



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO
PRETO**
ESCOLA DE MINAS
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA
CIVIL – DECIV**



Tales Vieira Pena

**Controle Passivo da Resposta Dinâmica Estrutural via Análise
Numérica e Otimização**

Ouro Preto

2017

Tales Vieira Pena

**Controle Passivo da Resposta Dinâmica Estrutural via Análise
Numérica e Otimização**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil do Departamento de Engenharia Civil da Escola de Minas da Universidade Federal de Ouro Preto, como parte integrante dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil, na área de Construção Metálica.

Orientador: Prof. Dr. Francisco de Assis das Neves

Ouro Preto

2017

P397c

Pena, Tales Vieira.

Controle passivo da resposta dinâmica estrutural via análise numérica e otimização [manuscrito] / Tales Vieira Pena. - 2017. xx, 80f.: il.: color; grafs; tabs.

Orientador: Prof. Dr. Francisco de Assis das Neves.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Ouro Preto. Escola de Minas. Departamento de Engenharia Civil. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil.

Área de Concentração: Construção Metálica.

1. Dinâmica estrutural. 2. Algoritmos genéticos. 3. Absorsores. I. Neves, Francisco de Assis das. II. Universidade Federal de Ouro Preto. III. Título.

CDU: 624.014

A Deus dedico mais esta etapa vencida.

Andrea Lopes Vieira Pena e Elgen Pinto
Pena, meus pais, pelo apoio e carinho.

A Nathália, Jessica e Talita, minhas
irmãs, por sempre acreditarem em mim.

AGRADECIMENTO

Ao meu orientador, Francisco de Assis das Neves, pela orientação, incentivo e paciência.

Aos meus colegas Erik, João Lucas, Rosana e a minha irmã Nathália, que me apoiaram e me ajudaram a chegar até aqui.

E a todos que de alguma forma contribuíram para o desenvolvimento dessa pesquisa.

“Talvez não tenhamos conseguido fazer o melhor. Mas lutamos para que o melhor fosse feito. Não somos o que deveríamos ser, não somos o que iremos ser, mas graças a Deus não somos o que éramos”.

Martin Luther King

Resumo

Efeitos de vibrações em estruturas, ocasionados por uma excitação externa cuja frequência está bem próxima de umas das frequências naturais do sistema, começaram a ser um problema bastante comum atualmente. Isto ocorre pelo fato de as novas estruturas necessitarem de menos matéria-prima para serem erguidas, devido aos diversos avanços tecnológicos nas áreas de engenharia, computação e ciência dos materiais, o que proporciona um formato mais esbelto do que as de antigamente. Assim, para contornar este problema, diversos aparatos foram estudados e desenvolvidos com o objetivo de se isolar a estrutura dessas excitações ou minimizar os seus efeitos. Um desses mecanismos é o absorvedor de massa sintonizado, AMS, que devido a sua simplicidade e baixo custo de manutenção, tornou-se bastante utilizado. Neste trabalho, foi estudada a aplicação de múltiplos AMS, ou MAMS, no controle de vibração em estruturas com diversos graus de liberdade sujeita a excitações externa. Inicialmente, foi realizado um estudo teórico para desenvolver uma rotina numérica que permitisse a análise dinâmica do sistema composto pela estrutura e os MAMS. Depois disto, foi investigado o comportamento desse sistema mediante a utilização de 1 AMS e de 3 AMS, arrançados na sua forma interligada, MAMS I, e não interligada; MAMS NI; em duas estruturas distintas: uma viga bi apoiada e um *shear building* de 20 andares. Para isso, os melhores parâmetros para cada configuração dos AMS foram obtidos através do método de otimização por algoritmo genético, onde foi considerado como objetivo minimizar o máximo valor modular da função resposta em frequência, FRF, e através da otimização multiobjetivo, que, além do objetivo anterior, também foi considerado como objetivo a uniformização da FRF. De modo geral, os resultados obtidos foram satisfatórios e mostraram que dentro da faixa investigada e dos objetivos investigados, a configuração o MAMS I foi mais eficiente no controle de vibrações quando comparados às outras configurações.

Palavras Chaves: Dinâmica estrutura. Absorvedores de massa sintonizados (AMS). Múltiplos absorvedores de massa sintonizados (MAMS). Algoritmo genético.

ABSTRACT

Effects of vibrations on structures, caused by an external excitation whose frequency is very close to one of the natural frequencies of the system, began to be a fairly common problem today. This is due to the fact that the new structures require less raw material to be erected due to the various technological advances in the areas of engineering, computing and materials science, which provides a slimmer form than those of the old one. Thus, to circumvent this problem, several devices have been studied and developed with the aim of isolating the structure of these excitations or minimizing their effects. One such mechanism is the tuned mass dampers, TMD, which due to its simplicity and low maintenance cost has become widely used. In this work, it was studied the application of multiple TMD, or MTMD, in the control of vibration in structures with different degrees of freedom subject to external excitations. Initially, a theoretical study was carried out to develop a numerical routine that would allow the dynamic analysis of the system composed of the structure and the MTMD. After this, the behavior of this system was investigated using single TMD and 3 TMD, arranged in their interconnected form, IMTMD, and not interconnected; NIMTMD; in two distinct structures: a bi-supported beam and a 20-story shear building. For this, the best parameters for each configuration of the AMS were obtained through the method of optimization by genetic algorithm, where it was considered as objective to minimize the maximum modular value of the frequency response function, FRF, and through multiobjective optimization, which besides objective, the standardization of FRF was also considered as an objective. In general, the results were satisfactory and showed that within the investigated range and the objectives investigated, the MAMS I configuration was more efficient in the control of vibrations when compared to the other configurations.

Keywords: Dynamic structure. Tuned mass absorbers (AMS). Multiple tuned mass absorbers (MAMS). Genetic Algorithm.

Índice de Figuras

Figura 1.1 – Representação do efeito de oscilação na ponte Tacoma Narrows. ...	2
Figura 1.2 – Sistema de MAMS, figura a direita, utilizados para o controle de vibração da ponte Rio-Niterói, figura a esquerda. (Retirado de: http://www.controllato.com.br/index.asp).....	3
Figura 1.3 – Representação de um dos 10 AMS, figura a esquerda, utilizados para o controle de vibrações do Estádio do Maracanã, figura a esquerda. Retirado de: http://www.controllato.com.br/index.asp	3
Figura 2.1 – Representação de estruturas tradadas na forma a) contínua e b) aproximada por um sistema discreto (RAO, 2013).	10
Figura 2.2 - Representação da aplicação de MTMD, em uma estrutura com SDOF (JANGID, 1999).	14
Figura 2.3 – Exemplo de um diagrama de Pareto (GOMES, 2013)	23
Figura 3.1 - Fluxograma das etapas realizadas para o desenvolvimento do trabalho	24
Figura 3.2 - Representação de uma estrutura analisada por elementos finitos... ..	25
Figura 3.3 - Representação clássica de um modelo de shear-building (OSPINA, 2008).....	28
Figura 3.4 – Representação de uma estrutura de um grau de liberdade, com dois AMS NI (AVILA e GONÇALVES, 2009)	30
Figura 3.5 - Representação de uma estrutura de um G.L. com 2 AMS I (AVILA e GONÇALVES, 2009).	32
Figura 3.6 – Fluxograma esquemático ilustrando o funcionamento do programa desenvolvido.....	38
Figura 4.1 – Modelo da viga bi apoiada analisada no trabalho (TORRES, 2010).	40
Figura 4.2 – Modelamento da viga bi apoiada analisa no trabalho	41

Figura 4.3 - Gráficos da FRF, calculados no meio do vão, para os casos de a estrutura sem AMS e com 1, 2 e 3 AMS, sendo todos eles localizados no centro do vão e com os P.I.	45
Figura 4.4 – FRF’s da estrutura para o caso de um absorvedor localizado no meio do vão, para vários valores de α_{AMS}	46
Figura 4.5 - FRF’s da estrutura para o caso de um absorvedor localizado no meio do vão, para vários de ζ_{AMS}	47
Figura 4.6 – FRF’s obtidas para o caso do absorvedor situado no meio do vão, para as seguintes situações: sem absorvedor, com os parâmetros α e ζ originais e otimizados pela formulação de Den Hartog e pelo algoritmo genético.	48
Figura 4.7 - FRF’s da estrutura para o caso de um absorvedor localizado no meio do vão, para vários valores de α_{med}	49
Figura 4.8 - FRF’s da estrutura para o caso de um absorvedor localizado no meio do vão, para vários valores de β_{MAMS}	50
Figura 4.9 - FRF’s da estrutura para o caso de um absorvedor localizado no meio do vão, para vários valores de ζ_{MAMS}	51
Figura 4.10 - Comportamento das FRF's obtidas para os parâmetros apresentados na Tabela 4.10.....	52
Figura 4.11 - FRF’s da estrutura para o caso de um absorvedor localizado no meio do vão, para vários valores de ζ_{AMS}	53
Figura 4.12 - FRF’s da estrutura para o caso de um absorvedor localizado no meio do vão, para vários valores de α_{AMS}	54
Figura 4.13 - FRF’s da estrutura para o caso de um absorvedor localizado no meio do vão, para vários valores de β	54
Figura 4.14 – Comportamento da FRF para o caso onde a ζ_{AMS} foi igual a 80%	55
Figura 4.15 – Gráfico comparativos das FRF’s da estrutura obtidas para as situações 1, 2 e 3, descritos nesse subcapítulo.	56

Figura 4.16 - Fronteiras de Pareto para os dois objetivos: mínimo valor máximo da FRF e menor distância entre picos e vale; para as situações de 1 AMS, 3 AMS NI e 3 AMS I.	58
Figura 4.17 - Fronteiras de Pareto para os dois objetivos: mínimo valor máximo da FRF e menor distância entre picos e vale; para as situações de 3 AMS NI e 3 AMS I.	59
Figura 4.18 - FRF's obtidas para a situações 1, 2 e 3, cujos parâmetros α e ζ foram apresentados na Tabela 4.14.	59
Figura 4.19 – FRF's obtidas para a situações de máxima η , mínimo δ e uma situação intermediária, para o caso de 3 AMS NI.....	60
Figura 4.20 –FRF's obtidas para a situações de máxima η , mínimo δ e uma situação intermediária, para o caso de 3 AMS I.....	60
Figura 4.21 - Modelado pelo shear-building utilizado neste trabalho, para analisar um prédio de 20 andares sob a ação do vento.....	63
Figura 4.22 - Comportamento do modulo da FRF obtido no andar mais solicitado, de acordo com os dados apresentados na Tabela 4.20.....	66
Figura 4.23 – Comportamento das FRF's para os parâmetros apresentados na Tabela 4.22.	67
Figura 4.24 – Comportamento das FRF's no vigésimo andar, obtidas através dos parâmetros ótimos, para as situações 1, 2 e 3, descritas nesse capítulo.	69
Figura 4.25 – Fronteiras de Pareto obtidas para os casos de 1 AMS localizado no 20° piso, 3 AMS NI localizados no 20° piso, 3 AMS NI distribuídos no 20°, 19° e 18° pisos, respectivamente; e 3 AMS I localizados no 20° piso.....	70
Figura 4.26 - Fronteiras de Pareto obtidas para os casos de 3 AMS NI localizados no 20° piso e 3 AMS NI distribuídos no 20°, 19° e 18° pisos.....	71
Figura 4.27 - FRF's obtidas para as situações de extremo e para um caso intermediário, da Fronteira de Pareto gerada para o caso 1 AMS localizado no 20° andar	71

Figura 4.28 - FRF's obtidas para as situações de extremo e para um caso intermediário, da Fronteira de Pareto gerada para o caso 3 AMS localizados no 20° piso.	72
Figura 4.29 - FRF's obtidas para as situações de extremo e para um caso intermediário, da Fronteira de Pareto gerada para o caso 3AMS distribuídos no 20°, 19° e 18° pisos.....	73
Figura 4.30 - FRF's obtidas para as situações de extremo e para um caso intermediário, da Fronteira de Pareto gerada para o caso 3AMS I localizados no 20° piso.	74

Índice de Tabelas

Tabela 2.1 - Quadro informativo sobre os principais conceitos utilizados para a otimização do algoritmo genético	22
Tabela 3.1 - Tabelas explicativa sobre a soma das contribuições de cada elemento na matriz de rigidez da estrutura.....	27
Tabela 3.2 - Quadro informativo sobre as variáveis de entrada da função algoritmo genético nativa do MATLAB (MATHWORKS).....	35
Tabela 3.3 - Quadro informativo sobre as variáveis de saída da função algoritmo genético nativa do MATLAB (MATHWORKS).....	36
Tabela 3.4 - Parâmetros padrões utilizados pelo algoritmo genético do MATLAB (MATHWORKS)	37
Tabela 4.1 – Parâmetros da estrutura utilizados nesse trabalho.	40
Tabela 4.2 – Quadro com todas as análises realizadas na estrutura analisada nesse capítulo.....	42
Tabela 4.3 – Tabela comparativa entre os valores de frequência natural da estrutura obtidos aqui e no trabalho de Torres (TORRES, 2010).	43
Tabela 4.4 - Parâmetros dos absorsores utilizados para os casos de um, dois e três AMS colocados no meio do vão situações	44
Tabela 4.5 – Quadro comparativo dos valores de frequência natural, <i>f_{est} + AMS</i> e taxa de amortecimento e <i>ζ_{est} + AMS</i> , obtidos para o caso estrutura mais um AMS situado no meio do vão.	44
Tabela 4.6 – Quadro comparativo dos valores de <i>ζ_{est} + MAMS</i> e <i>ω_{est} + MAMS</i> , obtidos para o sistema estrutura mais 2 AMS situado posicionados conforme configuração 1 e 2.....	45
Tabela 4.7 - Parâmetros dos absorsores <i>μ_{AMS}</i> , <i>α_{AMS}</i> , <i>ζ_{AMS}</i> e <i>η</i> obtida utilizando os parâmetros de Den Hartog e o Otimizado por algoritmo genético.	47
Tabela 4.8 - Parâmetros do algoritmo genético utilizados para a geração das curvas apresentadas na Figura 4.6	48

Tabela 4.9 – Quadro informativo contendo os limites superiores e inferiores utilizados no algoritmo genético, para as situações 1, 2 e 3, descritas acima.	51
Tabela 4.10 – Parâmetros ótimos obtidos para as quatro situações 1,2 e 3 descritas neste capítulo.	53
Tabela 4.11 - Parâmetros e limites utilizados no algoritmo genético para se obter os melhores parâmetros dos 3 MASM conectados em série.	56
Tabela 4.12 - Valores ótimos obtidos e eficiência obtidos pelo algoritmo genético, para o caso de 3 AMS em série localizados no meio do vão.....	57
Tabela 4.13 – Tamanho da população e limites inferiores e superiores, utilizados no algoritmo genético, para a geração das curvas de Pareto	58
Tabela 4.14 – Parâmetros α , ζ , η e δ , obtidos na análise de Pareto, para as situações de extremo e intermediária.....	61
Tabela 4.15 - Parâmetros α_{AMS} , ζ_{AMS} , μ_{AMS} , η e δ , obtidos na análise de Pareto de 3 AMS NI, para as situações de máxima eficiência, menor distância entre picos e situação intermediária	61
Tabela 4.16 - Parâmetros α_{AMS} , ζ_{AMS} , μ_{AMS} , η e δ , obtidos na análise de Pareto de 3 AMS I, para as situações de máxima eficiência, menor distância entre picos e situação intermediária.....	62
Tabela 4.17 – Parâmetros da estrutura utilizados nesse trabalho.	62
Tabela 4.18– Quadro com todas as análises realizadas na estrutura shear-building.....	63
Tabela 4.19 – Tabela comparativa entre os valores de frequência angulares da estrutura obtidos aqui e no trabalho de Ospina (OSPINA, 2008)	64
Tabela 4.20- Valores máximos apresentados pela FRF de cada andar da estrutura.	65
Tabela 4.21 – Valores utilizados para os limites inferiores e superiores no algoritmo genético para a otimização do problema estrutura com AMS desse capítulo	66
Tabela 4.22 - Parâmetros dos absorsores μ , α , ζ e η obtida para o sistema estrutura e 1 absorsor, localizado no 20 andar, otimizado por algoritmo genético.	66

Tabela 4.23 – Valores utilizados para os limites inferiores e superiores na otimização do problema estrutura com MAMS NI.	67
Tabela 4.24 - Representação das configurações investigadas na situação 1, 2 e 3.	68
Tabela 4.25 – Valores ótimos encontrados pelo algoritmo genético, para a situações 1, 2 e 3, descritas nesse subcapítulo.....	68
Tabela 4.26 - Tamanho da população e limites inferiores e superiores, utilizados no algoritmo genético, para a geração das curvas de Pareto	70
Tabela 4.27 - Parâmetros α_{AMS} , ζ_{AMS} , μ_{AMS} , η e δ , obtidos na análise de Pareto de 1 AMS localizado no 20 andar, para as situações de máxima eficiência, menor distância entre picos e situação intermediária	72
Tabela 4.28 - Parâmetros α_{AMS} , ζ_{AMS} , μ_{AMS} , η e δ , obtidos na análise de Pareto de 3 AMS NI localizados no 20 andar, para as situações de máxima eficiência, menor distância entre picos e situação intermediária	73
Tabela 4.29 - Parâmetros α_{AMS} , ζ_{AMS} , μ_{AMS} , η e θ , obtidos na análise de Pareto de 3 AMS NI localizados nos 20°, 19 °e 18° piso, respectivamente, para as situações de máxima eficiência, menor distância entre picos e situação intermediária .	74
Tabela 4.30 - Parâmetros α_{AMS} , ζ_{AMS} , μ_{AMS} , η e δ , obtidos na análise de Pareto de 3 AMS I localizados no 20 andar, para as situações de máxima eficiência, menor distância entre picos e situação intermediária	75

ÍNDICE DE ABREVIACÕES

AMS – Absorção de massa sintonizada

EDP – Equações diferenciais Parciais

FRF – Função de resposta em frequência

G. L. – Grau de liberdade

MAMS – Múltiplos absorsores de massa sintonizados

MAMS I – Múltiplos absorsores de massa sintonizados interligados

MAMS NI – Múltiplos absorsores de massa sintonizados não interligados

P.I. – Parâmetros Iniciais

ÍNDICE DE SÍMBOLOS

a – Coeficiente de proporcionalidade, em relação a matriz de massa, para o cálculo da matriz de Amortecimento de Rayleigh

A – Matriz generalizada do problema linearizado do sistema estrutura com MAMS

AMS – Absorção de massa sintonizada

b - Coeficiente de proporcionalidade, em relação a matriz de massa de Rigidez, para o cálculo da Matriz de Amortecimento de Rayleigh

B – Matriz generalizada do problema linearizado do sistema estrutura com MAMS

c_{AMS} - Amortecedor do AMS

C_{est} – Matriz de amortecimento da estrutura

$C_{est+AMS}$ – Matriz de amortecimento do sistema estrutura mais MAMS

c_r – Amortecimento o r -ésimo elemento

E – Modulo de elasticidade do elemento

$F(t)$ – Vetor de Força externa

F_0 – Vetor da amplitude inicial da Força Externa

F_{AMS} – Vetor força aplicada pelo amortecedor na estrutura

f – Frequencia natural da estrutura

$f_{est+AMS}$ – Frequência natural do sistema estrutura com MAMS

$F_{est+AMS}$ – Vetor força externa do sistema estrutura mais MAMS

H – Matriz Função Resposta em Frequência

I – Matriz de Inercia do elemento

k_{AMS} - Rigidez do AMS

K_{est} – Matriz de rigidez da Estrutura

$K_{est,d}$ – Matriz diagonal modal de rigidez da estrutura

$K_{est,G}$ – Matriz de rigidez do elemento nas coordenadas globais

$K_{est,L}$ – Matriz de rigidez do elemento nas coordenadas locais

$K_{est+MAMS}$ – Matriz de rigidez da estrutura do sistema estrutura mais MAMS

k_r – Rigidez do r -ésimo elemento

L – Comprimento do elemento

m_{AMS} - Massa do AMS

M_{est} – Matriz de massa da estrutura

$M_{est,d}$ – Matriz de massa modal diagonal da estrutura

$M_{est,L}$ – Matriz de massa do elemento nas coordenadas locais

$M_{est+MAMS}$ - Matriz de massa do sistema estrutura mais MAMS

m_r – Massa do r-ésimo elemento
 $m_{est.uni}$ – Massa do sistema de 1 G.L.
 n – Número de elementos da estrutura
 q – Deslocamento modal generalizado do problema linearizado do sistema estrutura com MAMS
 Q – Vetor de força do problema linearizado do sistema estrutura com MAMS
 Q_0 – Vetor amplitude da força do problema linearizado do sistema estrutura com MAMS
 q_0 – Vetor amplitude do deslocamento modal generalizado do problema linearizado do sistema estrutura com MAMS
 t - tempo
 x_0 – Vetor amplitude inicial do deslocamento nodal
 Y – Vetor deslocamento generalizado do problema linearizado do sistema estrutura com MAMS
 y_0 – Vetor amplitude inicial do deslocamento modal
 y_{0r} – Amplitude inicial do r-ésimo deslocamento modal
 Φ – Matriz de autovetores do problema dinâmico da Estrutura
 α – Razão entre as frequências da excitação externa e da estrutura
 α_{AMS} – Razão de frequências entre a frequência angular do AMS e frequência angular da estrutura
 α_{med} – Razão de frequência media
 α_{oti} – Razão de frequência ótima para o AMS
 β – Faixa de distribuição uniforme de frequência
 δ – Função distância entre picos da FRF do sistema estrutura com MAMS
 η – Eficiência dos MAMS
 λ_r – Auto vetores generalizados do problema linearizado do sistema estrutura com MAMS
 μ_{AMS} – Razão de massa entre a massa do AMS com a massa da estrutura
 θ – Ângulo entre dois elementos finitos da estrutura
 ρ – Densidade do material
 ω_e – Frequência angular da excitação externa
 $\omega_{est+MAMS}$ – Frequência angular do sistema estrutura com MAMS
 ω_r - Frequência angular da estrutura
 ψ – Matriz de autovetores do problema linearizado do sistema estrutura com MAMS
 ζ_{AMS} – Taxa de amortecimento do AMS
 $\zeta_{est+AMS}$ – Taxa de amortecimento do sistema estrutura com MAMS
 ζ_{oti} – Taxa de amortecimento ótimo para o AMS

ζ_r – Taxa de amortecimento do r-ésimo modo da estrutura

$\ddot{\mathbf{x}}_{AMS}(t)$ – Vetor aceleração do AMS

$\dot{\mathbf{x}}_{AMS}(t)$ – Vetor velocidade do AMS

$\mathbf{x}_{AMS}(t)$ – Vetor deslocamento do AMS

$\ddot{\mathbf{x}}(t)$ – Vetor aceleração da estrutura

$\dot{\mathbf{x}}(t)$ – Vetor velocidade da estrutura

$\mathbf{x}(t)$ – Vetor deslocamento da estrutura

$\ddot{x}_r(t)$ – Aceleração do r-ésimo modo da estrutura

$\dot{x}_r(t)$ – Velocidade do r-ésimo modo da estrutura

$x_r(t)$ – Deslocamento do r-ésimo modo da estrutura

$\ddot{\mathbf{y}}(t)$ – Vetor aceleração modal

$\dot{\mathbf{y}}(t)$ – Vetor velocidade modal

$\mathbf{y}(t)$ – Vetor deslocamento modal

Índice

AGRADECIMENTO.....	II
RESUMO	IV
ABSTRACT	V
ÍNDICE DE FIGURAS.....	VI
ÍNDICE DE TABELAS.....	X
ÍNDICE DE ABREVIACÕES	XIII
ÍNDICE DE SÍMBOLOS.....	XIV
ÍNDICE.....	XVII
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS.....	1
1.2 OBJETIVOS.....	4
1.2.1 OBJETIVO GERAL.....	4
1.2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS:	4
1.3 JUSTIFICATIVA	4
1.4 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	5
1.5 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO.....	9

2	FORMULAÇÃO TEÓRICA.....	10
2.1	MODELAMENTO DA ESTRUTURA.....	10
2.2	ANÁLISE DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DA ESTRUTURA.....	11
2.3	ANALISE DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DO SISTEMA ESTRUTURA COM MAMS	14
2.4	CALIBRAÇÃO DOS MAMS.....	18
2.4.1	OBJETIVO E PARÂMETROS DE ANÁLISE.....	18
2.4.2	MÉTODOS NUMÉRICOS DE OTIMIZAÇÃO	20
2.4.3	OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO	21
3	DESENVOLVIMENTO NUMÉRICO	24
3.1	MODELAMENTO NUMÉRICO DA ESTRUTURA.....	25
3.1.1	DETERMINAÇÃO DAS PROPRIEDADES DE CADA ELEMENTO	25
3.1.2	MUDANÇA DE COORDENADAS	26
3.1.3	MONTAGEM DAS MATRIZES DE MASSA E RIGIDEZ DA ESTRUTURA.....	27
3.1.4	SIMPLIFICAÇÃO SHEAR-BUILDING.....	28
3.1.5	CALCULO DA MATRIZ DE AMORTECIMENTO – MÉTODO RAYLEIGH.....	28
3.2	MATRIZES DO SISTEMA DINÂMICO COMPOSTO PELA ESTRUTURA E MAMS	30

3.2.1	CASO 1 - MAMS NI.....	30
3.2.2	CASO 2 – MAMS I	32
3.3	CALCULO DOS AUTOVALORES E AUTOVETORES DO PROBLEMA.....	33
3.4	OBTENÇÃO DOS PARÂMETROS ÓTIMOS.....	34
3.5	ORGANIZAÇÃO DO PROGRAMA.....	38
4	APLICAÇÃO	40
4.1	PROBLEMA 1 – VIGA BI APOIADA.....	40
4.1.1	VERIFICAÇÃO DOS DADOS	41
4.1.2	ANÁLISE DO SISTEMA ESTRUTURA COM UM AMS.....	46
4.1.3	ANÁLISE DO SISTEMA ESTRUTURA COM 3 AMS NI	49
4.1.4	ANÁLISE DO SISTEMA ESTRUTURA COM 3 AMS I.....	51
4.1.5	COMPARAÇÃO DE RESULTADOS - ANÁLISE MULTIOBJETIVO.	55
4.2	PROBLEMA 2 – SHEAR BUILDING.....	60
4.2.1	VERIFICAÇÃO DE DADOS.....	64
4.2.2	ANÁLISE DO SISTEMA ESTRUTURA COM UM AMS.....	64
4.2.3	ANÁLISE DO SISTEMA ESTRUTURA COM 3 AMS NI	67
4.2.4	COMPARAÇÃO DE RESULTADOS - ANÁLISE MULTIOBJETIVO.	69
5	CONCLUSÕES, SUGESTÕES E COMENTÁRIOS FINAIS.....	76

6	BIBLIOGRAFIA	78
---	--------------------	----

1 INTRODUÇÃO

1.1 Considerações Iniciais

As fontes de vibração estão presentes em todos os lugares e podem afetar diretamente as estruturas ao seu redor. Elas podem ser classificadas como fontes naturais, como os terremotos, ondas e vento; e como fontes artificiais, tais como as ocasionadas pela presença de motores e outras máquinas (RAO, 2013).

Estas fontes interagem com a estrutura através das forças que elas produzem. As fontes mais prejudiciais são àquelas que geram forças que variam com o tempo e com frequências próximas a uma das frequências naturais do sistema, já que, nessas condições, surge o efeito denominado de ressonância na estrutura.

O efeito de ressonância pode ser caracterizado pelas grandes oscilações apresentadas por ela, nessa situação (RAO, 2013). Esses deslocamentos estão relacionados com problemas simples, como o incômodo para o bem-estar das pessoas que as utilizam ou desgaste excessivo dos seus componentes, ou até problemas mais graves, como o seu colapso.

Um dos casos bastante conhecido de problemas de vibrações é o colapso da ponte Tacoma Narrows, em Washington, que aconteceu no dia 7 de setembro de 1940. Conforme estudos feitos por Billah e Scanlan (BILLAH e SCANLAN, 1991), esta estrutura já sofria com os efeitos de vibrações verticais, por ter uma de suas frequências naturais igual ou próxima a frequências de desprendimento de vórtice (efeito ocasionado pela interação do fluxo de vento e a ponte), mas este não era suficiente para ocasionar o colapso da estrutura. Segundo os autores, o seu colapso foi ocasionado pela combinação deste efeito com o movimento da própria ponte, o que gerou uma oscilação do tipo torção, como pode ser visto na Figura 1.1.

A fim de contornar este problema, mecanismos auxiliares de controle de vibrações começaram a ser desenvolvidos. Segundo Fujimo *et al* (FUJIMO, SOONG e SPANCER JR, 1996), estes podem ser classificados em três tipos diferentes: os de controle ativo, passivo e o semiativo.

Mecanismos de controle ativo consistem em dispositivos de força ligados a estrutura, que são controlados por sensores e um computador. Estes dispositivos atuam basicamente aplicando força sobre o sistema no momento em que esse passa de um determinado nível de vibração permitido (FUJIMO, SOONG e SPANCER JR, 1996).

