

Universidade Federal de Ouro Preto – Escola de Minas  
Departamento de Engenharia Civil  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

# **Análise Dinâmica Avançada de Estruturas de Aço com Ligações Semirrígidas e Interação com o Solo**

**Everton André Pimentel Batelo**

Texto apresentado ao programa de Pós-Graduação do Departamento de Engenharia Civil da Escola de Minas da Universidade Federal de Ouro Preto, como parte dos requisitos à obtenção do título de Doutor em Engenharia Civil, área de concentração: Estruturas e Construção.

Orientadores: Prof. Dr. Ricardo Azoubel da Mota Silveira  
Profa. Dra. Andréa Regina Dias da Silva

Ouro Preto, Junho de 2018

B328a

Batelo, Everton André Pimentel .

Análise dinâmica avançada de estruturas de aço com ligações semirrígidas e interação com o solo [manuscrito] / Everton André Pimentel Batelo. - 2018. xiii, 107f.: il.: color; graf; tabs.

Orientador: Prof. Dr. Ricardo Azoubel da Mota Silveira.

Coorientador: Profa. Dra. Andréa Regina Dias da Silva.

Tese (Doutorado) - Universidade Federal de Ouro Preto. Escola de Minas. Departamento de Engenharia Civil. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil.

Área de Concentração: Construção Metálica.

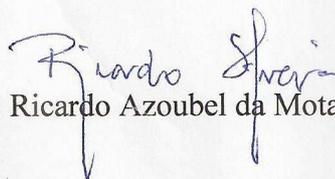
1. Análise dinâmica não linear. 2. Estruturas de Aço. 3. Interação Solo-Estrutura. 4. Ligações Semirrígidas. I. Silveira, Ricardo Azoubel da Mota . II. Silva, Andréa Regina Dias da . III. Universidade Federal de Ouro Preto. IV. Título.

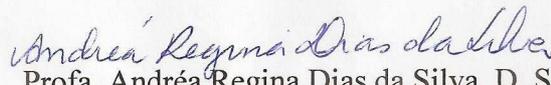
CDU: 624.014

# ANÁLISE DINÂMICA AVANÇADA DE ESTRUTURAS DE AÇO COM LIGAÇÕES SEMIRRÍGIDAS E INTERAÇÃO COM O SOLO

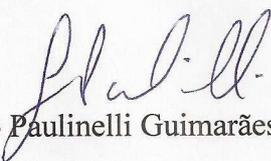
**AUTOR: EVERTON ANDRÉ PIMENTEL BATELO**

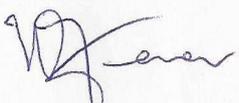
Esta tese foi apresentada em sessão pública e aprovada em 21 de junho de 2018, pela Banca Examinadora composta pelos seguintes membros:

  
Prof. Ricardo Azoubel da Mota Silveira, D. Sc. – UFOP (Presidente)

  
Profa. Andréa Regina Dias da Silva, D. Sc. – UFOP

  
Prof. Francisco de Assis das Neves, D. Sc. – UFOP

  
Prof. Gustavo Paulinelli Guimarães, D. Sc. – UFOP

  
Prof. Walnório Graça Ferreira, D. Sc. – UFES

  
Prof. Alexandre da Silva Galvão, D. Sc. – UFSJ

*“Ninguém ignora tudo. Ninguém sabe tudo. Todos nós sabemos alguma coisa. Todos nós ignoramos alguma coisa. Por isso aprendemos sempre.”*

**Paulo Freire**

Aos meus pais e aos meus orientadores.

# Agradecimentos

A Deus e Nossa Senhora, pela força necessária para superação das adversidades e por estar sempre presente guiando os meus passos e intensificando minha fé. Também ao Padre Magno pelas homilias e reflexões dominicais.

Aos meus pais, Helena e Jair, pelo encorajamento e apoio incondicional. Além da compreensão e paciência necessárias para conviver com minha ausência durante esses seis anos entre mestrado e doutorado.

Ao Prof. Ricardo Azoubel da Mota Silveira e a Prof<sup>a</sup>. Andréa Regina Dias da Silva, pela atenção, orientação, amizade e pelo estímulo em todos os momentos.

Ao Cláudio por ter me apresentado a UFOP e o PROPEC. Também pela amizade e disposição em ajudar sempre.

A Marcela pela amizade, pelo auxílio nas adversidades, e ainda pelos bons momentos de convivência ao longo do mestrado e doutorado.

Ao Lucas pelo apoio e convivência principalmente na fase de créditos, também pela amizade nas andanças por Ouro Preto, redondezas e congressos.

A Leticia e ao Roberto pela amizade e também pela contribuição nesse trabalho.

Ao Igor e ao Marko pela amizade, pela troca de ideias e pelos papos descontraídos durante cafézinho na cantina da Escola de Minas.

A Iara e ao Rharã pela companhia e amizade. Também pelas aventuras mais inusitadas.

Aos amigos de Ouro Preto, em especial ao Rodrigo, Wanderson, Tatiane R., Vinicius, Jéssica, Rafael C., Luís, Maicon, Tatiane M., Rafael Z., Talita, Gustavo, Wagner, Gilney e Tiago pelos momentos de descontração, amizade e companheirismo.

Aos membros da banca de avaliação Prof. Alexandre Galvão, Prof. Francisco de Assis, Prof. Gustavo Paulinelli e Prof. Walnório Ferreira que colaboraram significativamente para redação final dessa tese.

Aos professores dos Cursos de Edificações e Restauro do IFMG-OP, em especial ao Flávio, Ney, Mario, Paola e Sandra pelo suporte fornecido durante o período em que fiz parte do corpo docente da instituição.

A todos meus amigos e professores do curso de Engenharia Civil da UNEMAT – Campus de Sinop-MT.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq, à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES, à Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação – PROPP da UFOP e ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil - PROPEC, pelo suporte financeiro.

Aos professores, funcionários e amigos do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil (PROPEC), assim como a todos aqueles que colaboraram de alguma forma na realização deste trabalho, os meus sinceros agradecimentos.

Resumo da Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Doutor em Engenharia Civil.

## **ANÁLISE DINÂMICA AVANÇADA DE ESTRUTURAS DE AÇO COM LIGAÇÕES SEMIRRÍGIDAS E INTERAÇÃO COM O SOLO**

**Everton André Pimentel Batelo**

Junho/2018

*Orientadores:* Ricardo Azoubel da Mota Silveira

Andréa Regina Dias da Silva

Esta tese apresenta os fundamentos numéricos para a previsão do comportamento de estruturas planas de aço com ligações semirrígidas e interação com o solo quando estas são submetidas a ações dinâmicas extremas, como: impacto, abalos sísmicos e ações de ventos. Nessas condições, as estruturas de aço podem apresentar deformações permanentes, danos localizados que podem levar ao colapso parcial ou total. Dessa forma, projetar sistemas estruturais considerando o comportamento elástico do material, nessas situações extremas, tende a ser antieconômico. É aceitável, portanto, que haja certo dano nas estruturas nessas situações de carregamento extremo, desde que esse não coloque em risco a segurança da edificação. Assim, esta tese tem como objetivo avaliar o comportamento não linear de estruturas de aço sob ação dinâmica, procurando explorar a capacidade de amortecimento histerético introduzido pelas ligações semirrígidas e pelo processo de deformação plástica de seus membros (vigas e colunas formados por perfis I ou H compactos), com a consequente redistribuição de esforços internos e formação de rótulas plásticas. As análises transientes não lineares são realizadas através do programa computacional CS-ASA (Silva, 2009), que é baseado no método de elementos finitos (MEF). Esse programa é ampliado através do presente estudo, onde os efeitos não lineares geométricos, das ligações semirrígidas e do material aço são considerados juntamente com a interação solo-estrutura (ISE). Elementos finitos planos não lineares de barra, baseados na hipótese de Euler-Bernoulli, são usados na modelagem das estruturas de aço e elementos de fundação são usados para aproximar o meio geológico (solo ou rocha), que é modelado de forma discreta ou contínua (hipóteses de Winkler). Assume-se aqui que esses elementos de fundação reagem às solicitações de tração e compressão, caracterizando o problema ISE com restrições bilaterais de contato. As respostas transientes não lineares dos problemas analisados são obtidas através um processo incremental-iterativo, usando os métodos Newmark e Newton-Raphson. Por fim, vale destacar que as respostas alcançadas através da metodologia de solução numérica proposta apresentaram boa concordância com as extraídas da literatura e através do software SAP 2000.

Abstract of Thesis presented as partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science in Civil Engineering.

## **ADVANCED DYNAMIC ANALYSIS OF STEEL STRUCTURES WITH SEMI-RIGID CONNECTIONS AND INTERACTION WITH THE SOIL**

**Everton André Pimentel Batelo**

June/2018

*Advisors:* Ricardo Azoubel da Mota Silveira  
Andréa Regina Dias da Silva

This thesis presents the numerical fundamentals for the prediction of the behavior of planar steel structures with semi-rigid connections and interaction with soil when they are subjected to extreme dynamic actions, such as: impact, earthquakes and wind actions. In these conditions, steel structures can exhibit permanent deformations and localized damage that can lead to partial or total collapse. Thus, the design of structural systems considering the elastic behavior of the material, in these extreme situations, tends to be uneconomical. It is therefore acceptable that there is some damage to the structures in these extreme loading conditions, if this does not endanger the building safety. The aim of this research is to evaluate the nonlinear behavior of steel structures under dynamic action, seeking to explore the hysteretic damping capacity introduced by the semi-rigid connections and the plastic deformation process of their members (beams and columns formed by compact I or H profiles), with the consequent redistribution of internal forces and formation of plastic hinges. The nonlinear transient analyzes are performed through the CS-ASA computational program (Silva, 2009), which is based on the finite element method (MEF). This program is expanded through the present study, where the geometric, material (inelastic) and semi-rigid joints nonlinear effects are considered together with the soil-structure interaction (ISE). Nonlinear finite elements, based on Euler Bernoulli's hypothesis, are used in the steel structures modeling, and foundation elements are used to approximate the geological medium (soil or rock) behavior, which is modeled here in a discrete or continuous form (Winkler's hypothesis). It is assumed that these foundation elements react both to tensile and compression actions, characterizing the ISE problem as bilateral contact problem. The nonlinear dynamic responses of the analyzed problems are obtained through an incremental-interactive process using the Newmark and Newton-Raphson methods. Finally, it is worth mentioning that the answers reached through the proposed numerical methodology presented good agreement with those from literature and through SAP 2000 software.

# Sumário

Lista de Figuras .....	x
------------------------	---

Lista de Tabelas .....	xiii
------------------------	------

<b>1 Introdução .....</b>	<b>1</b>
---------------------------	----------

1.1 Considerações Iniciais e Objetivos .....	2
--	---

1.2 Conceitos Básicos e Estado da Arte .....	4
--	---

1.2.1 <i>Análise Dinâmica de Estruturas com Ligações Semirrígidas</i> .....	4
---	---

1.2.2 <i>Análise Dinâmica de Estruturas Considerando a Interação com o Solo</i> ....	8
--	---

1.2.3 <i>A Interação Solo-Estrutura (ISE) no Âmbito do PROPEC</i> .....	10
---	----

1.3 Organização do Trabalho .....	11
-----------------------------------	----

<b>2 Fundamentação Teórica .....</b>	<b>13</b>
--------------------------------------	-----------

2.1 Efeitos Não Lineares nas Estruturas de Aço .....	14
--	----

2.1.1 <i>Não Linearidade Geométrica</i> .....	14
---	----

2.1.2 <i>Não Linearidade Física</i> .....	15
---	----

2.1.2.1 <i>Modelos Cíclicos de Plasticidade</i> .....	15
---	----

2.2 Ligações Semirrígidas nas Estruturas de Aço .....	19
---	----

2.2.1 <i>Comportamento das Ligações</i> .....	20
---	----

2.2.2 <i>Modelo de Potências com Quatro Parâmetros</i> .....	22
--	----

2.2.3 <i>Modelo Exponencial</i> .....	23
---------------------------------------	----

2.2.4 <i>Modelo Multilinear</i> .....	23
---------------------------------------	----

2.2.5 <i>Comportamento Histerético da Ligação</i> .....	24
---	----

2.3 Interação Solo-Estrutura (ISE) .....	25
--	----

2.3.1 <i>Modelo de Molas Discretas</i> .....	28
--	----

2.3.2 <i>Modelo Contínuo de Winkler</i> .....	29
---	----

2.3.3 <i>Coefficientes de Mola para Fundações Rasas</i> .....	30
---	----

<b>3</b>	<b>Formulação de Elementos Finitos com Ligações Semirrígidas e Base Elástica</b>	<b>34</b>
3.1	Introdução	35
3.2	Elemento Finito com Ligações Semirrígidas e Base Elástica	35
3.2.1	<i>Modelo de Molas Discretas</i>	43
3.2.2	<i>Modelo Contínuo de Winkler</i>	45
3.2.3	<i>Matriz de Massa</i>	46
3.2.4	<i>Amortecimento de Rayleigh</i>	48
3.3	Metodologia para Análise Dinâmica Não Linear	49
<b>4</b>	<b>Exemplos Numéricos: Análise Dinâmica Avançada de Estruturas de Aço com Ligações Semirrígidas</b>	<b>55</b>
4.1	Pórtico de Dois Andares	56
4.2	Pórtico de Quatro Andares	60
4.3	Pórtico Simples de Vogel	64
4.4	Pórtico de Cinco Andares e Quatro Vãos	68
4.5	Pórtico de Seis Andares de Vogel	73
<b>5</b>	<b>Exemplos Numéricos: Análise Dinâmica Avançada de Estruturas de Aço com Ligações Semirrígidas e Interação com o Solo</b>	<b>77</b>
5.1	Viga Engastada e Apoiada Sobre o Solo	78
5.2	Estaca Cravada em Meio Geológico	81
5.3	Pórtico de Dois Andares Sobre Estacas Isoladas	83
5.4	Pórtico de Dois Andares Sobre Fundação Rasa	85
5.5	Pórtico de Seis Andares Sobre Fundação Rasa	90
<b>6</b>	<b>Considerações Finais</b>	<b>94</b>
6.1	Conclusões	95
6.1.1	<i>Análise Dinâmica Avançada de Estruturas de Aço com Ligações Semirrígidas</i>	95
6.1.1	<i>Análise Dinâmica Avançada de Estruturas de Aço com Ligações Semirrígidas e Interação com o Solo</i>	96
6.2	Sugestões para Trabalhos Futuros	96
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>98</b>

# Lista de Figuras

2.1	Efeitos globais (P- $\Delta$ ) e locais (P- $\delta$ ) (Adaptado: ASCE, 1997) .....	14
2.2	Modelo histerético elástico perfeitamente plástico constitutivo do material .....	16
2.3	Distribuição de tensões na seção transversal – Momento positivo .....	17
2.4	Ligações base-pilar .....	20
2.5	Aspecto típico das curvas momento-rotação de algumas ligações .....	21
2.6	Comportamento histerético da ligação semirrígida - <i>independent hardening model</i> .....	24
2.7	a) Sistema integrado solo-estrutura; b) Sistema simplificado da estrutura; c) Sistema simplificado da fundação (Adaptado: Covas e Almeida, 2014) .....	26
2.8	Relação força-deslocamento do solo .....	27
2.9	Deslocamento da base elástica .....	28
2.10	Modelo de molas discretas .....	29
2.11	Modelo contínuo de molas .....	29
2.12	Modelo de molas discretas para fundações rasas (Adaptado: ASCE/SEI 41-06, 2007) .....	31
2.13	Parâmetros para fundações rasas (Adaptado: ASCE/SEI 41-06, 2007) .....	33
3.1	Elemento de pórtico plano com molas fictícias nas extremidades e base elástica	36
3.2	Configuração deformada do elemento e detalhe das molas em série.....	39
3.3	Deslocamentos naturais .....	42
3.4	Estratégia numérica para análise transiente não linear.....	52
3.5	Estratégia numérica para modelar o comportamento da seção sob cargas cíclicas	53
3.6	Estratégia numérica para modelar comportamento histerético das ligações semirrígidas.....	54
4.1	Pórtico de dois andares: geometria e carregamento atuante .....	56
4.2	Deslocamento horizontal, $u$ , do topo do pórtico ao longo do tempo .....	58

4.3	Comportamento histerético da ligação viga-pilar .....	59
4.4	Curva momento-curvatura da seção transversal do pilar no apoio .....	59
4.5	Ligação viga-pilar de referência (Carvalho <i>et al.</i> , 1998) .....	60
4.6	Pórtico de quatro andares ... ..	61
4.7	Deslocamento ( $u$ ) no topo da estrutura para análise não linear geométrica com ligações semirrígidas viga-pilar .....	62
4.8	Comportamento histerético das ligações semirrígidas viga-pilar .....	63
4.9	Deslocamento ( $u$ ) no topo da estrutura para a análise inelástica de segunda ordem com ligações viga-pilar semirrígidas .....	63
4.10	Pórtico plano simples: geometria e carregamento .....	64
4.11	Resposta transiente do pórtico simples com ligação base-pilar rígida .....	66
4.12	Resposta transiente do pórtico simples com ligação base-pilar semirrígida .....	66
4.13	Respostas transientes do pórtico simples com diferentes tipos de ligação base-pilar .....	67
4.14	Curva momento-rotação da ligação no apoio .....	67
4.15	Pórtico de cinco andares e quatro vãos: geometria e carregamento atuante .....	68
4.16	Influência das ligações viga-pilar semirrígidas nas frequências naturais .....	70
4.17	Deslocamento horizontal - análise elástica de segunda ordem .....	71
4.18	Deslocamento horizontal - lig. viga-coluna semirrígida (modelo não linear) .....	71
4.19	Deslocamento horizontal no topo da estrutura para diferentes valores de $f_y$ .....	72
4.20	Pórtico de seis andares de Vogel: geometria e carregamento atuante .....	73
4.21	Resposta transiente inelástica de segunda ordem do pórtico de seis andares de Vogel com todas as ligações rígidas .....	75
4.22	Resposta transiente inelástica de segunda ordem do pórtico de seis andares de Vogel com ligação base-pilar semirrígida .....	75
5.1	Viga engastada-simplesmente apoiada sobre o solo: geometria e carregamento atuante .....	78
5.2	Variação do deslocamento vertical ( $v$ ) no centro da viga engastada-apoiada .....	79
5.3	Variação do deslocamento vertical ( $v$ ) da viga para diferentes valores de $k$ da base .....	80
5.4	Variação deslocamento vertical ( $v$ ) da viga para diferentes modelos de base elástica .....	80
5.5	Estaca de aço cravada em meio geológico: modelo e geometria .....	81

5.6	Resposta transiente não linear da estaca em meio geológico (molas discretas) ...	82
5.7	Resposta transiente não linear da estaca em meio geológico (MD x modelo de Winkler).....	82
5.8	Pórtico de dois andares sobre estacas isoladas: modelo, geometria e carregamento .....	83
5.9	Resposta transiente não linear do pórtico sobre estacas (molas discretas) .....	84
5.10	Pórtico de dois andares sobre fundação rasa: geometria e carregamento atuante	85
5.11	Resposta transiente elástica não linear para o deslocamento horizontal, $u$ .....	87
5.12	Resposta transiente elastoplástica para o deslocamento horizontal, $u$ .....	87
5.13	Resposta transiente elástica com ISE para o deslocamento horizontal, $u$ , do topo do pórtico (LV-PSR: ligação viga-pilar semirrígida) ..	88
5.14	Resposta transiente inelástica com ISE para o deslocamento horizontal, $u$ , no topo do pórtico .....	89
5.15	Curva momento-curvatura da seção no apoio .....	89
5.16	Pórtico de seis andares sobre fundação rasa: modelo, geometria e carregamento	91
5.17	Resposta transiente elástica do deslocamento horizontal, $u$ , no topo do pórtico ...	92
5.18	Resposta transiente inelástica para o deslocamento horizontal, $u$ , no topo do pórtico .....	92

# Lista de Tabelas

2.1	Valores para $k_I$ em $N/cm^3$ (Adaptado: Terzaghi, 1955 <i>apud</i> Veloso e Lopes, 2011)	30
2.2	Valores de E (Adaptado: Kögler e Scheidig, 1948 <i>apud</i> Gusmão Filho, 2008) ..	32
4.1	Duas primeiras frequências naturais de vibração (Hz) do pórtico de quatro andares	61
4.2	Pórtico simples com bases rígidas: 1º e 2º períodos de vibração (segundos) .....	65
4.3	Pórtico simples com bases semirrígidas: 1º e 2º períodos de vibração (segundos)	65
4.4	Dois primeiros períodos de vibração (segundos) para o pórtico com ligações rígidas .....	69
4.5	Dois primeiros períodos de vibração (segundos) para o pórtico com ligações semirrígidas .....	69
4.6	Pórtico de seis andares de Vogel: 1º e 2º períodos de vibração (segundos) .....	74
5.1	Dois primeiros períodos de vibração (segundos) para a viga engastada-apoiada sobre o solo .....	78
5.2	1º e 2º períodos de vibração (segundos) para estaca de aço cravada em meio geológico.....	81
5.3	1º e 2º períodos naturais de vibração (segundos) do pórtico sobre estacas .....	84
5.4	Duas primeiras frequências naturais de vibração, em Hertz, do pórtico de dois andares .....	86
5.5	Dois primeiros períodos de vibração (segundos) do pórtico de seis andares .....	90

# Capítulo 1

## Introdução



<http://www.metallica.com.br/modulacao-arquitetonica-para-projetos-em-estruturas-metallicas>

Uma visão geral sobre a análise dinâmica de estruturas aporticadas em aço é apresentada neste capítulo. Inicialmente são apresentados estudos que tratam das análises estruturais que levam em consideração os efeitos da inelasticidade do material aço e das ligações semirrígidas em edificações sob a atuação de ações dinâmicas extremas. Na sequência são ressaltados alguns trabalhos que trazem análises simplificadas que envolvem o fenômeno de interação entre o solo e a estrutura. Por fim, tem-se a motivação e os objetivos da pesquisa aqui apresentada.

## 1.1 Considerações Iniciais e Objetivos

As estruturas aporricadas em aço constituem um dos mais importantes sistemas construtivos empregados na construção civil, sendo uma excelente solução para os mais variados tipos de edificações devido à sua concepção estrutural, forma esbelta e possibilidade de montagem rápida, fatos esses que demandam investigações bastante singulares em relação a seu comportamento estrutural.

Assim, uma análise estrutural cuidadosa dessas estruturas é necessária, pois colabora para um projeto seguro, mesmo em situações atípicas, como por exemplo: na ação de sismos, rajadas de ventos fortes e ainda no caso de falha de um ou mais elementos estruturais.

Durante as situações atípicas citadas no parágrafo anterior, em geral, é antieconômico (e muitas vezes impraticável) projetar e construir estruturas que permanecerão em regime elástico. Nessas condições de solicitação extrema, as estruturas de aço são submetidas a ações com intensidade suficiente para provocar deformações permanentes e danos localizados que podem levar ao seu colapso parcial ou total. Desse modo é aceitável que sob tais condições haja certa quantidade de dano na estrutura, desde que os objetivos primários — segurança e estabilidade — sejam garantidos e não ocorra seu colapso total.

A fim de se conceber estruturas mais eficientes para essas situações atípicas, sem comprometer a qualidade e as normas de segurança, o projetista deve avaliar o comportamento da estrutura através de um processo de análise mais criterioso, de modo a considerar, por exemplo, os efeitos da não linearidade geométrica, da inelasticidade do material e da rigidez conferida pelas ligações entre os membros estruturais.

Métodos de análises rigorosos que combinam tais efeitos não lineares possibilitam uma avaliação completa e mais precisa do sistema estrutural, verificando simultaneamente, e de uma forma direta, a sua resistência e estabilidade. Na área de estruturas de aço, essas análises rigorosas têm sido definidas como *Análises Avançadas*, e são realizadas através do emprego de ferramentas numéricas computacionais.

Muitos autores têm realizado análises dinâmicas avançadas de pórticos planos e espaciais estruturados em aço com ligações rígidas e semirrígidas (Toridis e Khozeimeh, 1971; Hilmy e Abel, 1985; Marur e Kant, 1994; Mamaghani *et al.*, 1996; Chan e Chui, 2000; Sekulovic *et. al.*, 2002;

Sekulovic e Nevoska, 2008; Galvão *et al.*, 2010; Thai e Kim, 2011; Nguyen e Kim, 2014; Batelo, 2014; Silva *et al.*, 2015; e Nguyen e Kim, 2017). No entanto, estudos que contemplam esses efeitos não lineares de maneira acoplada e ainda consideram a interação solo-estrutura (ISE) são encontrados na literatura de forma mais escassa (Messast *et al.*, 2006; Gouasmia e Djeghaba, 2007; Al-Azzawi *et al.*, 2010; Birk e Behnke, 2011; Medina *et al.*, 2015; Muñoz, 2015; Rosas, 2016; Kampitsis e Sapountzakis, 2017). Este trabalho insere-se nesse último contexto, em que se procura estabelecer uma análise da estrutura metálica acoplando os efeitos não lineares geométricos e físicos (do material e da ligação), e ainda a consideração da ISE.

A semirrigidez das ligações e a ISE não eram tradicionalmente consideradas na elaboração de projetos estruturais, sendo as ligações entre os membros sempre modeladas como perfeitamente rígidas ou perfeitamente rotuladas e no caso da ISE tratavam-se as vinculações ou condições de contorno como indeslocáveis.

A realização da análise estrutural de maneira simplificada, ou seja, sem a consideração da ISE pode ser justificada em alguns casos (Holanda Jr., 1998): (i) desde de que a resistência do solo seja capaz de suportar a carga depositada sobre ele sem que exista a possibilidade de ocorrer deslocamentos (recalques) inaceitáveis; (ii) caso o solo tenha passado por um processo de estabilização a fim de conferir resistência e rigidez suficientes para que o mesmo possa suportar os esforços provenientes da estrutura; (iii) o emprego de fundações profundas do tipo estaca, que normalmente apresentam a propriedade de serem completamente rígidas. Em outras circunstâncias é fundamental a realização de uma análise que contemple a ISE.

No caso das ligações viga-pilar, ou mesmo pilar-base, essas podem ser simplificadas para perfeitamente rígidas ou perfeitamente rotuladas desde que atendam critérios normativos específicos. No entanto, sabe-se que na realidade estas sempre apresentam comportamento semirrígido (Faella, *et al.*, 2000).

Quando submetido ao carregamento de um sistema estrutural, o solo também se deforma. Essa deformação provoca perturbação na estrutura, que pode alterar significativamente a distribuição dos esforços internos nos elementos que compõem a estrutura. Portanto, pesquisas envolvendo *Análise Avançada* de estruturas e ISE merecem uma maior atenção da comunidade científica e dos projetistas.

Recursos computacionais hoje disponíveis e metodologias numéricas mais sofisticadas contribuem para que gradativamente os efeitos não lineares e até mesmo a ISE sejam inseridos nas fases da análise e projeto estrutural. Contudo, ainda são poucas as ferramentas disponíveis para esse tipo de *Análise Avançada* com ISE, o que dificulta sua popularização, deixando essas análises restritas a projetos denominados especiais.

Portanto, este trabalho objetiva o desenvolvimento de uma ferramenta computacional para uma análise numérica mais realista de edificações estruturadas em aço considerando a ISE. Esta pesquisa teve como ponto de partida a tese de doutorado de Silva (2009) e as dissertações de mestrado de Maciel (2012), Batelo (2014) e Rosas (2016), que introduziram modificações no código computacional desenvolvido por Silva, o sistema CS-ASA (*Computational System – Advanced Structural Analysis*). Como será explicitado nas seções seguintes, é proposta uma versão do sistema CS-ASA que contempla a metodologia numérica para análise do problema de ISE, juntamente com o acoplamento dos efeitos da não linearidade geométrica, inelasticidade do material aço e ligações semirrígidas (viga-pilar e pilar-base) na estrutura.

Assim, a motivação para tal pesquisa pode ser compreendida na investigação do impacto sobre o comportamento estrutural quando se consideram esses efeitos não lineares acoplados e ainda a ISE; a possibilidade de ganho de espaço dos edifícios estruturados em aço na construção civil brasileira; os poucos trabalhos científicos nacionais tratando de análises de vibração livre e forçada envolvendo a ISE; e o limitado nível de normatização e/ou tecnologia nacional voltada exclusivamente à *Análise Avançada* de estruturas com ISE.

## **1.2 Conceitos Básicos e Estado da Arte**

Nesta seção são citados trabalhos que fundamentam e contextualizam a importância do tema em estudo.

### **1.2.1 Análise Dinâmica de Estruturas com Ligações Semirrígidas**

O conceito de *Análise Avançada* de estruturas é encontrado na literatura a partir do trabalho de BJORHOVDE (1972) *apud* CHEN *et al.* (1996), que desenvolveu um longo estudo para a obtenção das curvas de resistência do SSRC (*Structural Stability Research Council*).

Posteriormente, Kanchanalai (1977) obteve as curvas de interação do AISC (*American Institute of Steel Construction*).

Atualmente, na área de estruturas de aço, tem sido definida como *Análise Avançada*, a análise de estruturas que combinam os efeitos não lineares geométricos e do material que compõe a estrutura.

O estudo dos efeitos da não linearidade geométrica em sistemas estruturais caracteriza-se como um tema relevante, especialmente no caso de estruturas esbeltas, fato que ocorre corriqueiramente na prática em projetos de estruturas em aço. Devido à esbeltez dos membros isolados e/ou de todo sistema, as estruturas de aço apresentam um comportamento singular susceptível aos fenômenos de instabilidade.

As análises numéricas não lineares de sistemas estruturais são usualmente realizadas através do Método dos Elementos Finitos (MEF) com o emprego de procedimentos incrementais e iterativos. A aplicação do MEF envolve a discretização do sistema contínuo, no caso de sistemas estruturais reticuladas, a divisão de seus membros (vigas e colunas) em um número finito de elementos conectados entre si por pontos nodais, onde para cada elemento assume-se um determinado comportamento para a variável (ou variáveis) do problema, em função dos seus valores nodais. Referenciais Lagrangianos são usualmente adotados em análises geometricamente não lineares de estruturas. Merecem destaque: o Referencial Lagrangiano Total (RLT) e o Referencial Lagrangiano Atualizado (RLA) (Silva, 2009).

