8	13,22	712,8	855	103,0	3,87	158,0	57,2	19,90	194.433	4,41	1,32	2,23
W 310 x 52,0*	52,0	317	167	271	291	7,6	13,2	6,33	35,61	11.909	751,4	13,33	842,5	1.026	122,9	3,91	188,8	67,0	31,81	236.422	4,45	1,33	2,26
W 360 x 32,9	32,9	349	127	308	332	5,8	8,5	7,47	53,10	8.358	479,0	14,09	547,6	291	45,9	2,63	72,0	42,1	9,15	84.111	3,20	1,25	2,53
W 360 x 39,0	39,0	353	128	308	332	6,5	10,7	5,98	47,32	10.331	585,3	14,35	667,7	375	58,6	2,73	91,9	50,2	15,83	109.551	3,27	1,26	2,62
W 360 x 44,0	44,0	352	171	308	332	6,9	9,8	8,72	44,70	12.258	696,5	14,58	784,3	818	95,7	3,77	148,0	57,7	16,70	239.091	4,43	1,43	2,71
W 360 x 51,0	51,0	355	171	308	332	7,2	11,6	7,37	42,75	14.222	801,2	14,81	899,5	968	113,3	3,87	174,7	64,8	24,65	284.994	4,49	1,43	2,80
W 360 x 57,8*	57,8	358	172	308	332	7,9	13,1	6,56	38,96	16.143	901,8	14,92	1.014,8	1.113	129,4	3,92	199,8	72,5	34,45	330.394	4,53	1,44	2,84
W 360 x 64,0	64,0	347	203	288	320	7,7	13,5	7,52	37,40	17.890	1.031,1	14,80	1.145,5	1.885	185,7	4,80	284,5	81,7	44,57	523.362	5,44	1,56	2,79
W 360 x 72,0	72,0	350	204	288	320	8,6	15,1	6,75	33,47	20.169	1.152,5	14,86	1.285,9	2.140	209,8	4,84	321,8	91,3	61,18	599.082	5,47	1,57	2,81
W 360 x 79,0*	79,0	354	205	288	320	9,4	16,8	6,10	30,68	22.713	1.283,2	14,98	1.437,0	2.416	235,7	4,89	361,9	101,2	82,41	685.701	5,51	1,58	2,86
W 410 x 38,8	38,8	399	140	357	381	6,4	8,8	7,95	55,84	12.777	640,5	15,94	736,8	404	57,7	2,83	90,9	50,3	11,69	153.190	3,49	1,40	3,24
W 410 x 46,1	46,1	403	140	357	381	7,0	11,2	6,25	50,94	15.690	778,7	16,27	891,1	514	73,4	2,95	115,2	59,2	20,06	196.571	3,55	1,41	3,37
W 410 x 53,0	53,0	403	177	357	381	7,5	10,9	8,12	47,63	18.734	929,7	16,55	1.052,2	1.009	114,0	3,84	176,9	68,4	23,38	387.194	4,56	1,55	3,49
W 410 x 60,0	60,0	407	178	357	381	7,7	12,8	6,95	46,42	21.707	1.066,7	16,88	1.201,5	1.205	135,4	3,98	209,2	76,2	33,78	467.404	4,65	1,57	3,63
W 410 x 67,0*	67,0	410	179	357	381	8,8	14,4	6,22	40,59	24.678	1.203,8	16,91	1.362,7	1.379	154,1	4,00	239,0	86,3	48,11	538.546	4,67	1,57	3,64
W 410 x 75,0*	75,0	413	180	357	381	9,7	16																