Apesar de ser muito eficiente, possuem as desvantagens de serem geralmente muito pesados e necessitarem de uma quantidade de energia considerável, o que em determinados casos, como em atividades sísmicas, pode ser um problema (AHLAWAT e RAMASWAMY, 2000).



Figura 1.1 – Representação do efeito de oscilação na ponte Tacoma Narrows.

Mecanismos de sistema passivo consistem em dispositivos conectados à estrutura para dissipar sua energia de vibração. Sua vantagem consiste em não necessitar de energia para seu funcionamento e seu baixo custo de manutenção. Em contrapartida, estes dispositivos geralmente atuam em um determinado faixa de controle e, caso a estrutura seja excitada em uma frequência fora do seu intervalo de atuação, o dispositivo torna-se ineficazes (CONNOR, 2002). Dentre estes dispositivos, um que merece destaque é o absorvedor de massa sintonizada, ou simplesmente AMS.

O AMS é um dispositivo constituído por uma massa que é conectada a estrutura através de uma mola e/ou um amortecedor. Ele é confeccionado de tal forma que sua frequência natural coincida com uma das frequências naturais do sistema, para que assim uma parte da energia de oscilação da estrutura seja transferida e dissipada pelo AMS (SOONG e DARGUSH, 1997).

Uma das estratégias desenvolvidas para melhorar sua performance é a utilização de vários AMS, com várias frequências de oscilação diferentes, distribuídos apropriadamente sobre a estrutura. Estes sistemas são denominados de múltiplos amortecedores de massa sincronizados, ou simplesmente MAMS, e visa fornecer

proteção para várias frequências naturais de vibração da estrutura (TUBINO e PICCARDO, 2014).

Esse sistema já foi empregado em diversas estruturas ao redor do mundo, para o controle de vibrações ocasionados por diversas excitações externas. Como exemplo, pode-se destacar a sua utilização na ponte Rio-Niterói, conforme mostrado na Figura 1.2, cujos MAMS foram introduzidos com o objetivo de reduzir a vibração na estrutura ocasionada pela passagem do vento; e no estádio do Maracanã, conforme mostrado na Figura 1.3, para a redução de vibrações ocasionadas pela movimentação de pessoas.

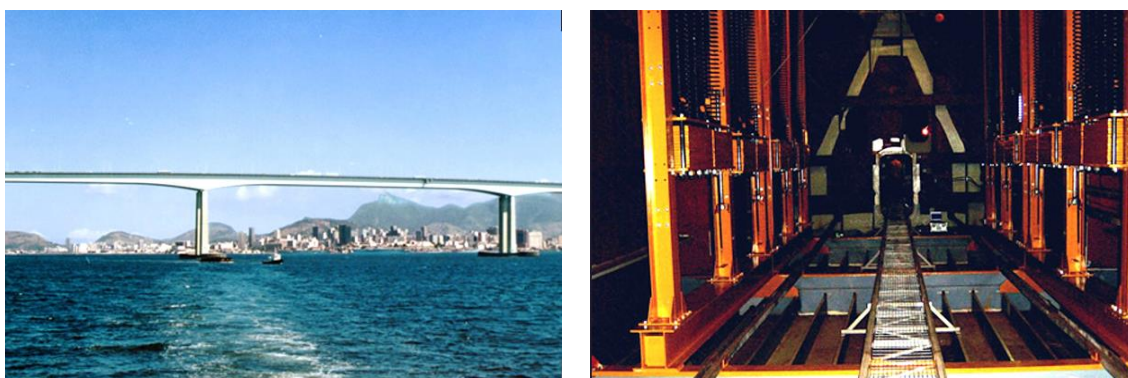


Figura 1.2 – Sistema de MAMS, figura a direita, utilizados para o controle de vibração da ponte Rio-Niterói, figura a esquerda. (Retirado de: <http://www.controllato.com.br/index.asp>)



Figura 1.3 – Representação de um dos 10 AMS, figura a esquerda, utilizados para o controle de vibrações do Estádio do Maracanã, figura a esquerda. Retirado de: <http://www.controllato.com.br/index.asp>

Por fim, os sistemas semiativos consistem em aplicar elementos eletrônicos que consomem baixa em conjunto em dispositivos de controle passivo, tais como o AMS. Os elementos eletrônicos são utilizados geralmente para variar ou a sua rigidez ou o seu amortecimento. Neste caso, este mecanismo é denominado de absorvedor de massa sintonizado híbridos ou semiativos, HTMD's (*hybrid tuned mass*) ou AMS semiativos respectivamente. Desta forma, a partir de determinado nível de excitação, tanto a frequência de natural como a taxa de amortecimento do mecanismo podem ser alterados (SETAREH, 2002). Com isso, estes dispositivos combinam a simplicidade e a baixa

manutenção dos sistemas passivos com a ampla faixa de proteção fornecido pelos sistemas ativos (FUJIMO, SOONG e SPANCER JR, 1996).

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo Geral

Este trabalho tem como objetivo principal desenvolver uma rotina numérica que permita encontrar os melhores parâmetros dos MAMS, para controlar os efeitos de vibrações ocasionadas em estruturas sujeitas à excitação externa próximas a uma das suas frequências de excitação.

1.2.2 Objetivos Específicos:

Para se alcançar o objetivo do trabalho, será necessário:

1 – Estudar uma metodologia para a análise dinâmica de estruturas com vários graus de liberdade, sob efeito de forças externas;

2 – Estudar as diversas formas de combinação de MAMS na estrutura;

3 – Estudar uma metodologia numérica que permita a análise dinâmica do sistema estrutura com MAMS;

4 – Utilizar rotinas numéricas de otimização para encontrar os melhores parâmetros para os MAMS, que forneçam o menor nível de oscilação da estrutura.

1.3 Justificativa

Estruturas mais esbeltas e com projetos arquitetônicos mais arrojados, como as comumente desenvolvidas hoje em dia, tendem a ser mais susceptíveis as ações externas no que diz respeito a vibrações. Desta forma, dependendo do nível de excitação, esse efeito pode causar desde incomodo nos usuários até levar ao colapso da estrutura.

Nesse contexto, o estudo de MAMS para o controle de vibrações em estruturas torna-se interessante, principalmente pela simplicidade e aos baixos custos de montagem e manutenção que esses dispositivos possuem. Além disso, sua performance em relação a um ou vários objetivos pode ser otimizada mediante a forma em que os AMS se relacionam entre si e com a estrutura e aos valores utilizados para a sua calibração, o que justifica o estudo mais aprofundado de suas possíveis configurações e a utilização de rotinas numéricas de otimização para a escolha dos seus parâmetros.

1.4 Revisão Bibliográfica

A diversos estudos na literatura para de AMS e de MAMS, para o controle de vibrações em estruturas ocasionadas por diferentes tipos de excitação. O primeiro estudo que utilizou o sistema de AMS para essa finalidade, foi creditado a Frahm (FRAHM, 1909), que em 1909 propôs a utilização de um sistema massa-mola para o controle de vibrações em um navio. Outros estudos de AMS que mereceram destaque foi o de Ormondroyd e Den Hartog, em 1928, que apresentou um estudo sobre a aplicabilidade do AMS com a inserção do sistema de amortecimento, e o livro *Mechanical Vibration*, escrito por Den Hartog, em 1940, que trouxe a formulação para se obter os melhores parâmetros para calibrar esses dispositivos em uma estrutura com um grau de liberdade (CONNOR, 2002). Já a introdução do conceito de MAMS e a sua otimização foi creditado a Clark em seu trabalho de 1988.

A partir desses trabalhos, diversos outros autores estudaram a aplicabilidade desses sistemas para o controle de vibração, variando suas configurações, quantidades de AMS utilizados, processos para se obter os seus melhores parâmetros e otimização. Logo abaixo, foi apresentado um resumo de alguns desses trabalhos.

Joshi e Jangid (1997) compararam as repostas obtidas na utilização de AMS e de MAMS para o controle de vibração de uma determinada frequência de uma estrutura, submetida à excitação na base. Para isso, a estrutura foi simplificada para um sistema de um grau de liberdade e os parâmetros dos diversos AMS e dos MAMS utilizados foram otimizados a fim de se obter o menor valor da raiz quadrada da amplitude de movimento do sistema principal. Desta forma, os autores verificaram que a utilização de MAMS fornecem um melhor controle na oscilação do sistema, quando comparados com a resposta obtida para o AMS .

Jangid (1999), utilizou técnicas numéricas de otimização e ajuste de curvas, para se obter equações para se encontrar os melhores parâmetros de um sistema MAMS, definido pelo número de AMS e razão de massa total do sistema e a estrutura. Esse estudo foi realizado em uma estrutura não amortecida, reduzida a um sistema de um grau de liberdade, submetida a uma excitação harmônicas de base; e o processo de otimização teve como objetivo encontrar o menor valor possível da máxima amplitude de oscilação do sistema. Segundo o autor, as expressões encontradas fornecem valores satisfatórios, quando comparados com aqueles fornecidos pelo processo de otimização.

Poovarodom *et al* estudaram a aplicação de MAMS com o amortecimento não linear para controlar as vibrações em uma ponte, ocasionada pela passagem de pessoas (POOVARODOM, KANCHANOSOT e WARNITCHAI, 2003). A não linearidade foi ocasionado pela utilização de um fluido como sistema de amortecimento. Segundo os autores, os resultados obtidos com essa nova abordagem foram satisfatórios e o novo método de construção pode ser uma alternativa para a aplicação dos AMS convencionais.

Li e Ni (2007) estudaram a aplicação de MAMS, cujos parâmetros foram escolhidos através do método de otimização baseado no operador gradiente, para a redução das vibrações em uma estrutura excitada harmonicamente. Para isso, os autores propuseram uma rotina diferente para otimização dos parâmetros dos MAMS, denominados por eles de otimização verdadeira, que consistiu em não utilizar as restrições comumente vistas na literatura, tais como, taxas de amortecimento iguais para os AMS e distribuições uniformes de frequências e de massa. Após isso, foram realizados diversos testes, entre eles os de eficiência, de redundância e robustez dos MAMS e seus resultados foram comparados com as configurações de MAMS comumente obtidos e com os do AMS. A partir daí, segundo os autores, foi possível concluir que essa distribuição não uniforme é mais efetiva do que a metodologia comumente utilizada.

Carneiro (2004), estudou a eficiência de MAMS na redução de vibrações em edifícios altos. Esta estrutura foi modelada inicialmente como um *shear frame* e, posteriormente, simplificada para um sistema de um grau de liberdade, através da premissa de que os efeitos do primeiro modo de vibração da estrutura fornecem maiores contribuições à resposta dinâmica da estrutura. Quanto ao MAMS, foram utilizadas duas configurações distintas: a em paralelos e a em séries, e seus parâmetros foram obtidos através de formulações presentes na literatura e através da otimização *Min.max*. Foi verificado que os parâmetros encontrados na literatura para MAMS em paralelo não fornecem bons resultados para os MAMS em série. Além disso, concluiu-se que o sistema MASM em série necessita de menos espaço de instalação quando comparado com o MASM em paralelo e que a resposta dinâmica deste é mais uniforme quando se acrescentou mais AMS ao sistema do que a apresentada por aquela configuração.

Kim *et al* (2008), investigaram a efetividade do uso de AMS para redução de vibrações em edifícios altos. O estudo se baseou em uma análise teórico-experimental,

onde foi utilizado um modelo de um edifício, reduzido na escala 1:500, submetido às excitações horizontais e verticais em o túnel de vento e com um AMS posicionado no topo do modelo, com razões de massa de 1% e 2%. Foi verificado a dependência da resposta variando tanto a taxa de amortecimento da estrutura quanto o do AMS. Segundo o autor, a efetividade do AMS aumenta com a diminuição da taxa de amortecimento da estrutura e é possível de se encontrar uma taxa de amortecimento para o AMS que forneça o máximo de redução à estrutura.

Ávila e Gonçalves (2009), compararam a efetividade de quatro diferentes configurações de AMSM, composta por dois absorsores interligados entre si ou na estrutura, para redução de vibrações forçadas no sistema principal. Para isso, os parâmetros razão de massa, taxa de amortecimento e frequência dos absorsores, foram otimizados pelo processo *minimax*, para se obter a maior redução de oscilação possível, e estudos paramétricos foram conduzidos para verificar a performance de cada sistema. Dessa forma, foi verificado que todas as quatro configurações fornecem melhores resultados no controle de vibrações quando comparados com um AMS otimizado e que a resposta da estrutura é sensível a pequenas variações nos parâmetros dos AMSM otimizados

Torres (2010), desenvolveu, através de estudos teóricos, metodologias para a aplicação de MAMS em estrutura. Para isso, o autor desenvolveu duas formulações distintas no domínio da frequência, para avaliar às amplitudes de vibração da estrutura: uma baseada na simplificação da estrutura para um sistema de um grau de liberdade e outra considerando-a com vários graus de liberdade a modelando em elementos finitos. Para verificar a validade dessas duas formulações, elas foram aplicadas em duas estruturas diferentes: uma viga que foi estudada anteriormente no trabalho de Magluta (1993), e em uma laje. Para obtenção dos parâmetros dos MAMS, foram utilizadas formulações presentes na literatura, estudos paramétricos e o processo de otimização *min.max*. Como resultados, o autor obteve uma boa concordância entre os valores obtidos utilizando as duas metodologias. Além disso, ele concluiu que os MAMS fornecem resultados interessantes na redução dos níveis de vibração nas estruturas.

Patil e Jangid (2011), investigaram a aplicação de AMS e MAMS para a redução de vibrações em edifícios, que são excitados pela ação do vento. O estudo dinâmico foi realizado em um edifício de 42 andares, cujos deslocamentos translacionais somente foram considerados, e a otimização dos parâmetros dos AMS e MAMS foi realizada

através de oito dos doze critérios de performance apresentados no trabalho de Yang *et al* (2004). Nessas condições, os autores concluíram que utilização MAMS foram mais efetivos e robustos no controle de vibração, quando comparados com os resultados apresentados pelo AMS.

Bandivadekar e Jangid (2012), utilizaram técnicas numéricas para encontrar os parâmetros ótimos diversas configurações de MAMS utilizados para suprimir os efeitos de vibração em uma estrutura amortecida submetida a excitação harmônica externa, e posteriormente utilizaram técnicas de ajuste de curvas para se obter expressões explícitas para esses valores. A otimização se baseou em minimizar o deslocamento, no espaço estado, do sistema principal e, para isso, considerou-se como parâmetros de otimização dos MAMS taxa de amortecimento, a frequência de calibre de cada AMS e a largura da banda para a sua distribuição. Como resultados, os autores verificaram a melhor aplicabilidade dos MAMS em comparação ao AMS, e que as expressões explícitas obtidas para os parâmetros utilizados forneciam resultados bastantes satisfatórios.

Xiang e Nishitani (2013) realizaram um estudo teórico-experimental de um novo sistema para controle de vibração, denominados por eles de *TMD floor system (TMDFS)*, que em tradução livre seria absorvedor de massa sintonizado de isolamento de base, e verificaram a sua aplicabilidade em edifícios, submetidos a excitações ocasionadas por atividades sísmicas. Este novo dispositivo consistiu em utilizar as massas dos pisos da estrutura, que já estava projetada como isolador de base, como as massas do AMS, obtendo assim, um AMS menos sensível às variações das propriedades estruturais e que mantinha às características do sistema de isolamento de base. Com esse novo aparato, os autores verificaram que tanto as acelerações nos pisos quanto os deslocamentos máximos da estrutura foram bastantes reduzidos, para diferentes tipos de atividades sísmicas.

Costa (2014), verificou a metodologia desenvolvida no trabalho Torres (2010), ao correlacionar resultados obtidos numericamente e experimentalmente. O estudo foi feito em uma placa de alumínio retangular, modelada pelo método de elementos finitos, onde foram aplicados MAMS. Segundo a autora, os resultados teóricos e experimentais obtivem bastante concordância, o que valida a metodologia apresenta no trabalho anterior.

1.5 Organização do Trabalho

Este trabalho foi dividido em 5 (cinco), capítulos, finalizado pela parte da bibliografia utilizada.

O primeiro capítulo, denominado de Introdução, foi subdividido em introdução, onde se apresentou um breve apanhado do tema; objetivos e uma breve revisão bibliográfica, onde apresentou-se o resumo de algumas das principais fontes bibliográficas utilizadas aqui.

O segundo capítulo foi dedicado a explicar toda a formulação teórica utilizada para resolver o problema dinâmico da estrutura com absorsores. Inicialmente desenvolveu-se a teoria para a análise dinâmica da estrutura, pelo método de superposição modal, e posteriormente, generalizou esses conceitos para o caso da estrutura com os MAMS. Por fim, apresentou-se as principais estratégias utilizadas para obtenção dos melhores parâmetros para o AMS e MAMS.

O terceiro capítulo, denominado de desenvolvimento numérico, consistiu em apresentar todos os aparatos numéricos desenvolvidos aqui para se obter os parâmetros das estruturas e dos absorsores. Para isso, ele foi subdividido em quatro partes em que foram explicados como se obteve os parâmetros da estrutura, do sistema estrutura mais os MAMS interligados, I, e não interligados, NI; e as funções do MATLAB utilizados para resolução dos problemas de auto vetor e para a otimização dos parâmetros dos MAMS.

No quarto capítulo apresentou-se os resultados obtidos ao se aplicar a formulação numérica apresentada no terceiro capítulo, em duas estruturas já investigadas na literatura. Foram utilizadas a viga bi apoiada, estuda nos trabalhos de Magluta (1993) e Torres (2010); e depois o *shear-building* utilizado nos trabalhos de Carneiro (2004), e Ospina (2008).

Por fim, no quinto capítulo foi apresentada as conclusões obtidas com os resultados apresentados no quarto capítulo e apresentado as sugestões para trabalhos futuros.

2 FORMULAÇÃO TEÓRICA

2.1 Modelamento da Estrutura

O primeiro passo para o estudo do comportamento dinâmico da estrutura é determinar a forma na qual ela será modelada. Encontra-se na literatura duas formas de se fazer isso: através de um modelamento contínuo da estrutura, como representado na Figura 2.1 a), ou através da aproximação da mesma por um sistema discreto, como representado na Figura 2.1 b).

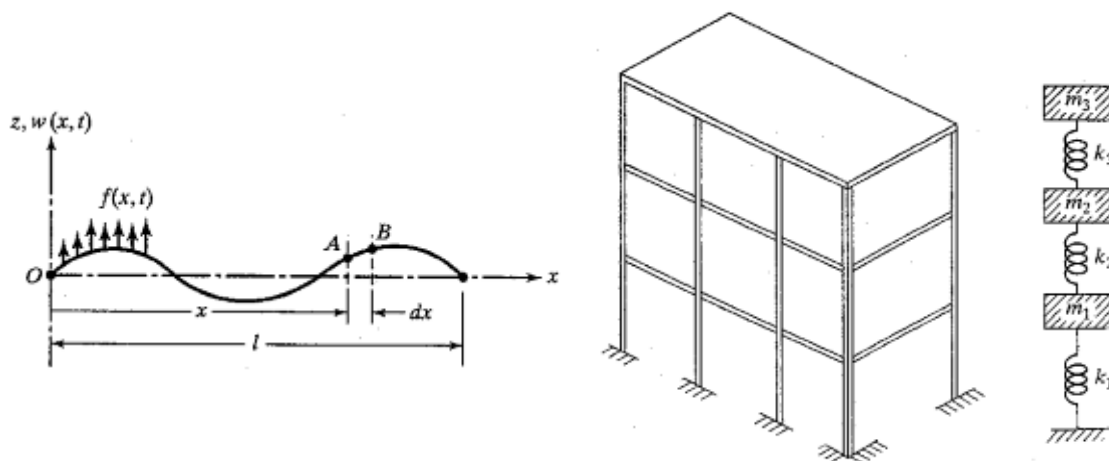


Figura 2.1 – Representação de estruturas tralçadas na forma a) contínuo e b) aproximada por um sistema discreto (RAO, 2013).

As estruturas modeladas como um sistema contínuo tem como principal característica a infinidade de graus de liberdade que ela possui. Assim, as propriedades dinâmicas da estrutura tais como a massa e o deslocamento, são representados matematicamente por funções que podem variar tanto com o tempo quanto com a posição. Este fato faz com que as soluções desses problemas sejam obtidas através da resolução de Equações Diferenciais Parciais, EDP.

A grande vantagem dessa metodologia é a precisão da solução obtida, já que as estruturas, em sua maioria, são sistemas contínuos. Entretanto, devido à complexidade de algumas EDP's, há casos em que as equações obtidas são impossíveis de ser resolvidos.

Para contornar esta situação, os sistemas contínuos podem ser modelados como um sistema discreto. Isto significa simplificar o sistema contínuo, dividindo-o em n elementos menores, fazendo assim com que a estrutura que antes possuía um número infinito de graus de liberdade, G.L., agora possua apenas um número limitado n . Esta simplificação faz com que a solução agora seja obtida através de n equações

diferenciais ordinárias, que, em tese, são mais simples de resolver. A desvantagem aqui reside na quantidade de elementos necessários para representar a estrutura, que em alguns casos podem ser muitos, o que acarreta em um alto custo computacional a ser utilizado.

2.2 Análise do Comportamento Dinâmico da Estrutura

A equação geral de movimento para uma estrutura amortecida, dividida em n elementos e sujeito a uma força externa $\mathbf{F}(t)$, é apresentada na equação 1:

$$\mathbf{M}_{est} * \ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{C}_{est} * \dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}_{est} * \mathbf{x}(t) = \mathbf{F}(t) \quad 1$$

Onde, na equação 1, $\ddot{\mathbf{x}}(t)$, $\dot{\mathbf{x}}(t)$ e $\mathbf{x}(t)$, são, respectivamente, os vetores de aceleração, velocidade e deslocamento de ordem n da estrutura, e \mathbf{M}_{est} , \mathbf{C}_{est} e \mathbf{K}_{est} , são as matrizes quadradas de ordem n de massa, amortecimento e rigidez da estrutura, respectivamente, que são obtidas através da metodologia de elementos finitos.

Encontra-se na literatura diversas formas de abordar o problema apresentado na equação 1. Ele pode ser resolvido diretamente, através das metodologias de Runge-Kutta, Houbult, Wilson ou Newmark, cuja metodologia e aplicação podem ser vistas com mais detalhes em (RAO, 2013) e (TEDESCO, 1999), ou através da metodologia de superposição modal, cuja formulação será desenvolvida mais adiante.

A grande vantagem da utilização dessa metodologia reside no fato de que o comportamento dinâmico da estrutura pode ser obtido através da resolução de um número equações r muito menor que o número n de equações, ou seja, $r \ll n$.

Ela consiste em resolver o problema dinâmico apresentado na equação 1 através de uma transformação de variável, onde a nova variável $\mathbf{y}(t)$, denominada de coordenada modal, se relaciona com $\mathbf{x}(t)$, coordenada nodal, através da relação apresentado em 2:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{\Phi} * \mathbf{y}(t) \quad 2$$

Onde, na equação 2, $\mathbf{\Phi}$ representa a matriz de quadrada de ordem n , composta pelos n auto vetores obtidos no problema de autovalor generalizado apresentado na equação 3, que é obtido durante a resolução da equação 1, para o caso da estrutura sem amortecimento e em vibrações livres:

$$\mathbf{M}_{est} * \mathbf{x}_0 - \omega^2 * \mathbf{K}_{est} * \mathbf{x}_0 = \mathbf{0} \quad 3$$

Onde, na equação 3, ω representa a frequência angular natural do sistema e \mathbf{x}_0 a amplitude inicial do vetor $\mathbf{x}(t)$, que, nas condições mencionadas acima, pode ser obtido através da equação 4

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}_0 * e^{i*\omega*t} \quad 4$$

Um das grandes vantagens desse processo é a relação ortogonal entre as matrizes \mathbf{M}_{est} e \mathbf{K}_{est} , com a dos autovetores, Φ , como mostrado na equação 5:

$$\begin{aligned} \Phi_r^T * \mathbf{M}_{est} * \Phi_j &= \delta_{rj} * m_{rj} \\ \Phi_r^T * \mathbf{K}_{est} * \Phi_j &= \delta_{rj} * k_{rj} \end{aligned} \quad 5$$

Onde, na equação 5, os sub índices “r” e “j” representam duas colunas diferentes da matriz Φ , o índice “T” simboliza a operação de transposição de uma matriz ou vetor e δ_{rj} é o delta de Kronecker que possui a propriedade descrita na equação 6

$$\delta_{rj} = \begin{cases} 1 & \text{se } r = j \\ 0 & \text{se } r \neq j \end{cases} \quad 6$$

Por possuir essa propriedade, a matriz de auto vetores Φ permite que um sistema de vários G.L. acoplados, tornem desacoplados e de mais fácil resolução. Ao aplicar a transformação dada pela equação 2, na equação 1, e pré-multiplicando essa equação por Φ^T , obtém-se a equação diferencial 7:

$$\mathbf{M}_{est,d} * \dot{\mathbf{y}}(t) + \Phi^T * \mathbf{C}_{est} * \Phi * \dot{\mathbf{y}}(t) + \mathbf{K}_{est,d} * \mathbf{y}(t) = \Phi^T * \mathbf{F}(t) \quad 7$$

Onde, na equação 7, $\mathbf{M}_{est,d}$ e $\mathbf{K}_{est,d}$ são as matrizes quadradas diagonais de ordem n de massa e rigidez, respectivamente, obtidos ao aplicar as equações 3. Para que este método seja viável, é desejável que a matriz de amortecimento, \mathbf{C}_{est} , seja também ortogonal à Φ , ou seja, que ela possua a propriedade dada pela equação 8:

$$\Phi_r^T * \mathbf{C}_{est} * \Phi_j = \delta_{rj} * c_{rj} \quad 8$$

As matrizes que possuem tal propriedade são conhecidas na literatura como matrizes de amortecimento clássico ou proporcional, sendo que a mais utilizada é a de amortecimento proporcional proposta por Rayleigh (TEDESCO, 1999). Considerando

que a matriz C_{est} , da equação 7, possua essa propriedade, chega-se a equação matricial 9, escrita em sua notação de índice.

$$m_r * \ddot{y}_r(t) + c_r * \dot{y}_r(t) + k_r * y_r(t) = \Phi_r^T * F(t) \quad 9$$

A equação 9 apresenta as n equações desacopladas de um sistema amortecido sob uma excitação qualquer. Supondo agora que a estrutura esteja sendo excitada por uma força externa harmônica, as variáveis $F(t)$ e $y(t)$ podem ser escritas conforme equações 10 e 11.

$$F(t) = F_0 * e^{i * \omega_e * t} \quad 10$$

$$y(t) = y_0 * e^{i * \omega_e * t} \quad 11$$

Onde, na equação 10, F_0 é a amplitude inicial da força externa e ω_e a frequência da força externa, e y_0 , na equação 11, é a amplitude inicial do deslocamento modal. Substituindo as relações de 10 e 11, na equação 9, e isolando o termo y_{0r} , que representa a amplitude inicial do r -ésimo elemento, chega-se a equação 12:

$$y_{0r} = \frac{1}{\omega_r^2 * m_r} * \frac{\Phi_r^T * F_0}{(1 - \alpha^2) + i * 2 * \zeta_r * \alpha} \quad 12$$

Onde, na equação 12, ζ_r é a taxa de amortecimento do elemento “ r ”, cuja relação com o c_r é apresentada na equação 13, e α é a relação das frequências, apresentada na equação 14:

$$c_r = 2 * \zeta_r * \omega_r * m_r \quad 13$$

$$\alpha = \frac{\omega_e}{\omega_r} \quad 14$$

Agora, da equação 2, obtém-se que o deslocamento do elemento x_r pode ser obtido através da equação 15.

$$x_r = \sum_{j=1}^n \Phi_{rj} * y_j = \Phi_{r1} * y_1 + \Phi_{r2} * y_2 + \dots + \Phi_{rj} * y_j \quad 15$$

Assim, a amplitude de movimento da coordenada “ r ” pode ser obtida diretamente da equação 16.

$$x_{0r}(\omega) = \sum_{j=1}^n \left(\frac{1}{\omega_j^2 * m_j} * \frac{\Phi_{rj} * \Phi_r^T}{(1 - \alpha^2) + i * 2 * \zeta_j * \alpha} \right) * F_0 \quad 16$$

E, a partir da equação 16, pode-se definir a função resposta na frequência, ou simplesmente FRF, $H(\omega)$, que relaciona diretamente a amplitude da força com a amplitude do deslocamento nodal, cuja formula geral é apresentada na equação 17.

$$H(\omega) = \sum_{j=1}^n \left(\frac{1}{\omega_j^2 * m_j} * \frac{\Phi_{rj} * \Phi_r^T}{(1 - \alpha^2) + i * 2 * \zeta_j * \alpha} \right) \quad 17$$

2.3 Análise do Comportamento Dinâmico do Sistema Estrutura com MAMS

O absorvedor de massa sintonizado, AMS, consiste em um sistema simples de massa-mola-amortecedor que é conectado a estrutura a fim de se reduzir o seu nível de vibração, quando esta é submetida a uma excitação externa. A Figura 2.2 mostra uma representação de uma estrutura com um grau de liberdade, ou simplesmente 1 G.L, onde foi aplicado múltiplos AMS, MAMS.