Formulações baseadas no RLT e RLA podem incluir todos os efeitos não lineares relevantes. No entanto, a vantagem em se utilizar um ou outro referencial depende da formulação do elemento finito adotada (Bathe, 1996). Wong e Tin-Loi (1990) e Alves (1993) mostraram que os resultados obtidos com RLT, caso se empregue funções de interpolações simplificadas lineares e de Hermite para os elementos finitos de barra, tendem a se afastar do comportamento real à medida que a configuração deformada se distancia da original, fato que se deve aos eventuais efeitos de deslocamentos de corpo rígido ocorridos durante o processo incremental. Já no RLA, como o referencial é atualizado a cada incremento e as rotações de corpo rígido são divididas em partes menores, essas funções de interpolação simplificadas podem ser empregadas.

Em análises que utilizam elementos finitos de barra e que envolvam a não linearidade do material, a avaliação da plastificação da seção transversal é realizada

basicamente através de duas abordagens: plasticidade concentrada (método da rótula plástica) e plasticidade distribuída (método da zona plástica). A diferença entre essas duas abordagens ou modelos está no grau de refinamento utilizado para representar a plastificação do membro estrutural, diferindo basicamente em relação à consideração do espraçamento da zona em escoamento.

No método da rótula plástica, em que se considera a plasticidade concentrada, quando um ponto crítico de resistência plástica (momento plástico da seção) é alcançado, forma-se uma rótula plástica na seção transversal nesse ponto, permanecendo o restante do membro em regime elástico. Por sua vez, no método da zona plástica, considera-se uma região parcialmente escoada na vizinhança desse ponto onde se formou a rótula plástica.

Para a utilização desses modelos em programas computacionais, algumas peculiaridades importantes devem ser ponderadas. Os modelos que consideram plastificação distribuída, e que explicitamente incluem os efeitos de segunda ordem e as tensões residuais, produzem resultados muito precisos por levar em conta o espraçamento da zona plastificada. No entanto, tal abordagem demanda um maior esforço computacional. Por isso, os resultados normalmente encontrados através do método da zona plástica são oriundos de análises de pequenas estruturas e que usualmente são usadas para calibração e validação de resultados de outras formulações numéricas.

Em análises mais práticas e de grandes estruturas, a consideração da plasticidade concentrada se apresenta mais adequada e por isso é mais utilizada em pesquisas na engenharia civil.

Nas construções estruturadas em aço, outro ponto de fundamental importância é a escolha das ligações entre os elementos (viga-pilar ou pilar-base). Assim, é necessário que engenheiros e projetistas tenham uma boa compreensão a cerca do comportamento dessas ligações. Por essa razão, diversos estudos estão sendo desenvolvidos e as normas atuais (NBR 8800, 2008; AISC, 2010; Eurocode, 2005) já incluem procedimentos para inclusão do parâmetro de rigidez das ligações em análises computacionais e projetos de estruturas de aço.

Na *Análise Avançada* de estruturas com ligações semirrígidas, se faz necessário a modelagem do comportamento da ligação. A descrição desse comportamento é comumente realizada através de curvas momento-rotação da ligação, que são obtidas por ensaios experimentais ou através de simulação numérica em elementos finitos.

Nos últimos anos, vários trabalhos foram publicados na linha de pesquisa de *Análises Avançadas* de estruturas com ligações rígidas e semirrígidas relacionados diretamente com a avaliação do comportamento estrutural sob a ação de carregamentos dinâmicos extremos. Nessas análises, a ação dinâmica pode ser expressa no domínio do tempo ou da frequência. Assim, a análise estrutural pode ser realizada também no domínio do tempo ou da frequência. Para realização de análises estruturais não lineares, é preferível, tradicionalmente, o estudo no domínio do tempo (Clough e Penzien, 1993).

Toridis e Khozeimeh (1971) e Hilmy e Abel (1985) realizaram análises não lineares geométricas e físicas (modelo elastoplástico perfeito) de pórticos metálicos em situações de carregamento dinâmico. As curvas de interação momento-força axial ( $M-P$ ) foram adotadas para se estimar a capacidade última da seção transversal de membros estruturais. Os autores propuseram algoritmos para contornar o problema de violação da curva de interação.

Marur e Kant (1994) apresentaram um procedimento para a correção da violação da curva de interação momento-força axial para materiais elastoplásticos com encruamento. Esses autores verificaram a influência da consideração do encruamento para a análise de estruturas sob cargas transientes, inclusive realizando comparações com as estruturas estudadas por Toridis e Khozeimeh (1971), onde verificou-se pouca influência nos resultados.

Mamaghani *et al.* (1996) desenvolveram um programa computacional denominado FEAP baseado numa formulação elastoplástica para o elemento de viga-coluna, e a não linearidade geométrica foi descrita em RLA.

Chan e Chui (2000) realizam análises dinâmicas de pórticos metálicos considerando os efeitos não lineares geométricos, do material e das ligações. Foi adotado modelo da plasticidade concentrada, mas considerando um refinamento nessa abordagem inelástica, capaz de acompanhar a degradação da rigidez da seção transversal dos elementos.

Sekulovic *et. al* (2002) propuseram um modelo para consideração da excentricidade nas ligações viga-pilar semirrígidas na análise dinâmica não linear de estruturas. Como sequência desse trabalho, em Sekulovic e Nevoska (2008), foi realizado um estudo do comportamento dinâmico de pórticos de aço com ligações semirrígidas sob a excitação de terremotos. Ainda nesse segundo estudo foi incluída a consideração da inelasticidade do material através do método da rótula plástica refinado.

Galvão *et. al* (2010) realizam um estudo de vibrações livres e forçadas não lineares de estruturas com conexões semirrígidas, mas considerando relação momento-rotação linear da ligação. Seus resultados realçaram a influência do pré-carregamento estático e da rigidez das ligações nas frequências naturais e modos de vibração.

Thai e Kim (2011) apresentaram um procedimento numérico que considera as não linearidades geométricas e do material para a análise não linear de estruturas de aço sob ações dinâmicas. A não linearidade geométrica foi incluída através de funções de estabilidade e a inelasticidade foi tratada com uma abordagem distribuída. Portanto, a propagação da plasticidade sobre a seção transversal e ao longo do comprimento dos membros foi capturada através de relações tensão-deformação uniaxiais presentes nas fibras da discretização da seção e nos pontos de integração ao longo do comprimento do membro. Na sequência, Nguyen e Kim (2014) incluíram também a possibilidade de análises com ligações viga-pilar semirrígidas.

Batelo (2014) e Silva *et al.* (2015) realizaram análises de pórticos planos de aço com a consideração das não linearidades geométrica e do material sob a abordagem do método da rótula plástica, com e sem refinamento. Foram realizadas análises de pórticos de aço submetidos a ações dinâmicas de impacto e acelerações sísmicas, onde ficou evidenciada a participação do amortecimento hysterético introduzido na resposta estrutural do sistema devido à plastificação das seções transversais dos membros.

Mais recentemente, Nguyen e Kim (2017) utilizaram abordagem semelhante apresentada em trabalhos anteriores (Thai e Kim, 2011; Nguyen e Kim, 2014) para estudar a influência das ligações semirrígidas base-pilar em edificações estruturadas em aço submetidas a ações sísmicas.

Mais recentemente, Silva *et al.* (2018) estudaram o comportamento de pórticos planos esbeltos metálicos incluindo os efeitos da não linearidade geométrica e das ligações semirrígidas. As análises numéricas foram realizadas com ações dinâmicas de impacto e acelerações sísmicas, onde ficou evidente a participação do amortecimento hysterético introduzido na resposta estrutural devido as ligações semirrígidas.

### **1.2.2 Análise Dinâmica de Estruturas Considerando a Interação com o Solo**

A investigação de problemas da engenharia civil envolvendo ISE é de grande interesse no meio técnico-científico. Em geral, quando se considera a ISE, a modelagem da

superestrutura é realizada através do MEF; já a modelagem do solo pode ser realizada de diversas maneiras. A forma mais simples, e adotada neste trabalho, considera o modelo de molas contínuas ou discretas, que se baseiam em geral nas hipóteses de Winkler; as modelagens mais detalhistas do solo envolvem elementos finitos 2D e 3D, ou ainda o emprego do Método dos Elementos de Contorno (MEC).

Um modelo clássico para estudo de problemas com ISE foi apresentado inicialmente por Hetényi (1946). Nesse trabalho foi desenvolvida a equação diferencial fundamental de uma viga apoiada em uma base elástica (molas contínuas) seguindo a hipótese de Winkler. Posteriormente, em Carpenne (1968), foi obtida a matriz de rigidez de um elemento de viga sobre base elástica.

Com objetivo de evitar o cálculo de uma matriz de rigidez específica para um elemento que estivesse apoiado sobre fundação elástica, Bowles (1974) apresentou uma metodologia que consistia na modelagem do solo (base elástica) através de molas discretas acopladas aos nós do elemento finito tradicional de viga. Utilizando essa metodologia, Lai *et al.* (1992) estudaram a resposta de vibração livre de vigas apoiadas sobre meio elástico. Posteriormente, Naidu e Rao (1995) também realizaram análises de vibração livre de vigas e colunas, mas considerando uma fundação elástica com comportamento não linear. Nessa mesma linha, vale ainda ressaltar os trabalhos de Thambiratnam e Zughe (1996a) e (1996b).

Estudos analíticos do problema de vibração flexional de vigas, pórticos e grelhas, bem como o problema de ISE segundo os modelos de Winkler e Pasternak, utilizando a teoria de viga de Timoshenko, foi realizado por Martins (1998).

No trabalho de Messast *et al.* (2006) foi apresentado um método semi-analítico para a análise estática e dinâmica de estacas enterradas em solo com comportamento viscoelástico; as estacas foram consideradas como possuindo comportamento linear elástico.

Gouasmia e Djeghaba (2007) avaliaram os efeitos da interação solo-estrutura sobre as características modais e sobre a resposta dinâmica de pórticos de concreto armado; Al-Azzawi *et al.* (2010) estudaram vigas de concreto armado sobre uma fundação do tipo Winkler considerando as não linearidades geométricas, do material e da fundação; Birk e Behnke (2011) realizaram análises dinâmicas no domínio da frequência de problemas envolvendo estacas circulares enterradas no solo por meio de uma combinação entre o MEF e MEC; a influência do emprego de estacas inclinadas na resposta sísmica da estrutura foi apresentada em Medina *et al.* (2015).

Mais recentemente, Kampitsis e Sapountzakis (2017) apresentaram um estudo de vigas em contato com bases elásticas e plásticas do tipo Winkler. Esses autores também consideraram as não linearidades geométricas e do material da estrutura.

### **1.2.3 A Interação Solo-Estrutura (ISE) no Âmbito do PROPEC**

As pesquisas envolvendo ISE no âmbito do PROPEC tiveram como ponto de partida o trabalho de doutorado de Silveira (1995), que apresentou uma estratégia incremental-iterativa para solução de problemas de equilíbrio e estabilidade de elementos estruturais esbeltos com restrições unilaterais de contato impostas por bases elásticas. Foram consideradas a não linearidade geométrica da estrutura e a não linearidade imposta pela base, as restrições unilaterais de contato. A partir desse trabalho, diversos outros estudos foram realizados no Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil (PROPEC) da UFOP.

Inicialmente, Silva (1998) apresentou um trabalho direcionado ao estudo das placas em contato bilateral e unilateral com bases elásticas. A autora desenvolveu uma metodologia numérica de solução para resolver problemas de equilíbrio não lineares de placas esbeltas e espessas com restrições unilaterais de contato.

Na sequência, Pereira (2003) realizou um estudo sobre o comportamento de vigas com restrições de contato imposta pelo solo ou rocha e empregou o método de Rayleigh-Ritz na solução de casos particulares de vigas com restrições unilaterais de contato. Numa formulação numérica mais geral, o MEF foi considerado na discretização do sistema estrutural e o problema ISE foi resolvido através de técnicas de otimização.

Quase dez anos depois, através de Maciel (2012), foi desenvolvido um estudo envolvendo o equilíbrio e estabilidade elástica de elementos estruturais, como vigas e colunas, em contato bilateral com bases elásticas, que foram representadas através de modelos de molas discretos e contínuos (modelos de Winkler e Pasternak).

Machado (2013) estendeu os trabalhos anteriores e apresentou uma ferramenta computacional para a análise estática não linear de cascas cilíndricas isotrópicas com restrições de contato impostas por bases elásticas. Ele empregou o Método das Diferenças Finitas (MDF) na aproximação das derivadas das equações diferenciais de equilíbrio do sistema casca-base elástica. Para simular o comportamento do solo, foram utilizados os modelos de base elástica de Winkler e de Pasternak.

Análises dinâmicas não lineares de sistemas estruturais reticulados planos considerando a ISE foi realizada por Muñoz (2015). O autor considerou, em suas análises, o comportamento não linear do solo através de molas rotacionais e a não linearidade geométrica da estrutura também foi considerada. As implementações computacionais de Muñoz tiveram como base a plataforma CS-ASA.

Através da utilização da plataforma ANSYS — programa de simulações computacionais multidisciplinares via MEF com aplicação em diferentes campos da engenharia —, foram desenvolvidas as dissertações de Abreu (2016) e Santos (2016). Nesses trabalhos foram realizadas diversas simulações computacionais do equilíbrio estático não linear e estabilidade de colunas, arcos e anéis com restrições bilaterais e unilaterais de contato.

Mais recentemente, a dissertação de Rosas (2016) trouxe as análises dinâmicas não lineares de sistemas estruturais reticulados planos com ISE. Essas análises foram realizadas no sistema computacional CS-ASA com a utilização dos modelos de molas discretas e contínuas para representação do solo. Foram incluídos os efeitos oriundos da não linearidade geométrica da estrutura, e assim como no presente trabalho, o problema transiente não linear foi resolvido através do método de integração de Newmark em combinação com a estratégia incremental e iterativa de Newton-Raphson.

### **1.3 Organização do Trabalho**

O Capítulo 2 tem função conceitual, com apresentação e contextualização do tema em estudo, ou seja, a *Análise Dinâmica Avançada de Estruturas Metálicas com Ligações Semirrígidas e Interação com o Solo*. No decorrer do capítulo são descritos os fundamentos necessários para uma melhor compreensão dos fenômenos que envolvem os efeitos geométricos não lineares, o comportamento inelástico do aço estrutural e das ligações semirrígidas sob ações cíclicas. Os fundamentos sobre o problema de ISE são também apresentados nesse capítulo.

A metodologia numérica adotada na solução do problema transiente não linear é apresentada no Capítulo 3.

No Capítulo 4 são resolvidos vários problemas dinâmicos com o acoplamento dos efeitos não lineares geométricos e inelasticidade do aço, com e sem a presença de ligações semirrígidas. Ele tem o objetivo de validar parte das implementações computacionais

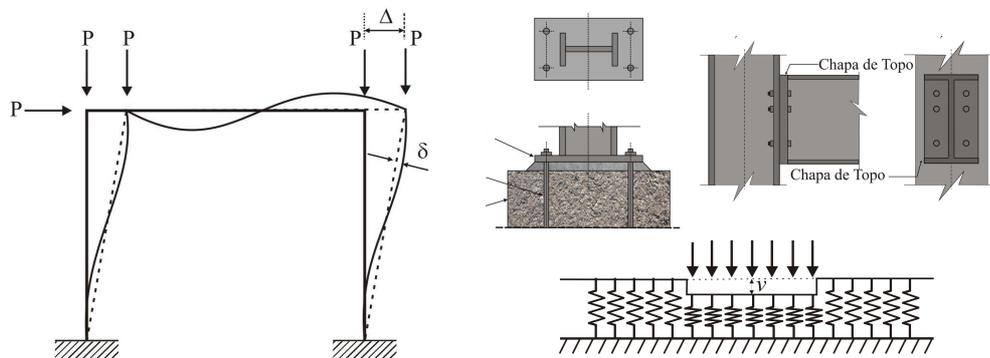
realizadas e os procedimentos numéricos apresentados nos Capítulos 2 e 3, mas sem a consideração da ISE.

O Capítulo 5 é dedicado exclusivamente à modelagem de problemas dinâmicos de estruturas reticuladas planas que, além de contemplarem o acoplamento dos efeitos não lineares, incluem a ISE.

No Capítulo 6 estão as principais conclusões obtidas das análises transientes não lineares realizadas, assim como algumas sugestões para trabalhos futuros.

# Capítulo 2

## Fundamentação Teórica



Fundamentos teóricos são revisados neste capítulo para que haja uma melhor compreensão da metodologia numérica de solução não linear proposta nesta tese. Basicamente, são abordados aspectos importantes relacionados com os efeitos não lineares geométricos e do material, com o comportamento cíclico adotado para o material e para as ligações semirrígidas, e ainda são apresentados os fundamentos do problema de interação solo-estrutura (ISE).

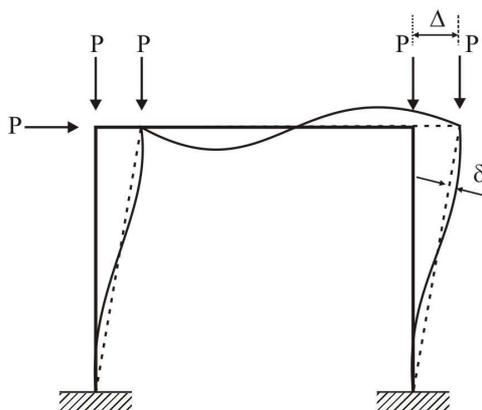
## 2.1 Efeitos Não Lineares nas Estruturas de Aço

Os seguintes efeitos não lineares podem ser destacados nas estruturas de aço: segunda ordem (não linearidade geométrica), inelástico (não linearidade do material) e semirrígidez das ligações. Pode-se ter ainda a presença de outros efeitos não lineares que são provenientes de imperfeições geométricas (oriundas da fabricação, armazenagem, transporte das peças e montagem da estrutura), das tensões residuais ocasionadas principalmente pelo processo de fabricação dos perfis e da distorção das seções transversais devido à atuação da força cortante.

Os efeitos de segunda ordem  $P-\Delta$  e  $P-\delta$  estão relacionados com a deformação da estrutura à medida que esta é carregada. A não linearidade do material está relacionada com a perda da resistência à medida que toda ou parte de uma seção transversal entra em escoamento. No caso das ligações, a não linearidade está associada à curva momento-rotação que representa o comportamento destas durante o processo de carregamento.

### 2.1.1 Não Linearidade Geométrica

A não linearidade geométrica é proveniente dos efeitos de segunda ordem ( $P-\Delta$ , a nível global; e  $P-\delta$ , a nível local), que aparecem devido à modificação da geometria da estrutura, associados à sua deformação, à medida que esta é carregada. Esse comportamento não linear é ilustrado na Figura 2.1 e está presente nas estruturas com deslocamentos relativamente grandes.



**Figura 2.1** Efeitos globais ( $P-\Delta$ ) e locais ( $P-\delta$ ) (Adaptado: ASCE, 1997)

Os efeitos da não linearidade geométrica são simulados neste trabalho a partir da formulação proposta por Yang e Kuo (1994), que usaram o Referencial Lagrangiano

Atualizado (RLA) para descrever o movimento da estrutura. Nesse referencial, a configuração de referência corresponde à última configuração de equilíbrio determinada. Portanto, ao final de cada incremento de tempo, o referencial é transferido para a última configuração de equilíbrio calculada,  $t$ . De acordo com Bathe (1996), formulações baseadas em RLA que incluem os efeitos não lineares devido a grandes deslocamentos, podem apresentar boa eficiência numérica. Considerações a respeito dessa formulação são apresentadas no Capítulo 3.

### **2.1.2 Não Linearidade Física**

Com o intuito de representar o comportamento fisicamente não linear das estruturas de aço, algumas hipóteses são consideradas na modelagem do sistema estrutural: os elementos são inicialmente retos e prismáticos, e suas seções transversais permanecem planas após a deformação; os perfis são compactos de modo que a seção possa desenvolver capacidade total de rotação plástica sem que haja flambagem local; os membros são suficientemente contraventados de forma que a flambagem lateral ou torcional não influencie a resposta do sistema antes do colapso; grandes deslocamentos e rotações de corpo rígido são permitidos; a deformação axial devido à curvatura oriunda de flexão no membro é desprezado; as forças de cisalhamento são relativamente pequenas, e os efeitos de deformação por cortante são desprezados.

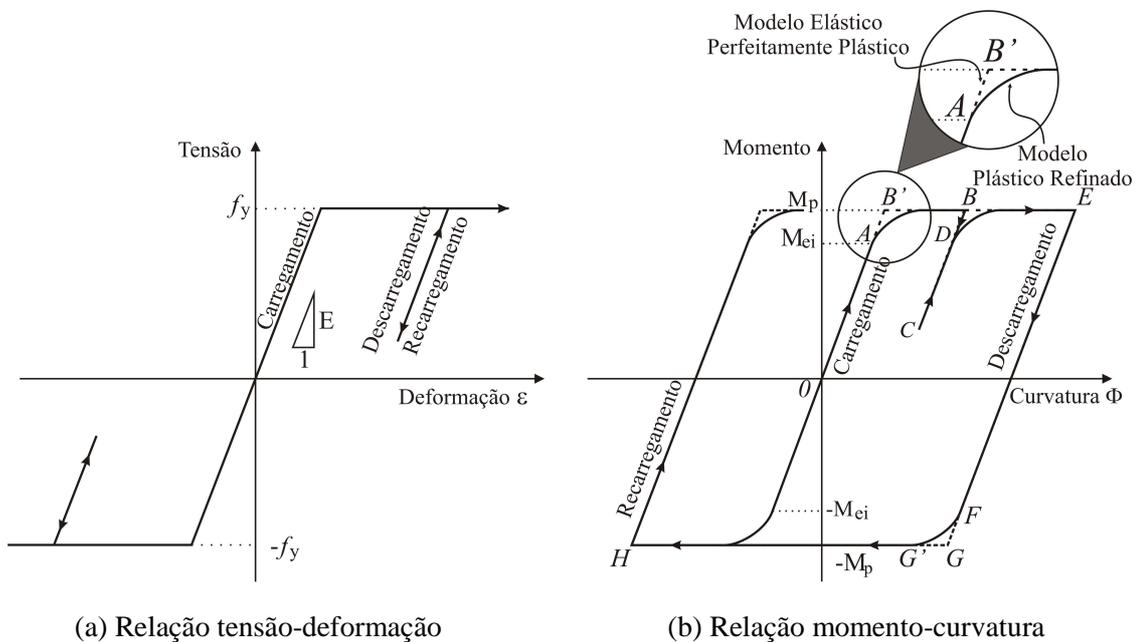
Nas seções transversais de perfis de aço, quando o momento plástico é atingido, o escoamento da seção possibilita grandes rotações, sem que haja aumento ou diminuição significativa dos momentos fletores, ou seja, surgem as chamadas “*rótulas plásticas*”. A seção perde rigidez à rotação, semelhante a uma rótula.

Nesta tese, nas análises envolvendo inelasticidade, a avaliação da plastificação é realizada através de um modelo de plasticidade concentrada, ou seja, através do método da rótula plástica. Isso significa que quando um ponto crítico de resistência plástica (momento plástico da seção) é alcançado, forma-se uma rótula plástica na seção transversal neste ponto, permanecendo o restante do membro em regime elástico.

#### ***2.1.2.1 Modelos Cíclicos de Plasticidade***

Em condições de carga/descarga, o aço pode ser idealizado como um material elastoplástico perfeito e a sua relação de tensão-deformação constitutiva neste caso é ilustrada graficamente na Figura 2.2a. Esse modelo tem representação matemática simples

e requer apenas dois parâmetros, o módulo de Young  $E$  a tensão de escoamento  $f_y$ . Supõe-se que a plastificação ocorre quando a tensão atinge a tensão de escoamento  $f_y$ . Com a tensão de escoamento atingida, um aumento da carga provoca aumento de deformação, sem, no entanto, o aumento da tensão. Quando ocorre um alívio de carga suficiente, o material retorna para o regime elástico, mantendo-se, contudo, com uma deformação residual. Esse nível de plastificação da seção transversal dos membros estruturais, na mesma situação, pode ser controlado por um modelo elastoplástico refinado, como mostrado na Figura 2.2b. Com esse modelo, o processo gradual de escoamento pode ser monitorado desde o início até o escoamento total da seção transversal, ou seja, até a formação de uma rótula plástica (Chan e Chui, 2000).



**Figura 2.2** Modelo histerético elástico perfeitamente plástico constitutivo do material

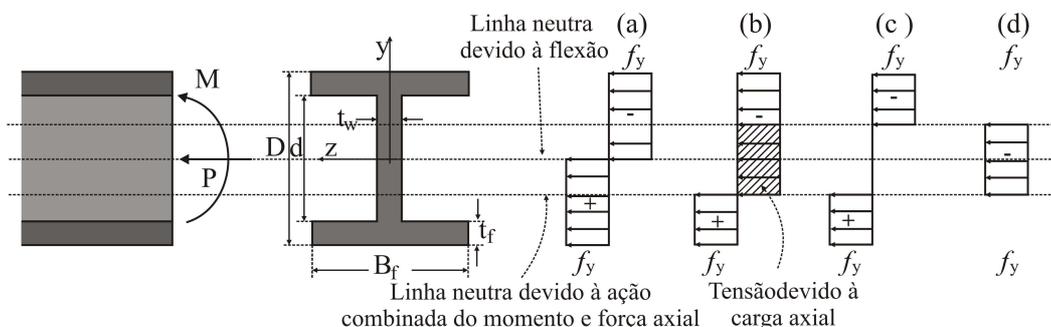
Na Figura 2.2b tem-se o comportamento da seção durante o processo de carga e descarga representado pela sua relação momento-curvatura para um modelo elástico perfeitamente plástico e para o comportamento elastoplástico refinado.

No modelo elástico-perfeitamente plástico, o material da seção permanece em regime elástico ao longo das linhas  $OAB'$  sob carregamento. Quando o momento plástico é atingido,  $M_p = Zf_y$ , onde  $Z$  é o módulo plástico, é formada uma rótula plástica, de modo que nenhum momento adicional pode ser absorvido. Desse modo, o percurso continua ao longo da linha horizontal  $B'B$ . Quando ocorre um descarregamento no ponto  $B$ , o sentido da rotação é invertido e a seção retorna ao regime elástico, mas com uma deformação

residual. Nesse caso, como ilustrado na Figura 2.2b, a linha  $BC$  segue paralela à linha virgem  $OA$ . Se recarregado no ponto  $C$ , o caminho vai se mover ao longo de  $CB$  até atingir o momento plástico  $M_p$ , e continuar ao longo da linha  $BE$ . Com uma descarga no ponto  $E$ , o caminho  $EFGG'H$  vai ser seguido, sendo que a linha  $GG'H$  indica que foi atingindo o momento plástico negativo ( $-M_p$ ).

O comportamento para o modelo elastoplástico refinado é semelhante ao do modelo elástico-perfeitamente plástico, exceto pela consideração da degradação parcial da seção transversal. Nesse modelo, a seção permanece em regime elástico ao longo da linha  $OA$  sob a condição de carregamento, sendo que no ponto  $A$  ocorre o início de escoamento da seção, quando é atingido o momento de início de escoamento ( $M_{ei}$ ). A curva  $AB$  representa a plastificação progressiva da seção até o momento plástico ser atingido no ponto  $B$ . Na ocorrência de descarga no ponto  $B$ , o caminho segue a linha  $BDC$  de modo que o momento no ponto  $C$  é menor que o momento de escoamento inicial no ponto  $D$ . No recarregamento, o caminho se move ao longo da linha  $CD$  em regime perfeitamente elástico e, em seguida, segue a curva  $DE$ , ou seja, degradando de maneira parcial a seção. Da mesma forma, sob condição de descarregamento no ponto  $E$ , e recarregamento negativo, o caminho se move ao longo de  $EFG'H$ . A linha  $G'H$  indica que o momento plástico negativo ( $-M_p$ ) foi atingido.

Quando uma seção é submetida apenas a momento plástico de intensidade  $M_p$ , a distribuição de suas tensões é a representada pela Figura 2.3a. No entanto, na presença de força axial de compressão, surgem tensões adicionais na seção. Desse modo, a distribuição de tensões é alterada. A região da seção cujas fibras estão comprimidas aumenta e, conseqüentemente, a região onde as fibras estão tracionadas diminui, como mostra a Figura 2.3b; para a ação combinada, em 2.3c, tem-se a parcela referente ao momento e em 2.3d a parcela referente à força axial.



**Figura 2.3** Distribuição de tensões na seção transversal – Momento positivo

Quando ocorre a atuação simultânea do momento fletor  $M$  e da força axial  $P$ , a capacidade plástica da seção é reduzida. Nesse caso, o estado limite último da seção transversal é definido por uma curva de interação momento-força axial.

As curvas de interação momento-força axial ( $M-P$ ) são usualmente adotadas para se estimar a capacidade última da seção transversal de membros estruturais em análises inelásticas. Assim, o limite de plastificação é definido por meio de uma combinação dos esforços internos.

Através da curva de interação momento-força axial ( $M-P$ ), ou superfície de resistência na análise inelástica, é possível identificar quando ocorre a formação de uma rótula plástica, de modo a permitir a utilização de toda a capacidade resistente do membro antes do limite de resistência ser atingido.

A curva exata da superfície de resistência depende da forma da seção transversal do membro estrutural. Existem na literatura algumas expressões fechadas para a superfície de resistência, no entanto, essas se aplicam somente a seções axialmente simétricas.

Como essa pesquisa está restrita a estruturas reticuladas planas, as superfícies de resistências são constituídas apenas pela combinação de um momento fletor e da força axial. São adotadas para as superfícies de resistência as expressões fornecidas pela norma britânica BS-5950 (2000) para definir a variação do momento de plastificação com o esforço normal,  $M_{pr}$ , de perfis I ou H compactos e com mesas iguais.

Para o eixo de maior inercia, são definidas as seguintes expressões para o momento plástico reduzido (BS-5950, 2000):

$$M_{pr} = f_y \left[ Z - \frac{A^2}{4t_w} \left( \frac{P}{P_y} \right)^2 \right], \text{ para } \frac{P}{P_y} \leq t_w(D - 2t_f) / A \quad (2.1a)$$

$$M_{pr} = f_y \left[ \left( \frac{A^2}{4B_f} \right) \left( \frac{2B_f D}{A} - 1 \right) + \frac{P}{P_y} \right] \left( 1 - \frac{P}{P_y} \right), \text{ para } \frac{P}{P_y} > t_w(D - 2t_f) / A \quad (2.1b)$$

em que  $f_y$  é a tensão de escoamento,  $A$  é a área da seção do perfil,  $t_w$  é a espessura da alma,  $t_f$  é a espessura da mesa,  $B_f$  é a largura da mesa,  $D$  é a altura da seção do perfil e  $Z$  é o módulo plástico da seção.