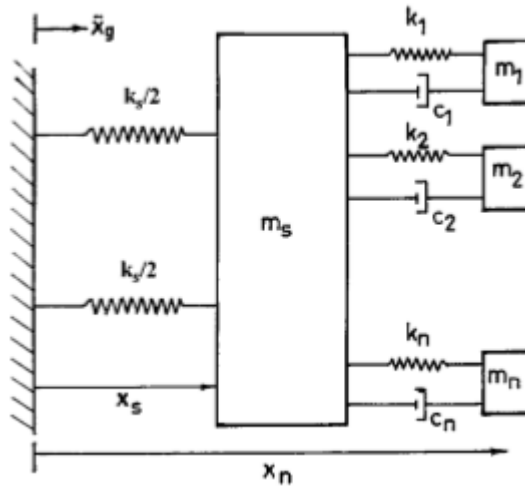


Figura 2.2 - Representação da aplicação de MTMD, em uma estrutura com SDOF (JANGID, 1999).

Para conseguir esse efeito, as propriedades de massa, coeficiente de amortecimento e rigidez são determinadas para que esse dispositivo também se excite com a frequência da força externa e dissipe a energia (CONNOR, 2002). Ao adicionar um AMS ao r-ésimo elemento da estrutura, este dispositivo aplicará uma força, representado por $F_{AMS}(t)$, sob o elemento cujo valor pode ser calculado a partir da equação 18.

$$F_{AMS}(t) = m_{AMS} * \ddot{x}_{AMS}(t) = -c_{AMS} * (\dot{x}_{AMS}(t) - \dot{x}_r(t)) - k_{AMS} * (x_{AMS}(t) - x_r(t)) \quad 18$$

Onde, na equação 18, m_{AMS} , k_{AMS} e c_{AMS} , representam a massa, a rigidez e o amortecimento da AMS, respectivamente. A adição do AMS à estrutura torna o estudo dinâmico mais complexo, pois o seu movimento depende do movimento da estrutura, como pode ser visto em 18. Como consequência, a utilização das metodologias clássicas para o estudo da dinâmica da estrutura torna-se ineficazes, necessitando assim de o desenvolvimento de novas ferramentas para essa análise. A equação matemática que representa problema dinâmico da estrutura com AMS é representado pela equação 19:

$$\mathbf{M}_{est} * \ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{C}_{est} * \dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}_{est} * \mathbf{x}(t) = \mathbf{F}(t) + \mathbf{F}_{AMS}(t) \quad 19$$

Da literatura, encontram-se diversas formas de se tratar esse problema. Um dos mais utilizadas é a de simplificar uma estrutura com vários G.L., para uma com um G.L.. Essa metodologia é comumente utilizada com o objetivo de atenuar os efeitos vibração, ocasionados pela interação da força externa com o primeiro modo de vibração da estrutura, como pode ser visto nos trabalhos de (CARNEIRO, 2004) e (OSPINA, 2008). Isso implica em considerar que em um sistema com múltiplos G.L., a contribuição do termo em análise seja predominante (TUAN e SHANG, 2014), o que simplificaria a equação 16 para equação 20.

$$\mathbf{x}(t) \cong \Phi_r * \mathbf{y}_r(t) \quad 20$$

Outra forma de se abordar esse problema sem realizar as simplificações mencionadas anteriormente, foi utilizado no trabalho de Torres (TORRES, 2010), e consiste em considerar esses dois sistemas como apenas um, ou seja, o sistema estrutura com AMS, e resolver o problema dinâmico. Ao fazer essa consideração, a equação de movimento 18, se reduz a equação 21, que é semelhante àquela apresentada em 1.

$$\mathbf{M}_{est+MAMS} * \ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{C}_{est+MAMS} * \dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}_{est+MAMS} * \mathbf{x}(t) = \mathbf{F}_{est+MAMS}(t) \quad 21$$

Onde, na equação 21, $\mathbf{M}_{est+MAMS}$, $\mathbf{C}_{est+MAMS}$ e $\mathbf{K}_{est+MAMS}$, são, respectivamente, as matrizes de massa, amortecimento, rigidez do sistema “estrutura + MAMS”, e $\mathbf{F}_{est+MAMS}$ e o vetor da força externa aplicada sob o novo sistema. Um dos caminhos seria resolver o problema apresentado na equação 21 através da superposição modal, conforme explicado na seção anterior. Entretanto, como a matriz de amortecimento não pode ser mais escrita na forma proporcional, devido à inserção dos termos dos

absorvedores; a relação da equação 8 não é mais válida e isto impede o desacoplamento das equações de movimento, como foi visto na equação 9. Dessa forma, é necessário desenvolver uma nova metodologia para resolução desse problema.

Assim, considerando que $x(t)$ possa ser escrito como apresentado na equação 22:

$$x(t) = x_0 * e^{\lambda t} \quad 22$$

E aplicado equação 22, na equação 21, para o caso de a força externa ser nula, chega-se ao seguinte problema de auto vetor quadrático apresentado na equação 23:

$$(\lambda^2 * M_{est+abs} + \lambda * C_{est+abs} + K_{est+abs}) * x_0 = 0 \quad 23$$

O problema apresentado na equação 23 pode ser simplificado para um problema de autovetor linear, ao se realizar a transformação de variável apresentada na equação 24.

$$Y = \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \end{bmatrix} \quad 24$$

Assim a equação 21 pode ser escrita na forma matricial apresentado 25.

$$[C_{est+abs} \quad M_{est+abs}]_{2nxn} * \dot{Y}_{2nx1} + [K_{est+abs} \quad 0]_{2nxn} * Y_{2nx1} = F(t) \quad 25$$

A fim de se trabalhar com matrizes quadradas, adiciona-se a identidade presente na equação 26 em 25, e chega-se na equação 27.

$$[M_{est+abs} \quad 0] * \dot{Y} + [0 \quad -M_{est+abs}] * Y = 0 \quad 26$$

$$B * \dot{Y} - A * Y = Q(t) \quad 27$$

Onde as matrizes A , B e Q , possuem as formas apresentadas nas equações 28, 29 e 30, respectivamente.

$$A = \begin{bmatrix} C_{est+abs} & M_{est+abs} \\ M_{est+abs} & 0 \end{bmatrix} \quad 28$$

$$B = \begin{bmatrix} -K_{est+abs} & 0 \\ 0 & M_{est+abs} \end{bmatrix} \quad 29$$

$$Q(t) = \begin{bmatrix} F(t) \\ 0 \end{bmatrix} \quad 30$$

O problema agora fica análogo ao apresentado na equação 3, mas com a desvantagem de ter a dimensão mais que duplicada, já que são considerados duas vezes os graus de liberdade da estrutura e dos absorvedores. O problema de autovetor nesse caso seria o apresentado na equação 31:

$$(\lambda * \mathbf{B} + \mathbf{A}) * \mathbf{Y} = \mathbf{0} \quad 31$$

Que fornecerá uma matriz de autovetores, $\boldsymbol{\psi}$, composta por que n vetores complexos e seus respectivos n vetores complexos conjugados. Mesmo assim, $\boldsymbol{\psi}$ possui a mesma propriedade de ortogonalidade apresenta pela matriz Φ equação 5, só que utilizando a matriz complexa e conjugada, $\overline{\boldsymbol{\psi}^T}$. Normalizando os vetores $\boldsymbol{\psi}_r$ em relação a matriz B , conforme relação 32, a relação de ortogonalidade entre $\boldsymbol{\psi}$ e as matrizes \mathbf{A} e \mathbf{B} é mostrado na equação 33.

$$\boldsymbol{\psi}_r^{norm} = \frac{\boldsymbol{\psi}_r}{\boldsymbol{\psi}_r^T * \mathbf{B} * \boldsymbol{\psi}_r} \quad 32$$

$$\begin{aligned} \overline{\boldsymbol{\psi}^T} * \mathbf{A} * \boldsymbol{\psi} &= \delta_{rj} * \lambda_{rj} \\ \overline{\boldsymbol{\psi}^T} * \mathbf{B} * \boldsymbol{\psi} &= \delta_{rj} \end{aligned} \quad 33$$

Para simplificar a notação, a matriz $\boldsymbol{\psi}^{norm}$ será representada, a partir daqui, como $\boldsymbol{\psi}$ novamente. Considerando agora a transformação de variável apresentada na equação 34, aplicando-a na equação 27 e pré-multiplicando a equação por $\overline{\boldsymbol{\psi}^T}$, chega-se na relação 35.

$$\mathbf{Y} = \boldsymbol{\psi} * \mathbf{q} \quad 34$$

$$\dot{q}_r - \lambda_r * q_r = \overline{\boldsymbol{\psi}_r^T} * \mathbf{Q}(t) \quad 35$$

Considerando agora que tanto \mathbf{q} quanto $\mathbf{Q}(t)$, possam ser escritos conforme equações 40 e 41, e aplicando essas equações na equação 35, encontra-se a relação 38:

$$\mathbf{Q}(t) = \mathbf{Q}_0 * e^{i * \omega_e * t} \quad 36$$

$$\mathbf{q}(t) = \mathbf{q}_0 * e^{i * \omega_e * t} \quad 37$$

$$q_{0r}(\omega_e) = \frac{\overline{\boldsymbol{\psi}_r^T}}{i * \omega_e - \lambda_r} * \mathbf{Q}_0 \quad 38$$

Onde, na equação 38, \mathbf{Q}_0 representa à amplitude da força generalizada $\mathbf{Q}(t)$ e \mathbf{q}_0 , na equação 41, representa a amplitude do deslocamento generalizado $\mathbf{q}(t)$. Da equação 34, pode-se encontrar Y de forma análoga à equação 14.

$$Y_r(t) = \sum_{j=1}^n \psi_{rj} * q_j(t) = \psi_{r1} * q_1 + \bar{\psi}_{r1} * \bar{q}_1 + \dots + \psi_{rn} * q_n + \bar{\psi}_{rn} * \bar{q}_n \quad 39$$

Assim, o deslocamento do r-ésimo grau de liberdade, $\mathbf{X}_r(\omega)$, pode ser obtido através da seguinte relação

$$x_{0r}(\omega) = Y_{0r}(\omega) = \sum_{j=1}^n \left(\frac{\psi_{rj} * \bar{\psi}_r^T}{i * \omega_e - \lambda_r} + \frac{\bar{\psi}_{rj} * \psi_r^T}{-i * \omega_e - \bar{\lambda}_r} \right) * \mathbf{Q}_0 \quad 40$$

Onde, analogamente a equação 17, a função FRF, $\mathbf{H}(\omega)$ pode ser definida na forma apresentada na equação 41.

$$\mathbf{H}(\omega) = \left(\frac{\psi_{rj} * \bar{\psi}_r^T}{i * \omega_e - \lambda_r} + \frac{\bar{\psi}_{rj} * \psi_r^T}{-i * \omega_e - \bar{\lambda}_r} \right) \quad 41$$

2.4 Calibração dos MAMS

2.4.1 Objetivo e parâmetros de análise

No problema desenvolvido da secção 2.3, a resposta da estrutura, mediante a aplicação de AMS ou MAMS, pode variar por diversos fatores, o que torna necessário determinar os melhores parâmetros a fim de se alcançar o(s) objetivo(s) desejado(s). Da literatura, sabe-se que a resposta pode ser alterada de acordo com as propriedades físicas de massa, rigidez e amortecimento, utilizados nos AMS, como pode ser visto, por exemplo, no trabalho de Jangid (1999), com a posição de aplicação dos AMS (TORRES, 2010); e na forma em que eles são conectados entre si e à estrutura (AVILA e GONÇALVES, 2009). Assim, o problema agora pode ser dividido em dois: escolha do (s) objetivo (s) a ser (em) alcançado (s) e depois, escolha dos parâmetros a serem analisados.

A escolha do objetivo depende do que o projetista pretende alcançar. Por exemplo, a minimização do deslocamento máximo da estrutura geralmente é associada à integridade da estrutura, enquanto a diminuição de sua aceleração máxima é geralmente relacionada com o conforto dos usuários. Soong em seu trabalho (SOONG e DARGUSH, 1997), traz uma lista com algumas das opções já utilizadas. Dentre elas,

pode-se destacar o de deslocamento mínimo da estrutura principal, o de mínima velocidade e/ou aceleração da estrutura e o de máximo amortecimento efetivo do sistema estrutura e MAMS e máxima rigidez dinâmica da estrutura.

Já a escolha dos parâmetros a serem analisados vale destacar que, para as propriedades físicas dos AMS ou MAMS, é comum se trabalhar com parâmetros adimensionais, pois estes permitem obter curvas e valores genéricos que representam diversas situações e não somente uma específica. As equações 42, 43 e 44 apresentam os principais parâmetros utilizados no processo de otimização dessas propriedades físicas

$$\mu_{AMS} = \frac{m_{AMS}}{m_{est}} \quad 42$$

$$\zeta_{AMS} = \frac{c_{AMS}}{2 * m_{AMS} * \omega_{AMS}} * \quad 43$$

$$\alpha_{AMS} = \frac{\omega_{AMS}}{\omega_r} \quad 44$$

Onde μ_{AMS} representa a razão de massa entre m_{AMS} e m_{est} , que representa a massa total da estrutura, na equação 42, ζ_{AMS} representa a taxa de amortecimento e ω_a a frequência angular do AMS, na equação 43; e α_{AMS} representa a razão entre a frequência da AMS e da r-ésima frequência da estrutura, na equação 44. Já para o caso de MAMS, além dos parâmetros adimensionais mencionados acima, costuma-se trabalhar com o a faixa de frequência, β , definido na equação 45, para que os MAMS não fiquem restritos a atenuar somente uma frequência específica, mas sim realizar o controle em um espectro de frequências, que é definido em torno da frequência em análise.

$$\beta = \frac{\alpha_{AMS,n_{AMS}} - \alpha_{AMS,1}}{\alpha_{med}} \quad 45$$

Onde, na equação 45, α_{med} representa a média das razões de frequências e n_{AMS} o número de AMS do conjunto. Para se obter esse efeito, as frequências dos MAMS são escolhidas de tal forma, que elas fiquem uniformemente distribuídas em β . Dessa forma, a razão de frequência do r-ésimo absorvedor, $\alpha_{AMS,r}$, é obtida através da equação

$$\alpha_{AMS,r} = \alpha_{med} \left[1 - \left(r - \frac{n_{AMS} + 1}{2} \right) * \frac{\beta_{AMS}}{n_{AMS} - 1} \right] \quad 46$$

Um resultado de otimização de parâmetro bastante conhecido foi aquele apresentado no de Den Hartog, cujo objetivo foi obter o menor deslocamento de uma estrutura com um G.L, submetida à excitação externa e utilizando apenas um AMS (SOONG e DARGUSH, 1997). Segundo o autor, para um determinado μ_{AMS} , os valores de α_{AMS} e ζ_{AMS} que fornecem o menor deslocamento da estrutura, são obtidos através das equações 47 e 48.

$$\alpha_{oti} = \frac{1}{1 + \mu_{AMS}} \quad 47$$

$$\zeta_{oti} = \sqrt{\frac{3 * \mu_{AMS}}{8 * (1 + \mu_{AMS})}} \quad 48$$

Há diversos outros trabalhos que seguem a ideia acima e fornecem equações fechadas para a seleção dos parâmetros de AMS e MAMS. Exemplos desses casos podem ser vistos nos trabalhos de (JOSHI e JANGID, 1997), (JANGID, 1999), e (PATIL e JANGID, 2011), entretanto, a medida que se aumenta o G.L. da estrutura, a quantidade de parâmetros a serem analisados e a quantidade de objetivos a serem alcançados, torna-se mais interessante a utilização de rotinas numéricas para a seleção dos melhores parâmetros.

2.4.2 Métodos numéricos de Otimização

Os métodos de otimização são estratégias que visam determinar a melhor solução do problema em estudo. O problema de otimização aparece em diversas áreas, tais como, negócios, física química e biologia, engenharia, arquitetura, economia e administração. São classificados em dois tipos os determinísticos e os estocásticos ou aleatórios (SARAMAGO e STEFFEN JR., 2008).

Os determinísticos têm como principal característica a previsibilidade dos seus passos a partir do seu ponto de partida, isto é, sempre se obterá a mesma resposta quando se utiliza do mesmo ponto de partida. Exemplos de métodos determinísticos são os métodos do tipo gradiente, que se baseiam no conceito da derivada de uma função para encontrar o valor ótimo.

Já os estocásticos possuem como diferencial a capacidade de simular a aleatoriedade dos processos. Assim, nem sempre um processo que possui a mesmas condições iniciais, obtém o mesmo resultado. Como exemplo pode-se citar alguns dos métodos heurísticos, que são baseados na experiência que nem sempre levaram as soluções desejadas, e os métodos de otimização natural que, como o próprio nome já diz, são baseados em fenômenos naturais, tais como, o recozimento natural, algoritmo genético, as técnicas de enxame e as técnicas de otimização por colônia de formigas (BISCAIA JUNIOR, 2002). Dentre estes, a técnica bastante utilizada é a de otimização por algoritmo genético.

O algoritmo genético é uma rotina numérica que se baseia no princípio da genética, mais precisamente no processo evolutivo dos seres vivos. Segundo Fonseca (FONSECA, 2007), a principal característica destes algoritmos é a de se trabalhar com dois espaços de busca: fenotípico e o genotípico. O espaço fenotípico é o espaço onde se trabalha com as propriedades físicas do problema. Nele, é criado um conjunto de possíveis soluções para o problema, denominada de população, sendo que cada possível solução deste conjunto é considerada como um indivíduo. Já o espaço genotípico, é a representação codificada do espaço fenotípico e tem como objetivo facilitar a trocas de material genético de cada indivíduo da população, através de conceitos baseados na ideia da evolução dos seres vivos, tais como, a reprodução, a mutação e o cruzamento, o que possibilita uma melhor evolução da população. A quadro da Tabela 2.1 traz os principais conceitos e seus significados, para o entendimento dessa rotina de otimização.

A sua utilização tem como principal objetivo contornar dificuldades apresentadas pelos métodos de otimizações convencionais, tais como: dificuldade de identificação de soluções ótimas globais, dificuldade de se trabalhar com problemas que possuem variáveis contínuas e discretas, necessidade de a função objetivo ser diferenciável e a não possibilidade de se trabalhar com multiobjetivos.

2.4.3 Otimização Multiobjetivo

Como mencionado anteriormente, a calibração dos MAMS pode ser feita através de diversos objetivos e alguns deles podem ser conflitantes entre si, ou seja, a medida que um é otimizado o outro tende a apresentar valores indesejáveis. A ideia de otimização multiobjetivo surge a fim de contornar tal situação e obter soluções que atendam simultaneamente dois ou mais objetivos de interesse no problema.

Diferente dos processos de otimização convencionais, o problema multiobjetivo retorna não só uma, mas um conjunto de soluções ótimas, conhecidas como soluções Pareto-ótimas, que tem como característica o fato de que para uma dada solução Pareto-ótima, não é possível obter outra solução que melhore um dos objetivos, sem que prejudique os outros (GOMES, 2013). Esta característica é conhecida por dominância de Pareto e é representada na Figura 2.3.

Tabela 2.1 - Quadro informativo sobre os principais conceitos utilizados para a otimização do algoritmo genético

Nomenclatura	Significado
Indivíduo	Conjunto de valores que fornecem uma solução para o problema
População	Conjunto de indivíduos que serão utilizados a cada geração
Geração	Nomenclatura dada a cada iteração do problema.
Função Aptidão	Terminologia utilizada para a função que descreve o problema em que se deseja encontrar o melhor valor.
Seleção	Mecanismo utilizado para selecionar os melhores indivíduos de cada população, que serão utilizados para gerarem uma nova.
Mutação	Operação que realiza modificações aleatórias nos indivíduos, com o objetivo de contornar possíveis mínimos locais.
Reprodução	Operador que determina a forma pela qual serão obtidos os novos indivíduos (filhos) da próxima geração, de acordo com os melhores indivíduos (pais) obtidos
Crossover	Operação que realiza mesclas de valores entre dois indivíduos (pais), para se obter um novo indivíduo (filho) na próxima geração.

Pode se observar na Figura 2.3 quatro regiões diferentes em torno do ponto solução C, onde tanto a ordenada quanto a abscissa representam os valores de dois objetivos distintos, f_1 e f_2 , respectivamente, no qual se deseja encontrar, em ambos os casos, o menor valor possível. Soluções dominantes em relação a C são aqueles presentes na região de A e B, pois fornecem, simultaneamente, menores valores para ambos os objetivos. Já a região de soluções dominadas por C, representada pela região composta pelas soluções E e F, é aquela aonde ambos os objetivos 1 e 2 possuem valor maior do que aqueles obtidos pela solução C. Por fim, as soluções indiferentes a C são aquelas que fornecem valores menores para um objetivo enquanto o outro possui um valor maior em relação aos valores apresentados por C, como podem ser vistos nas regiões das soluções D e G.

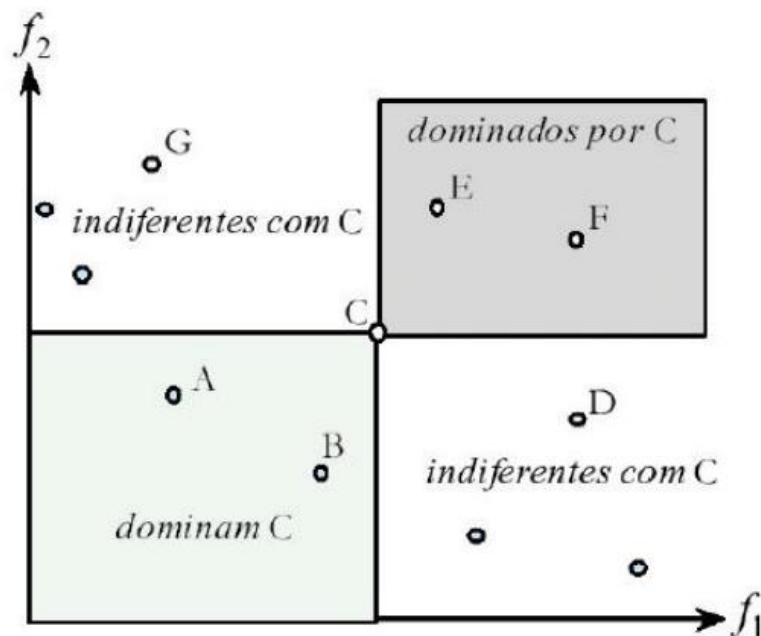


Figura 2.3 – Exemplo de um diagrama de Pareto (GOMES, 2013)

A partir dessas definições é possível definir a curva de Pareto, que consiste em uma curva composta por um conjunto de soluções Pareto-Ótimas, indiferente entre si, no espaço de soluções viáveis do problema. Esta curva é interessante, pois auxilia na comparação de resultados e na escolha da (s) solução (ões) mais adequada (s) para o problema multiobjetivo.

3 DESENVOLVIMENTO NUMÉRICO

Este capítulo foi dedicado a explicar todas as implementações numéricas utilizadas nesse trabalho. Ele foi dividido da seguinte forma: O primeiro subcapítulo foi explicada a metodologia e as etapas utilizada para a se obter as propriedades de massa, rigidez e amortecimento, para cada estrutura. O segundo subcapítulo foi desenvolvida a formulação utilizada para se obter às matrizes de massa, rigidez e amortecimento, do conjunto estrutura e MAMS, para os casos em que eles foram arranjados em paralelo ou em série. No terceiro subcapítulo, foi feita uma rápida explicação do método utilizado para resolução do problema de autovetor, no quarto subcapítulo, foi explicado a rotina utilizada para se obter as melhores propriedades dos MAMS, os objetivos e os parâmetros utilizados para a otimização e por fim, no quinto subcapítulo, foi explicado o funcionamento do programa desenvolvido. O fluxograma apresentado na Figura 3.1 resumiu todas as etapas que foram utilizadas para o desenvolvimento do trabalho.

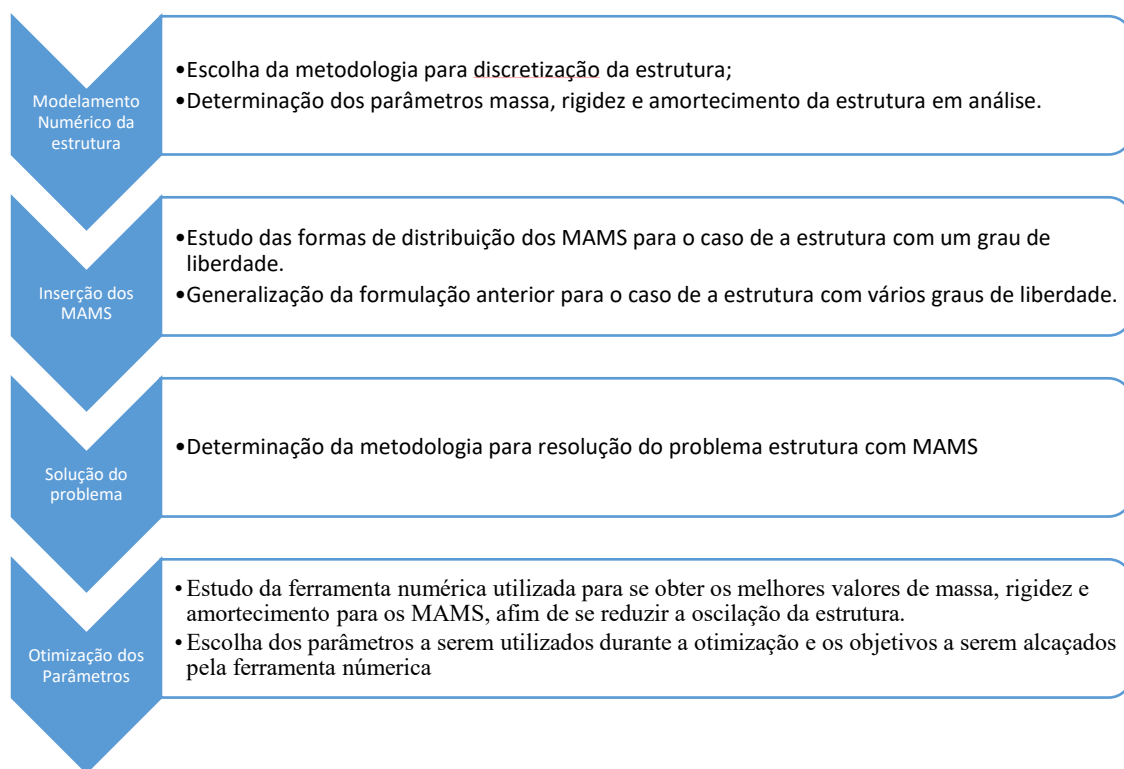


Figura 3.1 - Fluxograma das etapas realizadas para o desenvolvimento do trabalho

Vale ressaltar que todos os algoritmos foram desenvolvidos no programa MATLAB versão R2015a e que, em alguns casos, aproveitou-se de algumas rotinas nativas do programa.

3.1 Modelamento numérico da estrutura

A primeira etapa desse trabalho consistiu em modelar numericamente às estruturas analisadas, através do método de elementos finitos, para se obter as suas propriedades de massa, rigidez e amortecimento. Essa modelagem tem como princípio básico transformar uma estrutura contínua em uma composta por diversos elementos menores, como representado na Figura 3.2, e tem como principal objetivo simplificar o problema e facilitar a obtenção dos parâmetros para a análise da estrutura.

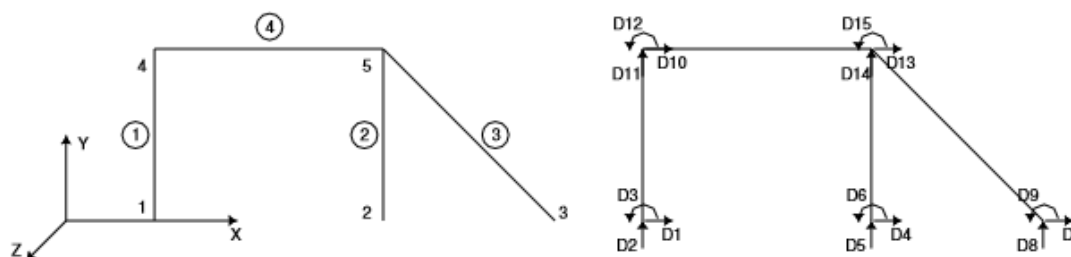


Figura 3.2 - Representação de uma estrutura analisada por elementos finitos.

Como neste trabalho foi analisado a redução de vibração em duas estruturas diferente: viga bi apoiada e um prédio de vinte andares, foi necessário separar a metodologia utilizada para a obtenção dos parâmetros de massa e rigidez. Assim, para a viga bi apoiada, as etapas foram: 1 - Determinação das propriedades de cada elemento; 2 – Mudança de coordenadas e; 3 – União da contribuição de todos os elementos, que foram brevemente explicadas nos subcapítulos 3.1.1, 3.1.2 e 3.1.2, respectivamente. Para o edifício de vinte andares, essas propriedades foram obtidas no subcapítulo 3.1.4. Já a matriz de amortecimento foi obtida da mesma forma para os dois casos, considerando-a na forma proporcional, e esta etapa foi explicada no subcapitulo 3.1.5.

3.1.1 Determinação das propriedades de cada elemento

Há diversas formas de se modelar a estrutura e a escolha da melhor opção dependerá de vários fatores do problema. Para o caso da viga bi apoiadas, uma das formas mais comuns e a utilizada nesse trabalho, foi a de considerar que cada elemento da estrutura se desloca como um pórtico plano. Da literatura pôde-se encontrar que as matrizes de massa e rigidez (MOAVENI, 2008), de um elemento em suas coordenadas locais possuem as formas apresentadas nas equações 49 e 50, respectivamente.

Onde, na equação 49, ρ representa a densidade do material, A representa a área da secção transversal e L o comprimento do elemento; e, na equação 50, E representa modulo de Young e I o momento de inércia transversal. O sub índice “L”, presente nas

matrizes de massa e rigidez, foram para indicar que as matrizes foram calculadas no sistema de coordenadas local.

$$M_{est,L} = \rho * A * L \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & 0 & \frac{1}{6} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{13}{35} & \frac{11 * L}{210} & 0 & \frac{9}{70} & -\frac{13 * L}{420} \\ 0 & \frac{11 * L}{210} & \frac{L^2}{105} & 0 & \frac{13 * L}{420} & -\frac{L^2}{140} \\ \frac{1}{6} & 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{9}{70} & \frac{13 * L}{420} & 0 & \frac{13}{35} & -\frac{11 * L}{210} \\ 0 & -\frac{13 * L}{420} & -\frac{L^2}{140} & 0 & -\frac{11 * L}{210} & \frac{L^2}{105} \end{bmatrix} \quad 49$$

$$K_{est,L} = \begin{bmatrix} \frac{E * A}{L} & 0 & 0 & -\frac{E * A}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12 * E * I}{L^3} & \frac{6 * E * I}{L^2} & 0 & -\frac{12 * E * I}{L^3} & \frac{6 * E * I}{L^2} \\ 0 & \frac{6 * E * I}{L^2} & \frac{4 * E * I}{L} & 0 & -\frac{6 * E * I}{L^2} & \frac{2 * E * I}{L} \\ -\frac{E * A}{L} & 0 & 0 & \frac{E * A}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12 * E * I}{L^3} & -\frac{6 * E * I}{L^2} & 0 & \frac{12 * E * I}{L^3} & -\frac{6 * E * I}{L^2} \\ 0 & \frac{6 * E * I}{L^2} & \frac{2 * E * I}{L} & 0 & -\frac{6 * E * I}{L^2} & \frac{4 * E * I}{L} \end{bmatrix} \quad 50$$

3.1.2 Mudança de coordenadas

Definidas as matrizes de massa e rigidez, o próximo passo foi realizar a mudança de coordenadas, das locais para um sistema de coordenadas única, denominado de sistema de coordenadas globais. Este processo é feito a partir da relação apresentada na equação 51

$$M_{est,G} = R^t * M_{est,L} * R$$

$$K_{est,G} = R^t * K_{est,L} * R \quad 51$$

Onde, os sub-índices “G” e “L”, presentes em 51, são utilizados para diferenciar às matrizes de rigidez e massa no sistema global e local, respectivamente. Já a matriz **R** é conhecida como matriz de rotação do sistema que, para o caso do pórtico plano, possui a forma apresentada na equação 52.

$$R = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad 52$$

3.1.3 Montagem das matrizes de massa e rigidez da estrutura

Essa etapa consistiu em unir as matrizes de massa e rigidez de cada elemento, para obter as matrizes de massa e rigidez da estrutura. Como pôde ser visto na Figura 3.2, os G.L. da estrutura tiveram a influência do movimento de dois elementos e, por isso, as suas contribuições de massa e rigidez necessitaram de ser adicionados às matrizes da estrutura. A metodologia utilizada para a soma dessas contribuições foi apresentada na Tabela 3.1.

Tabela 3.1 - Tabelas explicativa sobre a soma das contribuições de cada elemento na matriz de rigidez da estrutura.

Pontos	Contribuições
<i>j</i>	$K_{est}[(3 * j - 2), (3 * j - 2) : (3 * j)] = K_{est,G}(1, 1 : 3)$
	$K_{est}[(3 * j - 1), (3 * j - 2) : (3 * j)] = K_{est,G}(2, 1 : 3)$
	$K_{est}[3 * j, (3 * j - 2) : (3 * j)] = K_{est,G}(3, 1 : 3)$
<i>l</i>	$K_{est}[(3 * l - 2), (3 * l - 2) : (3 * l)] = K_{est,G}(4, 4 : 6)$
	$K_{est}[(3 * l - 1), (3 * l - 2) : (3 * l)] = K_{est,G}(5, 4 : 6)$
	$K_{est}[3 * l, (3 * l - 2) : (3 * l)] = K_{est,G}(6, 4 : 6)$

Onde, na Tabela 3.1, e_r representa o r-ésimo elemento e *j* e *l* os pontos de conexão desse elemento na estrutura. O símbolo ":", serve para representar a variação do ponto inicial até o ponto final. A Tabela 3.1 foi feita representado à soma das contribuições para a matriz de rigidez e pode ser generalizada para obter a matriz de massa. No final do processo, esses matizes ficaram na forma quadrada com a dimensão de $3 * np$.

3.1.4 Simplificação shear-building

O *shear-building* é um modelo de elementos discretos utilizados para representar edifícios. Nessa representação, é considerado que a estrutura não sofra ou que os deslocamentos verticais e rotacionais são muito pequenos quando comparado com os deslocamentos horizontais. Uma representação dessa estrutura é mostrada na Figura 3.3

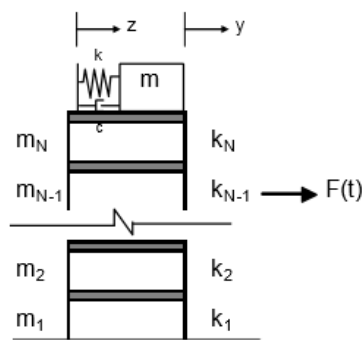


Figura 3.3 - Representação clássica de um modelo de *shear-building* (OSPINA, 2008)

Como pode ser visto na Figura 3.3, o *shear building* é composto por um conjunto de pórticos, conectados uns aos outros, onde a massa de cada pavimento é concentrada no respectivo piso, e os pilares fornecem a rigidez e o amortecimento para a estrutura. Assim, as matrizes M_{est} e K_{est} podem ser obtidas através das equações 53 e 54.

$$M_{est} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & \ddots & 0 & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & m_{n-1} & 0 \\ 0 & \dots & \dots & 0 & m_n \end{bmatrix} \quad 53$$

$$K_{est} = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 & \dots & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & 0 & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & 0 & k_{n-1} + k_n & -k_n \\ 0 & \dots & 0 & -k_n & k_n \end{bmatrix} \quad 54$$

3.1.5 Calculo da matriz de amortecimento – Método Rayleigh

No subcapitulo 2.2, para dar continuidade ao desenvolvimento da metodologia de superposição modal, foi necessário considerar que a matriz de amortecimento C_{est} fosse ortogonal a matriz de estado Φ . A matriz utilizada nesse trabalho foi a matriz de amortecimento proposta por Rayleigh, cuja forma genérica foi apresentada na equação 55:

$$\mathbf{C}_{est} = a * \mathbf{M}_{est} + b * \mathbf{K}_{est} \quad 55$$

Onde a e b foram utilizados para representar os coeficientes de proporcionalidade da matriz de massa e rigidez, respectivamente, e podem ser obtidos através do conhecimento de duas ζ_r diferentes, referente a dois modos distintos da estrutura. Essa relação pode ser encontrada ao substituir 55, na equação 8, obtendo-se assim a equação 56:

$$\Phi^T * (a * \mathbf{M}_{est} + b * \mathbf{K}_{est}) * \Phi = a * \mathbf{M}_{est,d} + b * \mathbf{K}_{est,d} \quad 56$$

A equação matricial 56 pode ser reescrita em um conjunto de n equações desacopladas, conforme mostrado 57, já que as matrizes $\mathbf{M}_{est,d}$ e $\mathbf{K}_{est,d}$ são diagonais.

$$c_r = a * m_r + b * k_r \quad 57$$

Agora, considerando que os coeficientes da matriz de amortecimento modal possam ser encontrados conforme a equação 13, ao substituí-la na equação 57, encontra-se equação 58 que relaciona a taxa de amortecimento modal com os coeficientes a e b .

$$\zeta_r = \frac{1}{2} * \left(\frac{a}{\omega_r} + b * \omega_r \right) \quad 58$$

Assim, como as taxas de amortecimento modais são obtidos experimentalmente, ao conhecer duas taxas de amortecimento relacionadas aos dois modos distintos, “r” e “j”, é possível encontrar os coeficientes os a e b . As equações 59 e 60 apresentam essas variáveis em função de duas taxas distintas, e a equação 61 a equação geral para se obter a matriz de amortecimento \mathbf{C}_{est} através desses valores

$$a = 2 * \left(\frac{\omega_j}{\omega_r} - \frac{\omega_r}{\omega_j} \right)^{-1} * (\omega_j * \zeta_r - \omega_r * \zeta_j) \quad 59$$

$$b = \frac{\omega_r * \zeta_r - \omega_j * \zeta_j}{\omega_r^2 - \omega_j^2} \quad 60$$

$$\mathbf{C}_{est} = 2 * \omega_r * \omega_j * \frac{\omega_j * \zeta_r - \omega_r * \zeta_j}{\omega_j^2 - \omega_r^2} * \mathbf{M}_{est} + \frac{\omega_r * \zeta_r - \omega_j * \zeta_j}{\omega_r^2 - \omega_j^2} * \mathbf{K}_{est} \quad 61$$

3.2 Matrizes do sistema dinâmico composto pela estrutura e MAMS

As propriedades das $M_{est+MAMS}$, $C_{est+MAMS}$ e $K_{est+MAMS}$, introduzidas no capítulo 2.3, depende da forma em que os MAMS são distribuídos na estrutura. Neste trabalho, foi desenvolvido e estudado apenas duas dessas configurações: a dos MAMS não interligados, MAMS NI, e a dos MAMS interligados, MAMS I, cuja formulação foi desenvolvida nos próximos subcapítulos. A estratégia utilizada para se obter $M_{est+MAMS}$ e $K_{est+MAMS}$ foi a de desenvolver o problema para o caso da estrutura com um G.L. e extrapolar os resultados para o caso de uma estrutura com vários G.L., já que nessas duas situações os AMS, quando conectados a estrutura, se relacionam a apenas um dos seus elementos.

Vale ressaltar que, para simplificar os cálculos e a notação, o problema foi desenvolvido apenas para dois absorsores e que a dependência temporal das variáveis de deslocamento, velocidade, aceleração e força, foram omitidas.

3.2.1 Caso 1 - MAMS NI

O primeiro caso analisado foi a de uma estrutura de um grau de liberdade com dois absorsores em paralelo, representado na

Figura 3.4. Ao aplicar a segunda lei de Newton aos elementos da

Figura 3.4, obteve-se o sistema de equações apresentado em 62.

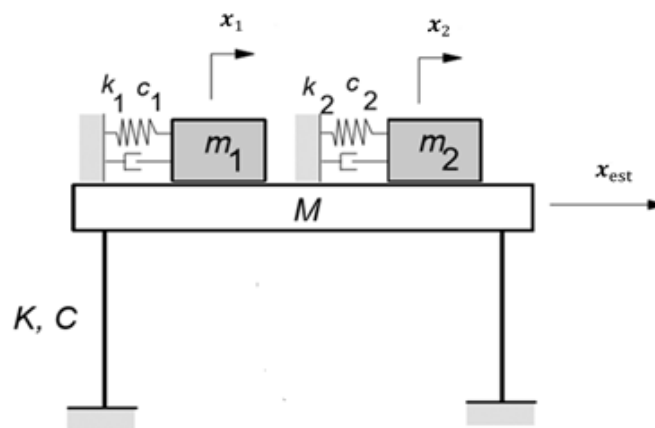


Figura 3.4 – Representação de uma estrutura de um grau de liberdade, com dois AMS NI (AVILA e GONÇALVES, 2009)

$$\begin{aligned}
 m_{est} * \ddot{x}_{est} + c_{est} * \dot{x}_{est} + k_{est} * x_{est} &= F_{AMS,1} + F_{AMS,2} + F \\
 F_{AMS,1} &= -c_{AMS,1} * (\dot{x}_{AMS,1} - \dot{x}_{est}) - k_{AMS,1} * (x_{AMS,1} - x_{est}) \\
 F_{AMS,2} &= -c_{AMS,2} * (\dot{x}_{AMS,2} + \dot{x}_{est}) - k_{AMS,2} * (x_{AMS,2} - x_{est}) \\
 F_{AMS,2} &= m_{AMS,2} * \ddot{x}_{AMS,2}
 \end{aligned}$$

62

$$F_{AMS,1} = m_{AMS,1} * \ddot{x}_{AMS,1}$$

Que após algumas manipulações algébricas, pôde ser escrito na equação matricial apresentada em 21. Dessa forma, as matrizes $M_{est+MAMS}$, $C_{est+MAMS}$ e $K_{est+MAMS}$, da equação 21, para o caso da estrutura com um G.L, puderam ser escritas nas formas apresentadas nas equações 63, 64 e 65, respectivamente.

$$M_{est+MAMS} = \begin{bmatrix} m_{est} & 0 & 0 \\ 0 & m_{tmd,1} & 0 \\ 0 & 0 & m_{tmd,2} \end{bmatrix} \quad 63$$

$$C_{est+MAMS} = \begin{bmatrix} k_{est} + \sum_{j=1}^2 k_{AMS,j} & -k_{AMS,1} & -k_{AMS,2} \\ -k_{AMS,2} & k_{AMS,1} & 0 \\ -k_{AMS,2} & 0 & k_{AMS,2} \end{bmatrix} \quad 64$$

$$K_{est+MAMS} = \begin{bmatrix} c_{est} + \sum_{j=1}^2 c_{AMS,j} & -c_{AMS,1} & -c_{AMS,2} \\ -c_{AMS,2} & c_{AMS,1} & 0 \\ -c_{AMS,2} & 0 & c_{AMS,2} \end{bmatrix} \quad 65$$

Extrapolando o resultado acima para o caso geral onde a estrutura possua vários G.L. e considerando que cada amortecedor esteja conectado a um elemento diferente como, por exemplo, nos elementos “j” e “r”, as matrizes $M_{est+MAMS}$, $K_{est+MAMS}$ e $C_{est+MAMS}$, possuem às seguintes formas apresentadas nas equações 66, 67 e 68, respectivamente.

$$M_{est+MAMS} = \begin{bmatrix} M_{est} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & m_{AMS,1} & 0 \\ \mathbf{0} & 0 & m_{AMS,2} \end{bmatrix} \quad 66$$

$$K_{est+MAMS} = \begin{bmatrix} k_1 & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & 0 & 0 \\ \dots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \dots & \dots & k_{j,j} + k_{AMS,1} & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & -k_{AMS,1} & \vdots \\ \dots & \dots & \dots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & k_r + k_{AMS,2} & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & -k_{AMS,2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \ddots & \vdots & \vdots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & k_n & 0 & \vdots \\ 0 & \dots & -k_{AMS,1} & 0 & \dots & \dots & 0 & 0 & k_{AMS,1} & 0 \\ 0 & \dots & \dots & 0 & -k_{AMS,2} & 0 \dots & 0 & 0 & 0 & k_{AMS,2} \end{bmatrix} \quad 67$$

$$C_{est+MAMS} = \begin{bmatrix} c_1 & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & 0 & 0 & 0 \\ \cdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \cdots & \cdots & c_j + c_{AMS,1} & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & -c_{AMS,1} & \vdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & c_r + c_{AMS,2} & \vdots & \vdots & \vdots & -c_{AMS,2} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \ddots & \vdots & \vdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & c_n & 0 & \vdots \\ 0 & \cdots & -c_{AMS,1} & 0 & \cdots & \cdots & 0 & c_{AMS,1} & 0 \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & -c_{AMS,2} & 0 \cdots & 0 & 0 & c_{AMS,2} \end{bmatrix} \quad 68$$

3.2.2 Caso 2 – MAMS I

O próximo caso em análise será o sistema com um grau de liberdade, onde foi aplicado um sistema de dois absorsores em série, conforme representado na Figura 3.5. Ao aplicar a segunda lei de Newton aos elementos da Figura 3.5 obtém se o sistema de equações apresentado em 69.

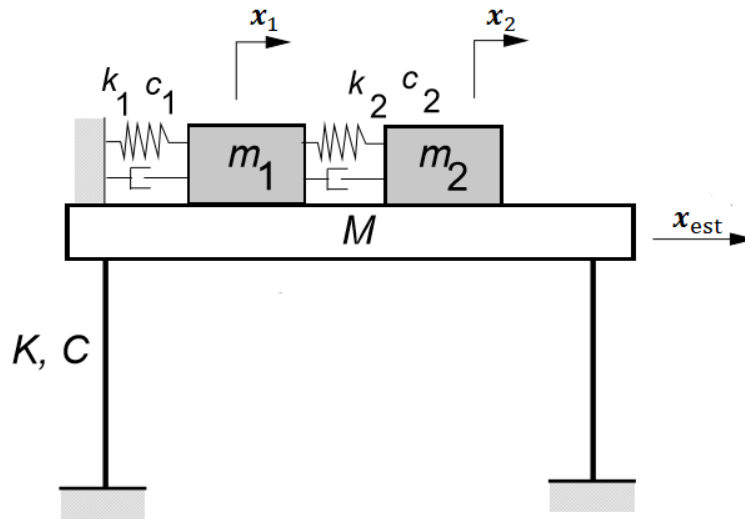


Figura 3.5 - Representação de uma estrutura de um G.L. com 2 AMS I (AVILA e GONÇALVES, 2009).

Esse sistema também pôde ser escrito na forma matricial apresentada na equação 21, e para esse caso as matrizes $M_{est+MAMS}$, $K_{est+MAMS}$ e $C_{est+MAMS}$, apresentam as formas das equações 70, 71 e 72.

$$\begin{aligned} m_{est} * \ddot{x}_{est} + c_{est} * \dot{x}_{est} + k_{est} * x_{est} &= F_{AMS,1} + F \\ m_{AMS,1} * \ddot{x}_{AMS,1} &= F_{AMS,1} - F_{AMS,2} \\ m_{AMS,2} * \ddot{x}_{AMS,2} &= F_{AMS,2} \end{aligned} \quad 69$$

$$\begin{aligned} F_{AMS,1} &= -c_{AMS,1} * (\dot{x}_{AMS,1} - \dot{x}_{est}) - k_{AMS,1} * (x_{AMS,1} - x_{est}) \\ F_{AMS,2} &= -c_{AMS,2} * (\dot{x}_{AMS,2} - \dot{x}_{AMS,1}) - k_{AMS,2} * (x_{AMS,2} - x_{AMS,1}) \end{aligned}$$

$$M_{est+MAMS} = \begin{bmatrix} m_{est} & 0 & 0 \\ 0 & m_{AMS,1} & 0 \\ 0 & 0 & m_{AMS,2} \end{bmatrix} \quad 70$$

$$\mathbf{K}_{est+MAMS} = \begin{bmatrix} k_{est} + k_{tmd,1} & -k_{AMS,1} & 0 \\ -k_{AMS,1} & k_{AMS,1} + k_{AMS,2} & -k_{AMS,2} \\ 0 & -k_{AMS,1} & k_{AMS,2} \end{bmatrix} \quad 71$$

$$\mathbf{C}_{est+MAMS} = \begin{bmatrix} c_{est} + c_{AMS,1} & -c_{AMS,1} & 0 \\ -c_{AMS,1} & c_{AMS,1} + c_{AMS,2} & -c_{AMS,2} \\ 0 & -c_{AMS,1} & c_{AMS,2} \end{bmatrix} \quad 72$$

Novamente, extrapolando o problema para o caso geral de uma estrutura com vários graus de liberdade e supondo que o MAMS I esteja conectado ao elemento “j”, as matrizes $\mathbf{M}_{est+MAMS}$, $\mathbf{K}_{est+MAMS}$ e $\mathbf{C}_{est+MAMS}$, ficaram nas formas apresentadas nas equações 73, 74 e 75, respectivamente.

$$\mathbf{M}_{est+MAMS} = \begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & m_{AMS,1} & 0 \\ \mathbf{0} & 0 & m_{AMS,2} \end{bmatrix} \quad 73$$

$$\mathbf{K}_{est+MAMS} = \begin{bmatrix} k_1 & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & 0 & 0 \\ \dots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \dots & \dots & k_j + k_{AMS,1} & 0 & \vdots & -k_{AMS,1} & \vdots \\ \dots & \dots & 0 & \ddots & 0 & \vdots & \vdots \\ \dots & \dots & \dots & 0 & k_n & 0 & \vdots \\ \dots & \dots & -k_{AMS,1} & \dots & 0 & k_{AMS,1} + k_{AMS,2} & -k_{AMS,2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & -k_{AMS,2} & k_{AMS,2} \end{bmatrix} \quad 74$$

$$\mathbf{C}_{est+MAMS} = \begin{bmatrix} c_1 & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & 0 \\ \dots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \dots & \dots & c_{jj} + c_{tmd,1} & 0 & \vdots & -c_{tmd,1} & 0 \\ \dots & \dots & 0 & \ddots & 0 & \vdots & \vdots \\ \dots & \dots & \dots & 0 & c_n & 0 & \vdots \\ \dots & \dots & -c_{tmd,1} & \dots & 0 & c_{tmd,1} + c_{tmd,2} & -c_{tmd,2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & -c_{tmd,2} & c_{tmd,2} \end{bmatrix} \quad 75$$

3.3 Cálculo dos autovalores e autovetores do problema

O cálculo dos autovetores e autovalores de ambos os problemas

foram feitos através de uma função nativa do MATLAB, apresentada na equação 76. Para auxiliar no entendimento do seu funcionamento, foi utilizada a notação referente ao problema de oscilação da estrutura, representado na equação 3.

$$[\Phi, \omega] = eig(\mathbf{K}_{est}, \mathbf{M}_{est}) \quad 76$$

Vale ressaltar que a matriz de saída Φ , que representa a matriz de autovetores do problema, já saiu normalizada em relação à matriz \mathbf{M}_{est} . Já ω saiu na forma de uma matriz diagonal quadrada com os respectivos autovalores do problema.

No caso do problema dinâmico composto pela estrutura e MAMS, as matrizes ψ e λ substituem as matrizes Φ e ω na função 76 respectivamente. Diferente das matrizes anteriores, essas eram formadas por números complexos. Assim, para se obter os valores de $\omega_{est+MAMS}$ e $\zeta_{est+MAMS}$ que representam os valores das frequências angulares e das taxas de amortecimento do sistema, respectivamente, foram utilizadas as relações 77 e 78, retirado do trabalho de Torres (TORRES, 2010).

$$\omega_{est+MAMS} = |\lambda_r| \quad 77$$

$$\zeta_{est+MAMS} = \frac{\lambda_r + \bar{\lambda}_r}{2 * \omega_r} \quad 78$$

3.4 Obtenção dos parâmetros Ótimos

O último passo do trabalho foi determinar os parâmetros ótimos para MAMS, que fornecessem a melhor resposta para o controle de vibração do sistema principal. Neste trabalho, utilizou-se o processo de otimização por algoritmo genético para calcular esses valores, cuja rotina de cálculo já estava implementada no MATLAB.

Este algoritmo pode ser utilizado de duas formas: através do box *Optimization Tool*, que pode ser acessado na aba *APP*, presente na parte superior do programa, ou diretamente no editor ou janela de comando, através do código apresentado na equação 79.

$$[Parâmetros\ de\ Saida] = ga(Parâmetros\ de\ entrada) \quad 79$$

Onde os possíveis valores para os parâmetros de entrada e saída, presentes na equação 79, são apresentados nas tabelas 3.2 e 3.3, respectivamente.

A função utilizada para otimização foi a FRF para problema estrutura com MAMS, cuja formulação foi apresentada na seção 2.3 deste trabalho, e o primeiro objetivo analisado foi encontrar valores de massa, rigidez e amortecimento para cada AMS, que fornecessem o menor valor máximo apresentado para essa função, calculada no ponto mais solicitado. Assim, considerando que a FRF apresentou o seu maior valor, em modulo, no r-ésimo ponto, esse objetivo pôde ser descrito matematicamente conforme equação 80.

Onde, equação 80, $\max|H(x_r)_{MAMS}|$ representou o valor máximo da FRF no ponto analisado e $n_{AMS,i}$ representa o ponto de localização do j-ésimo. AMS. Com este valor, foi possível definir a eficiência do MAMS, η , de acordo com a equação 81

Tabela 3.2 - Quadro informativo sobre as variáveis de entrada da função algoritmo genético nativa do MATLAB (MATHWORKS).

Parâmetros	Significados
<i>@function</i>	Função objetivo do problema
n_{var}	Número de variáveis da função objetivo
<i>LS</i>	Vetor linha que continha o limite superior das variáveis.
<i>LI</i>	Vetor linha que continha o limite inferior das variáveis.
A_{ineq}	Matriz, de ordem n_{var} número de restrições lineares, para o problema: $A_{ineq} * Y_{var} \geq b_{ineq}$
b_{ineq}	Limites permitidos para o problema de restrições lineares, definido no campo anterior
A	Matriz, de ordem n_{var} número de restrições lineares, para o problema: $A_{eq} * Y_{var} = b_{eq}$
b	Limites permitidos para o problema de restrições de equações lineares, definido no campo anterior
n_{inter}	Posição do vetor de Otimização em que se encontra as variáveis inteiras do problema
<i>@colon</i>	Entrada para a função que define as condições não lineares do problema
<i>options</i>	Entrada que permitiu definir os parâmetros do processo de otimização, tais como, população inicial, número de gerações e taxa de mutação, e também a geração de gráficos

Onde $\max|H(x_r)_{sem,AMS}|$ representa o valor máximo da FRF para o caso sem AMS, na equação 81. Posteriormente, foi realizado uma análise de multiobjetivos, onde também foi utilizado o método de otimização do algoritmo genético. A função para esse tipo de análise, pode ser chamada no editor ou janela de comando através do código apresentado na equação 82, e os parâmetros de entrada e saída permanecem praticamente os mesmos daqueles apresentados na tabela 3.2 e 3.3, respectivamente,

excetuando os relacionados à análise de variáveis inteiras, que neste caso não é permitida.

Tabela 3.3 - Quadro informativo sobre as variáveis de saída da função algoritmo genético nativa do MATLAB (MATHWORKS)

Parâmetros	Significados
Y_{otm}	Vetor linha contendo os melhores parâmetros para função objetivo em análise.
f_{min}	Valor encontrado na função objetivo, ao se aplicar os parâmetros obtidos em Y_{otm} .
$exitflag$	Valor inteiro, que varia de -5 a 5, que representa os motivos pelo qual o algoritmo parou.
$output$	Estrutura que traz as seguintes informações sobre o problema: 1 -Tipo do problema resolvido que pode ser classificado, dentre outras formas, como irrestrito, com restrições lineares e de contorno; 2 - Estado do gerador de números randômicos do MATLAB, para os casos onde seja necessária a reprodução dos resultados, 3 -número de gerações utilizadas pelo algoritmo, 4- Número de vezes que se utilizou a função objetivo; e 5 - Mensagem informando a razão pelo qual o algoritmo foi parado;
$população$	Matriz cuja as linhas são os membros da população final
$scores$	Os respectivos valores da função objetivo, ao se aplicar os vetores da matriz $população$.

$$Objetivo 1 = \min(\max |H_r(\zeta_{AMS,j}, \alpha_{AMS,j}, \mu_{AMS,j}, n_{AMS,j})|) \quad 80$$

$$\eta(\%) = \left(1 - \frac{\max |H(x_r)_{MAMS}|}{\max |H(x_r)_{sem,AMS}|}\right) * 100 \quad 81$$

$$[Parâmetros de Saida] = gamultiobj(Parâmetros de entrada) \quad 82$$

Tabela 3.4 - Parâmetros padrões utilizados pelo algoritmo genético do MATLAB (MATHWORKS)

Parâmetro	Valor	
Seleção	Seleção por posição (<i>Rank</i>)	
Função de Seleção	Estocástica Uniforme	
Reprodução	<i>Elite count</i>	$0,05 * n_{população}$
	Fração de Crossover	0,8
Função de Mutação	Se não houver restrições	Gaussiana
	Se houver	<i>Adaptive feasible</i>
Função de Crossover	Sem restrições lineares	<i>Scattered</i>
	Se houver	Intermediária
Migração	Direção	Para Frente
	Fração	0,2
	Intervalo	20
Número de Gerações	200	
População	Até 5 variáveis	50
	Acima de 5	200

Para essa análise foi utilizado como segundo objetivo minimizar a diferenças dos picos e vales da FRF, conforme proposto no trabalho de Torres (TORRES, 2010). Esse objetivo pode ser representado matematicamente na equação 83, com δ definido na equação 84

$$Obj.2 = \min(\delta) \quad 83$$

$$\delta = \sum_{i=1}^{n_p} (P_i - \bar{P}) \quad 84$$

Onde, na equação 84, P_i representa o valor da FRF do i-ésimo pico ou vale e \bar{P} é o valor médio dos picos/vales da FRF. Vale ressaltar que as otimizações realizadas aqui foram feitas com quase todos parâmetros do algoritmo genético padrão, cujos valores são apresentados na Tabela 3.4

3.5 Organização do Programa

O programa desenvolvido neste trabalho pode ser dividido em três grandes etapas, representados pelo retângulo azul, vermelho e preto, no fluxograma apresentado na Figura 3.6.