O momento que define a superfície de início de escoamento reduzido,  $M_{er}$  varia com o esforço normal  $P$ , e é definido como (Chan e Chui, 2000):

$$M_{er} = (f_y - f_r - P / A) W \quad (2.2)$$

com  $f_r$  sendo a tensão residual e  $W$  o módulo elástico.

As Equações (2.1a-b) definem a superfície de interação entre força axial e momento fletor usada para avaliar a capacidade resistente da seção.

Para consideração das tensões residuais e das imperfeições geométricas iniciais seguem-se algumas recomendações normativas. O *European Convention for Construction Steelwork* (ECCS, 1983), estabelece que a tensão residual máxima depende da razão entre a altura e a largura da seção. Esse valor é usado na obtenção do momento de início de escoamento reduzido,  $M_{er}$ .

## 2.2 Ligações Semirrígidas nas Estruturas de Aço

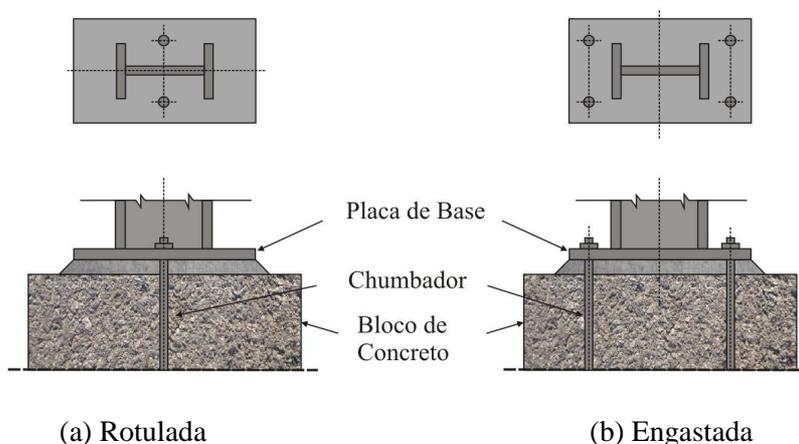
Nas construções estruturadas em aço, a utilização das ligações base-pilar ou viga-pilar é de fundamental importância. É necessário então que engenheiros projetistas tenham uma boa compreensão acerca do comportamento dessas ligações. Por essa razão, diversos estudos estão sendo desenvolvidos e as novas normas (NBR 8800, 2008; AISC, 2010; Eurocode, 2005), como já mencionado, já incluem procedimentos para consideração da rigidez das ligações viga-pilar e base-pilar nas análises computacionais para projetos de estruturas de aço.

As ligações base-pilar são responsáveis por transferir os carregamentos impostos ao sistema estrutural para a fundação da edificação, bem como, no caso de atividade sísmica, transferir as acelerações do solo devido ao terremoto para a superestrutura.

Tradicionalmente, as ligações de base-pilar são rotuladas ou engastadas. A ligação de base rotulada ideal assemelha-se a uma rótula perfeita e possui grandes dificuldades de fabricação, por isso é pouco utilizada. A forma mais comum para se aproximar o comportamento real de uma ligação de base rotulada é através do emprego de uma placa soldada à extremidade inferior do pilar e colocação de chumbadores posicionados o mais próximo possível de seu eixo de interesse (Figura 2.4a). Esse tipo de base torna menor o custo da fundação, uma vez que ocorre menor transferência de esforços para a fundação.

Normalmente, as bases engastadas propiciam estruturas mais econômicas e fundações mais onerosas que as rotuladas. Esse tipo de base engastada tem a capacidade de resistir, além das forças verticais, aos momentos fletores. Na Figura 2.4b tem-se a ligação de base engastada tradicionalmente utilizada, que consiste também em uma placa soldada à

extremidade inferior do pilar, mas agora com os chumbadores afastados da linha de eixo central do pilar, com objetivo de formar um braço de alavanca.



**Figura 2.4** Ligações base-pilar

Com relação às ligações viga-pilar, essas, quando completamente soldadas são geralmente classificadas como ligações rígidas, pois são as que apresentam maior resistência à flexão e menor capacidade rotacional; já as ligações com cantoneiras de alma são geralmente classificadas como rotuladas, apresentando pouca resistência à flexão e maior capacidade rotacional. Ligações situadas entre esses dois extremos são classificadas como semirrígidas. Na Figura 2.5 têm-se exemplos de ligações viga-pilar.

Embora esses sistemas de ligação base-pilar e viga-pilar tenham sido amplamente testados e utilizados em várias edificações, alterações de detalhes dessas ligações nas etapas de projeto ou execução, podem afetar seu desempenho e conseqüentemente o desempenho estrutural do sistema como um todo, principalmente quando a estrutura se encontra sob o efeito de ações dinâmicas.

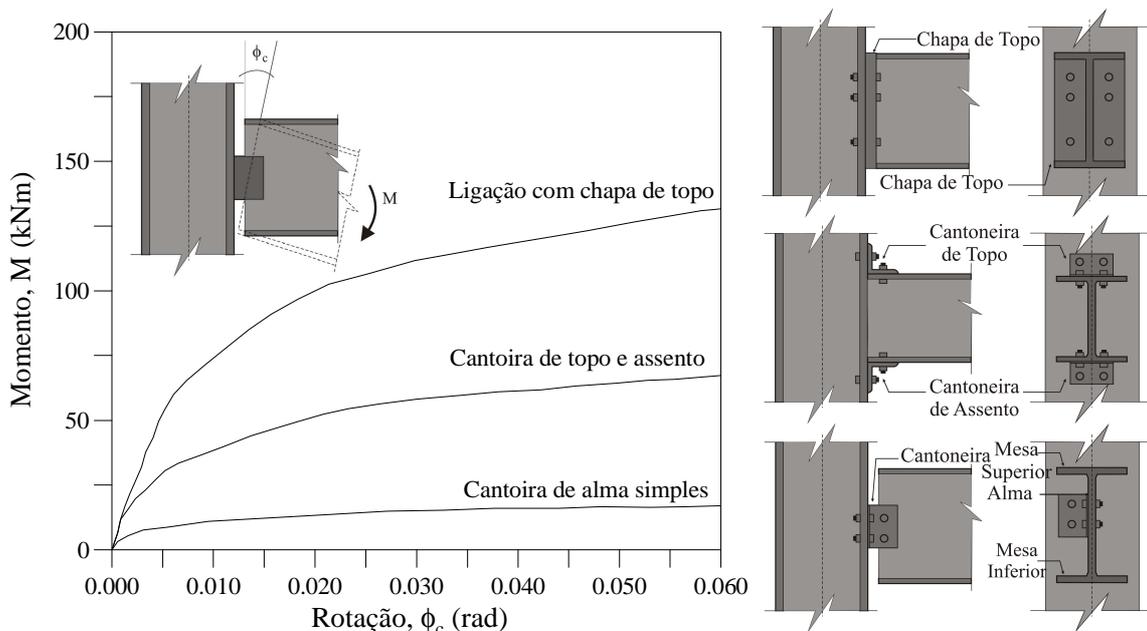
Com a simples modificação de um parâmetro, uma determinada ligação pode apresentar diferentes comportamentos rotacionais, tornando-se semirrígida. Por exemplo, ao variar a espessura da chapa de ligação ou o diâmetro dos parafusos empregados, a rigidez e a resistência de da ligação podem ser alteradas.

### 2.2.1 Comportamento das Ligações

Na análise de estruturas com ligações semirrígidas, se faz necessário a modelagem do comportamento da ligação. A descrição desse comportamento é comumente realizada através de curvas momento-rotação, que são obtidas por ensaios experimentais ou através de simulação numérica em elementos finitos de modelos realistas.

Três curvas momento-rotação de ligações semirrígidas são apresentadas na Figura 2.5. A variação de  $\phi_c$  corresponde à rotação entre os elementos interligados, com um momento aplicado. A rigidez da ligação, denotada neste trabalho por  $S_c$ , é uma característica de fundamental importância. Matematicamente, ela representa a inclinação da reta tangente à curva momento-rotação (Figura 2.5).

A intensidade de  $S_c$  pode ser associada a algum parâmetro que relacione a rigidez da ligação com a rigidez do membro a ela interligado. Cunningham (1990) propôs a adoção do fator fixo de rigidez (*fixity factor*),  $\gamma = (1 + 3EI/(S_cL))^{-1}$ , em que  $L$  representa o comprimento do elemento. Os valores extremos que o fator fixo assume são 0 e 1. Para uma ligação perfeitamente rotulada, a rigidez da ligação é nula e, portanto,  $\gamma = 0$ ; já para uma ligação idealmente rígida, o fator fixo  $\gamma$  tem valor 1, uma vez que a rigidez da ligação é extremamente elevada ( $S_c \rightarrow \infty$ ).



**Figura 2.5** Aspecto típico das curvas momento-rotação de algumas ligações

A rigidez da conexão pode ser descrita da seguinte forma:

$$S_c = \frac{dM}{d\phi_c} \quad (2.3)$$

em que  $M$  é o momento fletor atuante na ligação e  $\phi_c$  é o seu deslocamento rotacional.

A incorporação das curvas momento-rotação, ou seja, a consideração das ligações semirrígidas, na análise estrutural proporciona resultados mais precisos que os obtidos

através da análise convencional. Os modelos matemáticos para representação das curvas momento-rotação devem fornecer uma curva suave com a primeira derivada positiva. Para um modelo que represente a ligação com comportamento linear é necessário apenas um parâmetro para definir sua rigidez a rotação. Neste caso, a relação momento-rotação pode ser escrita como:

$$M = S_{cini}\phi_c \quad (2.4)$$

com  $S_{cini}$  representando a rigidez inicial, que é determinada pela fase inicial de carregamento. Este modelo é simples e a sua utilização é mais adequada em situações que envolvem pequenos deslocamentos, tais como as análises lineares e análises de vibrações livres (Chan e Chui, 2000; Galvão, 2004; Silva 2009).

Modelos analíticos que contemplem um comportamento mais realista das ligações, que pode ser altamente não linear, normalmente são bastante complexos e de difícil implementação computacional. Além disso, esses modelos nem sempre são adequados para todos os tipos de ligações.

A seguir são descritos três modelos matemáticos utilizados nesse trabalho, e que são capazes de descrever o comportamento não linear das ligações: modelo de potências com quatro parâmetros (Richard Abbott, 1975); modelo exponencial (Chen e Lui, 1991); e o modelo multilinear (Chan e Chui, 2000; Silva, 2009). Diferentemente do modelo linear, no qual a rigidez da ligação permanece constante, esses modelos são capazes de fornecer valores atualizados da rigidez da ligação (rigidez tangente) durante o processo de carregamento da estrutura.

### 2.2.2 Modelo de Potências com Quatro Parâmetros

O modelo de potência com quatro parâmetros para representação do comportamento de ligações semirrígidas proposto por Richard e Abbott (1975) descreve a relação momento-rotação da seguinte maneira:

$$M = \frac{(S_{cini} - R_p)|\phi_c|}{\left[1 + \left|(S_{cini} - R_p)|\phi_c|/M_o\right|^n\right]^{1/n}} + R_p|\phi_c| \quad (2.5)$$

com  $R_p$  sendo a rigidez devido ao encruamento da ligação quando  $\phi_c$  tende a infinito,  $n$  é um parâmetro que define a forma da curva e  $M_o$  um momento de referência. Para definição

da função são necessários apenas quatro parâmetros, por isso é considerado simples. Além disso, possui boa eficiência computacional, pode ser aplicado a qualquer tipo de ligação para representação do comportamento de ligações semirrígidas.

A partir deste modelo, podem ser obtidos outros três: modelo linear ( $R_p \approx S_{cini}$ ); modelo bilinear ( $n \rightarrow \infty$ ); e desprezando o efeito do endurecimento do material, ou seja, considerando  $R_p$  igual a zero, a Equação (2.5) transforma-se no modelo de potências de três parâmetros sugerido por Kishi e Chen (1986).

### 2.2.3 Modelo Exponencial

No modelo exponencial (Lui e Chen, 1986), a curva momento-rotação é definida através da seguinte expressão matemática:

$$M = M_o + \sum_{m=1}^n C_j \left[ 1 - \exp\left(\frac{-|\phi_c|}{2m\alpha}\right) \right] + R_p |\phi_c| \quad (2.6)$$

em que  $M$  é o momento na ligação,  $M_o$  é o momento inicial,  $\phi_c$  é a sua deslocamento rotacional,  $R_p$  é a rigidez devido ao encruamento da ligação,  $\alpha$  é um fator de escala,  $n$  é o número de termos considerados no ajuste e  $C_m$ , para  $m=1, 2, \dots, n$ , são coeficientes de ajuste da curva.

### 2.2.4 Modelo Multilinear

O modelo multilinear pode ser utilizado para representação uma curva momento-rotação obtida experimentalmente ou, ainda, para contornar as dificuldades de não se ter um modelo específico para certo tipo de ligação.

Para esse último modelo, considera-se a possibilidade do usuário fornecer alguns pontos da curva momento-rotação da ligação. São definidos, então,  $m$  pares ordenados  $(\phi_c, M)$ , e através de um processo de interpolação linear, obtém-se a rigidez da ligação, para cada seguimento da curva  $(\phi_c, M)$ . Nesse caso, a rigidez da ligação é calculada como:

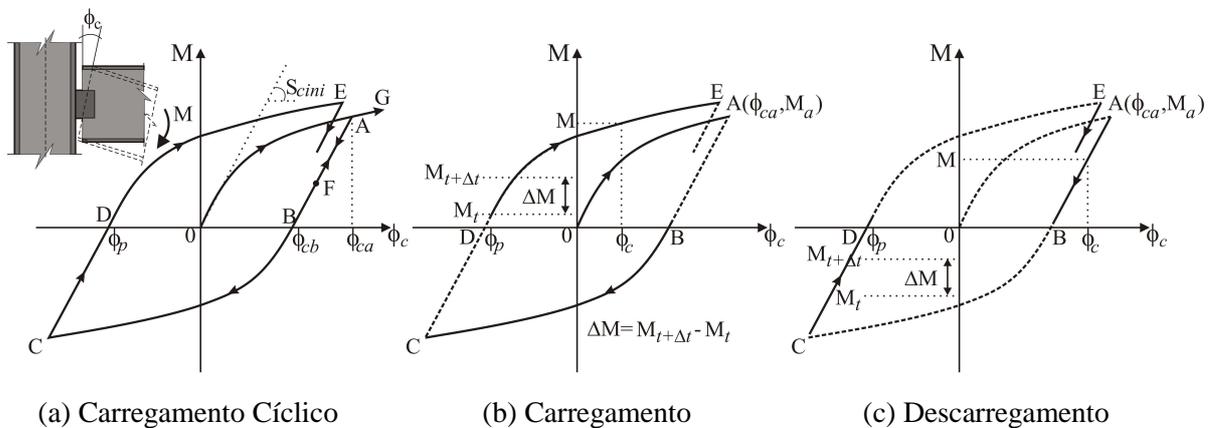
$$S_c = \frac{\Delta M}{\Delta \phi_c} = \frac{M_{(i+1)} - M_i}{\phi_{c(i+1)} - \phi_{ci}} \quad (2.7)$$

com  $M_i$  e  $M_{(i+1)}$  sendo os limites inferior e superior do intervalo no qual se encontra o momento  $M$ , que atua na ligação. Esse intervalo é estabelecido em função do nível de carregamento aplicado.

## 2.2.5 Comportamento Histerético da Ligação

Na Figura 2.6a é ilustrado o aspecto típico do comportamento histerético de uma ligação. Através dessa figura é possível esclarecer algumas fases desse comportamento (*independent hardening model*). O trecho  $OA$  descreve o comportamento da ligação durante o processo inicial de carregamento da estrutura. Quando ocorre uma inversão no sentido da sollicitação, tem-se caracterizado o processo de descarregamento. Sendo assim, a intensidade do momento fletor que atua na ligação diminui. As setas estabelecem o sentido dos caminhos, indicando a variação do momento ao longo da análise. Os caminhos  $AB$  e  $CD$  na figura exibem tal situação. Após o descarregamento completo, no qual se tem  $M = 0$ , ocorre novamente o processo de carregamento, comumente referido como carregamento reverso. Os trechos  $BC$  e  $DE$  exemplificam o processo de carregamento reverso e recarregamento, respectivamente.

Observa-se que, após a primeira etapa de descarregamento completo, apenas uma parcela da deformação total,  $\phi_{ca}$ , é recuperada e a ligação permanece com uma deformação residual permanente,  $\phi_{cb}$ . Isso acontece também após os outros ciclos de carga e descarga.



**Figura 2.6** Comportamento histerético da ligação semirrígida - *independent hardening model*

Para se obter as equações que representam a relação momento-rotação nos casos de carregamento, considera-se o trecho  $DE$  na Figura 2.6b. O momento fletor  $M$  em qualquer posição dessa trajetória que se inicia em  $D$ , pode ser calculado de uma forma geral, como:

$$M = f(\phi_c - \phi_p) \quad (2.8)$$

na qual a função  $f$  é definida de acordo com um modelo matemático que descreve o comportamento não linear momento-rotação da ligação quando submetida a carregamento

estático, e  $\phi_c$  é a rotação correspondente a  $M$ . Já a rigidez da ligação, definida matematicamente como a inclinação da reta tangente à curva momento-rotação, é dada por:

$$S_c = \left. \frac{dM}{d\phi_c} \right|_{\phi_c = (\phi_c - \phi_p)} \quad (2.9)$$

Pode-se notar que a fase de carregamento é caracterizada pelo acréscimo de momento fletor,  $\Delta M$ , entre os instantes de tempo  $t$  (anterior) e  $t + \Delta t$  (atual). Além disso, o sinal de  $\Delta M$  é sempre igual ao do momento fletor atuante,  $M$ . Portanto, a condição de carregamento é verificada se a relação  $M \cdot \Delta M > 0$  for satisfeita.

No processo de descarregamento, a curva momento-rotação é linear, com inclinação igual à rigidez inicial da ligação. A Figura 2.6c exibe as regiões onde ocorre o descarregamento. A linha contínua é usada para tal finalidade. Na obtenção das equações momento-rotação nessa fase, considere o trecho  $AB$  do ciclo histerético representado nessa figura. Como a reta passa pelo ponto  $A(\phi_{ca}, M_a)$  e tem inclinação conhecida,  $S_{cini}$ , sua equação é definida como:

$$M = M_a - S_{cini} (\phi_{ca} - \phi_c) \quad (2.10)$$

na qual  $M_a$  estabelece o momento a partir do qual o descarregamento ocorre. Essa grandeza, referida como momento reverso, é encontrada usando a Equação (2.8), para  $\phi_c = \phi_{ca}$ .

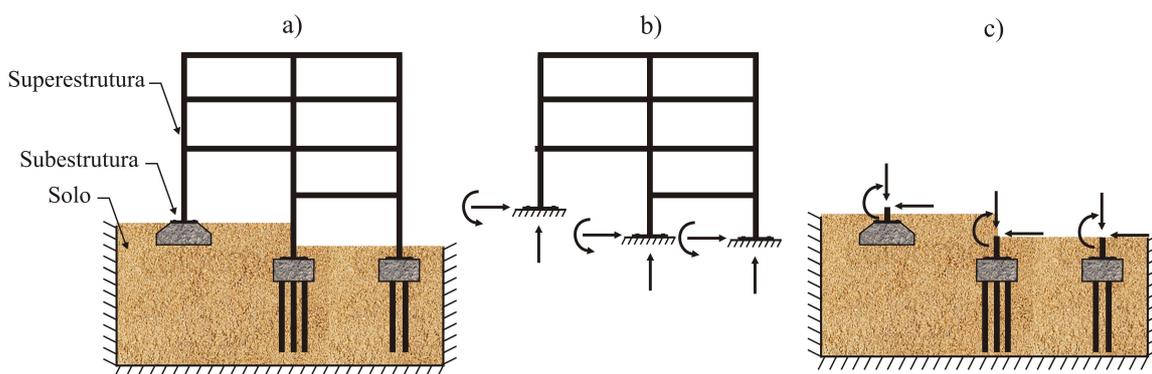
Observa-se que durante o processo de descarregamento,  $M \cdot \Delta M < 0$  (Figura 2.6a). Se a ligação estiver sendo descarregada de  $A$  a  $F$  e voltar a ser carregada antes de completar o processo de descarregamento, o comportamento momento-rotação desse elemento deverá seguir a trajetória  $FA$  até alcançar o último momento reverso encontrado. A partir de então, o processo de carregamento segue a curva original momento-rotação obtida considerando a última rotação permanente,  $\phi_p$ , encontrada.

### 2.3 Interação Solo-Estrutura (ISE)

O mecanismo de interação entre superestrutura, subestrutura e solo (Figura 2.7), é denominado ISE, sendo este um processo que se inicia na fase de construção da edificação. A Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT) estabelece diretrizes para o projeto da superestrutura em normas como a NBR 6118 (2014) e NBR 8800 (2008); já na

NBR 6122 (2010) estão as diretrizes para projetos da subestrutura. Entretanto, nenhuma dessas especificações aborda o mecanismo de ISE de maneira aprofundada. Assim, inúmeros esforços vêm sendo empregados para o avanço da modelagem e simulação da interação solo-estrutura, uma vez que o estudo da ISE é de grande importância para os projetistas estruturais. Essa interação está presente em praticamente todas as obras de engenharia civil e seu impacto significativo sobre as respostas estáticas e dinâmicas das estruturas está cada vez mais despertando interesse na comunidade.

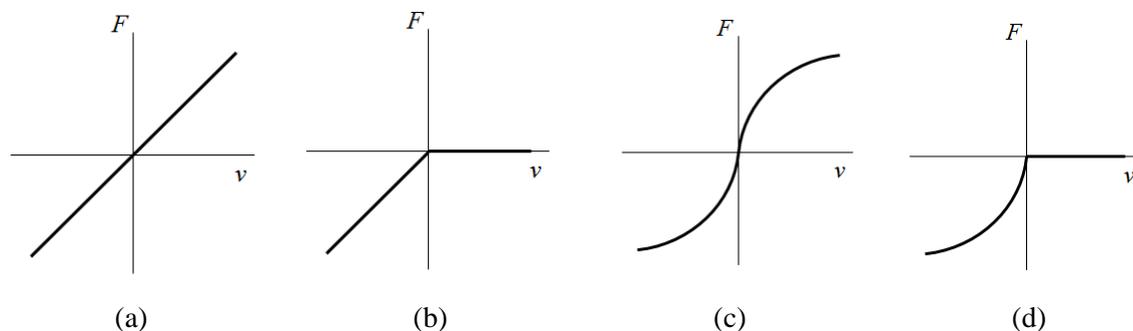
Estudos como os de Holanda Jr. (1998), Souza e Reis (2008) e Pavan *et al.* (2014), entre outros, demonstram a importância da consideração da ISE em projetos de engenharia e como esse fenômeno colabora para a redistribuição de esforços em estruturas apertadas. Além disso, outras pesquisas como as de Chopra e Gutierrez (1974), Bielak (1976), Iguchi, (1978), demonstraram que a resposta transiente de uma estrutura sobre um solo com certa trabalhabilidade pode diferir significativamente da sua resposta quando esta se apoia sobre uma base rígida.



**Figura 2.7** a) Sistema integrado solo-estrutura; b) Sistema simplificado da estrutura; c) Sistema simplificado da fundação (Adaptado: Covas e Almeida, 2014)

Para melhor compreensão dos efeitos da ISE é necessário o entendimento de como se comporta o solo quando submetido a carregamentos oriundos de uma edificação, e ainda o seu comportamento físico durante esse processo de carregamento. O problema de ISE pode ser tratado como um problema de contato bilateral ou unilateral. Em situações onde o solo e a estrutura estão completamente vinculados, o contato é denominado como bilateral, e no caso onde não existe a vinculação entre o solo e estrutura, o contato é denominado unilateral (Figura 2.8). Na Figura 2.8a, nota-se que o solo oferece reação às solicitações de tração e compressão, sendo a relação constitutiva força-deslocamento linear (rigidez do

solo constante). Já na Figura 2.8b tem-se o contato unilateral, ou seja, a reação do meio ocorre apenas aos esforços de compressão. Nas Figuras 2.8c e 2.8d tem-se a relação constitutiva do solo não linear para contato bilateral e unilateral, respectivamente.



**Figura 2.8** Relação força-deslocamento do solo

No entanto, o comportamento real do solo é de difícil descrição, e ao longo dos anos foram desenvolvidos diferentes modelos matemáticos na tentativa de representá-lo. Dutta e Roy (2002) e posteriormente Wang *et al.* (2005) realizaram uma revisão dos modelos mais comuns de meios elásticos com um, dois e três parâmetros comumente utilizados para descrever o comportamento do solo ao longo do processo de carregamento da estrutura. Ainda no trabalho de Wang *et al.* (2005), pode ser encontrada uma revisão sobre os métodos de solução aproximados para simulação do problema ISE. Mereceram destaque: o Método dos Elementos Finitos (MEF) e o Método dos Elementos de Contorno (MEC).

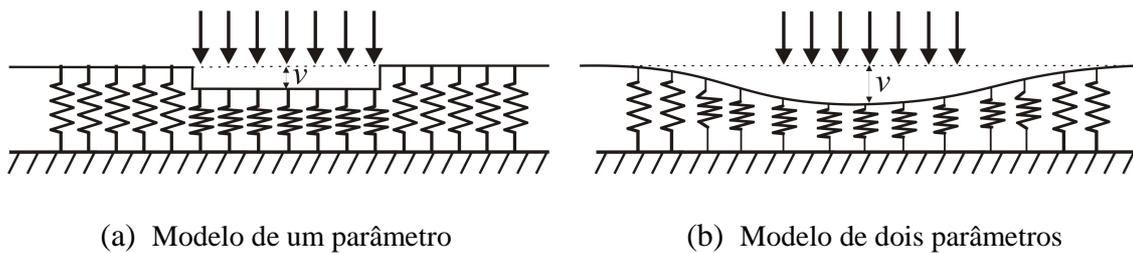
Por ser de mais fácil compreensão e implementação, o MEF é o mais comum e mais empregado nos softwares comerciais e no meio científico-acadêmico. Contudo, são menos comuns os trabalhos disponíveis na literatura que fazem uso exclusivamente do MEF para análise de ISE, uma vez que sua utilização para modelagem do solo como um meio tridimensional tende a inviabilizar a análise devido a grande manipulação de dados e o elevado custo de processamento.

O MEC, por sua vez, está presente em uma ampla quantidade de trabalhos acadêmicos envolvendo problemas de ISE. No entanto, é pouco utilizado na prática de projetos de engenharia.

Outra maneira de realizar a simulação do solo em problemas que envolvem a ISE, que se destaca pela praticidade, é a utilização de molas dispostas ao longo da região de

contato da estrutura com o solo. Embora seja alvo de crítica de alguns autores, esse modelo é de grande utilização e se justifica por seu fácil entendimento físico e implementação em um programa computacional de análise estrutural e por isso será o modelo utilizado para o desenvolvimento deste estudo.

Dentre os modelos de molas, os mais simples são os que apresentam apenas um parâmetro para definição das propriedades do material da fundação elástica (solo). Como por exemplo, o modelo de molas (Figura 2.9a) que empregam as hipóteses de Winkler (Silveira, 1995; Maciel, 2012). Nesse modelo, as molas são estreitamente espaçadas, independentes entre si e não se considera a interação entre elas, o que significa que, se a base é submetida a uma carga distribuída em sua superfície, as molas localizadas fora da região carregada não serão afetadas. Outros modelos com dois parâmetros para definição do comportamento do solo, como os de Pasternak, Filonenko-Borodich e Vlasov (Naidu e Rao, 1995; Silva, 1998), já consideram a interação entre as molas (Figura 2.9b).



**Figura 2.9** Deslocamento da base elástica

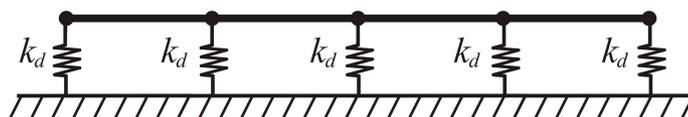
Sob o aspecto da modelagem computacional via MEF, são apresentados a seguir os modelos de mola empregados nesta tese para simular o problema de ISE.

### 2.3.1 Modelo de Molas Discretas

Neste modelo, o solo ou rocha é representado por molas discretas dispostas ao longo da região de contato (Figura 2.10), sendo a mola adicionada nos pontos nodais dos elementos finitos. Nesse tipo de representação, a malha de elementos finitos é de fundamental importância. A reação da base em um dado ponto de contato é assumida como proporcional ao deslocamento vertical da estrutura nesse mesmo ponto, independente dos deslocamentos em outros pontos da estrutura que estão em contato com a base, e pode ser expressa por:

$$r_b = k_d v_b |_{(x_i, y_i)} \quad (2.11)$$

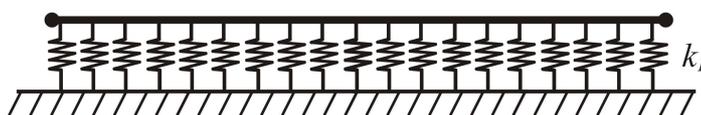
em que  $r_b$  é a reação do solo,  $k_d$  é o parâmetro de rigidez da mola (unidade de força por comprimento),  $v_b$  é o deslocamento do solo e  $(x_i, y_i)$  representa a posição dos nós da estrutura e da base que estão em contato.



**Figura 2.10** Modelo de molas discretas

### 2.3.2 Modelo Contínuo de Winkler

O modelo contínuo de Winkler também representa a região de contato através de um sistema de molas estreitamente espaçadas e independentes entre si (Figura 2.11), no entanto, as molas são conectadas ao corpo do elemento finito, não necessitando que a discretização (nós) coincidam com a posição das molas.