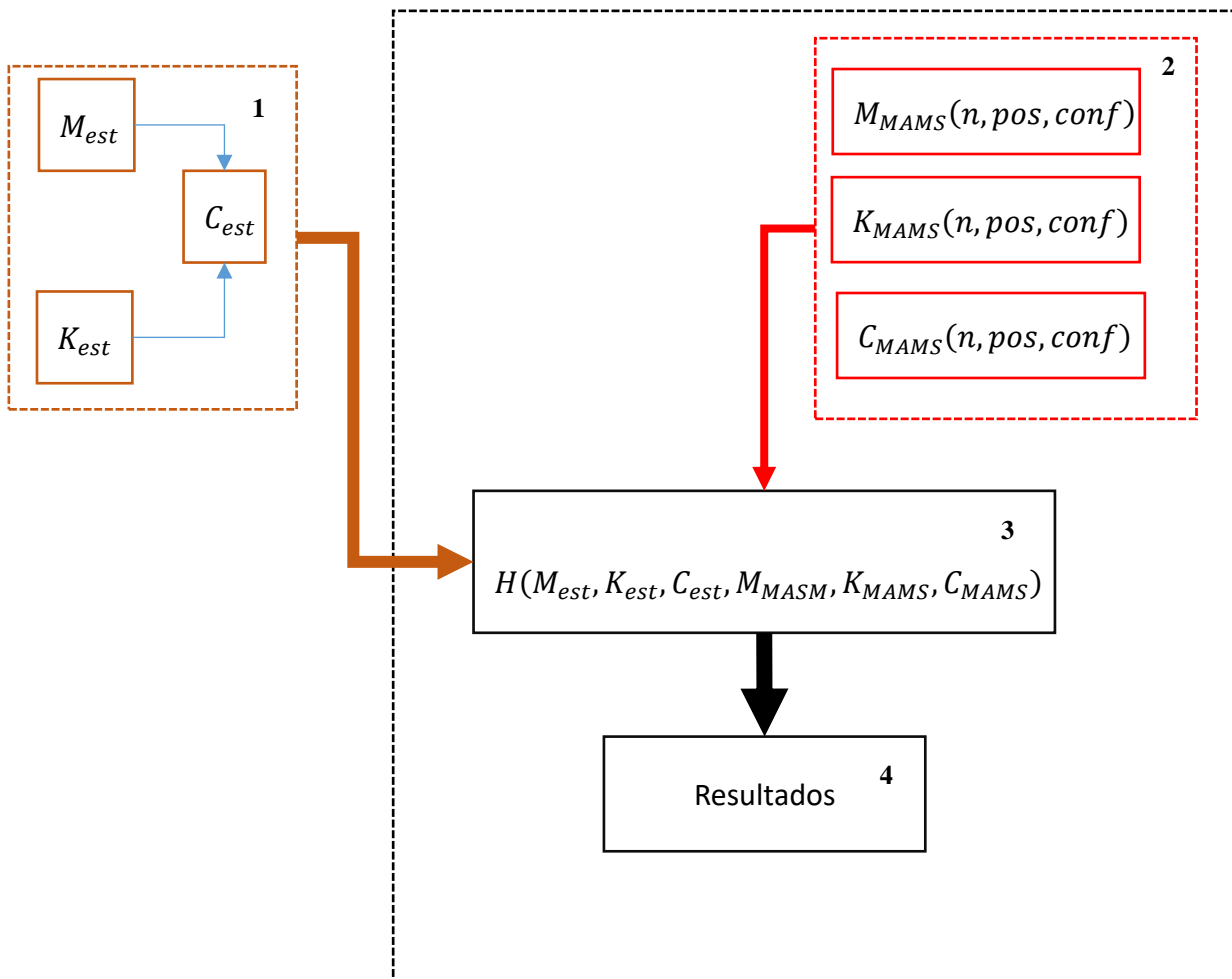


Figura 3.6 – Fluxograma esquemático ilustrando o funcionamento do programa desenvolvido

O retângulo azul, etapa 1, representa a etapa do cálculo das propriedades da estrutura. Nesta etapa, as propriedades M_{est} e K_{est} são obtidas através das características da estrutura e depois disto, através da teoria da matriz proporcional de Rayleigh, é obtido a matriz de amortecimento.

O retângulo vermelho representa de reunião das propriedades M_{MAMS} , K_{MAMS} e C_{MAMS} , dos MAMS utilizados, etapa 2. Estas matrizes são compostas pelos valores de m_{est} , k_{est} e c_{est} de cada AMS. Além disso, como pode ser visto na Figura 3.6, elas também são influenciadas pela quantidade de AMS utilizados, tipo de relacionamento entre cada AMS e estrutura, que é representado pela sigla *conf*, e pela posição de cada AMS na estrutura. Essas três últimas propriedades, diferentemente das três mencionadas

anteriormente, não variam a cada iteração do programa e seus valores são escolhidos antes do início da iteração

A etapa 3, consiste em utilizar as propriedades matriciais da estrutura, definidas na etapa 1, e dos MAMS, etapa 2, para obter a matriz H do sistema estrutura com MAMS, etapa 3. Esta função é importante, pois a partir dela que é verificado a aplicabilidade dos MAMS para o controle de vibração, através dos objetivos definidos.

As repostas durante as análises dos objetivos são armazenadas pelo programa, etapa 4, para comparações com os valores obtidos em outras análises. Todas as etapas englobadas pelo retângulo preto são realizadas a cada iteração pelo algoritmo genético, e como consequência, todas as propriedades dos MAMS variam a cada iteração.

4 APLICAÇÃO

4.1 Problema 1 – Viga bi apoiada.

O primeiro problema consistiu na aplicação de MAMS para reduzir os efeitos de oscilações em uma viga bi apoiada, submetida a uma força externa pontual, semelhante àquela analisada nos trabalhos de Magluta (1993), e Torres (2010), cuja representação foi apresentada na Figura 4.1, e os dados utilizados para o seu modelamento numérico foram apresentados na Tabela 4.1.

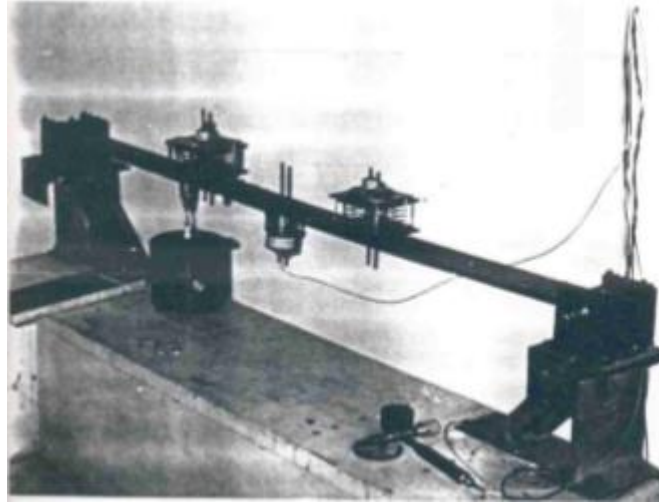


Figura 4.1 – Modelo da viga bi apoiada analisada no trabalho (TORRES, 2010).

Tabela 4.1 – Parâmetros da estrutura utilizados nesse trabalho.

Dados	Valores
Comprimento livre da Viga	$lb = 1.5 \text{ m}$
Área da Seção Transversal	$A = 3'' * \frac{5''}{16} = \frac{15''}{16} = 6,05 * 10^{-4} \text{ m}^2$
Módulo de elasticidade	$E = 208 \text{ GPa}$
Densidade volumétrica	$m_{dist} = 7468 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
Taxa de Amortecimento	$\zeta_{est} = 0.68 \%$
Número de elementos	$n = 15$
Ponto de aplicação da força	$n_{aplic} = 4$

Vale destacar que a estrutura foi modelada por elementos de pórtico plano e que C_{est} foi considerado apenas proporcional a M_{est} , ou seja, $b = 0$. Além disso, como a viga foi dividida em 16 elementos, meio do vão foi considerado no ponto $n_{centro} = 8$.

A Figura 4.2 ilustra o modelo esquemático da viga e a posição onde houve o carregamento externo.



Figura 4.2 – Modelamento da viga bi apoiada analisa no trabalho

Com relação à força externa, foi considerado que sua frequência fosse igual àquela do primeiro modo de vibração da estrutura e, conforme dados apresentados no trabalho de Torres (TORRES, 2010), pôde se concluir que o meio do vão seria o local mais solicitado. Dessa forma, a não ser que se fale o contrário, todas as análises feitas para medir a efetividade dos MAMS foram realizadas com os dados retirados do centro da estrutura.

Os resultados obtidos na análise desta estrutura foram distribuídos em cinco subcapítulos: o capítulo 4.1.1 foi dedicado a comparar os resultados obtidos aqui com aqueles obtidos no trabalho de Torres, os capítulos 4.1.2, 4.1.3 e 4.1.4, a apresentar os resultados obtidos através da utilização do algoritmo genético, para três configurações de MTMD (AMS, MAMS NI e MAMS I), utilizando apenas um dos objetivos e o capítulo 4.1.5 a comparar os resultados das três configurações, através da otimização multiobjetivo. Todas as análises realizadas em cada subcapítulo forma agrupadas na Tabela 4.2, para facilitar o entendimento do trabalho.

Por fim, na otimização feita através das equações de Den Hartog, foi necessário representar a estrutura para uma com um G.L. Para isso, foi utilizado a massa efetiva da estrutura, m_{efe} , no meio do vão, cujo valor foi apresentado na equação 82.

4.1.1 Verificação dos dados

Definidos os parâmetros da estrutura, o próximo passo foi confrontar os dados obtidos aqui com os do trabalho de Torres (2010). O primeiro dado verificado foi a frequência natural da estrutura, para verificar se a rotina implementada para o cálculo das matrizes da massa e rigidez estavam corretas. A Tabela 4.3 compara os valores obtidos neste trabalho com aqueles obtidos no trabalho supracitado.

Pôde-se observar na Tabela 4.3 que os valores encontrados para as frequências naturais nesse trabalho, corresponderam a praticamente as mesmas daqueles obtidos no

trabalho de Torres (2010). Este fato indicou que a metodologia empregada para modelar a estrutura estava funcionando corretamente.

Tabela 4.2 – Quadro com todas as análises realizadas na estrutura analisada nesse capítulo

Capítulo	Análise
4.1.1	Estrutura sem AMS
	1 AMS
	1 AMS no centro do vão e 1 AMS a um quarto do vão
4.1.2	Otimização do AMS via algoritmo genético
	Otimização do AMS via metodologia de Den Hartog
4.1.3	Otimização dos parâmetros ζ_{AMS} e α_{med} , para o caso dos AMS com ζ_{AMS} e μ iguais e com β igual a 0.2.
	Otimização dos parâmetros ζ_{AMS} , α_{med} e β , para o caso dos AMS com ζ_{AMS} e μ iguais.
	Otimização dos parâmetros ζ_{AMS} e α , para o caso dos AMS com as μ iguais
4.1.4	Otimização dos parâmetros ζ_{AMS} , β e α_{med} , para o caso dos 3 AMS com as ζ_{AMS} e μ_{AMS} iguais.
	Otimização dos parâmetros ζ_{AMS} e α_{AMS} , para o caso dos 3 AMS com as μ_{AMS} iguais.
	Otimização dos parâmetros e ζ_{AMS} , α_{AMS} e μ_{AMS}
4.1.5	Otimização dos parâmetros e ζ_{AMS} , α_{AMS} e μ_{AMS} , para o caso AMS simples, através do método multiobjetivo
	Otimização dos parâmetros e ζ_{AMS} , α_{AMS} e μ_{AMS} , para o caso de 3 AMS NI, através do método multiobjetivo
	Otimização dos parâmetros e ζ_{AMS} , α_{AMS} e μ_{AMS} , para o caso de 3 AMS I, através do método multiobjetivo

$$m_{est.uni} = m_{efe} \cong \frac{1}{2} * m_{total} \cong 3,5 \text{ Kg} \quad 85$$

Em seguida foi avaliado a resposta do algoritmo implementado para se obter o comportamento dinâmico do sistema estrutura com MAMS. Para isso, utilizou-se os parâmetros dos absorsores α_{AMS} , ζ_{AMS} e μ_{AMS} , apresentados na Tabela 4.4, para as situações da estrutura com um, dois e três AMS. Esses parâmetros foram obtidos

inicialmente no trabalho de Magluta (1993), e utilizado no trabalho de Torres (2010) para verificação dos resultados. Nesse trabalho, para simplificação de notação, esses valores foram denominados de parâmetros iniciais, ou simplesmente P.I., para os respectivos conjuntos de MAMS utilizados.

Tabela 4.3 – Tabela comparativa entre os valores de frequência natural da estrutura obtidos aqui e no trabalho de Torres (TORRES, 2010).

Modo de Vibração	Metodologia	Trabalho de Torres	Diferença
1° modo	8,4423	8,4486	0,07
2° modo	33,7699	33,7934	0,07
3° modo	75,9887	76,0327	0,06

Assim, os valores da frequência natural, $f_{est+MAMS}$, e $\zeta_{est+MAMS}$ obtidos para o sistema estrutura com um AMS localizado no meio do vão e com os P.I., foram comparados com àqueles obtidos no trabalho de Torres (2010), na Tabela 4.5. Os valores $f_{est+MAMS}$ e $\zeta_{est+MAMS}$, para o caso estrutura com dois AMS, para a situação em que um AMS está localizado no meio do vão e o outro a um quarto do vão, e com os P.I.; foram comparados com os obtidos no trabalho supracitado na Tabela 4.6. Vale ressaltar que, como os valores de α_{AMS} foram diferentes na situação 2, a análise foi dividida em duas configurações diferentes: uma com o primeiro AMS situado no quarto do vão e a segunda com ele situado no meio do vão. Por fim, as FRF's avaliadas para as situações da estrutura com um, dois e três AMS, sendo todos eles situados no meio do vão e com P.I, foram apresentadas na Figura 4.3.

Ao analisar os valores apresentados na Tabela 4.5 verificou-se uma boa concordância em quase todos os valores obtidos $f_{est+MAMS}$, pois as diferenças relativas apresentados nos dois modos foram menores do que 5%. Isto só não ocorreu para a $\zeta_{est+MAMS}$, que apresentou uma diferença relativa, para o modo 2, de aproximadamente 8%.

Quanto aos dados resultados apresentados na Tabela 4.6, observou-se que a configuração dos absorsores na estrutura influência nas propriedades do sistema, o que não foi comentado no trabalho supracitado, e que merece uma análise futura mais detalhada. Para o caso representado na configuração 2, o que foi utilizado no trabalho de Torres (2010), os resultados foram satisfatórios, pois apresentou diferenças relativas

inferiores à 5%. Já os valores apresentados na configuração 1, apresentaram diferenças acima de 5% nos valores obtidos para o modo 2, sendo de aproximadamente 6%, para o valor de $f_{est+MAMS}$, e de 13%, para $\zeta_{est+MAMS}$, todos referentes ao segundo modo.

Tabela 4.4 - Parâmetros dos absorsores utilizados para os casos de um, dois e três AMS colocados no meio do vão situações

	Parâmetros	α_{AMS}	ζ_{AMS}	μ_{AMS}
Situação 1	1° AMS	0,9600	4	0,0700
Situação 2	1° AMS	0,8640	4	0,0350
	2° AMS	1,0560	4	0,0350
Situação 3	1° AMS	0,8640	4	0,0233
	2° AMS	0,9600	4	0,0233
	3° AMS	1,0560	4	0,0233

Tabela 4.5 – Quadro comparativo dos valores de frequência natural, $f_{est+AMS}$ e taxa de amortecimento e $\zeta_{est+AMS}$, obtidos para o caso estrutura mais um AMS situado no meio do vão.

	Modo	Trabalho	Experimental (TORRES, 2010)	Diferença relativa (%)
1	$f_{est+AMS}$ (Hz)	6,89	6,77	1,77
	$\zeta_{est+AMS}$ (%)	1,88	1,74	8,04
2	$f_{est+AMS}$ (Hz)	9,91	9,83	0,81
	$\zeta_{est+AMS}$ (%)	2,98	3,06	3,26

Por fim, ao comparar o comportamento das FRF's apresentadas na Figura 4.3 com aquelas obtidas no trabalho de Torres (2010), verificou-se que os comportamentos das curvas foram semelhantes, mas há uma pequena divergência nos valores máximos encontrados.

Essas divergências apresentadas nas análises acima podem ser explicadas pelo fato de terem sido utilizados valores de m_{dist} e E diferentes. Além disso, as posições de aplicação de carga e do centro da estrutura foram estimadas, de acordo com os dados da estrutura apresentados no trabalho de Magluta (1993) e podem não ter sido iguais aos utilizados no trabalho supracitado. Por fim, também não foi utilizado a correção de 5%

nos valores da rigidez a flexão, EI , proposto por Torres (2010) para corrigir eventuais incertezas ocasionadas durante a medição das propriedades da estrutura.

Tabela 4.6 – Quadro comparativo dos valores de $\zeta_{est+MAMS}$ e $\omega_{est+MAMS}$, obtidos para o sistema estrutura mais 2 AMS situado posicionados conforme configuração 1 e 2.

Modo		Experimental (TORRES, 2010)	Configuração 1	Diferença relativa (%)	Configuração 2	Diferença relativa (%)
1	$f_{est+MAMS}$ (Hz)	6,75	6,98	3,41	6,77	0,29
	$\zeta_{est+MAMS}$ (%)	2,58	2,81	8,91	2,66	3,10
2	$f_{est+MAMS}$ (Hz)	8,30	7,84	5,84	8,39	1,08
	$\zeta_{est+MAMS}$ (%)	3,13	2,74	12,46	3,10	0,96
3	$f_{est+MAMS}$ (Hz)	9,81	10,00	1,93	9,62	1,93
	$\zeta_{est+MAMS}$ (%)	3,08	3,23	4,87	3,00	2,60

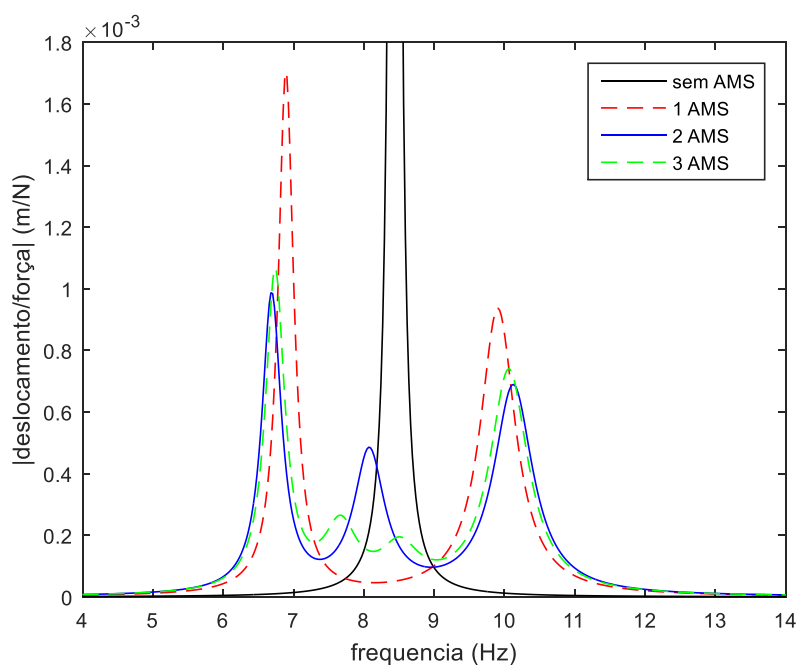


Figura 4.3 - Gráficos da FRF, calculados no meio do vão, para os casos de a estrutura sem AMS e com 1, 2 e 3 AMS, sendo todos eles localizados no centro do vão e com os P.I.

4.1.2 Análise do sistema estrutura com um AMS.

Inicialmente, foi realizado um estudo para verificar o comportamento FRF da estrutura ao se variar apenas um desses parâmetros e determinar os limites de busca para a rotina de otimização numérica. Para o caso de um AMS, havia três parâmetros que se podia trabalhar separadamente, α_{AMS} , ζ_{AMS} e μ_{AMS} . Assim como foi feito no trabalho de Torres, a razão total de massas, μ_T , foi tomado como sendo igual a 0,07. Desta forma, o comportamento das FRF's ao se variar os parâmetros α_{AMS} e ζ_{AMS} , um de cada vez, foram apresentados nas figuras 4.4 e 4.5, respectivamente. Os parâmetros utilizados como base foram os P.I., apresentados na situação 1, da Tabela 4.4.

Ao analisar o comportamento apresentados pelas FRF's nos gráficos das figuras 4.4 e 4.5, observou-se que os dois parâmetros influenciam de formas diferentes o comportamento da FRF estrutura. O parâmetro α_{AMS} , apresentado na Figura 4.4, influenciou nas posições dos picos da FRF's, sendo que a medida em que se aumentou esse parâmetro, mais distante da origem foi o valor de $\omega_{est+MAMS}$ referente ao primeiro pico. Já o comportamento da FRF mediante variação da ζ_{AMS} , ilustrado na Figura 4.5, foi a de aumentar o a magnitude do modulo da FRF, sem que haja significantes alterações nas frequências de ocorrência dos picos.

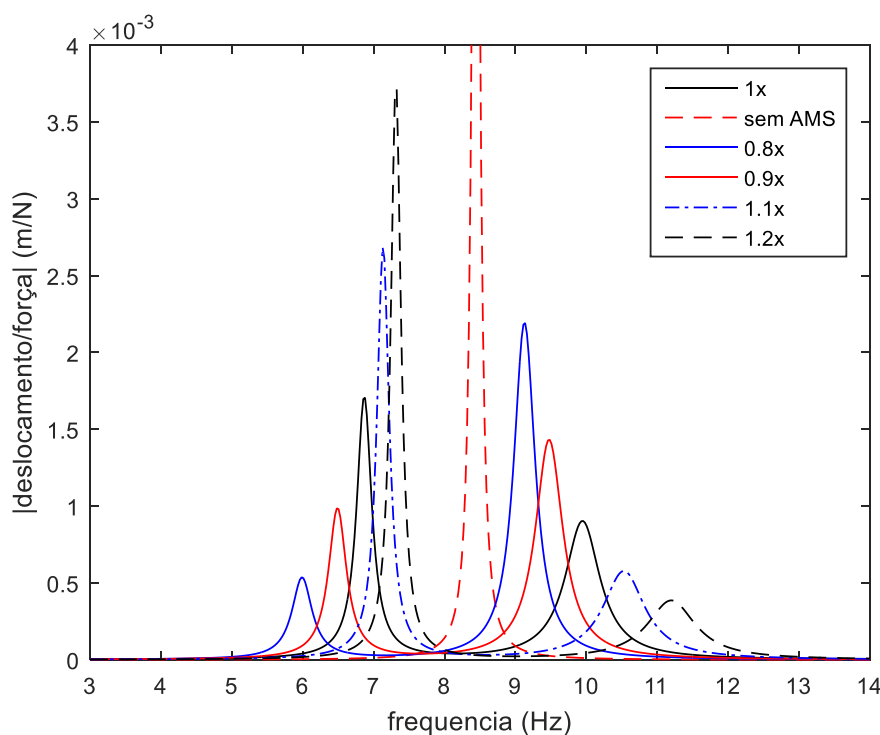


Figura 4.4 – FRF's da estrutura para o caso de um absorvedor localizado no meio do vão, para vários valores de α_{AMS}

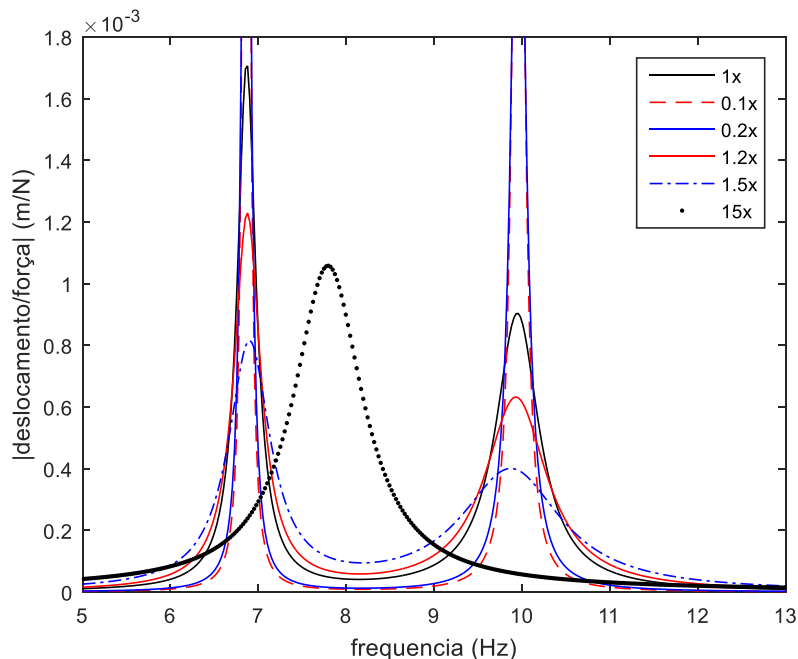


Figura 4.5 - FRF's da estrutura para o caso de um absorsor localizado no meio do vão, para vários de ζ_{AMS}

Partindo para a etapa de otimização dos parâmetros do AMS, foi verificado inicialmente o comportamento da FRF e os valores de α_{AMS} e ζ_{AMS} obtidos ao se utilizar o algoritmo genético. Assim, o comportamento da FRF obtida através dos parâmetros otimizados pelo algoritmo genético foi apresentado na Figura 4.6 e os valores de η , μ_{AMS} , α_{AMS} , ζ_{AMS} e posição foram apresentados na Tabela 4.7. Para efeito de comparação, foram apresentados também na Figura 4.6 os comportamentos para as seguintes situações: AMS com os P.I. e otimizados pelas equações 47 e 48; e na Tabela 4.7 os valores os valores da η , μ_{AMS} , α_{AMS} , ζ_{AMS} e posição, para o último caso. Os limites superiores e inferiores utilizados do algoritmo genético para α_{AMS} e ζ_{AMS} , foram apresentados na Tabela 4.8

Tabela 4.7 - Parâmetros dos absorsores μ_{AMS} , α_{AMS} , ζ_{AMS} e η obtida utilizando os parâmetros de Den Hartog e o Otimizado por algoritmo genético.

	η (%)	μ_{AMS}	α_{AMS}	ζ (%)	Posição
Den Hartog	95,29	0,14	0,8772	21,46	8
Otimizado	95,61	0,07	0,8882	21,73	9
Diferença relativa (%)	0,34	0,34	1,25	1,24	-

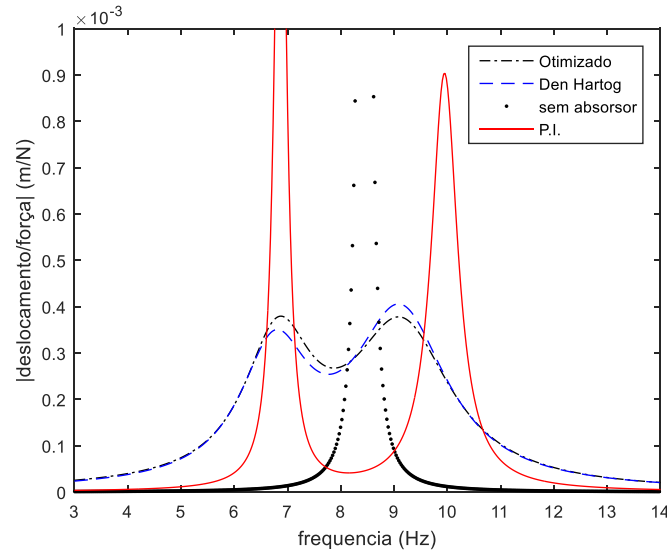


Figura 4.6 – FRF’s obtidas para o caso do absorvor situado no meio do vão, para as seguintes situações: sem absorvor, com os parâmetros α e ζ originais e otimizados pela formulação de Den Hartog e pelo algoritmo genético.

Tabela 4.8 - Parâmetros do algoritmo genético utilizados para a geração das curvas apresentadas na Figura 4.6

Parâmetros	Valores	
ζ_{AMS}	Limite inferior	0,02
	Limite superior	0,8
α_{AMS}	Limite inferior	0,6
	Limite superior	1,5

Pôde-se observar na Figura 4.6 que os comportamentos das curvas apresentadas pelos parâmetros obtidos pelas duas metodologias foram bem semelhantes. Além disso, quando se comparou os valores obtidos nas duas situações da Tabela 4.7, observou-se que a diferença relativa foi muito baixa, o que mostrou bastante concordância entre os resultados práticos e teóricos. As pequenas diferenças apresentadas nas duas situações podem ser creditadas ao fato de que a formulação teórica foi desenvolvida para o caso de uma estrutura com um G.L. e sem amortecimento, diferentemente do que foi tratado aqui. Já diferença entre as posições do AMS pôde ser explicada pelo fato de o meio da estrutura estar localizado entre as posições 8 e 9. Por fim, o valor μ_{AMS} difere nos dois casos da Tabela 4.7, pois, como mencionado anteriormente, a formulação utilizada para obter os valores ótimos foi desenvolvido para o caso de uma estrutura com um G.L e, segundo o trabalho de Torres (TORRES, 2010), o valor da massa dessa estrutura para o

sistema reduzido foi equivalente à metade do valor da massa total da estrutura. Assim, foi necessário fazer a conversão de valores para ajustar os resultados encontrados para esse sistema.

4.1.3 Análise do sistema estrutura com 3 AMS NI

Inicialmente, foi realizado um estudo paramétrico do sistema para verificar o comportamento FRF da estrutura, ao se variar apenas um desses parâmetros, e, caso necessário, determinar os limites de busca para a rotina de otimização numérica. Para o caso de 3 AMS, foi considerado as restrições de frequências uniformemente distribuídas. Desta forma, foram selecionados os parâmetros α_{med} , ζ_{MAMS} e β , e utilizado como base os P.I., apresentados na situação 3, da Tabela 4.4. Os comportamentos das FRF's para a situação em que se variou um de cada vez, os parâmetros α_{med} , ζ_{MAMS} e β , foram apresentados nas figuras 4.7, 4.8 e 4.9, respectivamente.

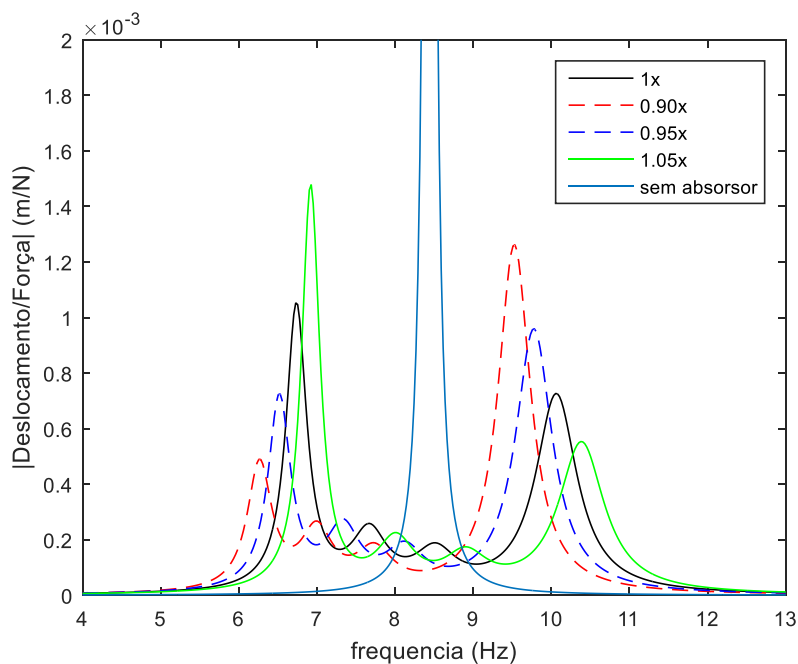


Figura 4.7 - FRF's da estrutura para o caso de um absorvedor localizado no meio do vão, para vários valores de α_{med} .

Ao analisar o comportamento das FRF's nos gráficos das figuras 4.7, 4.8 e 4.9, verificou-se que ao se variar α_{med} , os valores das frequências, referente a cada pico, aumentou à medida que se aumentou o valor desse parâmetro. Já para o parâmetro β , apresentado na Figura 4.8, afetou o intervalo de distribuição dos picos, conforme o esperado; e ζ_{MAMS} afetou tanto a magnitude dos picos quanto a sua quantidade. Esses comportamentos foram semelhantes aos apresentados nos de Torres (TORRES, 2010).

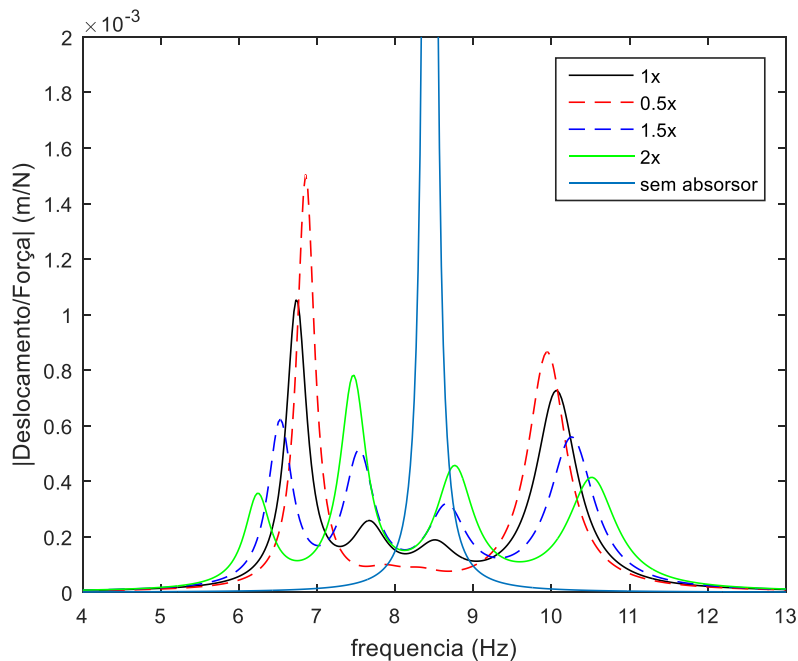


Figura 4.8 - FRF's da estrutura para o caso de um absorvedor localizado no meio do vão, para vários valores de β_{MAMS} .

Definidos os valores possíveis de buscas, foram realizadas diferentes análises numéricas para avaliar o comportamento da estrutura mediante a diferentes restrições aplicadas aos parâmetros dos AMS. Foram utilizadas verificadas as seguintes situações:

Situação 1 – Obter os valores de ζ_{AMS} e α_{med} , para o caso dos MAMS situados no meio do vão, onde cada AMS possui a mesma ζ_{AMS} e μ , com β igual a 0.2.

Situação 2 – Obter os valores de ζ_{AMS} , α_{med} e β , para o caso dos MAMS situados no meio do vão, onde cada AMS possui a mesma ζ_{AMS} e μ .

Situação 3 – Obter os menores valores de ζ_{AMS} e α , para o caso dos MAMS situados no meio do vão, onde cada AMS possui a mesma μ

Os limites superiores e inferiores utilizados para cada parâmetro no algoritmo genético foram apresentados na Tabela 4.9. Já os melhores valores retornados pelo algoritmo genético para as três situações desse subcapítulo foram apresentados na tabela 4.10. Por fim, o comportamento das três FRF's obtidos pelos melhores parâmetros foram mostrados na Figura 4.10.

Ao se comparar os valores apresentados na tabela 4.10, para as situações 1, 2 e 3, verificou-se que na medida em que se retiraram as restrições aplicadas à distribuição dos MAMS, a ζ_{AMS} ótima diminuiu. Inclusive, o resultado obtido para ζ_{AMS} na situação 2, ficou próximo aos 12,4% encontrados por Torres (TORRES, 2010), em seu trabalho.

Além disso, observou-se também, na Figura 4.10, que o valor modular máximo da FRF também diminuiu, o que implica no aumento da eficiência, o que está de acordo com os resultados obtidos no trabalho de (LI e NI, 2007).

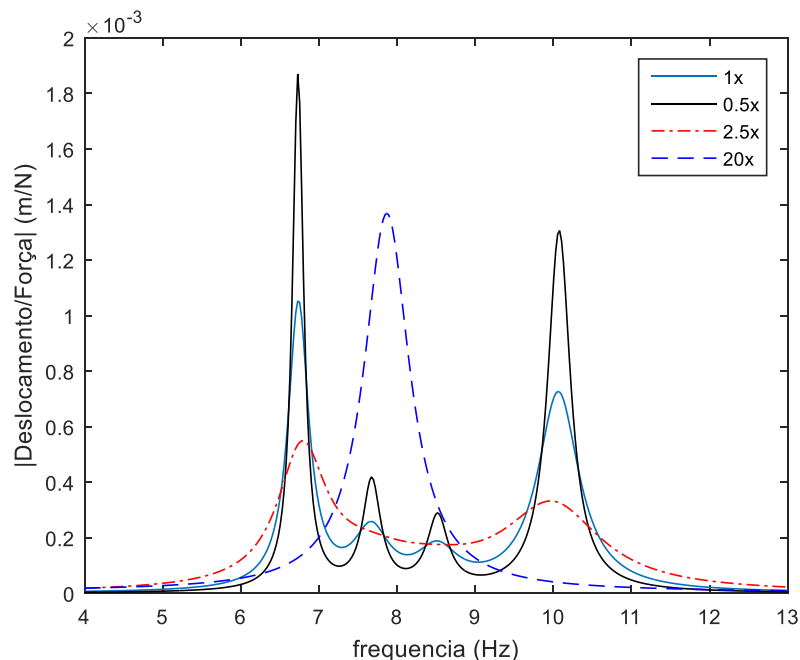


Figura 4.9 - FRF's da estrutura para o caso de um absorvedor localizado no meio do vão, para vários valores de ζ_{MAMS}

Tabela 4.9 – Quadro informativo contendo os limites superiores e inferiores utilizados no algoritmo genético, para as situações 1, 2 e 3, descritas acima.

Parâmetros	Valores	
ζ_{AMS}	Limite inferior	0,02
	Limite superior	0,8
α_{med}	Limite inferior	0,6
	Limite superior	1,5
β	Limite inferior	0
	Limite superior	1,5
α_{AMS}	Limite inferior	0,6
	Limite superior	1,5

4.1.4 Análise do sistema estrutura com 3 AMS I

Neste capítulo, foi estudado o comportamento da estrutura quando os três AMS foram colocados em série na estrutura. A primeira análise realizada foi verificar o

comportamento da FRF ao se variar os parâmetros os parâmetros ζ_{AMS} , α_{med} , e β , um de cada vez, para o caso da distribuição uniforme de frequências e ζ_{AMS} e μ_{AMS} iguais para os três AMS. Novamente, o valor de μ_T foi tomado como 0,07. Os valores obtidos para essas análises foram apresentados nas figuras 4.11, 4.12 e 4.13, respectivamente. Além disso, todas as variações foram feitas em cima dos P.I. descritos na situação 3, da Tabela 4.4.

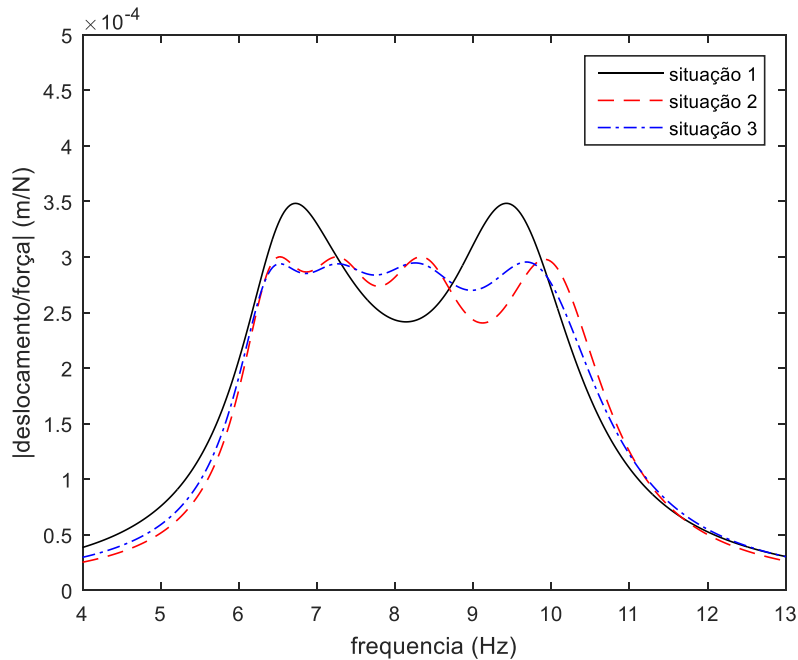


Figura 4.10 - Comportamento das FRF's obtidas para os parâmetros apresentados na Tabela 4.10

Pôde-se observar nas figuras 4.11, 4.12 e 4.13, que os comportamentos das FRF's em quase todos os casos foram semelhantes, diferenciando apenas no valor máximo apresentado. O único caso diferente aconteceu quando o valor da ζ_{AMS} foi igual a 80%, cujo comportamento foi mostrado a parte na Figura 4.14.

O resultado apresentado na Figura 4.14 foi semelhante àquele encontrado para sistemas superamortecidos. Este fato, necessita de um estudo mais aprofundado para verificar a concordância com os dados experimentais e coloca um limite para o estudo da otimização deste trabalho. Após alguns estudos, esse valor foi encontrado como sendo de aproximadamente 50%

Definido os limites para avaliação dessa configuração, o próximo passo estudado foi o de encontrar parâmetros ótimos para esse sistema através da utilização do algoritmo genético. Foram considerados como variáveis desse problema a μ_{AMS} , sendo que a soma destes foi limitada em 0.07, as ζ_{AMS} e as α_{AMS} de cada AMS. Os valores

utilizados para os limites superiores e inferiores permitidos para cada um dos parâmetros mencionados acima, foram apresentados na Tabela 4.11. Estudou-se três situações.

Tabela 4.10 – Parâmetros ótimos obtidos para as quatro situações 1,2 e 3 descritas neste capítulo.

	η (%)	β	α_{AMS}	ζ_{AMS}	μ_{AMS}	Posição
Situação 1	95,96	0,2	0,8110	16,21	0,0233	8
			0,9012	16,12	0,0233	8
			0,9913	16,12	0,0233	8
Situação 2	96,24	0,3599	0,7250	13,57	0,0233	8
			0,8841	13,57	0,0233	8
			1,0432	13,57	0,0233	8
Situação 3	96,54	-	0,9053	11,84	0,0233	8
			0,7919	11,84	0,0233	8
			1,0707	11,84	0,0233	8

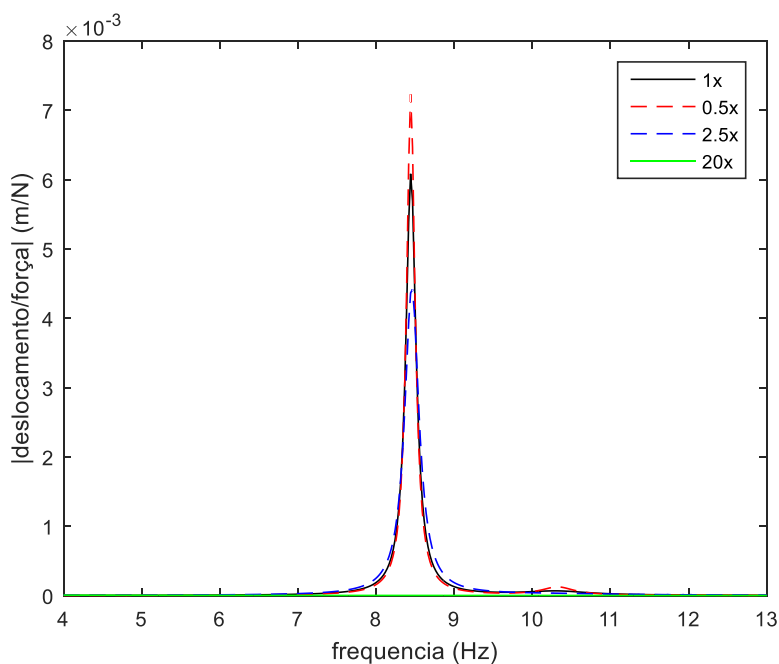


Figura 4.11 - FRF's da estrutura para o caso de um absorvedor localizado no meio do vão, para vários valores de ζ_{AMS} .

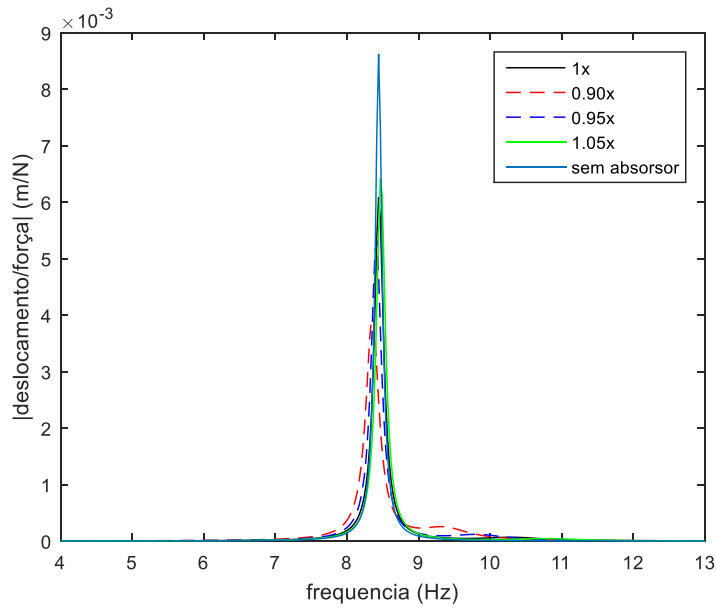


Figura 4.12 - FRF's da estrutura para o caso de um absorsor localizado no meio do vão, para vários valores de α_{AMS} .

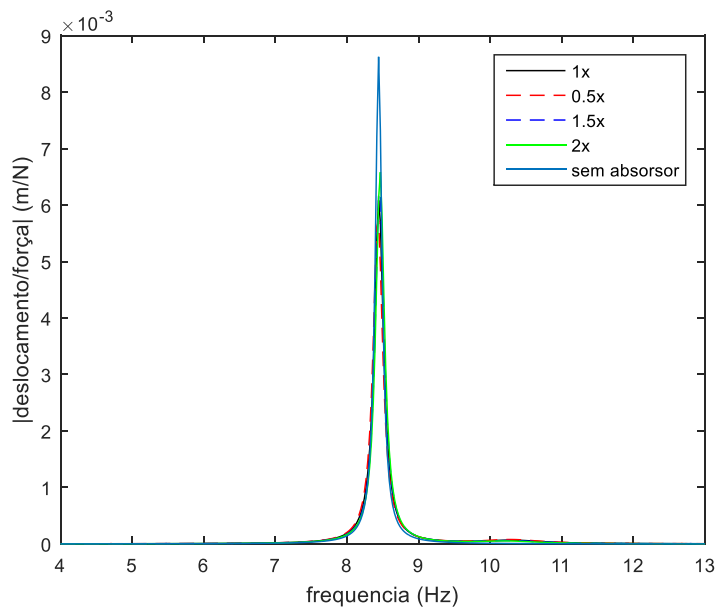


Figura 4.13 - FRF's da estrutura para o caso de um absorsor localizado no meio do vão, para vários valores de β .

Situação 1 – Obter os valores de ζ_{AMS} , β e α_{med} , para o caso dos 3 MAMS em série e situados no meio do vão, onde cada AMS possui a mesma ζ_{AMS} e μ_{AMS} .

Situação 2 – Obter os menores valores de ζ_{AMS} e α_{AMS} para o caso dos 3 MAMS em série e situados no meio do vão, onde cada AMS possui a mesma μ_{AMS} .

Situação 3 – Obter os valores de ζ_{AMS} , α_{AMS} e μ_{AMS} , para o caso dos 3 MAMS em série situados no meio do vão, que atenda o objetivo 1.

O comportamento das FRF's para as três situações foi apresentado Figura 4.15 e os parâmetros obtidos através da otimização foram apresentado na Tabela 4.12

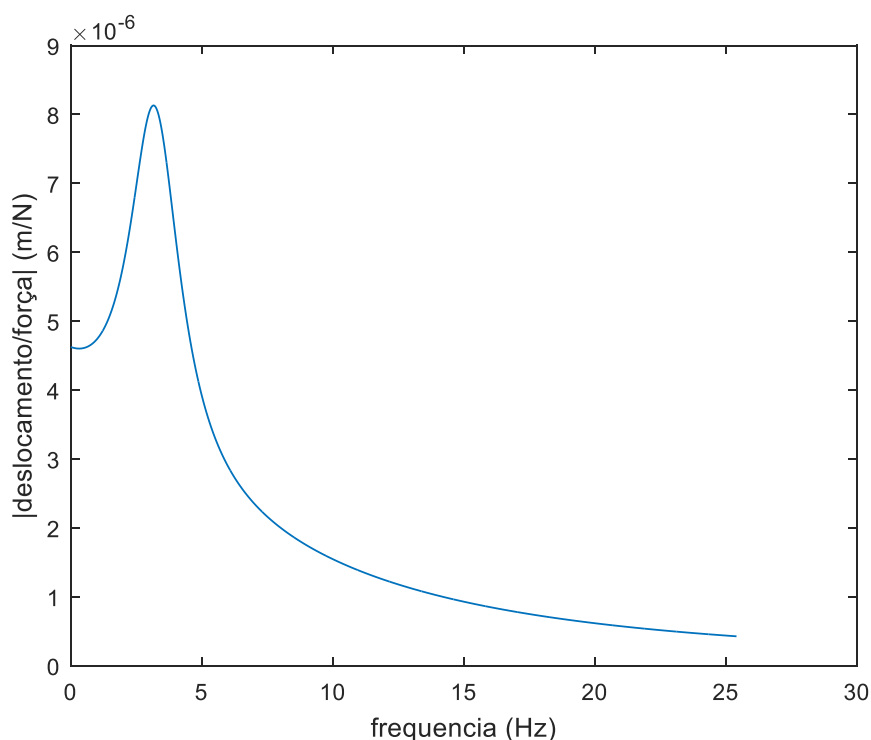


Figura 4.14 – Comportamento da FRF para o caso onde a ζ_{AMS} foi igual a 80%

Ao analisar os resultados apresentados na Tabela 4.12, observou-se que a medida em que se retirou as restrições, como por exemplo, ζ_{AMS} e μ_{AMS} constante para todos AMS, houve uma melhora na eficiência apresentada pelos MAMS. Outro ponto interessante foi a distribuição μ_{AMS} na situação 3, da Tabela 4.12, que consistiu em distribuir quase toda a massa no AMS ligado a estrutura e distribuir, quase que uniformemente, o restante entre os outros dois AMS. Essa situação foi semelhante àqueles apresentados no trabalho de Carneiro e Ávila (CARNEIRO e AVILA, 2006). Além disso, foi observado a utilização de ζ_{AMS} e α_{AMS} bastante elevadas, quando comparados com os resultados apresentados na Tabela 4.10.

4.1.5 Comparação de resultados - Análise Multiobjetivo.

Neste capítulo foi utilizado para comparar a resposta obtidas nos três casos analisados anteriormente analisados: 1 AMS, 3 AMS NI e 3 AMS I; através da análise multiobjetivo. A análise de multiobjetivo é interessante, pois permite obter curvas, conhecidas como fronteira de Pareto, que contém o melhor resultado possível para uma determinada proporção de cada objetivo. Nesse trabalho, foram utilizados como objetivos minimizar a máxima resposta da FRF e obter uma curva com um

comportamento mais uniforme, cujas formulações matemáticas foram mostradas no capítulo três. Assim, as curvas de Pareto para os três casos estudados foram apresentadas na Figura 4.16. Os limites superiores e inferiores utilizados para os parâmetros α_{AMS} , ζ_{AMS} e μ_{AMS} , foram apresentados na Tabela 4.13.

Tabela 4.11 - Parâmetros e limites utilizados no algoritmo genético para se obter os melhores parâmetros dos 3 MASM conectados em série.

Parâmetros	Valores	
ζ_{AMS}	Limite inferior	0
	Limite superior	0,5
α_{AMS}	Limite inferior	0,5
	Limite superior	5
β	Limite Inferior	0,01
	Limite Superior	2
μ_{AMS}	Limite inferior	0,01
	Limite superior	0,07
	Restrição	$\sum \mu_i = 0,07$

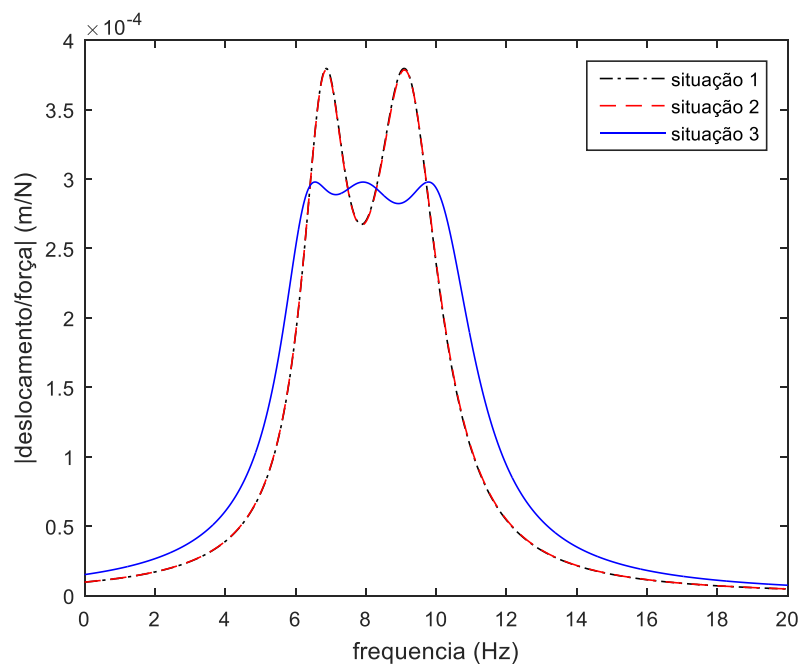


Figura 4.15 – Gráfico comparativos das FRF's da estrutura obtidas para as situações 1, 2 e 3, descritos nesse subcapítulo.

Tabela 4.12 - Valores ótimos obtidos e eficiência obtidos pelo algoritmo genético, para o caso de 3 AMS em série localizados no meio do vão

	η (%)	β	α	ζ (%)	μ	Posição
Situação 1	95,59	1,0335	1,6245	42,99	0,0233	8
			3,3617	42,99	0,0233	8
			5,0989	42,99	0,0233	8
Situação 2	95,61	-	1,6141	43,76	0,0233	8
			3,7894	31,25	0,0233	8
			3,2928	15,25	0,0233	8
Situação 3	96,54	-	1,1647	5,75	0,0489	8
			2,3085	32,08	0,0105	8
			0,8515	41,25	0,0106	8

Pôde se observar na Figura 4.16 que as melhores respostas que atenderam simultaneamente os dois objetivos foram obtidos para o caso de MAMS, tanto para o caso dos 3 AMS I quanto 3 AMS NI. Além disso, pôde se observar que o sistema de 3 AMS I apresentou os melhores conjuntos de respostas quando o objetivo principal foi o de obter a melhor eficiência, entretanto, caso a uniformização do comportamento da FRF seja o objetivo principal, as melhores respostas foram obtidas para o caso dos MAMS NI. Este fato pôde ser visto com mais detalhes na Figura 4.17.

Por fim, os comportamentos das FRF's para a situações máxima eficiência, mínimo θ e uma situação intermediária, para os casos de 1 AMS, 3 AMS NI e 3 AMS I, foram apresentados nas figuras 4.18, 4.19 e 4.20, e os parâmetros α_{AMS} , ζ_{AMS} , μ_{AMS} , η e δ , para cada uma das FRF's, foram apresentados nas tabelas 4.14, 4.15 e 4.16, respectivamente.

Para o caso de 1 AMS, pôde se observar na Tabela 4.14 que os valores obtidos para os parâmetros do sistema foram semelhantes àqueles encontrados na seção 4.1.1, como era esperado. Além disso a ζ_{AMS} foi semelhante àquele valor encontrado no trabalho de Torres (TORRES, 2010).

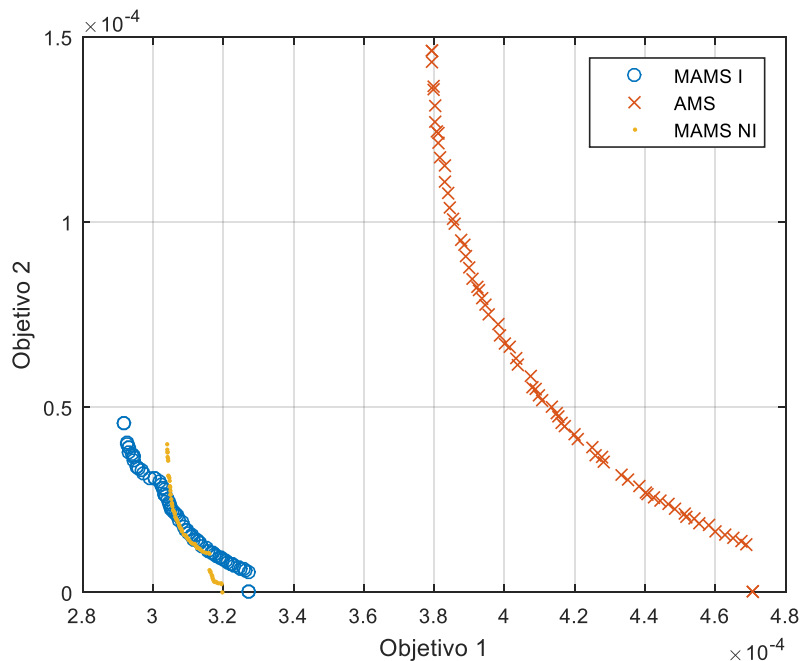


Figura 4.16 - Fronteiras de Pareto para os dois objetivos: mínimo valor máximo da FRF e menor distância entre picos e vale; para as situações de 1 AMS, 3 AMS NI e 3 AMS I.