**Figura 2.11** Modelo contínuo de molas

Para esse modelo a reação da base em contato com a estrutura é dada pela expressão:

$$r_b = k_l v_b \quad (2.12)$$

sendo  $r_b$  a reação do solo,  $k_l$  o parâmetro de rigidez do solo  $v_b$  o deslocamento. De posse de  $k_l$ , pode-se também obter o valor do parâmetro de rigidez para o modelo discreto,  $k_d$ .

O parâmetro de rigidez do solo  $k_l$  é usualmente conhecido por coeficiente de reação vertical, coeficiente de recalque, módulo de reação, ou ainda coeficiente de mola. Esse parâmetro pode ser definido pela Equação (2.12), ou pode ser obtido através de ensaios de

placa, tabelas de valores típicos, correlações de parâmetros do solo, ou pelo cálculo do recalque real da fundação.

No ensaio de placa é aplicado um carregamento perpendicular à placa e seu deslocamento é medido. Considera-se que a reação da base é proporcional ao deslocamento da placa em um determinado ponto, admitindo o solo como um material elástico, ou seja, que obedece à Lei de Hooke. O valor obtido no ensaio precisará ser corrigido considerando a dimensão e forma da fundação real da estrutura.

É possível encontrar na literatura tabelas que estimam o valor do parâmetro de rigidez do solo  $k_f$  para modelo de Winkler. Na Tabela 2.1, são apresentados alguns valores de  $k_f$  para uma placa quadrada de 1 pé. A esses valores também cabem as correções de dimensões e forma.

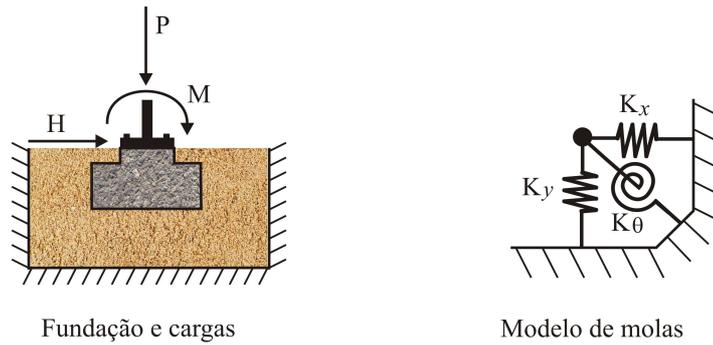
**Tabela 2.1** Valores para  $k_f$  em  $N/cm^3$  (Adaptado: Terzaghi, 1955 *apud* Veloso e Lopes, 2011)

<b>Argilas</b>	<b>Rija</b>	<b>Muito Rija</b>	<b>Dura</b>
Faixa de valores	15,69 – 31,38	31,38 – 62,76	26,6
Valor proposto	23,54	47,07	10,13
<b>Areias</b>	<b>Fofa</b>	<b>Med. Compacta</b>	<b>Compacta</b>
Faixa de valores	5,88 – 18,63	18,63 – 94,14	94,14 – 313,81
Areia acima do N.A	12,75	41,19	151,91
Areia submersa	7,85	25,5	94,14

### 2.3.3 Coeficientes de Mola para Fundações Rasas

A determinação do coeficiente de reação vertical do solo pode ser feita de uma forma direta através de correlações com as propriedades elásticas do maciço do solo, admitindo-se alguns fatores como forma, dimensões e rigidez do elemento de fundação.

No caso de fundações rasas (radiers e sapatas) não existe uma expressão de caráter geral para se expressar a rigidez relativa fundação-solo, e sim algumas propostas na literatura. Desse modo, neste trabalho, para os casos de aplicação de fundações rasas apresentados no Capítulo 5, às rigidezes das molas que representam flexibilidade de fundação (Figura 2.12) são calculas para diferentes valores de módulo de cisalhamento do solo de acordo com ASCE / SEI 41-06 (2007).



**Figura 2.12** Modelo de molas discretas para fundações rasas (Adaptado: ASCE/SEI 41-06, 2007)

Para efeito de simulação, e correlação entre o módulo de elasticidade longitudinal e o módulo de elasticidade transversal, o coeficiente de Poisson pode ser adotado igual a 0,3 uma vez que a sua variação não apresenta influência significativa na obtenção dos resultados finais. No entanto, ensaios tem demonstrado que, de uma maneira geral, esse coeficiente tem variado de 0,30 a 0,35 para siltes, de 0,10 a 0,50 para argilas e de 0,15 a 0,40 para areias (Souza e Reis, 2008).

O módulo de elasticidade dos solos apresenta uma variabilidade muito grande e desse modo é recomendado que essa propriedade seja determinada por ensaios triaxiais, ensaios de penetração estática (CPT) ou ensaios de penetração dinâmica (SPT). Na Tabela 2.2 tem-se alguns intervalos de variação dos módulos de elasticidade para alguns tipos de solo.

Para expressar a rigidez relativa fundação-solo, a ASCE/SEI 41-06 (2007) fornece a seguinte equação para determinações dos coeficientes de mola para o caso de fundações rasas em certa profundidade.

$$K_{prof} = \beta \cdot K_s \quad (2.13)$$

sendo que  $K_s$  e  $\beta$  definidos para cada grau de liberdade.

Assim, os valores para  $K_s$  são calculados conforme as seguintes expressões:

- Translação ao longo do eixo x:

$$K_{x,s} = \frac{G \cdot B}{2 - \nu} \cdot \left[ 3,4 \cdot \left( \frac{L}{B} \right)^{0,65} + 1,2 \right] \quad (2.14a)$$

- Translação ao longo do eixo y:

$$K_{y,s} = \frac{G \cdot B}{1-\nu} \cdot \left[ 1,55 \cdot \left( \frac{L}{B} \right)^{0,75} + 0,8 \right] \quad (2.14b)$$

- Rotação:

$$K_{\theta,s} = \frac{G \cdot B^3}{1-\nu} \cdot \left[ 0,4 \cdot \left( \frac{L}{B} \right) + 0,1 \right] \quad (2.14c)$$

em que  $\nu$  é o coeficiente de Poisson,  $B$  e  $L$  são, respectivamente, a menor e a maior dimensão da base da fundação (Figura 2.13), e  $G$  é o módulo de elasticidade transversal.

**Tabela 2.2** Valores de  $E$  (Adaptado: Kögler e Scheidig, 1948 *apud* Gusmão Filho, 2008)

<b>Tipo de solo (sedimentares)</b>	<b>Ordem de grandeza de <math>E</math> em <math>N/cm^2</math></b>
Pedregulho compacto	9807 a 19613
Areia compacta	4903 a 7845
Areia fofa	981 a 1961
Argila rijá a dura	785 a 1471
Argila média	392 a 785
Argila mole	147 a 392
Argila muito mole (lodo)	49 a 294
Turfa	10 a 49

Os valores de  $\beta$  para correção devido à profundidade de apoio da fundação são calculados conforme as seguintes expressões:

- Translação ao longo do eixo x:

$$\beta_x = \left( 1 + 0,21 \cdot \sqrt{\frac{D}{B}} \right) \cdot \left[ 1 + 1,6 \left( \frac{h \cdot d(B+L)}{B \cdot L^2} \right)^{0,4} \right] \quad (2.15a)$$

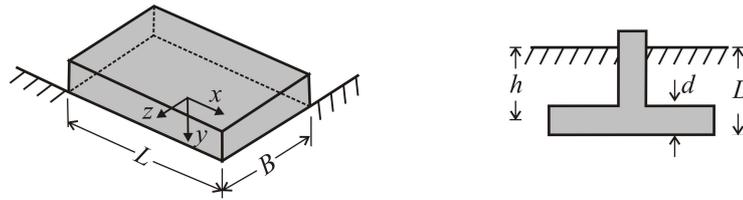
- Translação ao longo do eixo y:

$$\beta_y = \left[ 1 + \frac{1}{21} \cdot \frac{D}{B} \left( 2 + 2,6 \cdot \frac{B}{L} \right) \right] \cdot \left[ 1 + 0,32 \cdot \left( \frac{d(B+L)}{BL} \right)^{\frac{2}{3}} \right] \quad (2.15b)$$

- Rotação:

$$\beta_{\theta} = 1 + 2,5 \cdot \frac{d}{B} \cdot \left[ 1 + \frac{2d}{B} \cdot \left( \frac{d}{D} \right)^{-0,2} \cdot \sqrt{\frac{B}{L}} \right] \quad (2.15c)$$

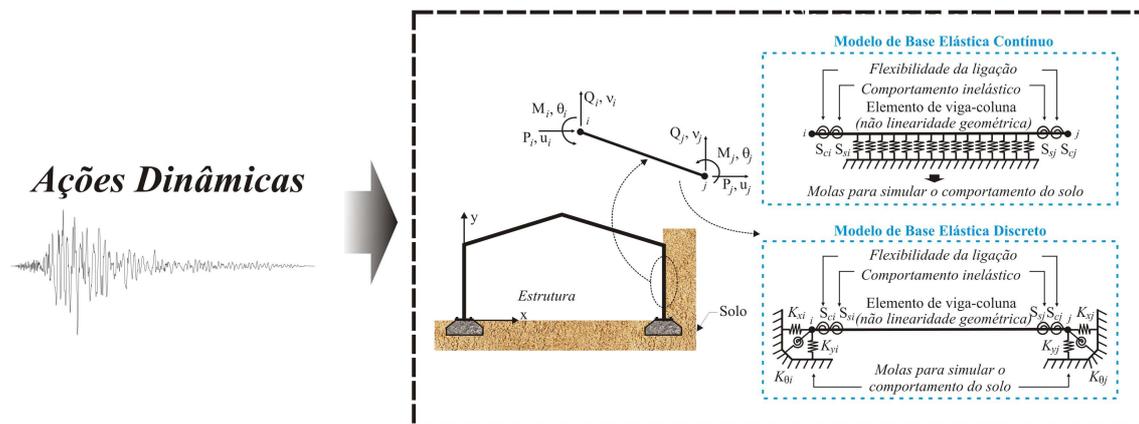
sendo  $d$  a altura da sapata,  $D$  a profundidade de apoio da sapata e  $h$  a distância do nível do solo até a metade altura da sapata (Figura 2.13).



**Figura 2.13** Parâmetros para fundações rasas (Adaptado: ASCE/SEI 41-06, 2007)

# Capítulo 3

## Formulação de Elementos Finitos com Ligações Semirrígidas e Base Elástica



Este capítulo traz a formulação não linear de elementos finitos para análise avançada de estruturas metálicas com ligações semirrígidas e efeito da base elástica. Na sequência têm-se os fundamentos para a realização de uma análise dinâmica não linear, ou seja, a estratégia numérica para solução do problema transiente não linear adotada nesta tese.

### 3.1 Introdução

Como já relatado no capítulo anterior, o conceito básico do Método dos Elementos Finitos (MEF) consiste na discretização do sistema contínuo, no caso, a divisão do sistema estrutural (colunas e vigas) em um número finito de elementos conectados entre si por pontos nodais, onde para cada elemento assume-se um determinado comportamento para a variável (ou variáveis) do problema, em função dos seus valores nodais.

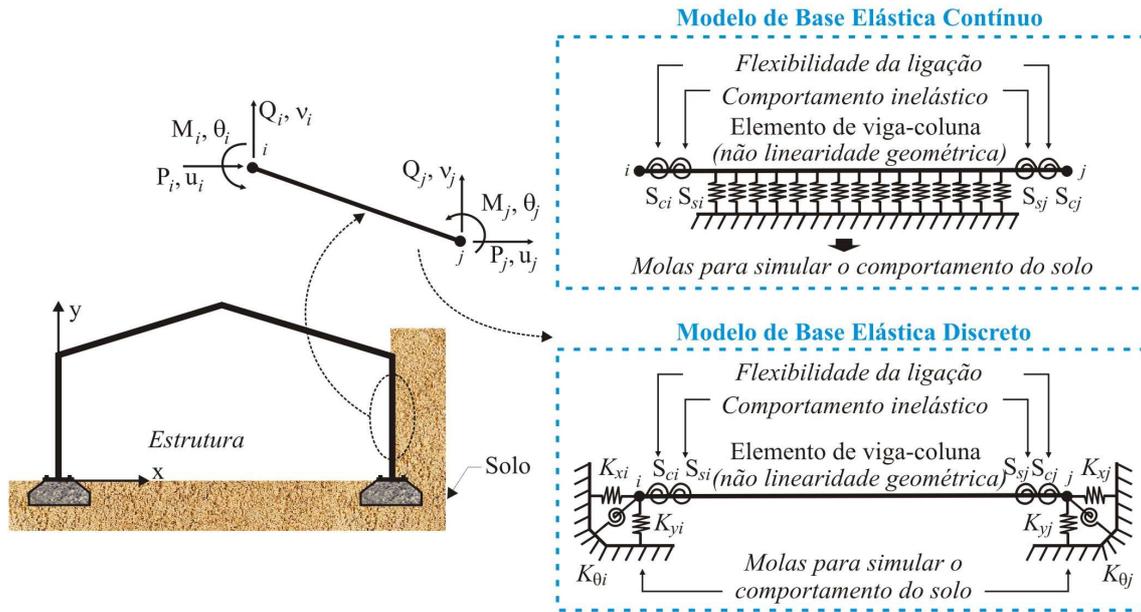
Para a formulação de elementos finitos usada neste trabalho adota-se o Referencial Lagrangiano Atualizado (RLA). Nesse referencial, e para uma estratégia de solução incremental (carga ou tempo), a configuração de equilíbrio tomada como referência para o próximo passo de carga ou tempo é sempre a última configuração de equilíbrio do sistema estrutural. Formulações baseadas em RLA podem incluir todos os efeitos não lineares relevantes. No entanto, a vantagem em se utilizar o RLA é dependente da formulação do elemento finito adotada (Bathe, 1996).

### 3.2 Elemento Finito com Ligações Semirrígidas e Base Elástica

Para discretização dos sistemas estruturais em contato com o meio geológico (base elástica) é utilizado o elemento finito reticulado de pórtico plano, limitado pelos nós  $i$  e  $j$ , com molas fictícias ligadas nas suas extremidades, que se deforma no plano da estrutura, como mostrado na Figura 3.1.

Em cada extremidade do elemento tem-se um par de molas fictícias de tamanhos desprezíveis, dispostas em série e que simulam os efeitos da plastificação da seção e da rigidez da ligação. As molas mais internas, molas inelásticas, caracterizam o comportamento da seção transversal, do escoamento inicial à plastificação completa. Já o efeito da rigidez da ligação é representado pelas molas mais externas. Apenas a deformação de rotação das molas devido à flexão é considerada.

Os efeitos da não linearidade geométrica e da base elástica (modelo contínuo – ver Cap. 2) estão incluídos na formulação do elemento de pórtico plano considerado. Por sua vez, quando o comportamento da base elástica for aproximado por molas discretas (ver Cap. 2), o elemento de pórtico plano simulará apenas os efeitos da não linearidade geométrica incluída em sua formulação e cada extremidade do elemento finito contará com mais duas molas com rigidezes translacionais (Figura 3.1).



**Figura 3.1** Elemento de pórtico plano com molas fictícias nas extremidades e base elástica

Para o elemento finito apresentado na Figura 3.1, caso a resistência plástica da seção seja atingida, uma rótula plástica será formada. Uma alteração na relação força-deslocamento do elemento ocorrerá no caso de violação da curva de interação momento-força axial. Já se a ligação semirrígida tiver sua capacidade última atingida antes que uma rótula plástica seja desenvolvida no local, uma rótula de ligação ( $S_c = 0$ ) será formada. Nos pontos nodais do elemento com ligação semirrígida, caso ocorra descarregamento, considera-se o valor da rigidez da ligação,  $S_c$ , igual ao seu valor inicial,  $S_{cini}$ .

Segundo Liu (2007), três tipos de ligações são definidos em função da interação entre comportamento inelástico da seção transversal e o comportamento da ligação semirrígida. A classificação proposta por esse pesquisador depende da capacidade de momento da ligação,  $M_u$ , e dos momentos de escoamento,  $M_y$ , e de plastificação,  $M_p$ , da seção do elemento de pórtico plano, ou seja:

- *Ligações de baixa resistência:*  $M_u \leq M_y$

Nessa situação não ocorre nenhuma plastificação da seção transversal e a relação não linear momento-rotação da ligação semirrígida é determinante no comportamento do elemento

finito. Quando o valor de  $M_u$  é muito pequeno, por exemplo, tem-se uma ligação com característica próxima da rotulada.

- *Ligações de resistência parcial:*  $M_y < M_u \leq M_p$

A ligação semirrígida e a inelasticidade da seção transversal influenciam no comportamento do elemento finito.

- *Ligações de resistência total:*  $M_u \geq M_p$

A inelasticidade da seção transversal domina o comportamento do elemento finito quando a capacidade de momento da ligação é maior ou igual ao momento plástico. Contudo, devido ao comportamento não linear da ligação, essa influencia na degradação da rigidez da seção devido a redistribuição de esforços.

Quando a ligação semirrígida e a seção transversal apresentam aproximadamente a mesma capacidade resistente, ou seja,  $M_u \cong M_p$ , consegue-se um projeto mais racional e satisfatório do sistema estrutural. Ainda a critério do projetista, deve-se evitar uma ligação altamente resistente ( $M_u \gg M_p$ ), uma vez que, além de sua capacidade total não ser utilizada ou atingida, seu custo se torna oneroso.

No Capítulo 2 foram apresentados, separadamente, os fundamentos para se realizar uma análise considerando a inelasticidade do material na seção transversal e as ligações como semirrígidas e a base elástica numa análise estrutural. Nesta seção é apresentada uma formulação conjunta que incorpora os efeitos não lineares geométricos, do escoamento do material e da flexibilidade das ligações e ainda a base elástica.

Na Figura 3.2 tem-se a configuração deformada do elemento finito e ainda a representação das forças internas e deformações nas molas. Os parâmetros  $S_{ci}$  e  $S_{cj}$  denotam a rigidezes dos elementos de mola mais externos, que representam as ligações semirrígidas, as quais podem apresentar comportamentos distintos, isto é, elas podem ser caracterizadas por diferentes curvas momento rotação (Equação 2.7). Assim, é possível estabelecer as relações incrementais de equilíbrio momento-rotação para os elementos de molas mais extremos da seguinte forma:

$$\begin{Bmatrix} \Delta M_{ci} \\ \Delta M_{si} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{ci} & -S_{ci} \\ -S_{ci} & S_{ci} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \theta_{ci} \\ \Delta \theta_{si} \end{Bmatrix} \quad (3.1a)$$

$$\begin{Bmatrix} \Delta M_{cj} \\ \Delta M_{sj} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{cj} & -S_{cj} \\ -S_{cj} & S_{cj} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \theta_{cj} \\ \Delta \theta_{sj} \end{Bmatrix} \quad (3.1b)$$

Já os parâmetros  $S_{si}$  e  $S_{sj}$  estão associados aos elementos de molas fictícias mais internas. Para esses, as relações incrementais de equilíbrio momento-rotação são:

$$\begin{Bmatrix} \Delta M_{si} \\ \Delta M_{bi} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{si} & -S_{si} \\ -S_{si} & S_{si} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \theta_{si} \\ \Delta \theta_{bi} \end{Bmatrix} \quad (3.2a)$$

$$\begin{Bmatrix} \Delta M_{sj} \\ \Delta M_{bj} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{sj} & -S_{sj} \\ -S_{sj} & S_{sj} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \theta_{sj} \\ \Delta \theta_{bj} \end{Bmatrix} \quad (3.2b)$$

Nas equações anteriores,  $\Delta M_b$ ,  $\Delta M_c$ ,  $\Delta M_s$ ,  $\Delta \theta_b$ ,  $\Delta \theta_c$  e  $\Delta \theta_s$  são os incrementos de momentos e rotações nodais associados, respectivamente, ao elemento de pórtico plano (subscrito  $b$ ), à ligação (subscrito  $c$ ), e à seção transversal (subscrito  $s$ ). O parâmetro que avalia a rigidez da ligação,  $S_c$ , é obtido através de um dos modelos matemáticos que representam o seu comportamento momento-rotação (Capítulo 2).

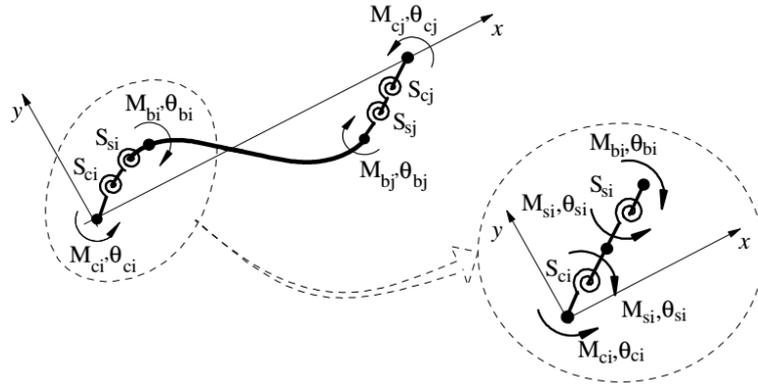
O parâmetro que avalia a rigidez a flexão  $S_s$  das molas fictícias mais internas do elemento de pórtico plano apresentado na Figura 3.2, é definido através de um outro parâmetro de estado, denotado  $\psi$ , que é utilizado para acompanhar a perda de rigidez da seção transversal durante o processo de carga/descarga. De acordo com Chan e Chui (2000),  $S_s$  pode ser obtido do seguinte forma:

$$S_s = \frac{6EI}{L} \frac{\psi}{1-\psi} \quad (3.3)$$

em que  $E$  é o módulo de Young,  $I$  é o momento de inércia da seção e  $L$  é o comprimento do elemento. Já o parâmetro de estado  $\psi$  é dado por (Chan e Chui, 2000):

$$\psi = \frac{|M_{pr} - M|}{|M_{pr} - M| + |M - M_{er}|}, \text{ para } M_{er} < M < M_{pr} \quad (3.4)$$

sendo  $M$  o momento fletor atuante na seção,  $M_{er}$  o momento de início de escoamento e  $M_{pr}$  o momento plástico reduzido.



**Figura 3.2** Configuração deformada do elemento e detalhe das molas em série

O desenvolvimento da plasticidade na seção transversal dos membros da estrutura se reflete nas rigidezes das molas mais internas. Considera-se que  $\psi$  seja igual a “1” enquanto o momento na seção não atingir o momento de início de escoamento  $M_{er}$ , ou seja, quando o material ainda está no regime elástico. Nesse caso, usando a Equação (3.3), a seção permanece rígida ( $S_s \rightarrow \infty$ ), com rotação plástica nula. Ao contrário, quando a seção plastifica ( $M = M_{pr}$ ),  $\psi$  se reduz a “0” e a rigidez da seção torna-se nula ( $S_s \rightarrow 0$ ), simulando a formação de uma rótula plástica. Para valores de  $\psi$  entre 0 e 1 tem-se o comportamento elastoplástico da seção.

Para as seções internas do elemento finito de pórtico plano, a relação incremental de equilíbrio momento-rotação é dada por:

$$\begin{Bmatrix} \Delta M_{bi} \\ \Delta M_{bj} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{(3,3)} & k_{(3,6)} \\ k_{(6,3)} & k_{(6,6)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \theta_{bi} \\ \Delta \theta_{bj} \end{Bmatrix} \quad (3.5)$$

em que os termos de flexão da matriz de rigidez,  $k_{(3,3)}$ ,  $k_{(3,6)}$ ,  $k_{(6,3)}$  e  $k_{(6,6)}$ , são responsáveis por simular os efeitos de segunda ordem. Os subscritos informam a posição desses termos de flexão na matriz de rigidez convencional de 6x6 do elemento de pórtico plano. Como mencionado no Capítulo 2, para este estudo optou-se por utilizar a formulação geometricamente não linear proposta por Yang e Kuo (1994). Nessa formulação, esses termos são definidos como:

$$k_{(3,3)} = k_{(6,6)} = \frac{4EI}{L} + \frac{2PL}{15} + \frac{2PI}{(AL)} \quad (3.6a)$$

$$k_{(3,6)} = k_{(6,3)} = \frac{2EI}{L} - \frac{PL}{30} + \frac{2PI}{(AL)} \quad (3.6b)$$

sendo  $I$  o momento de inércia da seção transversal,  $E$  o módulo de Young,  $L$  o comprimento do elemento e  $P$  a força axial atuante no elemento.

Com a adição das molas rotacionais às extremidades do elemento, a sua matriz de rigidez convencional deverá ser modificada para considerar a inelasticidade do material da seção e as ligações semirrígidas. Utilizando então as Equações (3.1a) e (3.2b), através da Equação (3.5), e ainda considerando o equilíbrio de forças e as condições de compatibilidade de deslocamentos, pode-se escrever a relação momento-rotação incremental que contempla os efeitos não lineares geométrico, do material e as ligações semirrígidas da seguinte forma:

$$\begin{Bmatrix} \Delta M_{ci} \\ \Delta M_{si} \\ \Delta M_{bi} \\ \Delta M_{bj} \\ \Delta M_{sj} \\ \Delta M_{cj} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{ci} & -S_{ci} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -S_{ci} & S_{ci} + S_{si} & S_{si} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -S_{si} & k_{(3,3)} + S_{si} & k_{(3,6)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{(6,3)} & k_{(6,6)} + S_{sj} & S_{sj} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -S_{sj} & S_{sj} + S_{cj} & -S_{cj} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -S_{cj} & S_{cj} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \theta_{ci} \\ \Delta \theta_{si} \\ \Delta \theta_{bi} \\ \Delta \theta_{bj} \\ \Delta \theta_{sj} \\ \Delta \theta_{cj} \end{Bmatrix} \quad (3.7)$$

Partindo do princípio que as cargas são aplicadas somente nos nós globais do elemento (ver Fig. 3.2), os momentos incrementais internos  $\Delta M_{si}$  e  $\Delta M_{sj}$  são iguais à zero, e a seguinte relação de equilíbrio momento-rotação pode ser conseguida:

$$\begin{Bmatrix} \Delta \theta_{si} \\ \Delta \theta_{sj} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{S_{ci}}{S_{si} + S_{ci}} & 0 \\ 0 & \frac{S_{ci}}{S_{si} + S_{ci}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \theta_{ci} \\ \Delta \theta_{cj} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{S_{si}}{S_{si} + S_{ci}} & 0 \\ 0 & \frac{S_{si}}{S_{si} + S_{ci}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \theta_{bi} \\ \Delta \theta_{bj} \end{Bmatrix} \quad (3.8)$$

Substituindo  $\Delta \theta_{si}$  e  $\Delta \theta_{sj}$  na terceira e quarta linhas de (3.7), tem-se:

$$\begin{Bmatrix} \Delta M_{ci} \\ \Delta M_{bi} \\ \Delta M_{bj} \\ \Delta M_{cj} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{sci} & -S_{sci} & 0 & 0 \\ S_{sci} & k_{(3,3)} + S_{sci} & k_{(3,6)} & 0 \\ 0 & k_{(6,3)} & k_{(6,6)} + S_{scj} & -S_{scj} \\ 0 & 0 & -S_{scj} & S_{scj} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \theta_{ci} \\ \Delta \theta_{bi} \\ \Delta \theta_{bj} \\ \Delta \theta_{cj} \end{Bmatrix} \quad (3.9)$$

sendo,  $S_{sci}$  e  $S_{scj}$ , os parâmetros que avaliam os efeitos combinados da semirrígidez da ligação e da inelasticidade do aço nos pontos nodais  $i$  e  $j$  do elemento finito. Esses

parâmetros representam a rigidez equivalente dos elementos de mola e são definidos da seguinte forma:

$$S_{csi} = \frac{S_{ci} S_{si}}{(S_{ci} + S_{si})} \quad (3.10a)$$

$$S_{csj} = \frac{S_{cj} S_{sj}}{(S_{cj} + S_{sj})} \quad (3.10b)$$

Do mesmo modo, realizando a condensação para  $\Delta M_{bi}$  e  $\Delta M_{bj}$ , encontra-se a relação entre as rotações nodais do elemento de pórtico plano e as rotações das extremidades do elemento finito:

$$\begin{Bmatrix} \Delta\theta_{bi} \\ \Delta\theta_{bj} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{S_{csi}(k_{(6,6)} + S_{csj})}{\beta_{cs}} & -\frac{S_{csj}k_{(3,6)}}{\beta_{cs}} \\ -\frac{S_{csi}k_{(6,3)}}{\beta_{cs}} & \frac{S_{csj}(k_{(3,3)} + S_{csi})}{\beta_{cs}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta\theta_{ci} \\ \Delta\theta_{cj} \end{Bmatrix} \quad (3.11)$$

com  $\beta_{cs} = (S_{csi} + k_{(3,3)})(S_{csj} + k_{(6,6)}) - k_{(3,6)}k_{(6,3)}$ .