Tabela 4.13 – Tamanho da população e limites inferiores e superiores, utilizados no algoritmo genético, para a geração das curvas de Pareto

Parâmetros	Valores	
ζ_{AMS}	Limite inferior	0,02
	Limite superior	0,5
α_{AMS}	Limite inferior	0,6
	Limite superior	5
μ_{AMS}	Limite inferior	0.01
	Limite superior	0.07
	Restrição	$\sum \mu_i = 0,07$

Já a respeito aos valores apresentados para os casos de MAMS NI e MAMS I, tabelas 4.14 e 4.15, respectivamente, observou-se que a μ_{AMS} em ambas configurações apresentou o comportamento de se concentrar a maior parte desse valor em um dos AMS, sendo que no caso do MAMS I esse valor foi concentrado no AMS conectado a estrutura. Já o comportamento da ζ_{AMS} foi antagônico nessas distribuições, pois na distribuição de MAMS NI o maior valor ζ_{AMS} aconteceu no caso em que se utilizou a maior μ_{AMS} , o que não aconteceu no MAMS I. Outro ponto que se pôde destacar foi a

necessidade de valores mais altos de ζ_{AMS} e α_{AMS} , para se otimizar o conjunto de MAMS I, quando comparados aos encontrados para os casos de um AMS e MAMS NI.

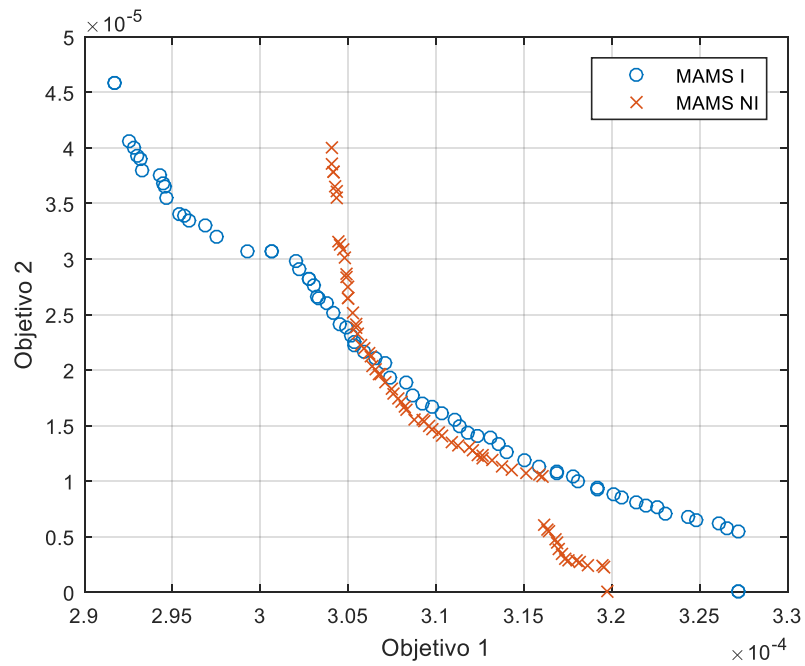


Figura 4.17 - Fronteiras de Pareto para os dois objetivos: mínimo valor máximo da FRF e menor distância entre picos e vale; para as situações de 3 AMS NI e 3 AMS I.

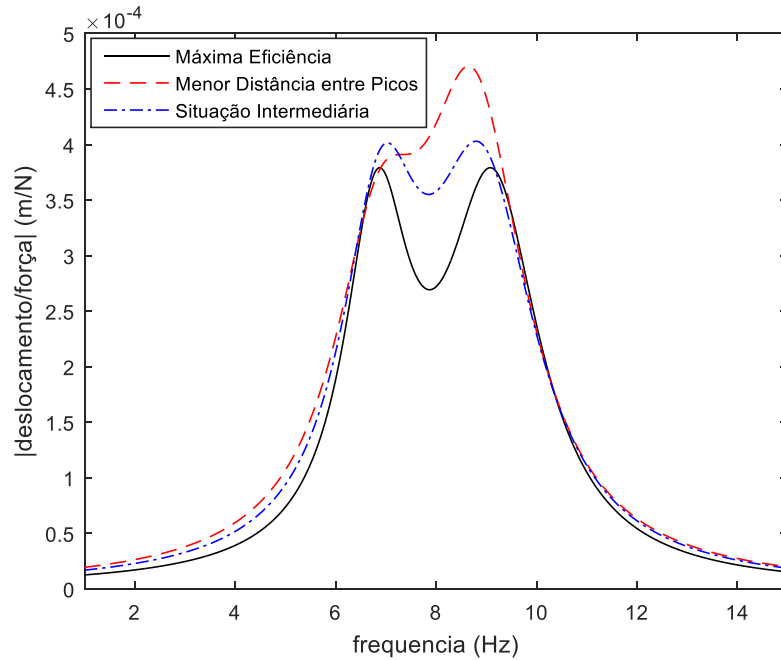


Figura 4.18 - FRF's obtidas para as situações 1, 2 e 3, cujos parâmetros α e ζ foram apresentados na Tabela 4.14.

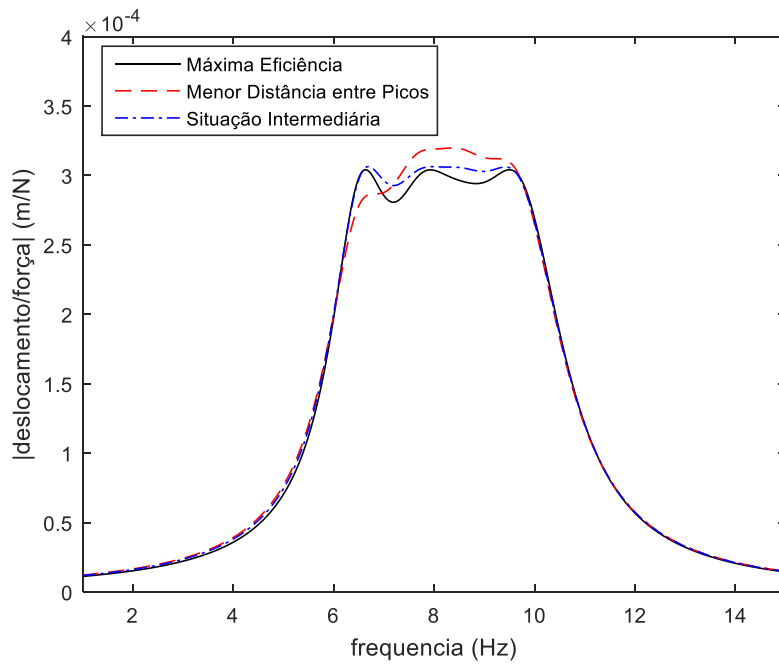


Figura 4.19 – FRF's obtidas para a situações de máxima η , mínimo δ e uma situação intermediária, para o caso de 3 AMS NI

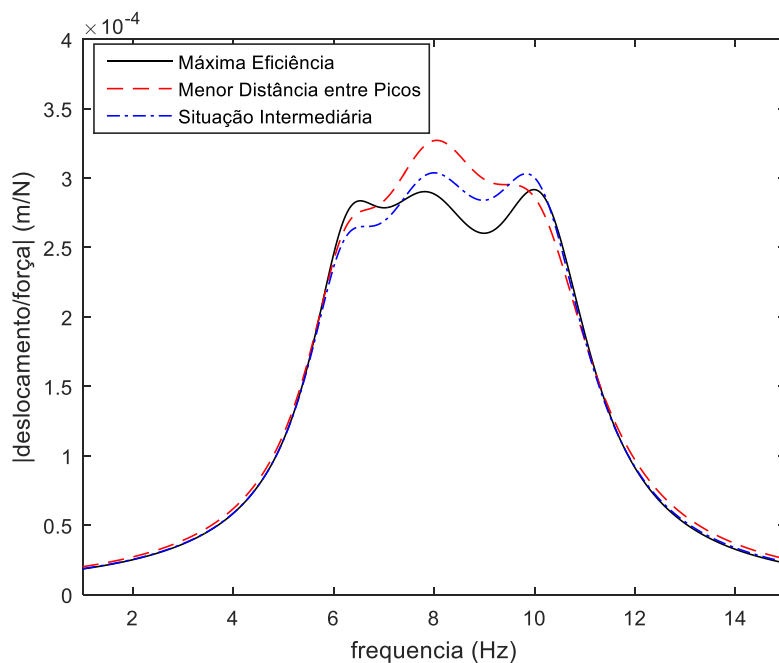


Figura 4.20 – FRF's obtidas para a situações de máxima η , mnimo δ e uma situação intermediária, para o caso de 3 AMS I

4.2 Problema 2 – *Shear Building*

O segundo problema de análise consistiu em verificar a aplicação de MAMS, para reduzir os efeitos de oscilações em um prédio de 20 andares, submetido a ação do vento, semelhantes aquele analisado nos trabalhos de Carneiro (CARNEIRO, 2004) e Ospina (OSPINA, 2008). Os dados utilizados para o seu modelamento numérico foram apresentados na Tabela 4.17.

Tabela 4.14 – Parâmetros α , ζ , η e δ , obtidos na análise de Pareto, para as situações de extremo e intermediária

	α_{AMS}	ζ_{AMS}	$\eta(\%)$	$\delta(mm)$
Máxima Eficiência	0,8877	22,10	95,60	0,146
Menor Distância entre picos	0,8639	27,85	94,54	0
Situação Intermediária	0,8819	25,92	95,32	0,0630

Tabela 4.15 - Parâmetros α_{AMS} , ζ_{AMS} , μ_{AMS} , η e δ , obtidos na análise de Pareto de 3 AMS NI, para as situações de máxima eficiência, menor distância entre picos e situação intermediária

	α_{AMS}	ζ_{AMS}	μ_{AMS}	$\eta(\%)$	$\delta(mm)$
Máxima Eficiência	0,8187	16,56	0,0431	96,47	0,040
	0,9675	13,67	0,0141		
	1,0771	13,65	0,0138		
Menor Distância entre picos	0,8069	18,07	0,0426	96,29	0
	0,9488	13,66	0,0142		
	1,0754	13,92	0,0140		
Situação Intermediária	0,8180	17,58	0,0429	95,91	0,0198
	0,9560	13,79	0,0142		
	1,0767	13,75	0,0139		

Neste trabalho, a estrutura foi modelada como *shear building* e que ela era excitada pela ação do vento em todos os G.L. Além disso, foi considerado que esta excitação era proporcional ao primeiro modo de vibração. A representação da estrutura sob a ação do vento, foi apresentada na Figura 4.21.

Os resultados obtidos na análise desta estrutura foram separados em quatro capítulos: o capítulo 4.2.1 foi dedicado a comparar os resultados obtidos aqui com aqueles obtidos no trabalho de Ospina (2004) e Carneiro (2008), os capítulos 4.2.2 e 4.2.3 a apresentar os resultados obtidos através da utilização do algoritmo genético, para duas configurações de MTMD (AMS, AMS NI), utilizando apenas um o primeiro objetivo e o capítulo 0 a comparar os resultados das três configurações, as duas últimas

citadas mais o MAMS I, através da otimização multiobjetivo. Todas as análises realizadas em cada capítulo forma agrupadas na Tabela 4.18, para facilitar o entendimento do trabalho.

Tabela 4.16 - Parâmetros α_{AMS} , ζ_{AMS} , μ_{AMS} , η e δ , obtidos na análise de Pareto de 3 AMS I, para as situações de máxima eficiência, menor distância entre picos e situação intermediária

	α_{AMS}	ζ_{AMS} (%)	μ_{AMS}	η (%)	δ (mm)
Máxima Eficiência	1,1547	3,85	0,0497	96,61	0,0458
	1,9779	47,95	0,0107		
	0,8734	42,90	0,0104		
Menor Distância entre picos	1,1534	5,93	0,0497	96,20	0
	1,9885	46,86	0,0107		
	0,8711	43,18	0,0105		
Situação Intermediária	1,1441	4,86	0,0497	96,47	0,0260
	1,9817	48,84	0,0107		
	0,8698	42,43	0,0105		

Tabela 4.17 – Parâmetros da estrutura utilizados nesse trabalho.

Dados	Valores	
Número de andares	$n = 20$	
Rigidez (N/m)	16 – 20 andar	$1000 * 10^5$
	11 – 25 andar	$2000 * 10^5$
	6 – 10 andar	$3000 * 10^5$
	1 – 5 andar	$4000 * 10^5$
Massa (Kg)	16 – 20 andar	$100 * 10^3$
	11 – 25 andar	$175 * 10^3$
	6 – 10 andar	$250 * 10^3$
	1 – 5 andar	$300 * 10^3$
Taxa de Amortecimento	$\zeta_{est} = 2 \%$	

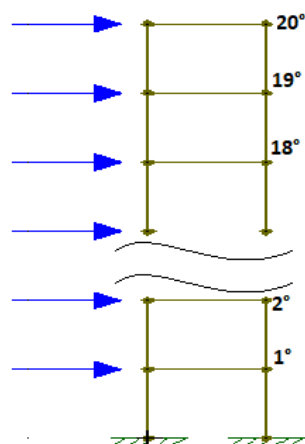


Figura 4.21 - Modelado pelo *shear-building* utilizado neste trabalho, para analisar um prédio de 20 andares sob a ação do vento

Tabela 4.18– Quadro com todas as análises realizadas na estrutura *shear-building*.

Capítulo	Análise
4.2.1	Estrutura sem AMS
4.2.2	Otimização do AMS via algoritmo genético
	Otimização do AMS via metodologia de Den Hartog
4.2.3	Otimização dos parâmetros ζ_{AMS} e α_{AMS} , para o caso dos 3 AMS localizados no vigésimo piso e com μ_T igual a 0,05.
	Otimização dos parâmetros ζ_{AMS} e α_{AMS} , para o caso dos 3 AMS localizados no vigésimo piso, ζ_{AMS} igual para todos AMS e com μ_T igual a 0,05
	Otimização dos parâmetros ζ_{AMS} e α_{AMS} , variando também a posição de cada AMS na estrutura e com μ_T igual a 0,05.
0	Otimização dos parâmetros e ζ_{AMS} , α_{AMS} e μ_{AMS} , para o caso AMS simples localizados no vigésimo andar e com μ_T igual a 0,05.
	Otimização dos parâmetros e ζ_{AMS} , α_{AMS} e μ_{AMS} , para o caso de 3 AMS NI localizados no vigésimo andar e com μ_T igual a 0,05.
	Otimização dos parâmetros e ζ_{AMS} , α_{AMS} e μ_{AMS} , para o caso de 3 AMS NI localizados no vigésimo, décimo nono e décimo oitavo andar e com μ_T igual a 0,05.
	Otimização dos parâmetros e ζ_{AMS} , α_{AMS} e μ_{AMS} , para o caso de 3 AMS I localizados no vigésimo andar e com μ_T igual a 0,05.

Por fim, na otimização feita através das equações de Den Hartog, foi necessário representar a estrutura para uma com um G.L. Neste caso, foi utilizado os valores da

massa, $m_{est.uni}$, obtidos para o primeiro modo de vibração da estrutura, cujos valores foram apresentados nas equações 86.

$$m_{est.uni} \cong 1264 * 10^3 \text{ Kg} \quad 86$$

4.2.1 Verificação de dados

Definido os parâmetros iniciais da estrutura, o próximo passo foi comparar as frequências naturais obtidas aqui, com aquelas obtidas nos trabalhos anteriores. Os valores das frequências angulares dos três primeiros modos foram apresentados na Tabela 4.19.

Conforme pôde ser visto na Tabela 4.19 a frequência apresentada para o primeiro modo de vibração está de acordo com aquela encontrada nos trabalhos de Carneiro (CARNEIRO, 2004), e Ospina (OSPINA, 2008). Como nestes trabalhos as autoras realizam a simplificação do sistema para um de um G.L, as outras duas frequências foram omitidas. Em seguida, foi investigado o comportamento da FRF obtida sem a inserção de um AMS, no piso mais solicitado. Para isso, foi necessário descobrir qual dos 20 pisos seria mais solicitado, para que o AMS fosse instalado inicialmente ali. Assim, a Tabela 4.20 traz os valores máximos da FRF para os 20 andares e a Figura 4.22 o comportamento da FRF do andar mais solicitado.

Tabela 4.19 – Tabela comparativa entre os valores de frequência angulares da estrutura obtidos aqui e no trabalho de Ospina (OSPINA, 2008)

Modo de Vibração	Metodologia	Trabalho Ospina (OSPINA, 2008)
1° modo	3,43	3,43
2° modo	7,86	-
3° modo	12,44	-

Pôde-se observar da Tabela 4.20 que o vigésimo piso foi aquele que teve maior solicitação, mediante ao carregamento externo investigado nesse trabalho. Já da Figura 4.22, observou-se a presença de excitação nas três primeiras frequências de excitação solicitação, sendo que a solicitação no primeira frequência foi acentuada.

4.2.2 Análise do sistema estrutura com um AMS

Partindo para o controle de vibrações na estrutura, a proxima análise feita foi a da utilização de um AMS para controle da oscilação no 20 piso. Inicialmente, foi

considerado que o absorvedor estava localizado neste andar e os parâmetros ζ_{AMS} e α_{AMS} foram obtidos através do algoritmo genético; e posteriormente configurou-se o algoritmo para buscar também a melhor posição para sua aplicação. Os limites superiores e inferiores para essas variáveis foram mostrados na Tabela 4.21, e os parâmetros obtidos após a rotina de otimização foram apresentados na Tabela 4.22. Por fim, o comportamento das FRF's calculadas para esse andar foram mostrados na Figura 4.23. Para efeito de comparação, também foram apresentados na Tabela 4.22 e na Figura 4.23, os valores e a FRF, respectivamente, dos parâmetros ótimos obtidos pela formulação apresentada no subcapítulo 2.4.1.

Tabela 4.20- Valores máximos apresentados pela FRF de cada andar da estrutura.

Andar	$\max H(\omega) \left(\frac{\mu m}{N} \right)$	Andar	$\max H(\omega) \left(\frac{\mu m}{N} \right)$
1	2,62	11	29,01
2	5,21	12	31,72
3	7,76	13	34,11
4	1,02	14	36,15
5	1,26	15	37,82
6	1,57	16	40,37
7	1,85	17	42,45
8	2,12	18	44,03
9	2,37	19	45,10
10	2,60	20	45,63

Ao se analisar os dados apresentados na Tabela 4.22, observou-se que os valores obtidos no trabalho nas três situações ficaram bem próximos, o que valida a utilização da metodologia. A pequena divergência apresentada entre aqueles obtidos através do algoritmo genético e os obtidos pela formulação apresentada no subcapítulo 2.4.1, pode ser atribuída ao fato de que a formulação utilizada não considera a presença de amortecimento na estrutura, como informado anteriormente. Com relação aos resultados obtidos através da otimização, observou-se na Figura 4.23 que o comportamento das duas FRF's foram bastante semelhante, entretanto, na Tabela 4.22, pôde-se observar que a melhor posição para se controlar os efeitos de vibrações ocasionado por esse carregamento, seria no andar 19 e não no 20 como foi suspeitado inicialmente.

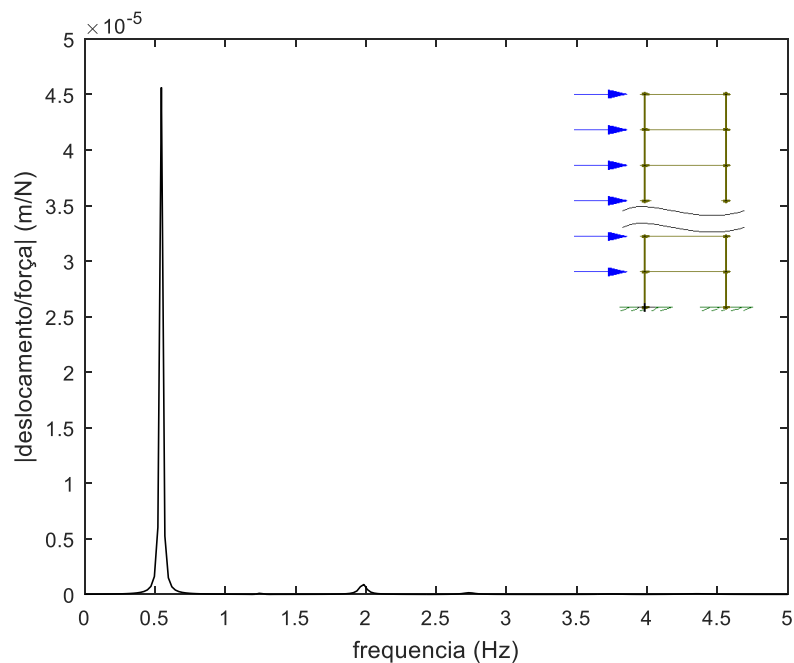


Figura 4.22 - Comportamento do módulo da FRF obtido no andar mais solicitado, de acordo com os dados apresentados na Tabela 4.20.

Tabela 4.21 – Valores utilizados para os limites inferiores e superiores no algoritmo genético para a otimização do problema estrutura com AMS desse capítulo

Parâmetros	Valores	
ζ_{AMS}	Limite inferior	0
	Limite superior	0,8
α_{AMS}	Limite inferior	0,6
	Limite superior	1,5
Posição	Limite inferior	1
	Limite superior	20

Tabela 4.22 - Parâmetros dos absorsores μ , α , ζ e η obtida para o sistema estrutura e 1 absorsores, localizado no 20 andar, otimizado por algoritmo genético.

Situações	$\eta(\%)$	μ_{AMS}	α_{AMS}	ζ_{AMS}	Posição
Otimizado	90,08	0,05	0,8653	23,95	20
Otimizado Posição	89,91	0,05	0,8761	23,73	19
Den Hartog	89,51	0,1643	0,8595	22,95	20

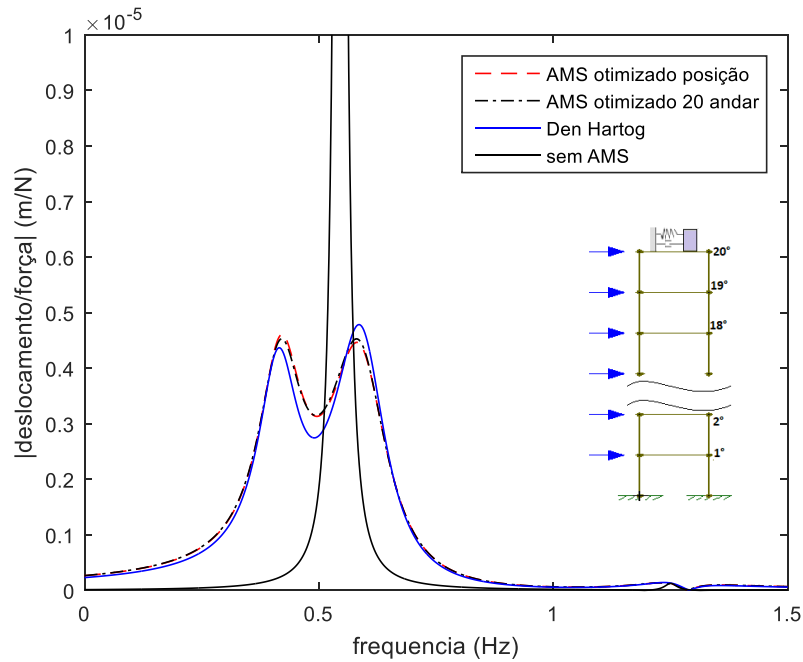


Figura 4.23 – Comportamento das FRF’s para os parâmetros apresentados na Tabela 4.22.

4.2.3 Análise do sistema estrutura com 3 AMS NI

O próximo passo da análise foi verificar a redução de vibrações no vigésimo piso, mediante a utilização de três AMS em paralelo. Desta forma, utilizou-se o algoritmo genético para obter os melhores parâmetros para três situações diferentes.

Tabela 4.23 – Valores utilizados para os limites inferiores e superiores na otimização do problema estrutura com MAMS NI.

Parâmetros	Valores	
ζ_{AMS} (%)	Limite inferior	0
	Limite superior	0,8
α_{AMS}	Limite inferior	0,6
	Limite superior	1,5
Posição	Limite inferior	1
	Limite superior	20

Situação 1 – Realizar a otimização variando os parâmetros ζ_{AMS} e α_{AMS} , sendo que os 3 AMS estavam localizados no vigésimo piso e com μ_T igual a 0,05.

Situação 2 – Obter os melhores valores ζ_{AMS} e α_{AMS} , considerando que os três AMS estavam localizados no vigésimo piso e que as ζ_{AMS} fossem iguais para todos AMS;

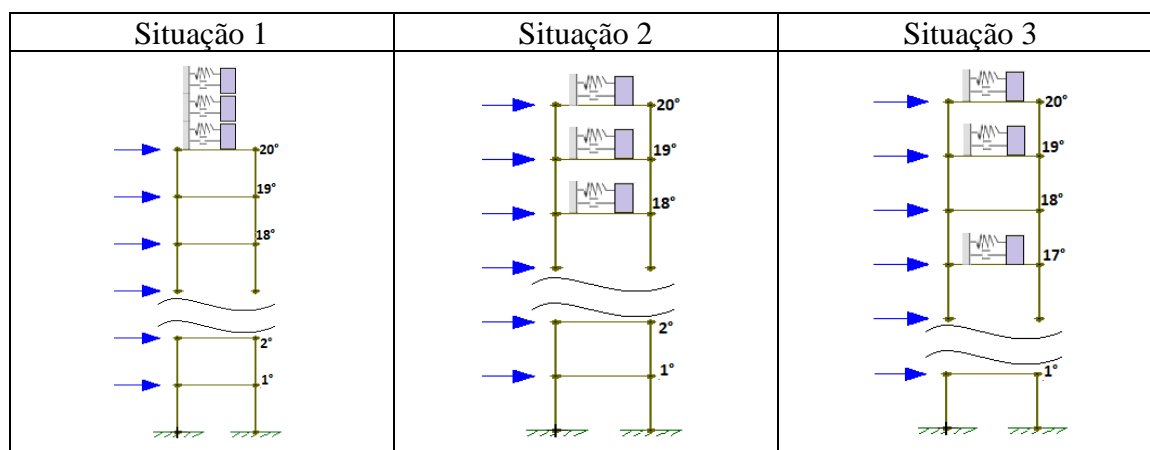
Situação 3 - Obter os melhores valores para ζ_{AMS} e α_{AMS} , variando também a posição de cada AMS na estrutura;

Os limites superiores e inferiores de cada variável foram apresentados na Tabela 4.23 e os melhores valores encontrado após o processo de otimização foram apresentados na Tabela 4.24. Por fim, as configurações e o comportamento das FRF's para cada uma das situações descritas acima, foram apresentados na Tabela 4.25 e Figura 4.24, respectivamente.

Tabela 4.24 – Valores ótimos encontrados pelo algoritmo genético, para a situações 1, 2 e 3, descritas nesse subcapítulo

	$\eta(\%)$	μ_{AMS}	α_{AMS}	ζ_{AMS}	Posição
Situação 1	91,52	0,0167	0,8181	20,52	20
		0,0167	1,0302	15,91	20
		0,0167	0,7810	18,95	20
Situação 2	91,92	0,0167	0,8790	14,18	20
		0,0167	0,7485	14,18	20
		0,0167	1,0602	14,18	20
Situação 3	92,13	0,0167	0,8864	11,82	20
		0,0167	0,9849	12,44	17
		0,0167	1,0834	14,45	19

Tabela 4.25 - Representação das configurações investigadas na situação 1, 2 e 3.



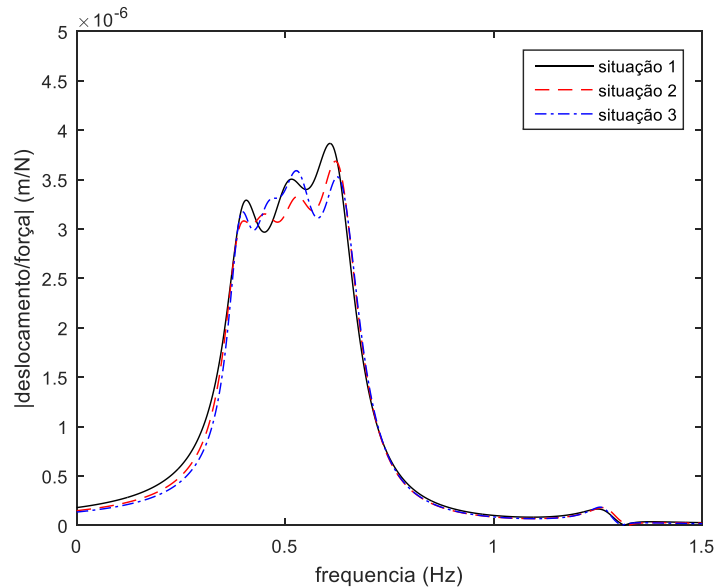


Figura 4.24 – Comportamento das FRF's no vigésimo andar, obtidas através dos parâmetros ótimos, para as situações 1, 2 e 3, descritas nesse capítulo.

Ao se comparar o comportamento da FRF's para as três situações, na Figura 4.24, observou-se um comportamento bastante similar, sendo que a FRF para a situação aonde o algoritmo pode escolher a posição dos AMS apresentou o menor valor máximo para FRF, o que pôde ser visto ao se compara os valores de η na Tabela 4.24. Além disso, ao se comparar os valores de η , para as situações 1 e 2 da Tabela 4.24, viu-se que o melhor desempenho aconteceu para a situação 2, o que não era esperado. Esse resultado pode ser justificado pelas configurações utilizadas no algoritmo genético, que foram apresentados no subcapítulo 3.4, já que a situação 1 também englobava a situação 2 e, nesse caso, η da situação 1 teria que ser pelo menos igual ao η da situação 2.

4.2.4 Comparação de resultados - Análise Multiobjetivo.

Por fim, foi utilizado a análise multiobjetivo para se comparar as FRF's obtidas no vigésimo andar, através de diversas configurações diferentes dos MAMS, que atenda simultaneamente os dois objetivos descritos no capítulo três, que são minimizar resposta máxima da FRF e menor distância entre picos. Aqui, foram investigadas quatro situações diferentes: 1 AMS localizado no 20° piso, 3 AMS NI localizados no 20° piso, 3 AMS NI localizados no 20°, 19° e 18° pisos, respectivamente; e 3 AMS I localizados no 20° piso. Os limites inferiores e superiores utilizados para essa pesquisa foram apresentados na Tabela 4.26, enquanto as fronteiras de Pareto obtidas para cada situação foram apresentadas na Figura 4.25.

Tabela 4.26 - Tamanho da população e limites inferiores e superiores, utilizados no algoritmo genético, para a geração das curvas de Pareto

Parâmetros	Valores	
ζ_{AMS}	Limite inferior	0
	Limite superior	0,5
α_{AMS}	Limite inferior	0,5
	Limite superior	5
μ_{AMS}	Limite inferior	0,01
	Limite superior	0,05
	Restrição	$\sum \mu_i = 0,05$

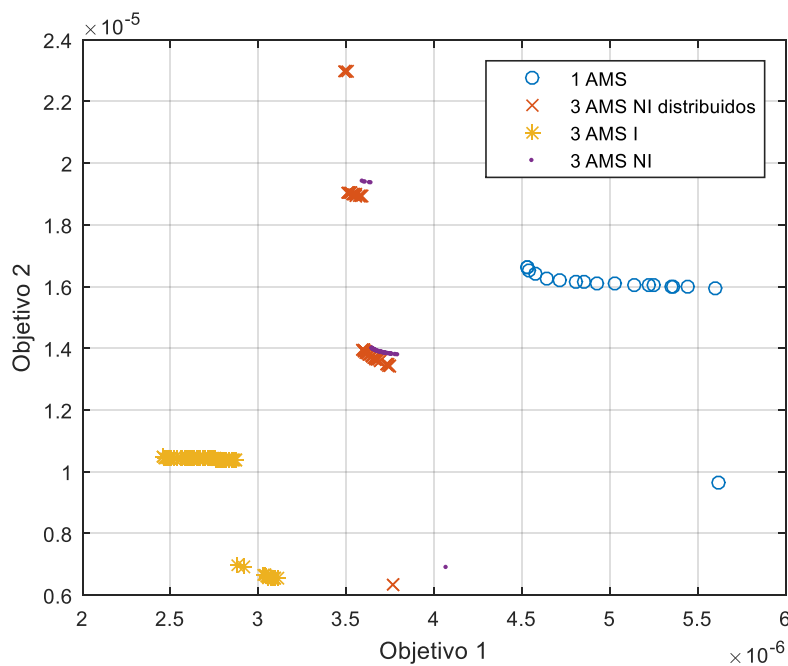


Figura 4.25 – Fronteiras de Pareto obtidas para os casos de 1 AMS localizado no 20º piso, 3 AMS NI localizados no 20º piso, 3 AMS NI distribuídos no 20º, 19º e 18º pisos, respectivamente; e 3 AMS I localizados no 20º piso

Pôde-se concluir da Figura 4.25, que a configuração de 3 AMS I foi aquela que apresentou a resposta dominante, ou seja, obteve as melhores performances para minimizar os dois objetivos simultaneamente, em comparação com as outras configurações. Depois dela, as configurações que apresentaram as melhores performances foram na ordem: a de 3 AMS distribuídos, a 3 AMS NI e a de 1 AMS. Devido ao grande intervalo do Objetivo 1 que condensou as curvas de Pareto das

situações de 3 AMS distribuídos e a de 3 AMS NI, essas curvas foram plotadas separadamente na Figura 4.26.

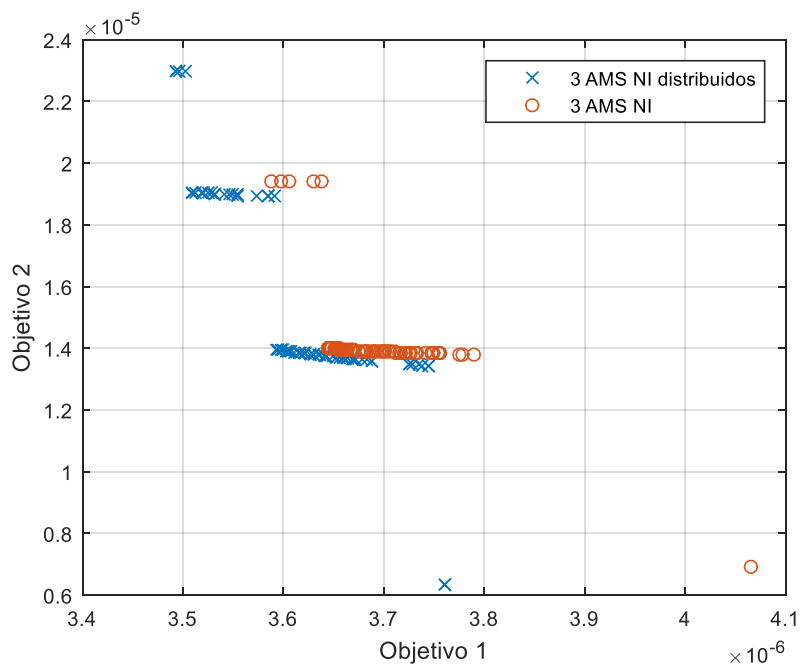


Figura 4.26 - Fronteiras de Pareto obtidas para os casos de 3 AMS NI localizados no 20° piso e 3 AMS NI distribuídos no 20°, 19° e 18° pisos.

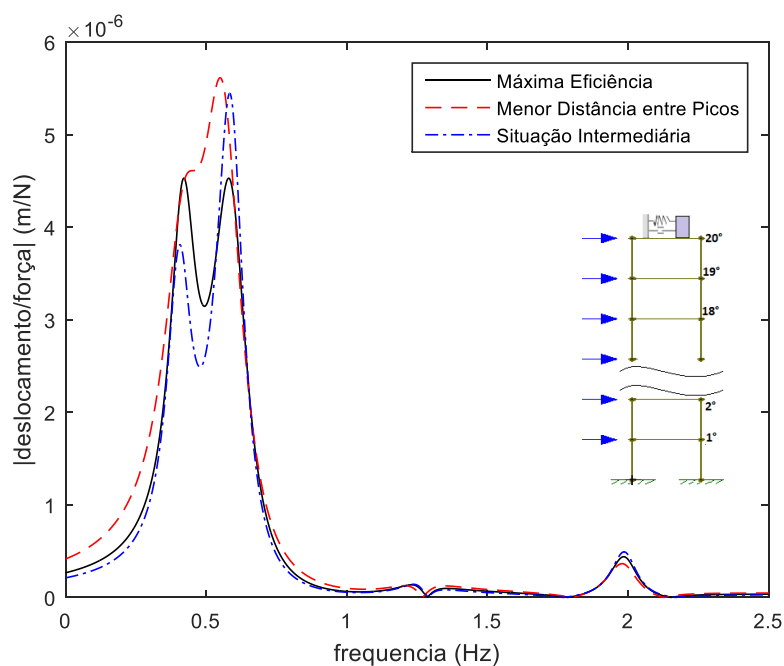


Figura 4.27 - FRF's obtidas para as situações de extremo e para um caso intermediário, da Fronteira de Pareto gerada para o caso 1 AMS localizado no 20° andar

Outra característica observada na Figura 4.25, foi o comportamento seccionado das curvas em relação ao objetivo 2, sendo que em cada região do gráfico, o segundo objetivo pouco variou enquanto o objetivo 1 continuava diminuindo. A fim de se

analisar as possíveis causas para esse comportamento, as FRF's para as situações de extremo e para um caso intermediário foram apresentadas nas figuras 4.27, 4.28, 4.29 e 4.30, para as situações de 1 AMS, 3 AMS NI, 3 AMS NI distribuídos e 3 AMS I, respectivamente. Já os parâmetros utilizados para a geração dessas curvas foram apresentados nas tabelas 4.27, 4.28, 4.29 e 4.30.

Tabela 4.27 - Parâmetros α_{AMS} , ζ_{AMS} , μ_{AMS} , η e δ , obtidos na análise de Pareto de 1 AMS localizado no 20 andar, para as situações de máxima eficiência, menor distância entre picos e situação intermediária

	α_{AMS}	ζ_{AMS}	$\eta(\%)$	$\delta(\mu m)$
Máxima Eficiência	0,8660	25,31	90,08	16,64
Menor Distância entre picos	0,8350	33,53	87,70	9,65
Situação Intermediária	0,8340	22,12	88,07	15,98

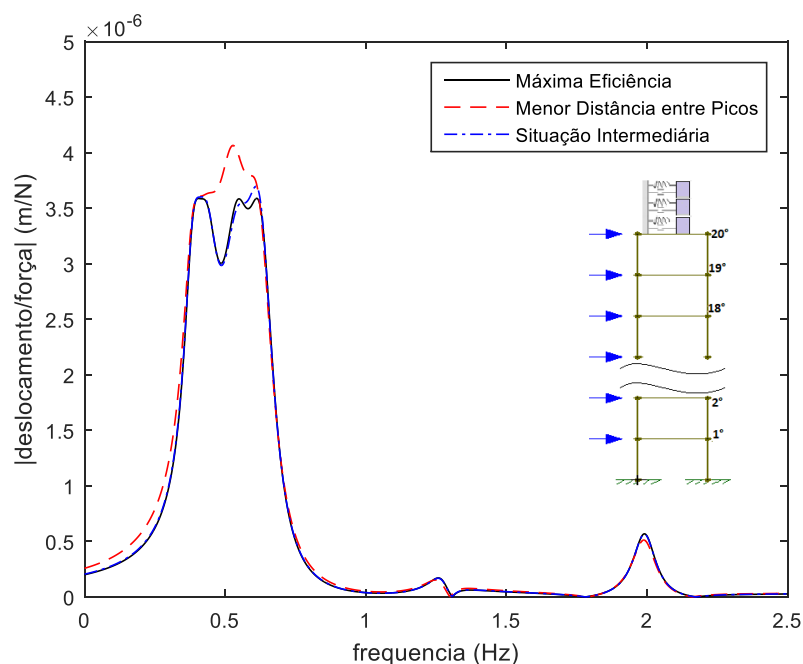


Figura 4.28 - FRF's obtidas para as situações de extremo e para um caso intermediário, da Fronteira de Pareto gerada para o caso 3 AMS localizados no 20° piso.

Em todas as figuras foi observado a presença de outros dois picos relacionados a segunda e terceira frequência de oscilação: um pico/vale, presente entre o intervalo de frequência de 1 e 1,5 Hertz, e um pico, por volta do valor de 2 Hertz. Para as FRF's obtidas na situação onde a estrutura estava com 3 AMS I, cujo comportamento foi apresentado na Figura 4.30, esses dois novos picos apresentam um valor modular da

FRF bastante elevado quando comparados às outras situações, e por este motivo, essa configuração apresentou o menor de δ .

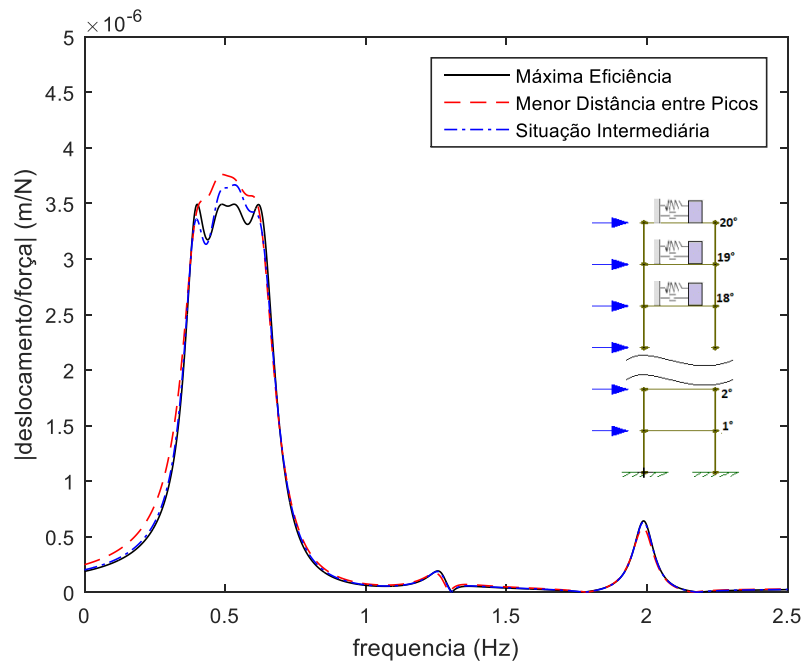


Figura 4.29 - FRF's obtidas para as situações de extremo e para um caso intermediário, da Fronteira de Pareto gerada para o caso 3AMS distribuídos no 20°, 19° e 18° pisos.

Tabela 4.28 - Parâmetros α_{AMS} , ζ_{AMS} , μ_{AMS} , η e δ , obtidos na análise de Pareto de 3 AMS NI localizados no 20 andar, para as situações de máxima eficiência, menor distância entre picos e situação intermediária

	α_{AMS}	ζ_{AMS} (%)	μ_{AMS}	η (%)	δ (μm)
Máxima Eficiência	0,8705	17,30	0,0288	92,13	19,43
	0,7346	12,68	0,0111		
	1,0788	12,68	0,0110		
Menor Distância entre picos	0,8574	23,03	0,0290	91,09	6,92
	0,7305	13,57	0,0111		
	1,0622	13,66	0,0109		
Situação Intermediária	0,8701	17,12	0,0289	91,90	13,89
	0,7340	12,85	0,0112		
	1,0720	13,47	0,0109		

Tabela 4.29 - Parâmetros α_{AMS} , ζ_{AMS} , μ_{AMS} , η e θ , obtidos na análise de Pareto de 3 AMS NI localizados nos 20°, 19° e 18° piso, respectivamente, para as situações de máxima eficiência, menor distância entre picos e situação intermediária

	α_{AMS}	ζ_{AMS} (%)	μ_{AMS}	η (%)	δ (μm)
Máxima Eficiência	0,7732	1627	0,0256	92,34	22,99
	1,0749	13,01	0,0128		
	0,9258	13,91	0,0126		
Menor Distância entre picos	0,7719	21,04	0,2576	91,76	6,35
	0,9255	16,41	0,0117		
	1,0673	14,80	0,0114		
Situação Intermediária	0,7654	16,37	0,260	91,96	13,66
	1,0812	14,39	0,0125		
	0,9268	14,59	0,0125		

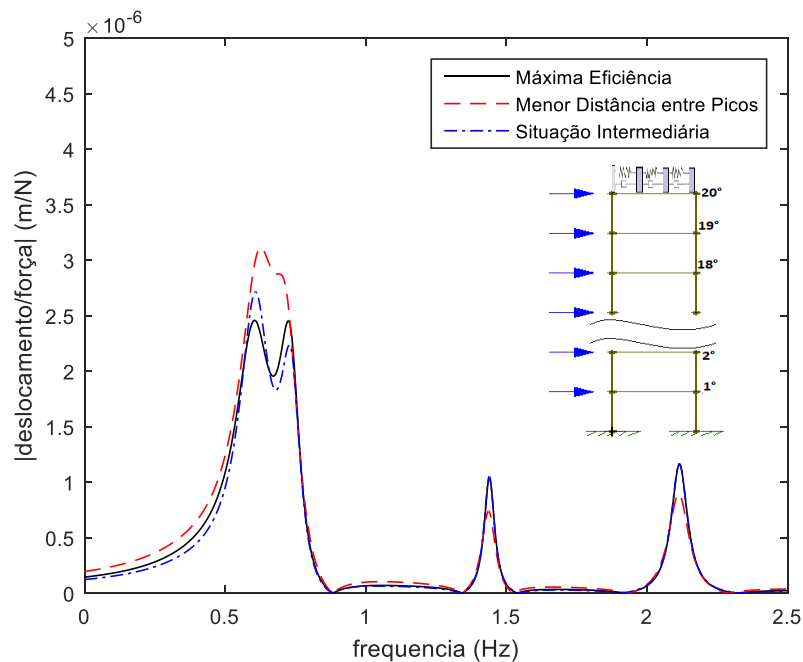


Figura 4.30 - FRF's obtidas para as situações de extremo e para um caso intermediário, da Fronteira de Pareto gerada para o caso 3AMS I localizados no 20° piso.

Já para os casos aonde foram utilizados os 3 AMS NI, apresentados nas figuras 4.28 e 4.29, foi possível observar que os valores modulares das FRF's nesses dois picos

foram menores e, inclusive, pôde se observar a presença de um pequeno vale na região do primeiro pico.

Tabela 4.30 - Parâmetros α_{AMS} , ζ_{AMS} , μ_{AMS} , η e δ , obtidos na análise de Pareto de 3 AMS I localizados no 20 andar, para as situações de máxima eficiência, menor distância entre picos e situação intermediária

	α_{AMS}	ζ_{AMS} (%)	μ_{AMS}	η (%)	δ (μm)
Máxima Eficiência	1,5626	3,45	0,0295	94,61	10,5
	4,9936	18,23	0,0113		
	0,8177	49,89	0,0101		
Menor Distância entre picos	1,5545	9,42	0,0295	93,18	0
	4,9879	31,92	0,0113		
	0,7414	49,67	0,0101		
Situação Intermediária	1,5584	3,45	0,0295	94,05	10,1
	4,9933	19,44	0,0113		
	0,7561	49,90	0,0101		

Além disso, a medida em que o objetivo 1 aumentava o valor, a quantidade de picos existentes nas FRF's diminuía. Como o Objetivo 2 considerava a média dos picos, a tendência foi a de se aumentar o valor de δ não uniformemente todas as vezes que surgia um novo pico/vale na região da primeira frequência, o que gerou a descontinuidade por salto no gráfico da Figura 4.25. Outro ponto vale destacar, foi a utilização de uma α_{AMS} bem superior àquela encontrada no subcapítulo 4.1.5 para a configuração de MAMS I, como pôde ser visto na Tabela 4.30.

5 CONCLUSÕES, SUGESTÕES E COMENTÁRIOS FINAIS

A partir dos resultados apresentados no capítulo 4, pôde-se tirar as seguintes conclusões desse trabalho:

1 – A metodologia desenvolvida para a análise dinâmica da estrutura analisadas no trabalho foi bastante efetiva, pois apresentou resultados semelhantes àqueles encontrados nos trabalhos de Ospina (2008), Torres (2010) e Costa (2014).

2 - A metodologia desenvolvida para análise dinâmica do sistema estrutura com MAMS novamente foi bastante efetiva, pois, ao se comparar os resultados aqui com aqueles do trabalho de Torres (2010), foi verificado a semelhança de resultados em quase todas as situações. Os casos que apresentaram os resultados divergentes podem ser explicados pela utilização de algumas propriedades da estrutura diferentes daquelas utilizadas no trabalho supracitado e pela não utilização da correção de 5% na rigidez a flexão, *EI*, proposto pelo autor

3 – A rotina numérica escolhida para a otimização dos parâmetros dos MAMS no trabalho, algoritmo genético, foi bastante eficiente e apresentou resultados esperados de acordo com os encontrados na literatura. Vale destacar a concordância entre resultados obtidos através da rotina numérica com aqueles apresentados pela metodologia apresentada por Den Hartog, para o caso sistema estrutura com 1 G.L. e AMS. Este fato, permitiu concluir que tanto a metodologia desenvolvia quanto a o algoritmo genético estão funcionando corretamente.

4 – De modo geral, a utilização de MAMS I se mostrou uma melhor opção para o controle de vibração, quando comparados com os resultados obtidos pelos MAMS NI e AMS simples, dentro dos limites estabelecidos de otimização. Em contrapartida, o valor de amortecimento utilizado nessa configuração foi bem maior que nas outras, o que pode inviabilizar a sua utilização.

Por fim, como sugestões para os próximos trabalhos, pôde-se destacar os seguintes pontos:

1 – Realizar um estudo teórico-experimental para avaliação dos resultados obtidos aqui e para verificar a divergência de resultados apresentado na utilização de taxas de amortecimento muito altas

2 – Acoplar ao estudo de otimização as incertezas presentes durante o projeto dos MAMS, tais como possíveis erros na calibração das propriedades dos AMS e coleta

de dados da estrutura, para a criação de uma rotina de otimização mais completa e que permita obter sistemas de controle menos susceptíveis a esses erros.

3 - Estender a rotina de cálculo para a situação em que a estrutura está sujeitada à excitação de base, como ocorre nos casos de atividades sísmicas;

4 - Utilizar outros programas, como SAP ou o ANSYS, em conjunto com a rotina desenvolvida aqui, para o estudo do controle de vibrações em estruturas mais complexas.

5 – Utilizar outros objetivos para a otimização dos absorvedores, tais como minimização das velocidades e acelerações da estrutura, visando não somente a segurança e integridade da estrutura, mas também no conforto dos usuários e prevenção do desgaste excessivo de peças ou equipamentos.

6 – Estender o estudo realizado aqui para a calibração de sistemas de MAMS híbridos e semiativos.

6 BIBLIOGRAFIA

AHLAWAT, A. S.; RAMASWAMY, A. **Optimum Design Of Hybrid Mass Damper for Vibration Control of MDOF Structures**. ASCE ENGINEERING MECHANICS CONFERENCE. Austin: [s.n.]. 2000. p. 7.

AVILA, S. M.; GONÇALVES, P. B. Optimal Configurations of Composite Multiple Mass Dampers in Tall Buildings. **ABCM**, v. XXXI, n. 1, p. 75-81, Janeiro-Março 2009.

BANDIVADEKAR, T. P.; JANGID, R. S. Optimization of multiple tuned mass dampers for vibration control of system under external excitation. **Journal of Vibration and Control**, n. 19, p. 1854 - 1871, 2012.

BILLAH, K. Y.; SCANLAN, R. H. Resonance, Tacoma Narrows bridge failure, and under-graduate physics textbooks, n. 59, p. 118-124, 1991.

BISCAIA JUNIOR, E. C. Aula 1. **Metodos deterministicos - Aula 1**, 2002. Disponível em: <http://www2.peq.coppe.ufrj.br/Pessoal/Professores/Evaristo/CO897_2014/M%E9todos%20N%E3o%20Determin%EDsticos/aula1.pdf>. Acesso em: 25 out. 2015.

CARNEIRO, R. B. **Controle de Vibrações em Edifícios Altos Utilizando Amortecedor de Massa Sintonizado Múltiplos (AMSM)**. Universidade de Brasília. Distrito Federal, p. 79. 2004.

CARNEIRO, R. B.; AVILA, S. M. Parametric Study on Multiple Tuned Mass Dampers Using Interconnected Masses. **International Journal of Structural Stability and Dynamics**, v. 8, n. 1, p. 187-202, Julho 2006.

CONNOR, J. J. **Introduction to Structural Control**. 1ª. ed. [S.l.]: Prentice Hall, 2002.

COSTA, M. M. A. D. **Análise do Comportamento de Estrutura Utilizando Múltiplos Sistemas Passivos de Absorção**. Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, p. 77-82. 2014.

FONSECA, M. D. **Otimização de Estruturas Treliçadas Planas e Espaciais sob Carregamento Estático e Dinâmico, usando Algoritmos Genéticos e Redes Neurais**. Universidade Federal de Ouro Preto. Ouro Preto, p. 184. 2007.

FRAHM, H. **DEVICE FOR DAMPING VIBRATIONS OF BODIES**. 0989958, 1909. Disponível em: <<http://www.freepatentsonline.com/0989958.html>>.

FUJIMO, Y.; SOONG, T. T.; SPANCER JR, B. F. **Structural Control: Basis Concepts e Aplications**. Proceedings of the 1996 ASCE Structures Congress. Chicago: [s.n.]. 1996. p. 11.

GOMES, H. C. **Algoritmos de otimização multiobjetivo para o problema de sequenciamento de atividades em projetos de construção metálica**. Universidade Federal de Ouro Preto. Ouro Preto, p. 115. 2013.

JANGID, R. S. Optimum multiple tuned mass dampers for based excited undamped system. **Earthquake Engineering and Structural Dynamics**, v. 28, p. 1041 - 11049, março 1999.

JOSHI, A. S.; JANGID, R. S. Opimum Parameters of Multiple Tuned Mass Dampers for Base-excited Damped System. **Jornal of Sound and Vibration** , v. 5, n. 202, p. 657 - 667, 1997.

KIM, Y.-M.; YOU, K.-P.; KIM, H.-Y. Wind-Induced Excitation Control of a Tall Building with Tuned Mass Dampers. **The Structural Design of Tall and Special Buildings**, n. 17, p. 669-682, 2008.

LI, H.-N.; NI, X.-L. Optimization of non-uniformly distributed multiple tuned mass damper. **Journal of Sound and Vibration**, v. 308, p. 80-97, junho 2007.

MAGLUTA, C. **Sistemas Dinêmicos Passivos para Absorção de Vibrações Estruturais**. Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, p. 283. 1993.

MATHWORKS. FFT. **MathWorks**. Disponível em: <<http://www.mathworks.com/help/matlab/ref/fft.html>>. Acesso em: 14 jul. 2015.

MOAVENI, S. **Finite Element Analysis: Theory and Application with ANSYS**. 3ª. ed. Nova Jersey: Pearson Prentice Hall, 2008.

OSPINA, C. S. **Otimização de amortecedores de massa sintonizados, multiplos e interligados, para controle de vibrações em edifícios altos**. Universidade de Brasília. Distrito Federal, p. 81. 2008.

PATIL, V. B.; JANGID, R. S. Optimum multiple tuned mass dampers for the wind wxcited benchmark building. **Journal of civil engineering end management**, v. 17, n. 4, p. 540-557, 2011. ISSN 1822-3605.

POOVARODOM, N.; KANCHANOSOT, S.; WARNITCHAI, P. Application of non-linear multiple tuned mass dampers to suppress man-induced vibrations of a pedestrian bridge. **Earthquake Engineering and Structural Dynamics**, v. 32, p. 1117 - 1131, 2003.

RAO, S. **Vibrações Mecânicas**. 4^a. ed. São Paulo: Person, v. único, 2013.

SARAMAGO, S. P.; STEFFEN JR., V. Introdução as técnicas de otimização em Engenharia. **Horizonte Científico**, Uberlândia, v. 1, n. 9, 2008.

SETAREH, M. Floor Vibration Control Using Semi-Active Tuned Mass Dampers. **Canadian Journal of Civil Engineering**, v. 29, n. 1, p. 74-84, 2002.

SOONG, T. T.; DARGUSH, G. F. **Passive Energy Dissipation Systems in Structural Engineering**. 1^a. ed. Buffalo: Wiley, v. único, 1997.

TEDESCO, J. W. **Structural Dynamics Theory and Applications**. [S.l.]: Addison-Wesley, 1999.

TORRES, D. R. **Redução de Vibrações Utilizando Múltiplos Sistemas de absorção**. Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, p. 81. 2010.

TORRES, D. R. **Redução de vibrações utilizando múltiplos sistemas passivos de absorção**. Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, p. 81. 2010.

TUAN, A. Y.; SHANG, G. Q. Vibration Control in a 101-Storey Building Using a Tuned Mass Damper. **Journal of Applied Science and Engineering**, v. 17, n. 2, p. 141-156, 2014.

TUBINO, F.; PICCARDO, G. Tuned Mass Damper Optimization for the Mitigations of Human-Induced Vibrations of Pedestrian Bridges. **Meccanica**, v. 50, n. 3, p. 809-824, 2014.

XIANG, P.; NISGITANI, A. Seismic Vibrations of building structures with multiple tuned mass damper floors integrated. **Earthquake Engineering & Structural Dynamics**, n. 43, p. 909-925, Outubro 2013.