Com a substituição de  $\Delta\theta_{bi}$  e  $\Delta\theta_{bj}$  na primeira e quarta linhas de (3.9), tem-se:

$$\begin{Bmatrix} \Delta M_{ci} \\ \Delta M_{cj} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{csi} - \frac{S_{csi}^2}{\beta_{cs}}(S_{csj} + k_{(6,6)}) & \frac{S_{csi}S_{csj}k_{(3,6)}}{\beta_{cs}} \\ \frac{S_{csi}S_{csj}k_{(6,3)}}{\beta_{cs}} & S_{csj} - \frac{S_{csj}^2}{\beta_{cs}}(S_{csi} + k_{(3,3)}) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta\theta_{ci} \\ \Delta\theta_{cj} \end{Bmatrix} \quad (3.12)$$

Para evitar inconsistências devido ao aparecimento de forças indevidas que surgem devido à deslocamentos de corpo rígido, o vetor de forças internas incrementais é reescrito em função dos deslocamentos naturais incrementais,  $\Delta\hat{\mathbf{u}}_n$ , isto é, os deslocamentos que efetivamente causam deformação ao elemento, como mostrado na Figura 3.3. Assim:

$$\Delta\hat{\mathbf{u}}_n^T = [0 \quad 0 \quad \Delta\theta_i \quad \Delta\delta \quad 0 \quad \Delta\theta_j] \quad (3.13)$$

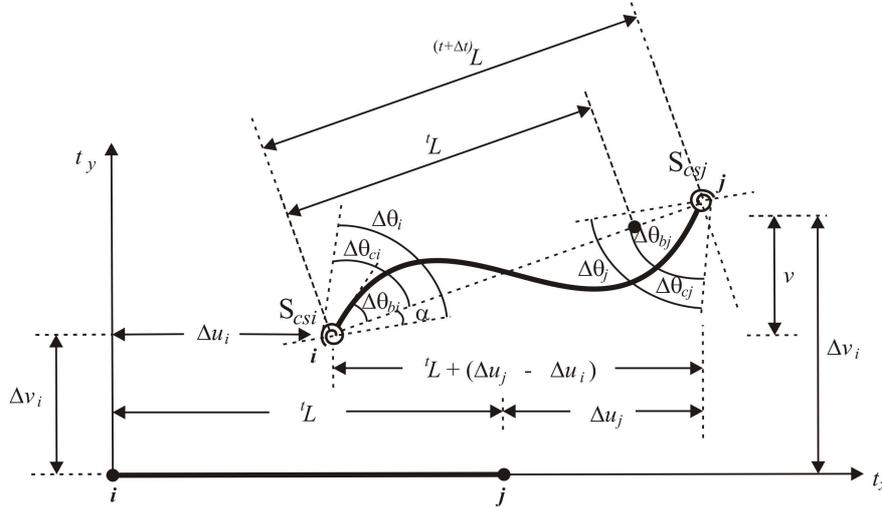
Através das relações geométricas apresentadas na Figura 3.3, tem-se:

$$\Delta\delta = {}^{(t+\Delta t)}L - {}^tL \quad (3.14a)$$

$$\Delta\theta_{ci} = \Delta\theta_i - \alpha \quad (3.14b)$$

$$\Delta\theta_{cj} = \Delta\theta_j - \alpha \quad (3.14c)$$

$$\alpha = \tan^{-1} \left( \frac{\Delta v_j - \Delta v_i}{{}^tL} \right) \quad (3.14d)$$



**Figura 3.3** Deslocamentos naturais

Por fim, no sistema corrotacional local, a relação força-deslocamento do elemento finito, que inclui os efeitos não lineares geométrico, do material e as ligações semirrígidas, pode ser escrita na forma incremental como:

$$\begin{Bmatrix} \Delta P \\ \Delta M_{ci} \\ \Delta M_{cj} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} EA/L & 0 & 0 \\ 0 & S_{csi} - \frac{S_{csi}^2}{\beta_{cs}} (S_{csj} + k_{(6,6)}) & \frac{S_{csi} S_{csj} k_{(3,6)}}{\beta_{cs}} \\ 0 & \frac{S_{csi} S_{csj} k_{(6,3)}}{\beta_{cs}} & S_{csj} - \frac{S_{csj}^2}{\beta_{cs}} (S_{csi} + k_{(3,3)}) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta \theta_{ci} \\ \Delta \theta_{cj} \end{Bmatrix} \quad (3.15)$$

De forma abreviada, a equação anterior é reescrita como:

$$\Delta \mathbf{f}_c = \mathbf{K}_c \Delta \mathbf{u}_c \quad (3.16)$$

em que os subscritos  $i$  e  $j$ , nas Equações (3.12) e (3.15), indicam as extremidades do elemento finito, já o subscrito  $c$  na Equação (3.16) indica que a equação está no sistema de coordenadas corrotacionais. Nessas equações,  $E$  é o módulo de Young,  $A$  é a área da seção transversal,  $L$  é o comprimento do elemento,  $\Delta P$  e  $\Delta M_c$  são os incrementos,

respectivamente, da força axial e do momento fletor, e  $\Delta\delta$  e  $\Delta\theta_c$  são os incrementos de deformação axial e rotações nodais.

Quando a influência do solo é considerada através modelo de base elástica contínuo, a matriz de rigidez do meio geológico (solo),  $\mathbf{K}_b$ , deve ser somado à matriz de rigidez do elemento de pórtico plano. O mesmo deve ser feito com o incremento do vetor de forças internas. Assim:

$$\mathbf{K}_{eb} = \mathbf{K}_e + \mathbf{K}_b \quad (3.17a)$$

$$\Delta\mathbf{f}_{eb} = \mathbf{K}_e\Delta\mathbf{u} + \mathbf{K}_b\Delta\mathbf{u} \quad (3.17b)$$

A matriz de rigidez global,  $\mathbf{K}$ , e o vetor de forças internas,  $\mathbf{F}_i$ , do sistema estrutural, considerando a interação da estrutura com a base elástica, são obtidos somando-se a contribuição de cada um dos  $m$  elementos finitos utilizados na discretização, ou seja:

$$\mathbf{K} = \sum_m \mathbf{K}_{ebg} \quad (3.18a)$$

$${}^{(t+\Delta t)}\mathbf{F}_i = \sum_m {}^{(t+\Delta t)}\mathbf{f}_{iebg} \quad (3.18b)$$

com  $\mathbf{K}_{ebg}$  e  $\mathbf{f}_{iebg}$  sendo, respectivamente, a matriz e o vetor de forças internas de cada elemento no sistema global de coordenadas.

Quando a influência do solo é considerada através do modelo de molas discretas, a contribuição da base elástica é acrescida diretamente na matriz de rigidez do sistema estrutural  $\mathbf{K}$ , assim:

$$\mathbf{K} = \mathbf{K} + \mathbf{K}_b \quad (3.19)$$

Já o vetor de forças internas nodais incrementais da base elástica é obtido da seguinte forma:

$$\Delta{}^t\mathbf{F}_{ib} = \mathbf{K}_b\Delta\mathbf{U} \quad (3.20)$$

### 3.2.1 Modelo de Molas Discretas

Para esse modelo, a intensidade da reação da mola é diretamente proporcional ao seu deslocamento, ou rotação, no ponto nodal  $i$  do sistema discreto (Figura 3.1). Assim, pode-se escrever:

$$r_{xi} = k_{xi}u_i \quad (3.21a)$$

$$r_{yi} = k_{yi}v_i \quad (3.21b)$$

$$M_{\theta i} = k_{\theta i}\theta_i \quad (3.21c)$$

em que  $r_{xi}$ ,  $r_{yi}$  e  $M_{\theta i}$  são as reações da base,  $u_i$ ,  $v_i$  e  $\theta_i$  são os deslocamentos nodais, e  $k_{xi}$ ,  $k_{yi}$  e  $k_{\theta i}$  são os parâmetros de rigidez das molas conectadas a estrutura no ponto  $i$ .

Como se considera neste trabalho apenas o comportamento linear das molas, e assim os parâmetros de rigidez da base elástica são constantes durante toda análise.

A partir das Equações (3.21a-c), é possível escrever a energia interna de deformação armazenada pelo trabalho das molas da seguinte forma:

$$U_{bi} = \frac{1}{2}k_{xi}u_i^2 + \frac{1}{2}k_{yi}v_i^2 + \frac{1}{2}k_{\theta i}\theta_i^2 \quad (3.22)$$

A energia interna de deformação  $U_{bi}$  pode ser utilizada na obtenção das componentes da matriz de rigidez da base elástica, ou seja:

$$k_{b(m,n)} = \frac{\partial^2 U_b}{\partial \Delta u_m \partial \Delta u_n} \quad (3.23)$$

Portanto, a matriz de rigidez da base elástica, para esse modelo, pode ser representada da seguinte forma:

$$\mathbf{K}_{bi} = \begin{bmatrix} k_{xi} & 0 & 0 \\ 0 & k_{yi} & 0 \\ 0 & 0 & k_{\theta i} \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

com  $\mathbf{K}_{bi}$  sendo a matriz de rigidez da base elástica associada ao ponto nodal  $i$ . A matriz de rigidez global da base elástica deve considerar a contribuição de todos os  $m$  pontos nodais em contato da estrutura com a base, assim:

$$\mathbf{K}_b = \sum_m \mathbf{K}_{bi} \quad (3.25)$$

Por fim, a matriz de rigidez global da base deve ser somada à da estrutura. Ainda para este modelo, o vetor de forças internas nodais incrementais é obtido da seguinte forma:

$$\Delta^t \mathbf{F}_{ib} = \mathbf{K}_b \Delta \mathbf{U} \quad (3.26)$$

em que  $\Delta \mathbf{U}$  é o vetor de deslocamentos incrementais.

### 3.2.2 Modelo Contínuo de Winkler

Nesse modelo, a reação incremental do meio geológico é dada pela Equação:

$$r_b = k_1 v_b \quad (3.27)$$

sendo  $r_b$  a reação do solo,  $k_1$  o parâmetro de rigidez do solo e  $v_b$  o deslocamento.

Já a energia de deformação para o elemento finito (modelo contínuo) apresentado na Figura 3.1 é dada por:

$$U_b = \frac{k_1}{2} \int_0^L \Delta u_b^2 dx \quad (3.28)$$

sendo  $L$  o comprimento do elemento e  $\Delta u_b$  o incremento de deslocamento da base.

Para esse elemento, é possível relacionar o incremento de deslocamento da base com os seus valores nodais,  $\Delta \hat{\mathbf{u}}_b$ , isto é:

$$\Delta u_b = \mathbf{B}_b \Delta \hat{\mathbf{u}}_b \quad (3.29)$$

em que  $\mathbf{B}_b$  é a matriz que contém as funções de interpolação da seguinte maneira:

$$\mathbf{B}_b^T = [0 \quad H_3 \quad H_4 \quad 0 \quad H_5 \quad H_6] \quad (3.30)$$

onde  $H_3$ ,  $H_4$ ,  $H_5$  e  $H_6$  são as funções de interpolação de Hermite definidas como:

$$H_3 = 1 - 3\left(\frac{x}{L}\right)^2 + 2\left(\frac{x}{L}\right)^3 \quad (3.31a)$$

$$H_4 = x - \frac{2x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2} \quad (3.31b)$$

$$H_5 = 3\left(\frac{x}{L}\right)^2 - 2\left(\frac{x}{L}\right)^3 \quad (3.31c)$$

$$H_6 = -\frac{x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2} \quad (3.31d)$$

Substituindo (3.28) em (3.29), chega-se na expressão da energia de deformação de forma discreta:

$$U_b = \frac{1}{2} \hat{\mathbf{u}}_b^T \mathbf{K}_b^e \hat{\mathbf{u}}_b \quad (3.32)$$

com a matriz  $\mathbf{K}_b^e$  sendo definida a matriz de rigidez do elemento da base elástica, ou seja:

$$\mathbf{K}_b^e = \mathbf{C}_b \int_0^L \mathbf{B}_b^T \mathbf{B}_b dx \quad (3.33)$$

em que  $L$  é o comprimento do elemento finito e  $\mathbf{C}_b$  é a matriz constitutiva do solo (para o modelo de Winkler linear,  $\mathbf{C}_b = k_1$ ). Da equação anterior é possível obter as componentes da matriz de rigidez, ou seja:

$$\begin{aligned} k_{b(2,2)} = k_{b(5,5)} = \frac{13C_b L}{35}; k_{b(2,3)} = -k_{b(5,6)} = \frac{11C_b L^2}{210}; k_{b(2,5)} = \frac{9C_b L}{70}; \\ k_{b(2,6)} = -k_{b(3,5)} = -\frac{13C_b L^2}{420}; k_{b(3,3)} = k_{b(6,6)} = \frac{C_b L^3}{105}; e k_{b(3,6)} = -\frac{C_b L^3}{140} \end{aligned} \quad (3.34)$$

### 3.2.3 Matriz de Massa

A matriz de massa consistente para o elemento de pórtico plano convencional, ou seja, com a hipótese de ligações perfeitamente rígidas é definida como (Kishi e Chen, 1986):

$$\mathbf{M}_e = \int_{V} \mathbf{H}^T \rho \mathbf{H} dV \quad (3.35)$$

onde  $\mathbf{H}$  é a matriz que contém as funções de interpolação de Hermite (Equação 3.31a-d) e ainda as funções de interpolação lineares:

$$H_1 = 1 - \frac{x}{L} \quad (3.36a)$$

$$H_2 = \frac{x}{L} \quad (3.36b)$$

Assim matriz de massa calculada através da Equação (3.35) é simétrica e definida como:

$$\mathbf{M}_e = \frac{\rho AL}{420} \begin{bmatrix} 140 & 0 & 0 & 70 & 0 & 0 \\ & 156 & 22L & 0 & 54 & -13L \\ & & 4L^2 & 0 & 13L & -3L^2 \\ & & & 140 & 0 & 0 \\ & sim. & & & 156 & -22L \\ & & & & & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

em que  $A$  é a área da seção transversal,  $L$  é o comprimento do elemento, e  $\rho$  é a massa volumétrica (massa por unidade de volume).

Segundo Chan e Chui (2000), o deslocamento transversal  $v$  do elemento de pórtico plano pode ser escrito, de forma incremental, utilizando a seguinte expressão matricial:

$$\Delta v(x) = [H_1^2 H_2 L - H_2^2 H_1 L] \begin{Bmatrix} \Delta \theta_{bi} \\ \Delta \theta_{bj} \end{Bmatrix} + [(3 - 2H_1) H_1 (3 - 2H_2) H_2] \begin{Bmatrix} \Delta v_i \\ \Delta v_j \end{Bmatrix} \quad (3.38)$$

onde  $\Delta v_i$  e  $\Delta v_j$  são, respectivamente, os deslocamento verticais incrementais dos nós  $i$  e  $j$ .

Para introduzir o efeito de flexibilidade das molas rotacionais fictícias na expressão anterior e, assim, obter a matriz de massa desejada, as rotações nodais do elemento de pórtico plano esta relacionada com às rotações nas extremidades do elemento de mola rotacional:

$$\begin{Bmatrix} \Delta \theta_{bi} \\ \Delta \theta_{bj} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{sci} + \frac{4EI}{L} & \frac{2EI}{L} \\ \frac{2EI}{L} & S_{scj} + \frac{4EI}{L} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} S_{sci} & 0 \\ 0 & S_{scj} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \theta_{ci} \\ \Delta \theta_{cj} \end{Bmatrix} \quad (3.39)$$

A partir das relações expressas nas Equações (3.14a-d), pode-se escrever:

$$\begin{Bmatrix} \Delta \theta_{ci} \\ \Delta \theta_{cj} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/L & 1 & -1/L & 0 \\ 1/L & 0 & -1/L & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta v_i \\ \Delta \theta_i \\ \Delta v_j \\ \Delta \theta_j \end{Bmatrix} \quad (3.40)$$

Substituindo Equação (3.40) na Equação (3.39) e usando a Equação (3.38), a função que descreve o campo de deslocamento transversal do elemento de pórtico plano com as molas fictícias é obtida, ou seja:

$$\Delta v(x) = \mathbf{H}^* \{ \Delta v_i \ \Delta \theta_i \ \Delta v_j \ \Delta \theta_j \}^T \quad (3.41)$$

ou ainda:

$$\Delta v(x) = \begin{bmatrix} H_1^2 H_2 L - H_2^2 H_1 L \\ 1/L & 1 & -1/L & 0 \\ 1/L & 0 & -1/L & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{ci} + \frac{4EI}{L} & \frac{2EI}{L} \\ \frac{2EI}{L} & S_{cj} + \frac{4EI}{L} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} S_{ci} & 0 \\ 0 & S_{cj} \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

$$+ [ (3 - 2H_1)H_1 \ 0 \ (3 - 2H_2)H_2 \ 0 ]$$

Os componentes da matriz de massa influenciados pela rigidez da conexão são obtidos usando a matriz  $\mathbf{H}^*$ , ao invés do  $\mathbf{H}$  na Equação (3.35). Os outros termos são idênticos aos desenvolvidos para o elemento convencional de pórtico plano (Silva, 2009).

Ainda é possível utilizar ou modelar o sistema considerando a massa concentrada (*lumped mass model*) nos pontos nodais. Para esse modelo, admite-se que a massa total dos elementos é transferida diretamente para seus nós e a matriz resultante é diagonal. Para o elemento de pórtico plano adotado neste trabalho, os termos  $m_{e(k,k)}$  da diagonal principal não nulos dessa matriz são (Chopra, 1995):

$$m_{e(1,1)} = m_{e(2,2)} = m_{e(4,4)} = m_{e(5,5)} = \frac{\rho AL}{2} \quad (3.43a)$$

$$m_{e(3,3)} = m_{e(6,6)} = \frac{\rho AL^3}{24} \quad (3.43b)$$

### 3.2.4 Amortecimento de Rayleigh

De acordo com Kuhl e Crisfield (1999), a ausência de informações relacionadas aos mecanismos de amortecimento das estruturas se reflete na dificuldade da avaliação e geração de parâmetros associados à matriz de amortecimento, quando não se dispõe de um estudo experimental para determinada estrutura. Devido à simplicidade, o amortecimento considerado no CS-ASA (Silva, 2009) para análise transiente é conhecido como amortecimento proporcional ou amortecimento de Rayleigh, que é correntemente usado em

análises dinâmicas não lineares. Assim, a matriz de amortecimento é estabelecida como sendo uma combinação linear das matrizes de massa e de rigidez, e é escrita como:

$$\mathbf{C} = \mu_1 \mathbf{M} + \mu_2 \mathbf{K} \quad (3.44)$$

sendo  $\mu_1$  e  $\mu_2$  os coeficientes de proporcionalidade de Rayleigh e os termos  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{C}$ , e  $\mathbf{K}$  são, respectivamente, as matrizes de massa, amortecimento e rigidez do sistema estrutural.

O amortecimento de Rayleigh representado pela equação anterior leva à seguinte relação entre a taxa modal de amortecimento,  $\xi$ , e a frequência angular,  $\omega$  (Clough e Penzien, 1993; Wilson, 2002):

$$\xi = \mu_1 \frac{1}{2\omega} + \mu_2 \frac{\omega}{2} \quad (3.45)$$

No CS-ASA (Silva, 2009), os termos  $\mu_1$  e  $\mu_2$  podem ser designados diretamente ou então obtidos através da solução de um sistema de equações, considerando duas taxas de amortecimento,  $\xi_m$  e  $\xi_n$ , referentes a duas frequências naturais (modos) distintas,  $\omega_m$  e  $\omega_n$ . Normalmente, admite-se o mesmo coeficiente de amortecimento para ambas as frequências, ou seja,  $\xi_m = \xi_n = \xi$ . Nesse caso, os fatores de proporcionalidade são encontrados de forma simplificada, ou seja:

$$\mu_2 = \frac{2\xi}{\omega_m + \omega_n} \quad \text{e} \quad \mu_1 = \omega_m \omega_n \mu_2 \quad (3.46)$$

É recomendado que uma das frequências usadas para obtenção dos coeficientes de Rayleigh seja a frequência fundamental do sistema estrutural (Clough e Penzien, 1993).

### 3.3 Metodologia para Análise Dinâmica Não Linear

As estruturas estão sujeitas a ações externas que usualmente variam com o tempo, quando essa variação ocorre de maneira abrupta ou com grande intensidade de frequência de excitação aliado a uma concepção estrutural esbelta, susceptível a vibrações e ainda com baixa capacidade de dissipação de energia fazem com que as forças de inércia (iguais ao produto da massa pela aceleração) passem a ser relevantes na análise estrutura, tornando assim fundamental a realização de uma análise dinâmica.

Os efeitos inerciais no caso de problemas quase estáticos são bastante reduzidos devido às baixas frequências de excitação. Cook *et al.* (1989) afirma que, caso seja conveniente, eles podem ser desprezados e uma análise estática pode ser realizada, simplificando o processo de solução.

Uma análise dinâmica estrutural compreende o estudo para o conhecimento dos valores de variáveis como deslocamentos, velocidades e acelerações, bem como a magnitude dos esforços internos desenvolvidos nos membros da estrutura, quando sujeita a ações combinadas de forças estáticas e dinâmicas, como, por exemplo: terremotos, ventos fortes, ondas do mar, cargas de impacto, etc.

Por meio do Princípio dos Trabalhos Virtuais (PTV) pode-se obter a equação de equilíbrio que governa a resposta dinâmica de um sistema estrutural. Considerando que, além das tensões restauradoras provocadas pela deformação da estrutura e das forças externas, o sistema estrutural também esteja submetido às forças inerciais e dissipativas (amortecimento), a equação para se obter o equilíbrio de um elemento desse sistema, num instante  $t + \Delta t$  pode ser expressa como (Zienkiewicz e Taylor, 1991; Lewandowski, 1997):

$$\int_V \tau_{ij} \delta \varepsilon_{ij} dV + \int_V \rho \ddot{d}_k \delta \ddot{d}_k dV + \int_V \mu \dot{d}_k \delta \dot{d}_k dV = \delta d_k^T f_{ek} \quad (3.47)$$

em que  $\tau_{ij}$  representa o tensor de tensões em equilíbrio com a excitação externa  $f_{ek}$ ;  $\delta \varepsilon_{ij}$  são as componentes de deformações virtuais correspondentes aos deslocamentos arbitrários  $\delta d_k$  e cinematicamente compatíveis com as condições de contorno;  $\rho$  é a densidade (massa por unidade de volume), e  $\mu$  é o coeficiente de amortecimento viscoso do material. Para se determinar as configurações dos corpos em  $t+\Delta t$ , será utilizado, como já mencionado, o RLA. Nesse caso, toma-se como referência a configuração de equilíbrio no instante  $t$ .

Adotando-se os procedimentos usuais do MEF, e usando a Equação (3.47) é possível obter, de uma forma discretizada, a equação geral de equilíbrio que governa a resposta dinâmica não linear do sistema estrutural em termos dos deslocamentos nodais considerando a contribuição de todos os elementos finitos usados na discretização, isto é:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{U}} + \mathbf{K}\mathbf{U} = \mathbf{F}_{ext}, \text{ ou ainda: } \mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{U}} + \mathbf{F}_i = \lambda(t)\mathbf{F}_r \quad (3.48)$$

na qual  $\ddot{\mathbf{U}}$ ,  $\dot{\mathbf{U}}$  e  $\mathbf{U}$  são, respectivamente, os vetores de acelerações, velocidades e deslocamentos nodais,  $\mathbf{F}_{ext}$  representa o vetor de cargas externas,  $\mathbf{F}_i$  é o vetor de forças internas,  $\mathbf{F}_r$  é o vetor de forças generalizadas externas de referência (apenas sua direção é

importante), e  $\lambda$  é o parâmetro de carga que estabelece a intensidade desse vetor no instante considerado. Os termos  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{C}$ , e  $\mathbf{K}$  são, respectivamente, as matrizes de massa, amortecimento e rigidez do sistema estrutural.

Segundo Chopra (1995), as ações geradas durante um abalo sísmico podem ser consideradas como forças de inércia resultantes dos movimentos da própria estrutura. Desse modo, a aceleração de base ou aceleração do solo aparece do lado direito da equação que governa a resposta estrutural dinâmica da seguinte maneira:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{U}} + \mathbf{F}_i = \ddot{\mathbf{U}}_g(t)\mathbf{M} \quad (3.49)$$

em que  $\ddot{\mathbf{U}}_g(t)$  é a aceleração do solo, dada por um escalar em um determinado instante  $t$ .

De um modo geral, as estruturas se comportam de forma não linear antes de atingirem seus limites de resistência. Assim, a busca por uma melhor representação do comportamento estrutural requer que as fontes de não linearidade sejam consideradas. Como neste trabalho são considerados os efeitos não lineares geométricos, do material e ainda das ligações semirrígidas, reescreve-se a Equação (3.48) como:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{U}} + \mathbf{F}_i(\mathbf{U}, \mathbf{P}, \Psi, \mathbf{S}_c) = \lambda(t)\mathbf{F}_r \quad (3.50)$$

sendo o vetor  $\mathbf{F}_i$  obtido de forma incremental através de formulações que consideram os efeitos de segunda ordem (representados aqui pelas forças internas  $\mathbf{P}$ ), a inelasticidade do aço (representada pelo parâmetro de plastificação da seção  $\Psi$ ) e a semirrígidez das ligações (representada pelo parâmetro  $\mathbf{S}_c$ ).

A solução do problema transiente não linear pode ser alcançada por meio de um procedimento incremental e iterativo que combina o método de integração implícito de Newmark com a técnica iterativa de Newton-Raphson (Silva, 2009).

As Figuras 3.4 e 3.5 e 3.6, apresentadas nas páginas seguintes, trazem um resumo dos procedimentos numéricos adotados nesta pesquisa para a realização da análise transiente inelástica com ligações semirrígidas. A Figura 3.4 traz o algoritmo geral de solução do problema estrutural transiente não linear; a Figura 3.5 fornece os procedimentos computacionais implementados para monitorar o comportamento inelástico da seção transversal; e na Figura 3.6 estão os passos adotados para se modelar comportamento histerético das ligações semirrígidas numa análise transiente não linear.

---

**Algoritmo:** Análise transiente não linear

---

- 1: Entrada das propriedades geométricas da estrutura e do material
  - 2: Obtenção do vetor de forças externas de referência,  $\mathbf{F}_r$  (direção do carregamento)
  - 3:  $t = 0$
  - 4:  $t_I = t$
  - 5: Considera-se os deslocamentos, velocidades e acelerações iniciais  ${}^t\mathbf{U}$ ,  ${}^t\dot{\mathbf{U}}$  e  ${}^t\ddot{\mathbf{U}}$
  - 6: Seleciona o incremento de tempo  $\Delta t$
  - 7: Usando os parâmetros de Newmark,  $\beta$  e  $\gamma$ , define-se as constantes:  
 $a_0 = 1/(\beta\Delta t^2)$ ;  $a_1 = \gamma/(\beta\Delta t)$ ;  $a_2 = 1/(\beta\Delta t)$ ;  $a_3 = 1/(2\beta) - 1$ ;  $a_4 = \gamma/\beta - 1$ ;  $a_5 = \Delta t(\gamma/(2\beta) - 1)$ ;  
 $a_6 = a_0$ ;  $a_7 = -a_2$ ;  $a_8 = -a_3$ ;  $a_9 = \Delta t(1 - \gamma)$ ;  $a_{10} = \alpha\Delta t$
  - 8: **para** cada incremento de tempo **faça**
  - 9:  $t = t_I$  ▷ Passo de tempo anterior
  - 10:  $t = t + \Delta t$  ▷ Passo de tempo atual
  - 11: Formam-se as matrizes de rigidez, massa, amortecimento e base elástica:  $\mathbf{K}$ ,  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{K}_b$
  - 12: Monta-se a matriz de rigidez efetiva:  $\hat{\mathbf{K}} = \mathbf{K} + a_0\mathbf{M} + a_1\mathbf{C}$
  - 13: Monta-se o vetor de cargas efetivo:  $\hat{\mathbf{F}} = {}^t\lambda\mathbf{F}_r + \mathbf{M}(a_2{}^t\dot{\mathbf{U}} + a_3{}^t\ddot{\mathbf{U}}) + \mathbf{C}(a_4{}^t\dot{\mathbf{U}} + a_5{}^t\ddot{\mathbf{U}}) - {}^t\mathbf{F}_i$
  - 14: Obtém o vetor de deslocamentos nodais incrementais  $\Delta\mathbf{U}$ :  $\hat{\mathbf{K}}\Delta\mathbf{U}^0 = \hat{\mathbf{F}}$
  - 15: **para**  $k \leftarrow 1$ , numero máximo de interações **faça** ▷ PROCESSO ITERATIVO
  - 16: Avalia as estimativas para as acelerações, velocidades e deslocamentos nodais para o tempo  $t_I$ :  
 ${}^t_1\ddot{\mathbf{U}}^k = a_0\Delta\mathbf{U}^k - a_2{}^t\dot{\mathbf{U}} - a_3{}^t\ddot{\mathbf{U}}$ ;  ${}^t_1\dot{\mathbf{U}}^k = a_1\Delta\mathbf{U}^k - a_4{}^t\dot{\mathbf{U}} - a_5{}^t\ddot{\mathbf{U}}$  e  ${}^t_1\mathbf{U}^k = {}^t\mathbf{U} + \Delta\mathbf{U}^k$
  - 17: Atualiza a geometria da estrutura (coordenadas nodais)
  - 18: Obtém o vetor de forças internas:  ${}^t_1\mathbf{F}_i^k = {}^t\mathbf{F}_{ie} + {}^t\mathbf{F}_{ib} + \mathbf{K}_e\Delta\mathbf{U}^k + \mathbf{K}_b\Delta\mathbf{U}^k$
  - 19: Calcula o vetor de forças residuais:  
 ${}^t_1\mathbf{R}^{(k+1)} = {}^t_1\lambda\mathbf{F}_r - (\mathbf{M}{}^t_1\ddot{\mathbf{U}}^k + \mathbf{C}{}^t_1\dot{\mathbf{U}}^k + {}^t_1\mathbf{F}_i^k)$
  - 20: Determina a correção dos deslocamentos incrementais:  
 $\hat{\mathbf{K}}\delta\mathbf{U}^{(k+1)} = {}^t_1\mathbf{R}^{(k+1)}$
  - 21: Atualiza o vetor de deslocamentos incrementais:  
 $\Delta\mathbf{U}^{(k+1)} = \Delta\mathbf{U}^k + \delta\mathbf{U}^{(k+1)}$
  - 22: **se**  $|\Delta\mathbf{U}^{(k+1)}|/|{}^t_1\mathbf{U}^{(k+1)}| \leq$  fator de tolerância **então**
  - 23: **fim** do Processo iterativo e segue para **linha 26**
  - 24: **fim se**
  - 25: **fim para**
  - 26: Atualizam-se os vetores de acelerações, velocidades e deslocamentos no tempo  $t_I$ :  
 ${}^t_1\ddot{\mathbf{U}}^{(k+1)} = a_0\Delta\mathbf{U}^{(k+1)} - a_2{}^t\dot{\mathbf{U}} - a_3{}^t\ddot{\mathbf{U}}$ ;  ${}^t_1\dot{\mathbf{U}}^{(k+1)} = a_1\Delta\mathbf{U}^{(k+1)} - a_4{}^t\dot{\mathbf{U}} - a_5{}^t\ddot{\mathbf{U}}$  e  
 ${}^t_1\mathbf{U}^{(k+1)} = {}^t\mathbf{U} + \Delta\mathbf{U}^{(k+1)}$
  - 27: Avalia o vetor de forças internas para  $t_I$ :  ${}^t_1\mathbf{F}_i^{(k+1)} = {}^t\mathbf{F}_{ie} + {}^t\mathbf{F}_{ib} + \mathbf{K}\Delta\mathbf{U}^{(k+1)}$
  - 28: Avalia a plastificação nas extremidades dos elementos finitos ▷ Figura 3.5
  - 29: Atualiza-se a rigidez das ligações ▷ Figura 3.6
  - 30: **fim para**
- 

**Figura 3.4** Estratégia numérica para análise transiente não linear

---

**Algoritmo:** Monitoramento do comportamento inelástico da seção sob cargas cíclicas

---

1: Considera-se os vetores de forças internas  ${}^t\mathbf{F}_i$  e  ${}^{t-1}\mathbf{F}_i$   
2: **para**  $nel \leftarrow 1$ , numero máximo de elementos finitos **faça**  
3:   **para**  $nno \leftarrow 1$ , numero máximo de nós por elemento finito **faça**  
4:     Considera os momentos  ${}^tM$  e  ${}^{t-1}M$ , e a força axial  ${}^tP$  na seção transversal  
5:     Avalia o incremento de momento na seção:  $\Delta M = {}^tM - {}^{t-1}M$   
6:     Considera o momento plástico reduzido  $M_{pr}$  (Equação 2.1) ▷ Capítulo 2  
7:     **se**  $(M \cdot \Delta M \geq 0)$  **então**  $\Rightarrow$  CONDIÇÃO DE CARREGAMENTO  
8:         **se**  $(|M| < |M_{er}|)$  **então**  
9:              $\psi = 1$  e  $S_s = 10^{10} EI/L$  (seção rígida – comportamento elástico)  
10:         **fim se**  
11:         **se**  $(|M_{er}| < |M| < |M_{pr}|)$  **então**  
12:              $\psi =$  Equação (3.4) e  $S_s =$  Equação (3.3) ▷ Seção 3.2  
13:         **fim se**  
14:         **se**  $(|M| \geq |M_{pr}|)$  **então**  
15:              $\psi = 0$  e  $S_s = 10^{-10} EI/L$  (rótula plástica – comportamento plástico)  
16:         **fim se**  
17:     **fim se**  
18:     **se**  $(M \cdot \Delta M < 0)$  **então**  $\Rightarrow$  CONDIÇÃO DE DESCARREGAMENTO  
19:          $\psi = 1$  e  $S_s = 10^{10} EI/L$  (seção rígida – comportamento elástico)  
20:     **fim se**  
21:   **fim para**  
22: **fim para**  
23: **fim para**  
24: Segue para linha 29 ▷ Figura 3.4

---

**Figura 3.5** Estratégia numérica para modelar o comportamento da seção sob cargas cíclicas

---

**Algoritmo:** Monitoramento do comportamento hysterético das ligações semirrígidas

---

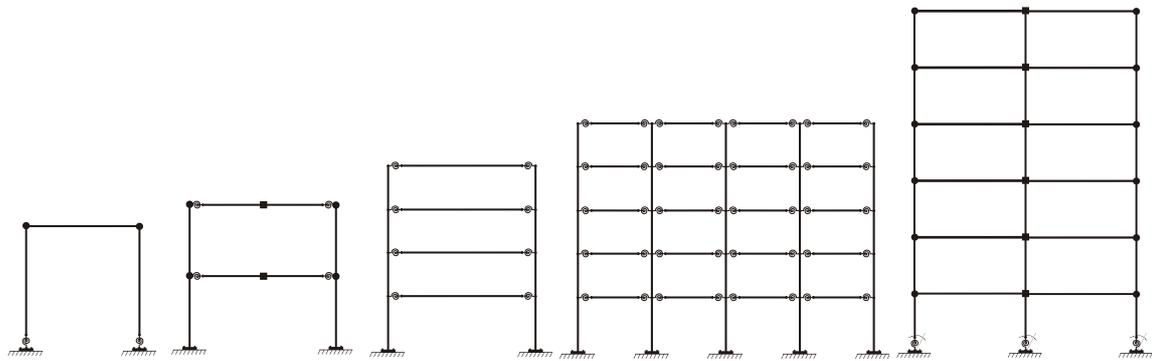
```
1: para  $nel \leftarrow 1$ , numero máximo de elementos finitos faça
2:   Identifica os pontos nodais com ligações semirrígidas
3:   para  $nno \leftarrow 1$ , numero máximo de nós por elemento finito faça
4:      $M =$  momento atual atuando no nó
5:      $M_{old} =$  momento atuando no nó para instante  $t$ 
6:      $\Delta M = M - M_{old}$ 
7:     se  $M \cdot M_{old} < 0$  então
8:        $\phi_p = \phi_{c:old}$  ▷ Capítulo 2 (Ver Figura 2.6)
9:        $i_{Ma} = 0$ 
10:       $M_a = 0$  ▷ Capítulo 2 (Ver Figuras 2.6)
11:     fim se
12:     se  $M \cdot \Delta M > 0$  então  $\Rightarrow$  PROCESSO DE CARREGAMENTO
13:        $\phi_{c:old} = \phi_c$ 
14:       Atualiza:  $\phi_c: \phi_c = \phi_c + \Delta M / S_c$ 
15:        $\Delta \phi_c = \phi_c - \phi_p$ 
16:       se  $i_{Ma} = 1$  então  $\Rightarrow$  PROCESSO INCOMPLETO (DESCARREGAMENTO)
17:         se  $|M| < |M_a|$  então
18:            $S_c = S_{cini}$ 
19:         se não
20:           Define a rigidez da ligação  $S_c$  para  $\Delta \phi_c$  ▷ Capítulo 2 (Equação 2.7)
21:            $i_{Ma} = 0$ 
22:            $M_a = 0$ 
23:         fim se
24:         se  $i_{Ma} = 0$  então
25:           Define a rigidez da ligação  $S_c$  para  $\Delta \phi_c$  ▷ Capítulo 2 (Equação 2.7)
26:         fim se
27:       se  $M \cdot \Delta M < 0$  então  $\Rightarrow$  PROCESSO DE DESCARREGAMENTO
28:         se  $M \cdot M_{old} > 0$  e  $i_{Ma} = 0$  então
29:            $\phi_{ca} = \phi_{c:old}$ 
30:            $M_a = M - \Delta M$ 
31:            $i_{Ma} = 1$ 
32:         fim se
33:          $\phi_{c:old} = \phi_c$ 
34:         Atualiza:  $\phi_c: \phi_c = \phi_c + \Delta M / S_c$ 
35:          $S_c = S_{cini}$ 
36:       fim se
37:     fim para
38:   fim para
39: Segue para linha 9 ▷ Figura 3.4
```

---

**Figura 3.6** Estratégia numérica para modelar comportamento hysterético das ligações semirrígidas

# Capítulo 4

## Exemplos Numéricos: Análise Dinâmica Avançada de Estruturas de Aço com Ligações Semirrígidas



A metodologia numérica apresentada nos capítulos anteriores é utilizada agora para análise dinâmica não linear de estruturas metálicas, mais precisamente de pórticos planos de aço. Modelagem de situações práticas envolvendo estruturas sob cargas de impactos e abalos sísmicos são exploradas ao longo deste capítulo no intuito de evidenciar o amortecimento histerético introduzido pelas ligações semirrígidas e em decorrência da energia absorvida durante o processo de deformação dos membros estruturais com seções transversais cujo escoamento já tenha sido iniciado. É possível observar ainda neste capítulo que a escolha das ligações entre os membros estruturais e condições de contorno desempenham papel fundamental no comportamento de todo o sistema.

## 4.1 Pórtico de Dois Andares

Este primeiro exemplo tem o objetivo de avaliar o comportamento da estrutura quando se acopla o efeito inelástico da seção transversal (método da rótula plástica refinado) e as ligações semirrígidas viga-pilar (modelo de Richard-Abbott, 1975). Essa análise acoplada será investigada e os resultados obtidos por Chan e Chui (2000), que utilizaram abordagem numérica semelhante, serão utilizados para comparação.

A estrutura a ser estudada é o pórtico de dois andares com apoios engastados, como ilustrado na Figura 4.1. Nessa mesma figura são apresentados os detalhes da geometria e de carregamento atuante na estrutura de aço, cuja resposta transiente não linear será avaliada. O pórtico é inicialmente carregado por forças verticais estáticas e apresenta uma imperfeição geométrica representada por  $\Delta_0 = 1/438$  m. Para que seja possível prever um comportamento mais realista dessa estrutura, são consideradas duas cargas gravitacionais na forma de massas concentradas atuando no centro e nas extremidades da viga (ou na parte superior das colunas). Essas cargas têm a função de introduzir forças axiais nas colunas, e, como consequência, tem-se o aparecimento de momentos de flexão adicionais, reduzindo a rigidez do sistema estrutural (efeito  $P-\Delta$ ).

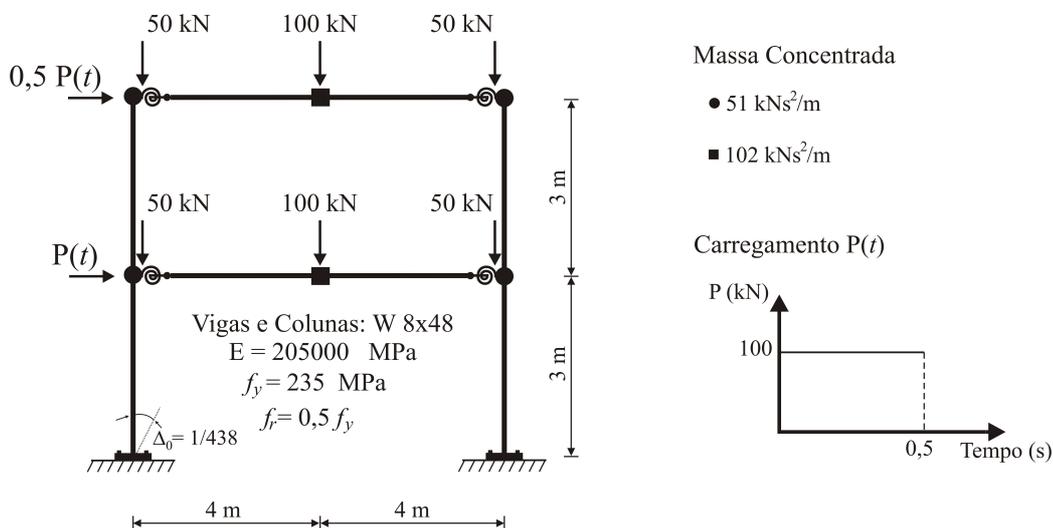


Figura 4.1 Pórtico de dois andares: geometria e carregamento atuante

A análise dinâmica é realizada com um incremento de tempo  $\Delta t = 10^{-3}$  segundos. Para discretização da estrutura é utilizada uma malha com dois elementos finitos em cada

viga e apenas um elemento finito para cada coluna. A ação dinâmica de impacto atua durante os primeiros 0,5 segundos da análise (Fig. 4.1).

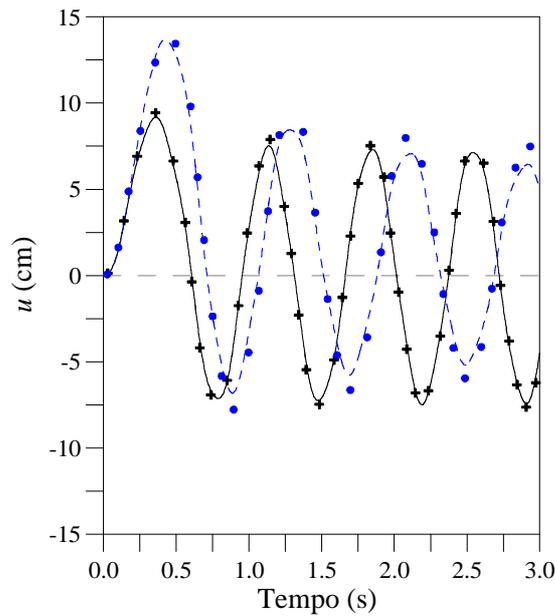
As respostas transientes não lineares do pórtico com ligações viga-pilar rígidas e semirrígidas são apresentadas na Figura 4.2. A relação momento-rotação não linear para as ligações é simulada através do modelo de Richard-Abbott e os quatro parâmetros utilizados são:  $S_{cini} = 23000,00$  kNm/rad,  $R_p = 70,00$  kNm/rad,  $M_0 = 180,00$  kNm e  $n = 1,6$ . É adotada uma ligação bastante flexível para que as repostas sejam sensíveis ao comportamento da ligação, sendo seu momento último inferior ao momento de plastificação dos membros do pórtico. Ainda para esse exemplo, é assumida uma tensão residual correspondente a 50% da tensão de escoamento.

A Figura 4.2a fornece a variação do deslocamento horizontal  $u$  (no topo da estrutura) ao longo do tempo (“*time-history*”) supondo o material perfeitamente elástico.

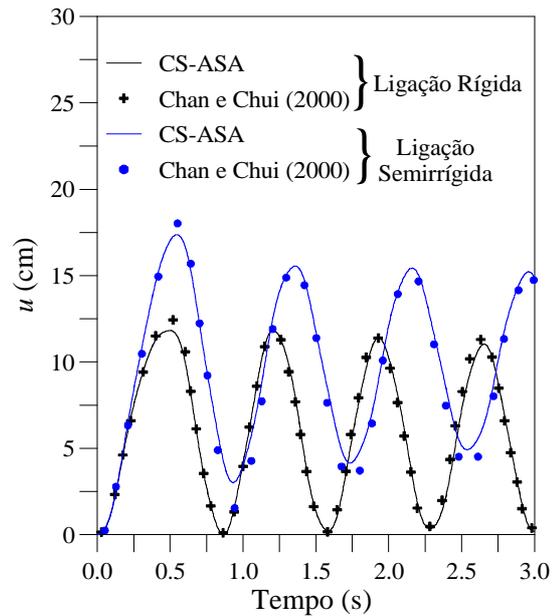
A Figura 4.2b apresenta a resposta transiente do pórtico considerando o material elástico-perfeitamente plástico. Já na Figura 4.2c está a resposta do sistema quando o modelo elastoplástico refinado é adotado.

Observa-se ainda nas Figuras 4.2b, 4.2c e 4.2d que o efeito de dissipação de energia, amortecimento histerético, é mais evidenciado na análise com o modelo elastoplástico refinado. Esse fato se deve a possibilidade de consideração do início de plastificação da seção, que é característica desse modelo. Assim a seção começa a se degradar mais rapidamente que no modelo tradicional, o que conduz a deformações plásticas maiores. Em todos os casos analisados verifica-se a boa concordância entre os resultados obtidos neste trabalho e os apresentados por Chan e Chui (2000).

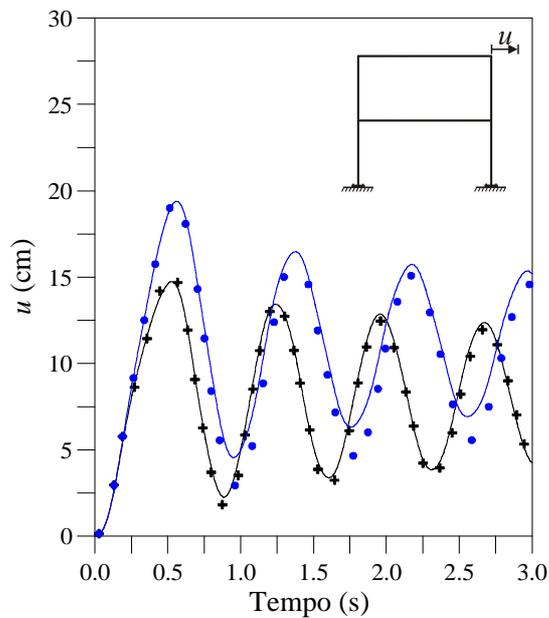
O comportamento histerético da ligação semirrígida viga-pilar do primeiro pavimento é traçado na Figura 4.3. Note que uma menor quantidade energia é dissipada pela ligação viga-pilar na análise elastoplástica refinada (Fig. 4.3b) do que na análise elástica (Fig. 4.3a). Isto acontece devido à formação de rótulas plásticas na análise elastoplástica refinada, de modo que essa rótulas plásticas contribuem também para dissipação de energia, deixando as ligações menos solicitadas e conseqüentemente sendo responsáveis por uma parcela menor de dissipação de energia.



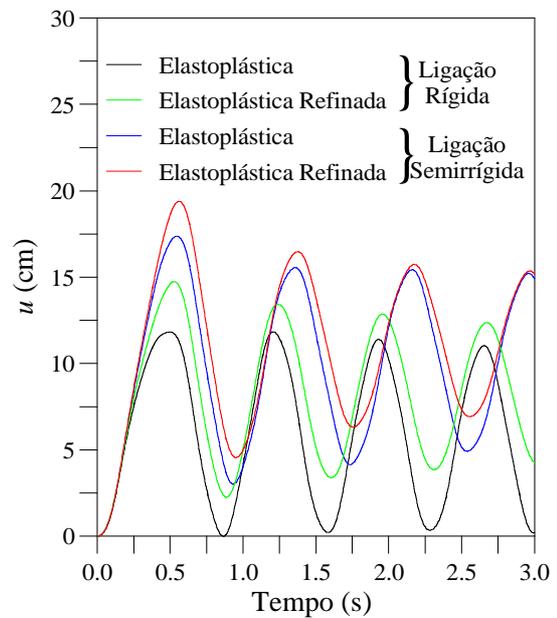
a) Resposta elástica



b) Resposta elastoplástica



c) Resposta elastoplástica refinada

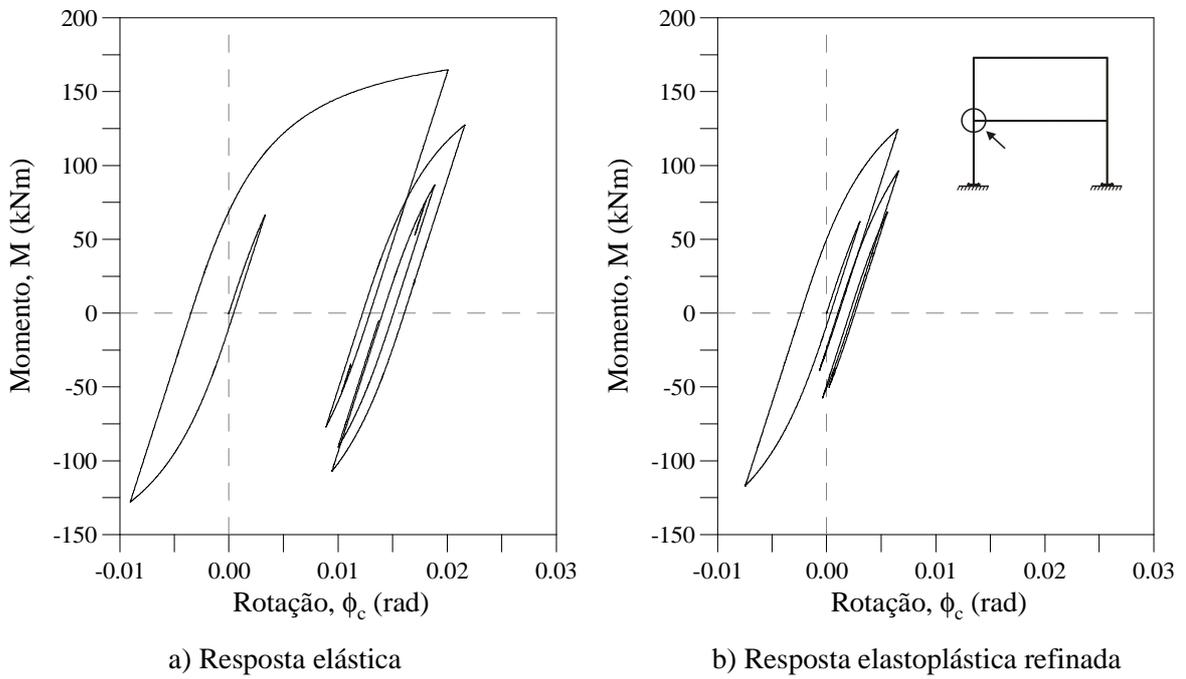


d) Respostas transientes do pórtico

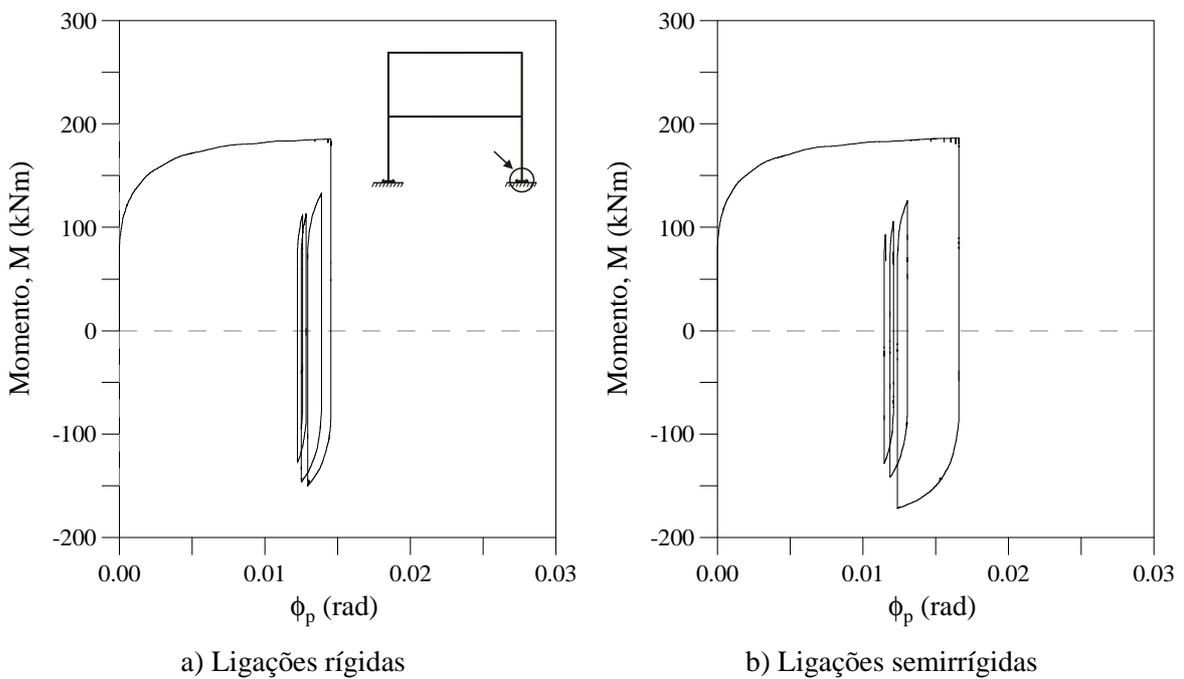
**Figura 4.2** Deslocamento horizontal,  $u$ , do topo do pórtico ao longo do tempo

As curvas momento-curvatura para a seção transversal no apoio são apresentadas na Figura 4.4. Pode-se observar a gradual dissipação da energia de entrada através dos ciclos, com a dissipação de energia diminuindo à medida que o tamanho do ciclo diminui. Também é possível observar a influência das ligações semirrígidas, isto é, essas colaboram

significativamente para dissipação de energia após os primeiros ciclos. Nos primeiros ciclos se tem de fato o amortecimento devido à formação das rótulas plásticas.



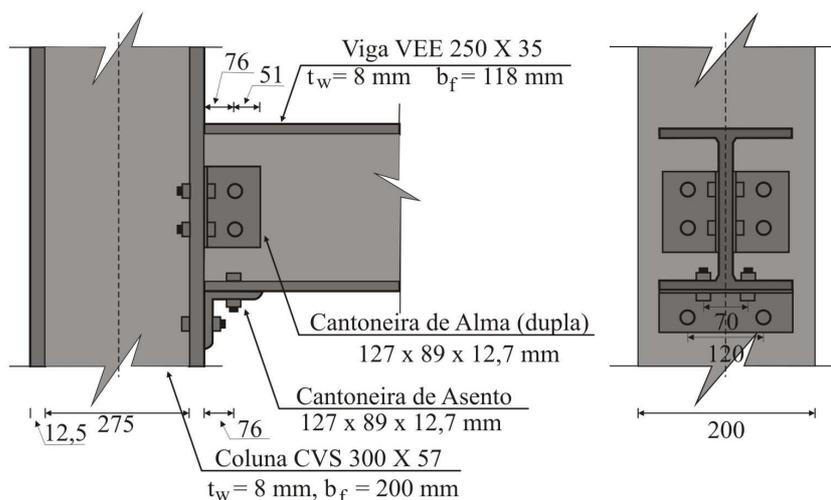
**Figura 4.3** Comportamento histerético da ligação viga-pilar



**Figura 4.4** Curva momento-curvatura da seção transversal do pilar no apoio

## 4.2 Pórtico de Quatro Andares

Neste exemplo as análises são realizadas considerando o efeito acoplado inelástico da seção transversal (método da rótula plástica refinado) e as ligações semirrígidas viga-pilar, que tem seu comportamento agora representado pelo modelo multilinear. O modelo multilinear é utilizado aqui para descrever o comportamento da ligação viga-pilar apresentada na Figura 4.5 que foi estudada experimentalmente por Carvalho *et al.* (1998).

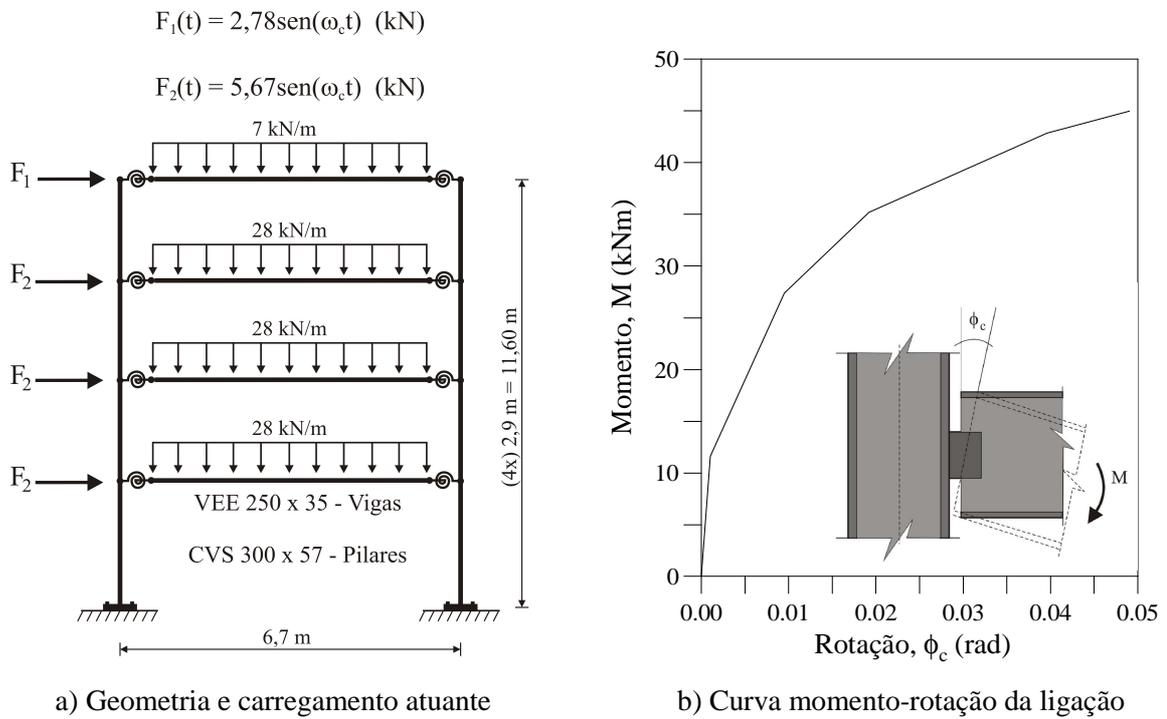


**Figura 4.5** Ligação viga-pilar de referência (Carvalho *et al.*, 1998)

Na Figura 4.6a tem-se o modelo do sistema estrutural analisado nesse exemplo, o qual é baseado no projeto arquitetônico de edifícios residenciais populares padrões da Usiminas (Usinas Siderúrgicas de Minas Gerais S/A). A resposta dinâmica desse modelo foi também analisada por Lopes (2008) e Castro (2006) usando o software comercial *Ansys* e, dessa forma, maiores detalhes sobre essa estrutura podem ser encontrados nessas referências citadas. Um estudo inicial desse pórtico foi também realizado em Silva (2009), usando o CS-ASA. A curva momento-rotação da ligação viga-pilar é apresentada na Figura 4.6b.

Realizou-se inicialmente uma análise de vibração livre do pórtico de quatro andares, onde foi adotado uma rigidez inicial ( $S_{cini} = 11000,00$  kNm/rad) na representação das ligações viga-pilar. Na Tabela 4.1 têm-se as frequências naturais de vibração da estrutura, para duas configurações diferentes: todas as ligações viga-pilar rígidas e todas as ligações viga-pilar semirrígidas. Verifica-se a boa correspondência dos resultados encontrados no presente estudo e aqueles apresentados por Lopes (2008). Observa-se ainda

modificações nas frequências naturais da estrutura com a introdução das ligações viga-pilar semirrígidas.



**Figura 4.6** Pórtico de quatro andares

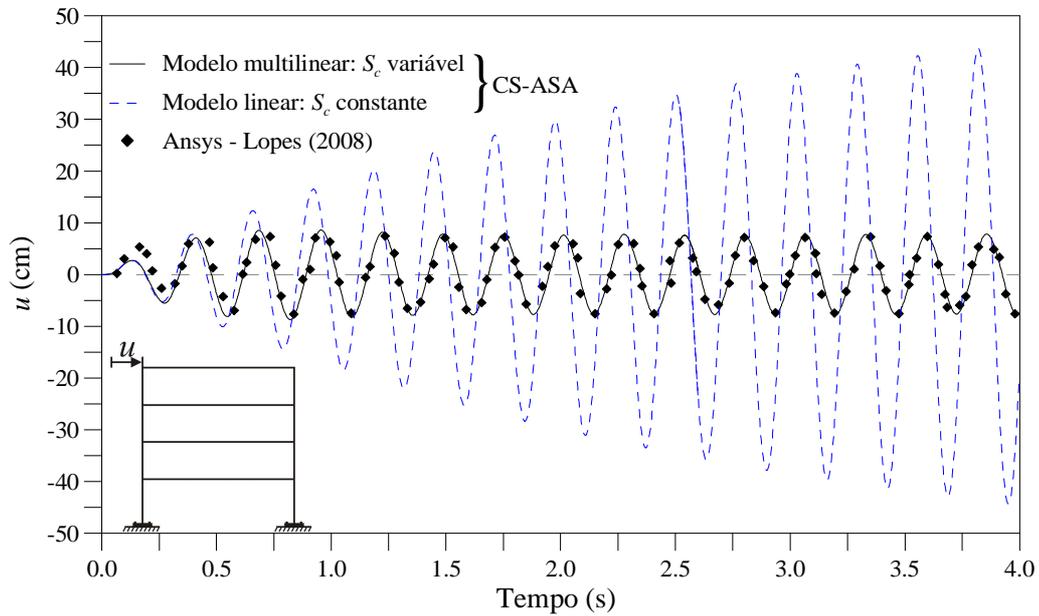
**Tabela 4.1** Duas primeiras frequências naturais de vibração (Hz) do pórtico de quatro andares

Configurações	Frequência	Lopes (2008)	CS-ASA
Ligações rígidas	1 <sup>a</sup>	04,61	04,22
	2 <sup>a</sup>	16,83	15,30
Ligações semirrígidas	1 <sup>a</sup>	03,86	03,80
	2 <sup>a</sup>	14,45	13,98

Após a calibração do modelo numérico, foi realizada uma análise transiente da estrutura sob a ação do carregamento harmônico apresentado na Figura 4.6a, sendo a frequência da força de excitação,  $\omega_c$ , adotada igual à menor frequência natural do sistema (3,80 Hz), considerando as ligações viga-pilar semirrígidas.

A resposta transiente do pórtico é ilustrada na Figura 4.7, para um amortecimento proporcional de Rayleigh (1,5%) para os 1º e 2º períodos de vibração da estrutura. Ainda vale destacar que as ligações semirrígidas viga-pilar do pórtico tiveram seu comportamento semirrígido avaliado de forma linear (rigidez inicial constante) e também de forma não

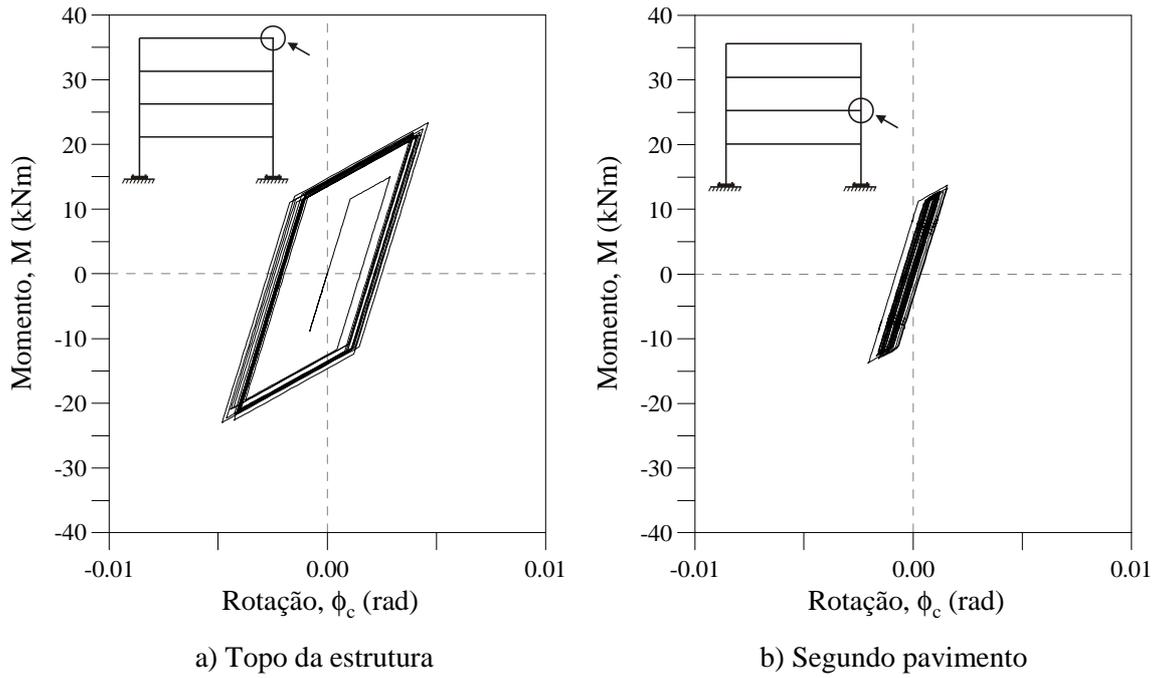
linear, utilizando o modelo multilinear, no sentido de representar a curva momento-rotação ilustrada na Figura 4.6b.



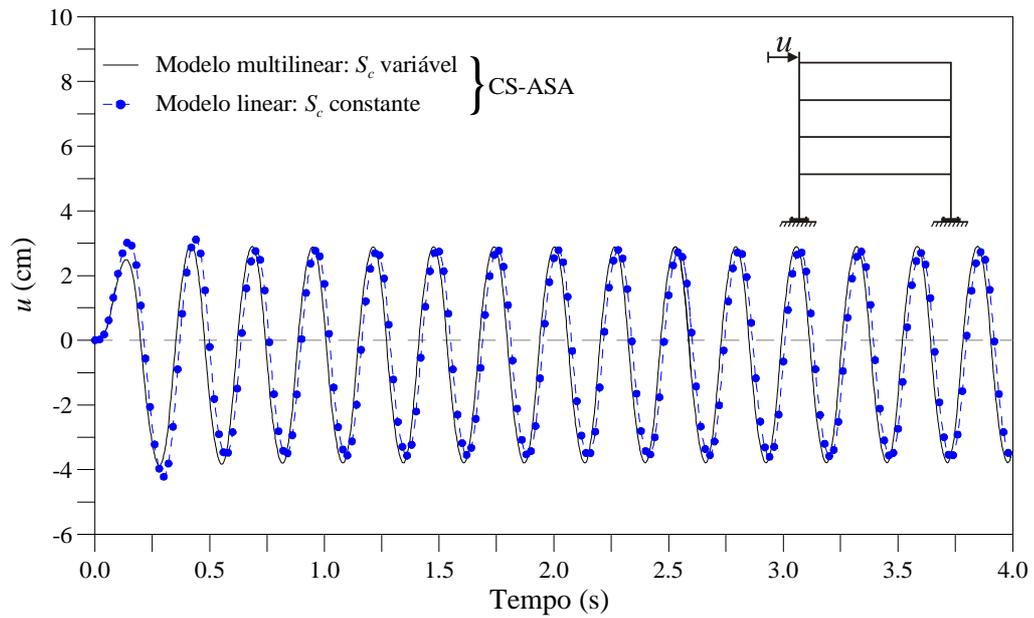
**Figura 4.7** Deslocamento ( $u$ ) no topo da estrutura para análise não linear geométrica com ligações semirrígidas viga-pilar

Através da Figura 4.7 pode-se observar que quando o modelo estrutural é analisado considerando as ligações viga-pilar semirrígidas através do modelo linear ocorre o fenômeno de ressonância. Esse efeito é causado pela aproximação dos valores da frequência de excitação e frequência natural da estrutura. Entretanto, o fenômeno de ressonância não acontece quando se utiliza o modelo não linear da ligação viga-coluna, uma vez que, o amortecimento histerético promovido pela variação não linear da rigidez das ligações tem a capacidade de dissipar energia a cada ciclo (Figura 4.8).

Na Figura 4.9 tem-se o deslocamento no topo da estrutura considerando agora os efeitos inelásticos ( $f_y = 235$  MPa) provenientes do escoamento das seções através do método da rótula plástica refinado. Observe o efeito predominante do amortecimento histerético causado pelo desenvolvimento das rótulas plásticas, uma vez que não foi verificada influência no modelo de ligação adotado (linear ou não linear).



**Figura 4.8** Comportamento histerético das ligações semirrígidas viga-pilar

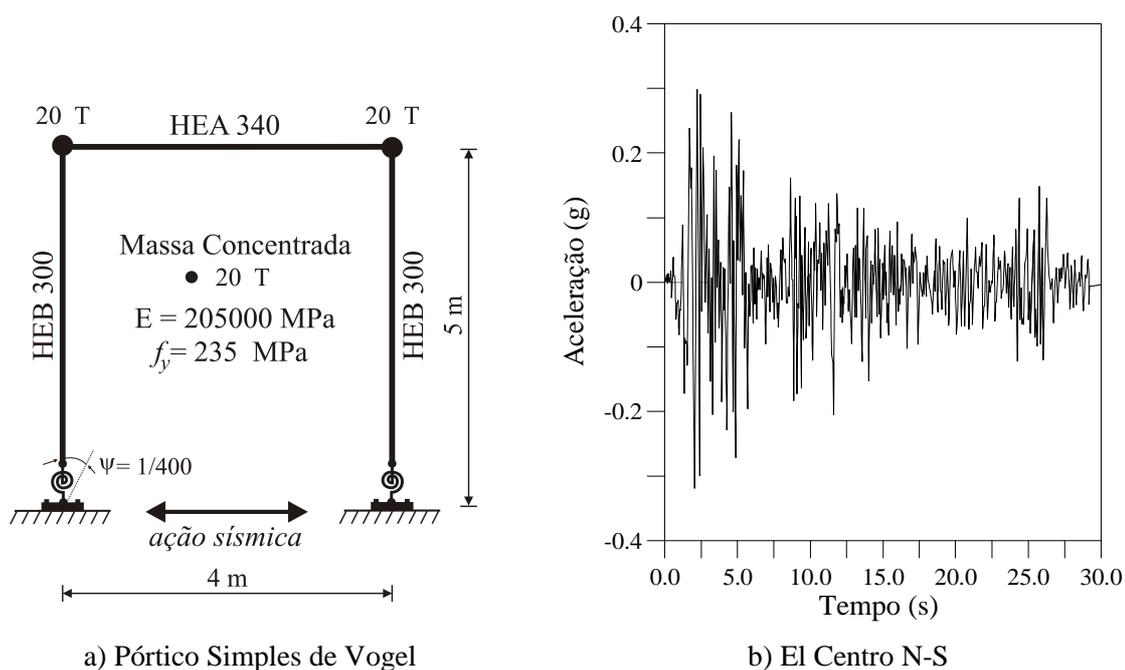


**Figura 4.9** Deslocamento ( $u$ ) no topo da estrutura para a análise inelástica de segunda ordem com ligações viga-pilar semirrígidas

### 4.3 Pórtico Simples de Vogel

Este exemplo é proposto no intuito de avaliar a representação do comportamento inelástico de um pórtico simples com ligações base-pilar semirrígidas sob ação sísmica. Novamente será verificada a eficiência da formulação numérica proposta na modelagem do comportamento inelástico da estrutura (método da rótula plástica refinado) e das ligações semirrígidas, no caso base-pilar (modelo de RichardAbbott-1975). Serão usados para comparação os resultados extraídos de uma formulação que utiliza o conceito de plasticidade distribuída e também aqueles obtidos com o software comercial SAP2000 (Nguyen e Kim, 2017).

A Figura 4.10 apresenta o pórtico simples em estudo com suas propriedades geométricas e de material. Esse pórtico é uma adaptação realizada por Nguyen e Kim (2017) do pórtico simples de Vogel (1985), que originalmente considera as ligações base-pilar perfeitamente rígidas na calibração de análises inelásticas.



**Figura 4.10** Pórtico plano simples: geometria e carregamento

No modelo numérico proposto, cada membro estrutural (viga ou pilar) é discretizado com apenas um elemento finito e adota-se o passo de tempo  $\Delta t = 10^{-3}$  segundos. Também é considerada uma taxa de amortecimento proporcional de 5% em relação ao primeiro e segundo períodos naturais de vibração. Essa estrutura é submetida ao

abalo sísmico El Centro, que é indicado na Figura 4.10b. As ligações base-pilar perfeitamente rígidas foram substituídas por ligações semirrígidas. Os parâmetros para tal consideração são fornecidos por Chen e Kim (1997):  $S_{cini} = 31635$  kNm/rad,  $M_0 = 142$  kNm e  $n = 0,98$ .

Inicialmente, foi realizada uma análise de vibração livre do sistema. Os resultados obtidos dessa análise são apresentados na Tabela 4.2 e 4.3 para os dois primeiros períodos de vibração, juntamente com os valores encontrados na literatura.

**Tabela 4.2** Pórtico simples com bases rígidas: 1º e 2º períodos de vibração (segundos)

Modos	SAP2000 (Nguyen e Kim, 2017)	Nguyen e Kim (2017)	CS-ASA
1	0,48330	0,49137	0,49274
2	0,02394	0,02404	0,02555

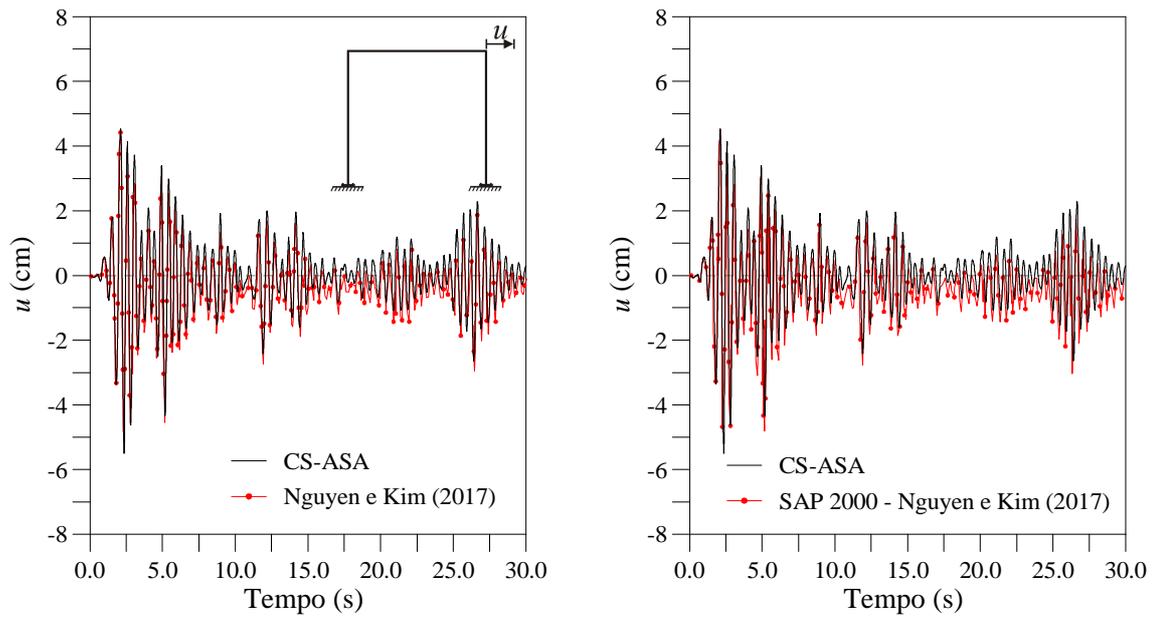
**Tabela 4.3** Pórtico simples com bases semirrígidas: 1º e 2º períodos de vibração (segundos)

Modos	SAP2000 (Nguyen e Kim, 2017)	Nguyen e Kim (2017)	CS-ASA
1	0,62452	0,62988	0,61395
2	0,02405	0,02405	0,02442

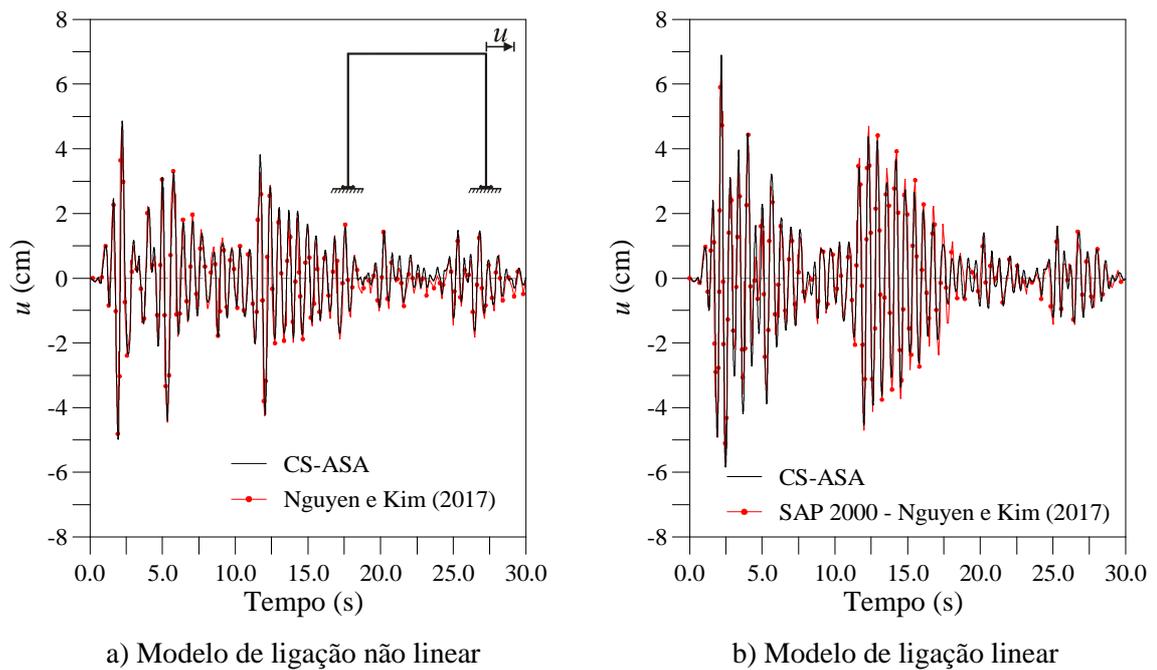
As respostas transientes inelásticas para a configuração do pórtico simples com base fixas são apresentadas nas Figuras 4.11a e 4.11b, em que se acompanha a variação do deslocamento horizontal  $u$  do topo da estrutura ao longo do tempo. Note a boa concordância entre os resultados deste trabalho e aqueles de Nguyen e Kim (2017).

Nas Figuras 4.12a e 4.12b estão os resultados obtidos quando se considera o pórtico simples com a ligação base-pilar semirrígida, modelos não linear e linear. Mais uma vez, observa-se que a flexibilidade da ligação amplifica significativamente os deslocamentos (Fig. 4.13) e que o modelo não linear contribui para a redução dos deslocamentos em comparação com o modelo linear, cujos deslocamentos continuam levemente superiores àqueles com ligações rígidas.

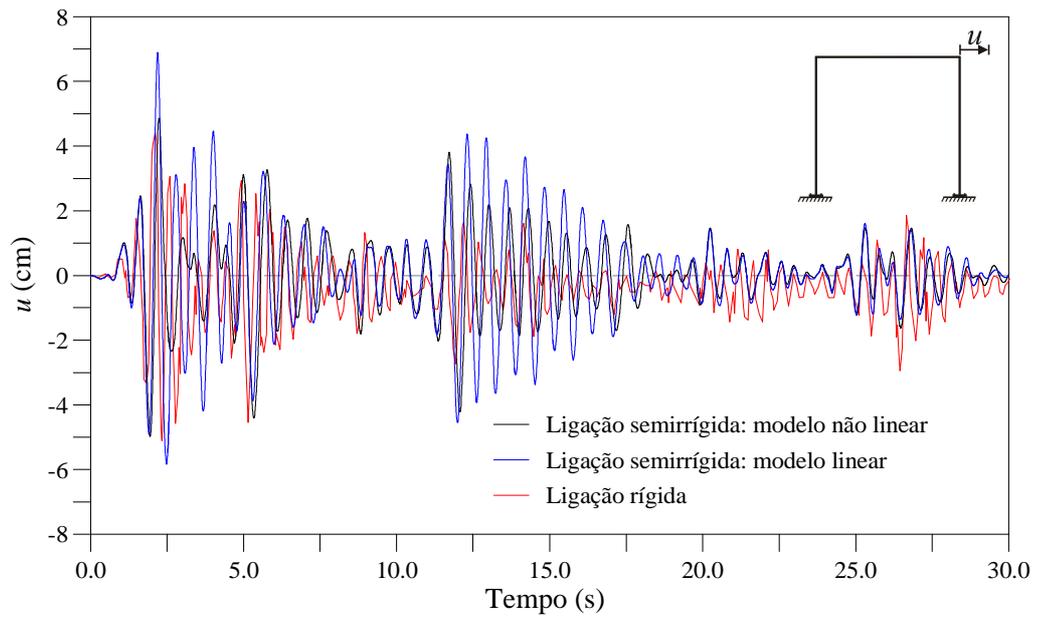
A Figura 4.14 traz o comportamento histerético da ligação base-pilar semirrígida do pilar direito do pórtico simples.



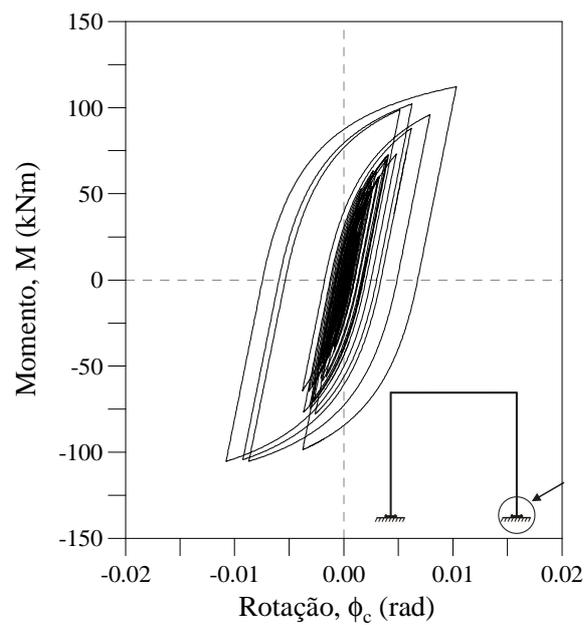
**Figura 4.11** Resposta transiente do pórtico simples com ligação base-pilar rígida



**Figura 4.12** Resposta transiente do pórtico simples com ligação base-pilar semirrígida



**Figura 4.13** Respostas transientes do pórtico simples com diferentes tipos de ligação base-pilar

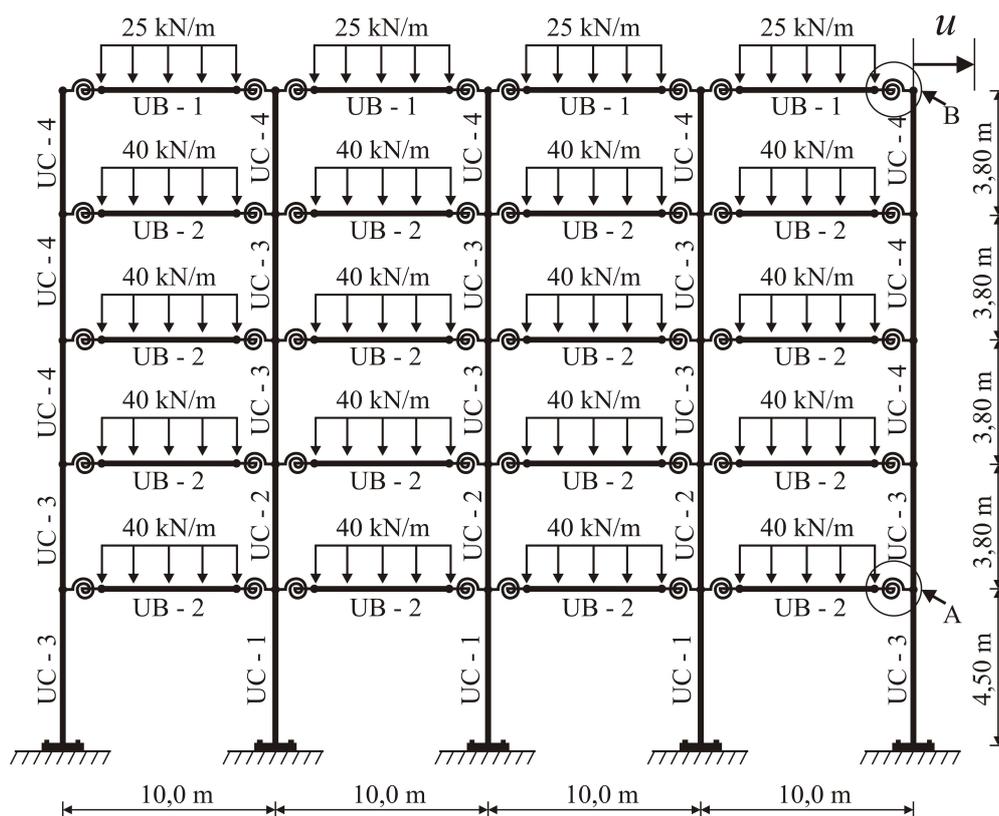


**Figura 4.14** Curva momento-rotação da ligação no apoio

## 4.4 Pórtico de Cinco Andares e Quatro Vãos

Neste quarto exemplo, a simulação numérica do acoplamento do efeito inelástico da seção transversal (método da rótula plástica refinado) e das ligações viga-pilar semirrígidas (modelo de Richard Abbott-1975) será verificada mais uma vez frente a uma formulação que utiliza o modelo de fibras para representar a plasticidade da seção transversal dos membros, mas que adota a mesma abordagem desta tese para representar o comportamento das ligações semirrígidas.

O estudo aborda uma estrutura de aço de cinco andares e quatro vãos, que representa o pórtico principal de um edifício real localizado em Xangai, China. Sua configuração geométrica é semelhante à da estrutura apresentada na Figura 4.15. Ligações viga-pilar de chapa de topo são adotadas e seu comportamento é representado pelo modelo de Richard-Abbott com os seguintes parâmetros:  $S_{cini} = 12336,86$  kNm/rad,  $R_p = 112,97$  kNm/rad,  $M_0 = 96,03$  kNm e  $n = 1,6$  (Nguyen, 2010).



$E = 205 \times 10^6$ kN/m <sup>2</sup>	UB - 1 : 610 x 229 UB 101 kg/m	UC - 2 : 356 x 406 UC 235 kg/m
Densidade do aço = 7.8 T/m <sup>3</sup>	UB - 2 : 685 x 254 UB 140 kg/m	UC - 3 : 305 x 305 UC 158 kg/m
•⊙• Ligação - chapa de topo	UC - 1 : 356 x 406 UC 287 kg/m	UC - 4 : 305 x 305 UC 97 kg/m

**Figura 4.15** Pórtico de cinco andares e quatro vãos: geometria e carregamento atuante

Apenas um elemento finito por membro (vigas e colunas) é empregado na discretização da estrutura. As cargas gravitacionais também são incluídas como massas concentradas adicionais nos nós nas extremidades da viga (ou na parte superior das colunas). Assume-se então que a estrutura está sujeita aos primeiros dez segundos da componente N-S do sismo El Centro (Terremoto ocorrido na Califórnia, EUA, em 18 de maio de 1940). O registro de trinta segundos do sismo foi mostrado na Figura 4.10b, sendo o pico de aceleração do solo observado de 0,31g. Os resultados obtidos aqui são comparados aos de Nguyen (2010), que, como já mencionado, utiliza o conceito da plasticidade distribuída.

Os resultados para uma análise de vibração livre da estrutura considerando as ligações viga-pilar rígidas são apresentados na Tabela 4.4. Na Tabela 4.5 estão os resultados para a análise de vibração livre do sistema estrutural quando as ligações semirrígidas são adotadas. Novamente, vê-se uma boa aproximação com os valores encontrados na literatura para os dois primeiros períodos de vibração.

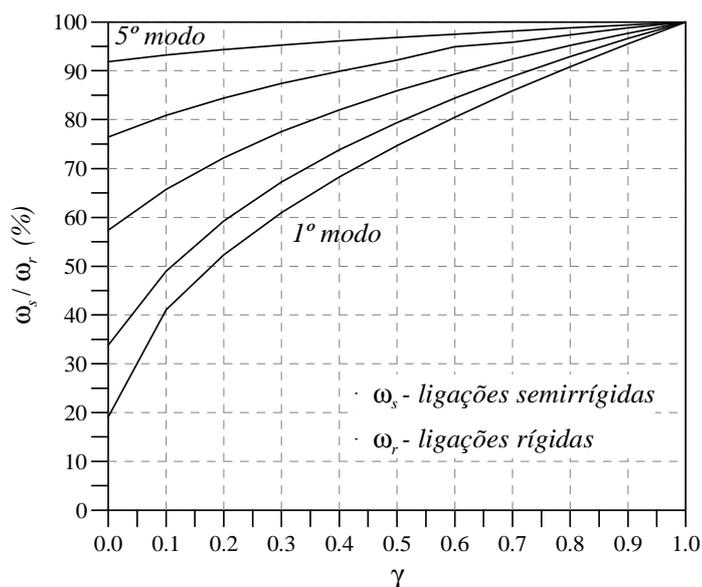
**Tabela 4.4** Dois primeiros períodos de vibração (segundos) para o pórtico com ligações rígidas

Modos	Nguyen (2010)	CS-ASA
1	1,228	1,181
2	0,434	0,419

**Tabela 4.5** Dois primeiros períodos de vibração (segundos) para o pórtico com ligações semirrígidas

Modos	Nguyen (2010)	CS-ASA
1	2,700	2,623
2	0,777	0,773

Na Figura 4.16 é mostrada a variação das frequências naturais da estrutura, parametrizadas pelo respectivo valor considerando a ligação rígida, em função da flexibilidade das ligações viga-pilar. Vê-se que a flexibilidade da ligação tem uma influência significativa na variação das frequências naturais, particularmente das frequências mais baixas. Esse fato pode ser muito importante para a análise sísmica de estruturas, pois os modos mais baixos podem desempenhar forte influência na resposta transiente do edifício.

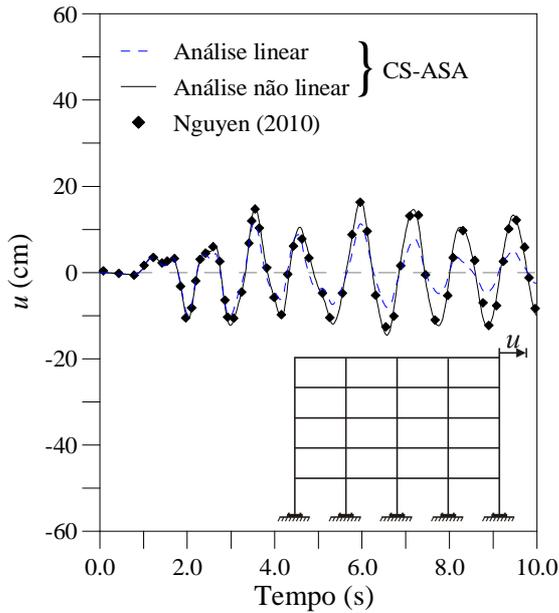


**Figura 4.16** Influência das ligações viga-pilar semirrígidas nas frequências naturais

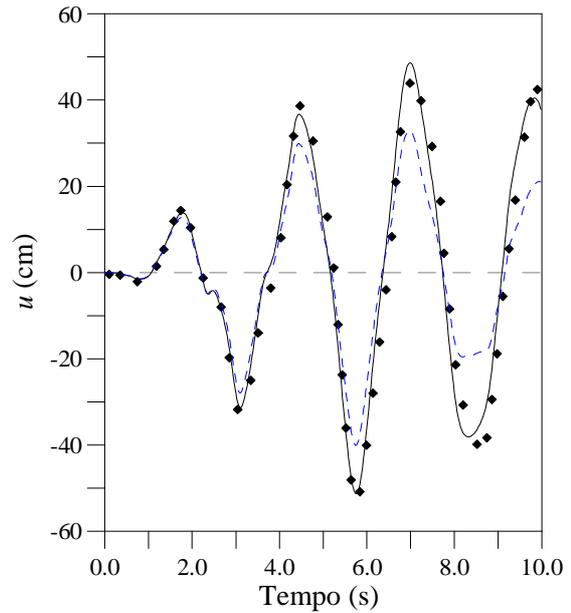
Para as análises transientes considera-se uma taxa de amortecimento proporcional de 2% em relação primeiro e segundo períodos naturais de vibração. As respostas elásticas de primeira e segunda ordem do pórtico com ligações rígidas, sob ação do sismo, são apresentadas na Figura 4.17a. Com base na resposta transiente do deslocamento lateral na parte superior do pórtico, mais à direita, pode-se observar a grande influência da não linearidade geométrica na resposta da estrutura, influência que contribui significativamente para a amplificação desse deslocamento.

A Figura 4.17b fornece as respostas transientes para o pórtico de aço com ligações flexíveis, mas considerando apenas o comportamento linear da ligação, sendo a rigidez da ligação  $S_c = S_{cini} = 12336,86 \text{ kNm/rad}$ . Mais uma vez, a influência de efeitos geométricos não lineares sobre a resposta da estrutura é facilmente observada.

A Figura 4.18a apresenta a resposta transiente elástica de segunda ordem da estrutura de aço com ligações semirrígidas, mas agora considerando o comportamento da ligação não linear (modelo de Richard-Abbott). Já na Figura 4.18b está a resposta transiente inelástica de segunda ordem, com  $f_y = 175 \text{ MPa}$ . Novamente, as respostas não lineares obtidas no presente trabalho estão em bom acordo com os resultados encontrados na literatura (Nguyen, 2010).

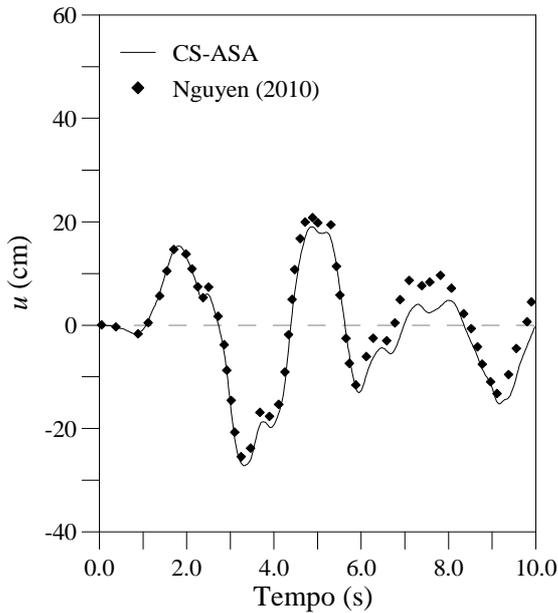


a) Ligação viga-coluna rígida

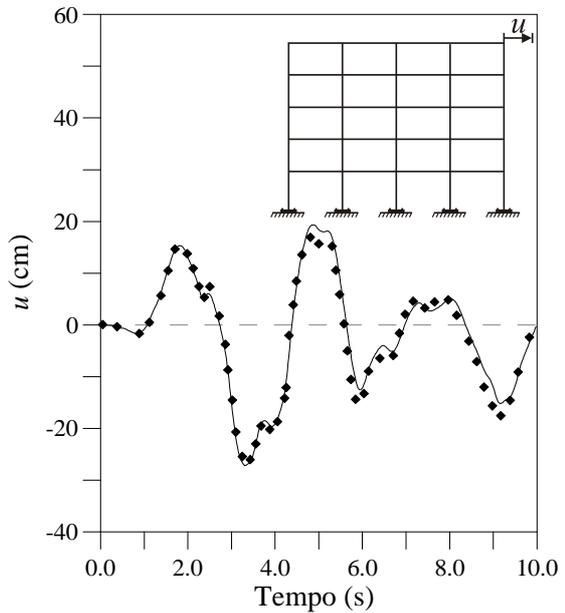


b) Ligação viga-coluna semirrígida (modelo linear)

**Figura 4.17** Deslocamento horizontal - análise elástica de segunda ordem



a) Análise elástica de segunda ordem



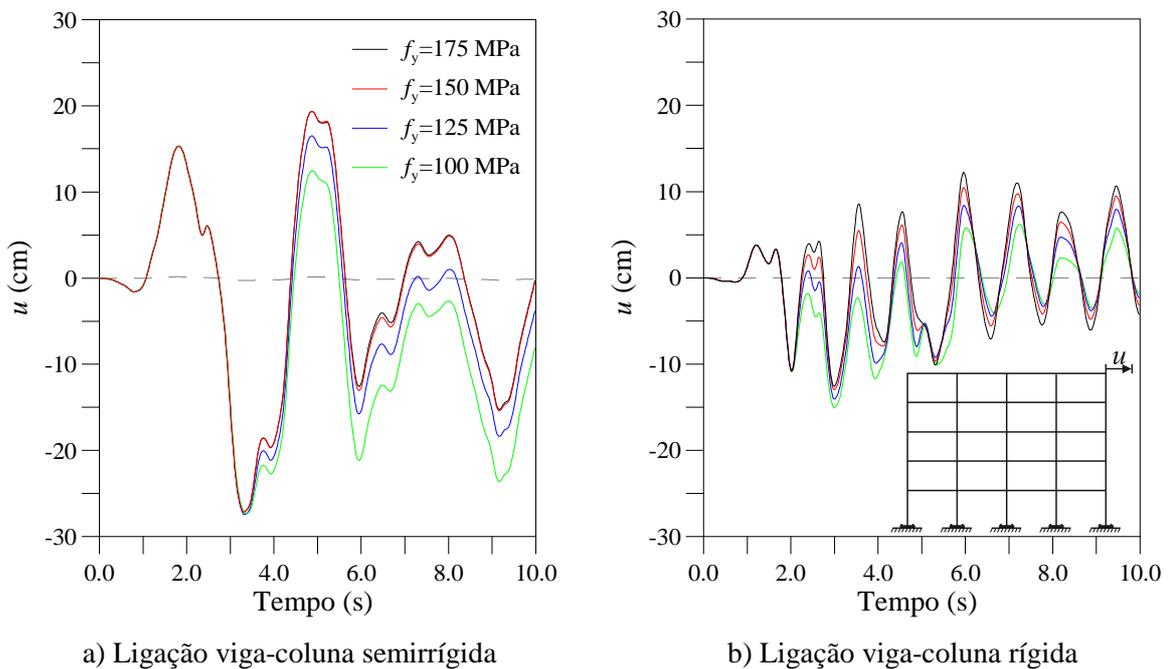
b) Análise inelástica de segunda ordem

**Figura 4.18** Deslocamento horizontal - lig. viga-coluna semirrígida (modelo não linear)

A consideração da ligação viga-coluna semirrígida com modelo linear amplifica significativamente os deslocamentos (Figuras 4.17a-b, 4.18a-b). Quando é utilizado o modelo não linear, tem-se uma diminuição dos deslocamentos da estrutura em comparação

com o caso do modelo linear, mas ainda assim esses possuem amplitudes maiores do que aqueles obtidos quando a ligação rígida é empregada.

Vale ressaltar ainda que, para este exemplo, os efeitos de segunda ordem e da inelasticidade do material foram pouco evidenciados em virtude do efeito dominante da ligação entre os membros. Realizou-se então um estudo considerando diferentes valores de tensão de escoamento do aço,  $f_y$ , e os resultados são apresentados nas Figuras 4.19a e 4.19b, quando se considera a ligação viga-coluna semirrígida e rígida, respectivamente. É possível observar a variação nas respostas em virtude dos diferentes valores de  $\sigma_y$ , no entanto o efeito das ligações semirrígidas continuam dominando o comportamento da resposta estrutural havendo diferenças significativas apenas após 3,5 segundos. Já quando a estrutura é considerada com ligações rígidas ocorre uma certa discrepância nas respostas já a partir de 2,5 segundos sendo mais evidente a contribuição do amortecimento histerético ocasionado pela plastificação dos membros que conseqüentemente acarreta na redução dos picos de deslocamento.



**Figura 4.19** Deslocamento horizontal no topo da estrutura para diferentes valores de  $f_y$

## 4.5 Pórtico de Seis Andares de Vogel

O último exemplo deste capítulo aborda o pórtico de seis andares e quadro duplo de ligações rígidas (viga-pilar e base-pilar), mostrado na Figura 4.20, que foi proposto inicialmente por Vogel (1985) para calibração de formulações numéricas inelásticas. Os seguintes perfis metálicos constituem as vigas: IPE 240, IPE 300, IPE 330, IPE 360 e IPE 400; já os pilares são formados pelos perfis: HEB 160, HEB 200, HEB 220, HEB 240 e HEB 260, como indicado também na Figura 4.20. Nessa figura tem-se ainda o carregamento atuante na estrutura (cargas uniformemente distribuídas de 31,7 kN/m no último pavimento e 49,1 kN/m nos demais pavimentos).

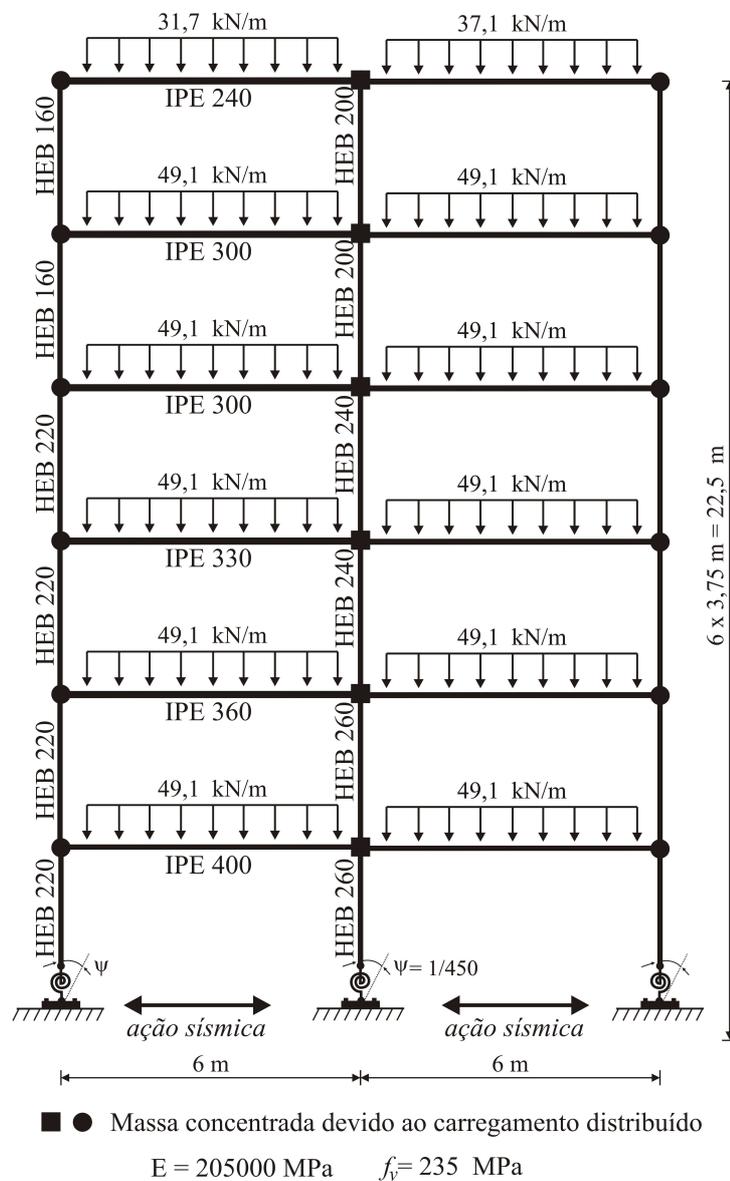


Figura 4.20 Pórtico de seis andares de Vogel: geometria e carregamento atuante

Propõe-se aqui, seguindo Nguyen e Kim (2017), uma alteração nas condições de bordo da estrutura através da consideração da ligação base-pilar como sendo semirrígida. Assim, assume-se que o comportamento momento-rotação dessa ligação é representado através do modelo exponencial proposto por Lui e Chen (1986). Os parâmetros requeridos pelo modelo para a representação da ligação são:  $S_{cini} = 0,11000 \times 10^6 \text{ kip in/rad}$ ,  $0,96415 \times 10^3 \text{ kip/rad}$ ,  $R_p = \alpha = 0,31783 \times 10^{-3}$ ,  $C_1 = -0,25038 \times 10^3$ ,  $C_2 = 0,50736 \times 10^4$ ,  $C_3 = -0,30396 \times 10^5$ ,  $C_4 = 0,75338 \times 10^5$ ,  $C_5 = -0,82873 \times 10^5$ ,  $C_6 = 0,33927 \times 10^5$ . Também é considerado nas análises o comportamento linear momento-rotação da ligação base-pilar, ou seja, a rigidez  $S_c$  não sofre nenhuma alteração ao longo do estudo. Para a massa volumétrica  $\rho$ , foi adotado o valor  $7800 \text{ N/m}^3$ . Na discretização espacial do sistema estrutural considerou-se apenas um elemento finito na modelagem dos membros (vigas e colunas). Incrementos constantes de tempo,  $\Delta t = 3 \times 10^{-3}$  segundos, foram usados.

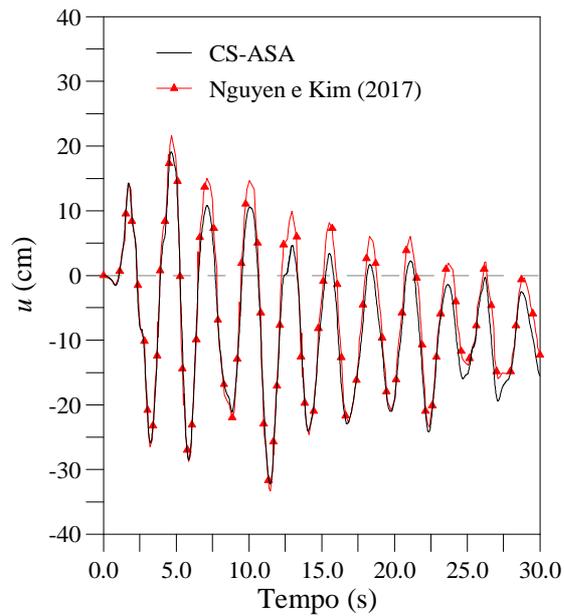
Os resultados obtidos inicialmente para a análise de vibração livre da estrutura são apresentados na Tabela 4.6, em que são mostrados os dois primeiros períodos de vibração.

**Tabela 4.6** Pórtico de seis andares de Vogel: 1º e 2º períodos de vibração (segundos)

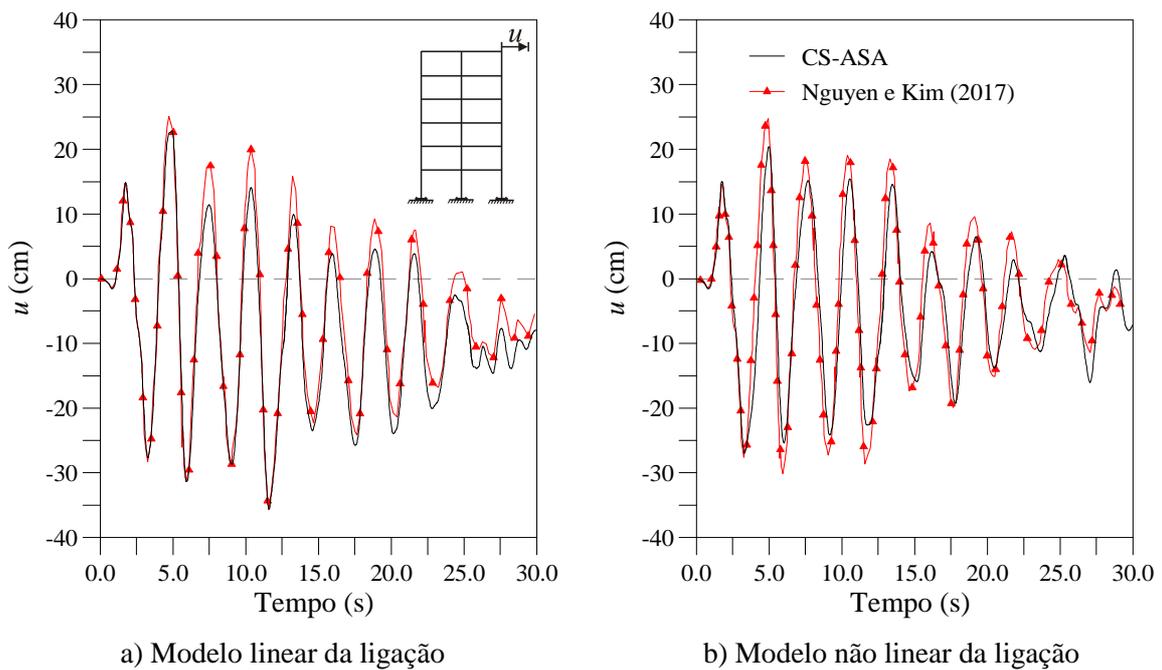
Configurações	Período	Nguyen e Kim(2017)	CS-ASA
Base-pilar rígido	1º	2,6946	2,6678
	2º	1,0239	1,0179
Base-pilar semirrígido	1º	2,8773	2,9782
	2º	1,0990	1,1629

Assume-se na sequência que a estrutura seja submetida aos primeiros trinta segundos da componente N-S do sismo El Centro (Fig. 4.10b). Para essa ação, as respostas transientes inelásticas de segunda ordem da estrutura com todas as ligações rígidas são apresentadas na Figura 4.21, em que se acompanha a variação do deslocamento horizontal  $u$  do topo do pórtico ao longo do tempo.

As Figuras 4.22a e 4.22b trazem as respostas transientes inelásticas de segunda ordem no caso do pórtico de Vogel com ligação base-pilar semirrígida, em que se considerou os modelos não linear e linear da conexão, respectivamente. Os resultados encontrados neste trabalho mais uma vez apresentam boa concordância com os da literatura, ocorrendo pequenas discrepâncias que podem ser justificadas pelas diferentes abordagens no tratamento da plasticidade da seção transversal dos membros e formulações geometricamente não lineares.



**Figura 4.21** Resposta transiente inelástica de segunda ordem do pórtico de seis andares de Vogel com todas as ligações rígidas



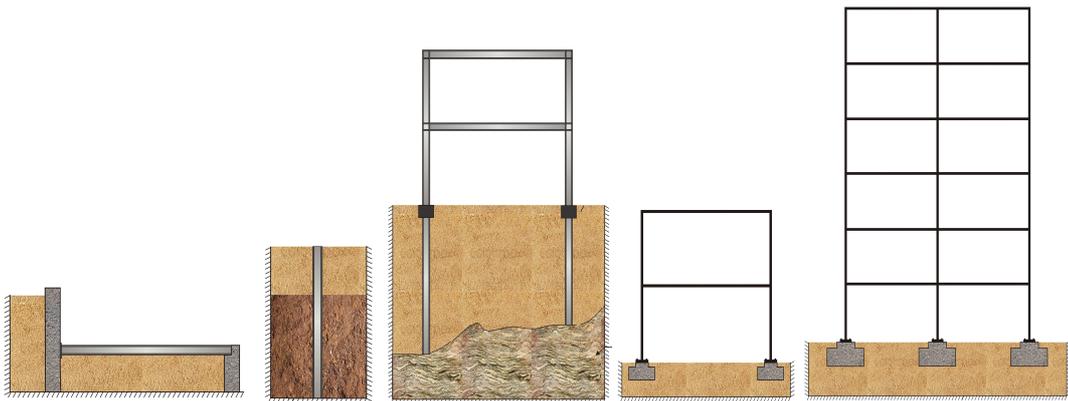
**Figura 4.22** Resposta transiente inelástica de segunda ordem do pórtico de seis andares de Vogel com ligação base-pilar semirrígida

Por fim, foi possível observar novamente que ocorre uma redução na amplitude do deslocamento do ponto monitorado do pórtico durante a maior parte da análise, sendo esse

comportamento melhor evidenciado quando a estrutura apresenta a ligação base-pilar semirrígida.

# Capítulo 5

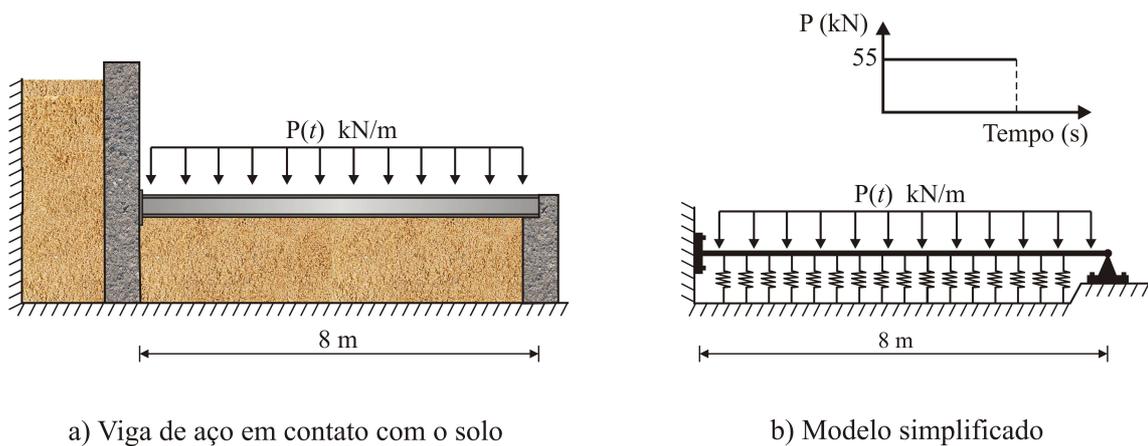
## Exemplos Numéricos: Análise Dinâmica Avançada de Estruturas de Aço com Ligações Semirrígidas e Interação com o Solo



Este capítulo traz avaliações numéricas, via CS-ASA, do comportamento transiente não linear de sistemas estruturais planos em aço com restrições bilaterais de contato impostas pelo meio geológico (solo ou rocha). Os mesmos elementos finitos planos não lineares de barra, que se baseiam nas hipóteses de Euler-Bernoulli, são usados na modelagem da estrutura e o comportamento do meio geológico é aproximado através de molas discretas ou contínuas, seguindo o modelo de Winkler. Situações práticas envolvendo vigas, estacas e pórticos em contato com o solo são exploradas. Como será mostrado, a resposta transiente não linear de uma estrutura pode sofrer alterações de caráter qualitativo e quantitativo quando se considera a influência do meio, seja esse flexível ou rígido.

## 5.1 Viga Engastada-Apoiada Sobre o Solo

Uma viga engastada-simplesmente apoiada constituída por um perfil HEB 300 e em contato com o solo é ilustrada na Figura 5.1. Suas propriedades geométricas e físicas são: comprimento  $L = 8$  m, módulo de elasticidade  $E = 2,134 \times 10^{11}$  N/m<sup>2</sup>, tensão de escoamento  $f_y = 285$  MPa e densidade  $\rho = 7849,1$  kg/m<sup>3</sup>. Ao longo do seu comprimento, a viga está em contato bilateral em uma fundação elástica com rigidez  $k_1 = 5 \times 10^5$  N/m<sup>2</sup>. Para a solução numérica desse problema, utilizou-se 20 elementos finitos para discretização da estrutura; o solo foi representado através de molas dispostas de forma discreta e contínua (modelo de Winkler). A viga é submetida ao carregamento do tipo impacto, que também é ilustrado na Figura 5.1. A Tabela 5.1 apresenta os resultados para a análise de vibração livre do sistema estrutural em estudo considerando os dois modelos de molas para a representação do meio geológico.



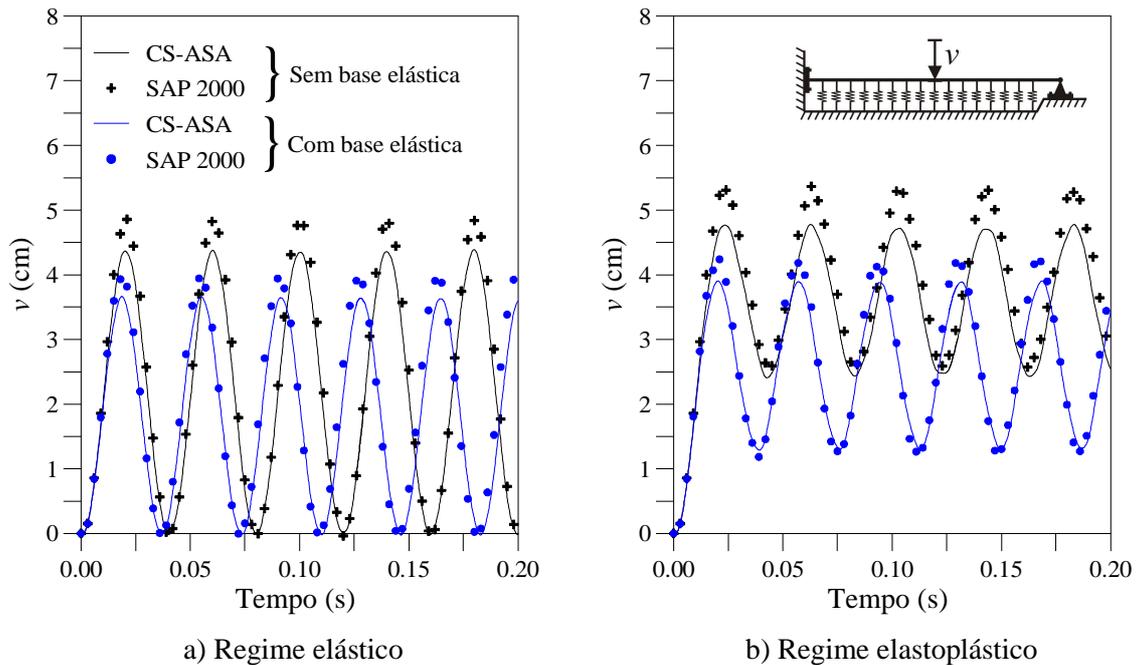
**Figura 5.1** Viga engastada-simplesmente apoiada sobre o solo: geometria e carregamento atuante

**Tabela 5.1** Dois primeiros períodos de vibração (segundos) para a viga engastada-apoiada no solo

Modos	SAP 2000	CS-ASA (MD)	CS-ASA (Winkler)
1°	0,0368	0,0355	0,0372
2°	0,0130	0,0117	0,0123

As análises transientes não lineares são apresentadas na Figura 5.2, que foram realizadas inicialmente considerando o sistema estrutural com comportamento elástico, sem a contribuição da base, e posteriormente com a contribuição desta (Figura 5.2a). Já as

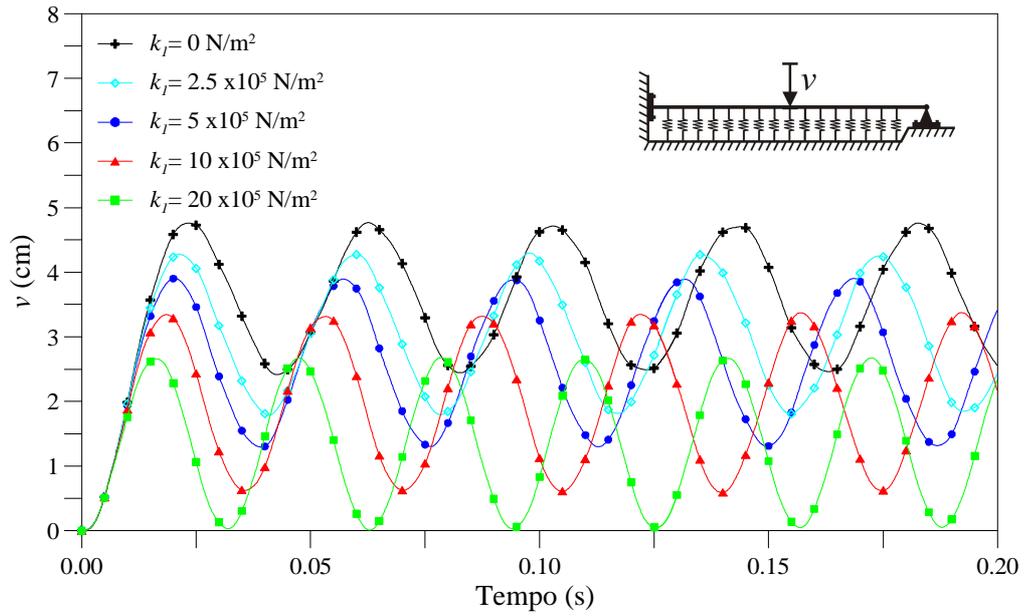
respostas transientes inelásticas estão na Figura 5.2b (modelo elastoplástico), em que se verifica uma deformação residual na viga. Os resultados obtidos através do CS-ASA apresentam boa concordância com aqueles do SAP 2000. Como esperado, o solo interfere reduzindo as amplitudes dos deslocamentos da viga. As discrepâncias nos picos de deslocamento podem ser justificadas pelas diferentes formulações não lineares utilizadas pelo SAP 2000 e CS-ASA.



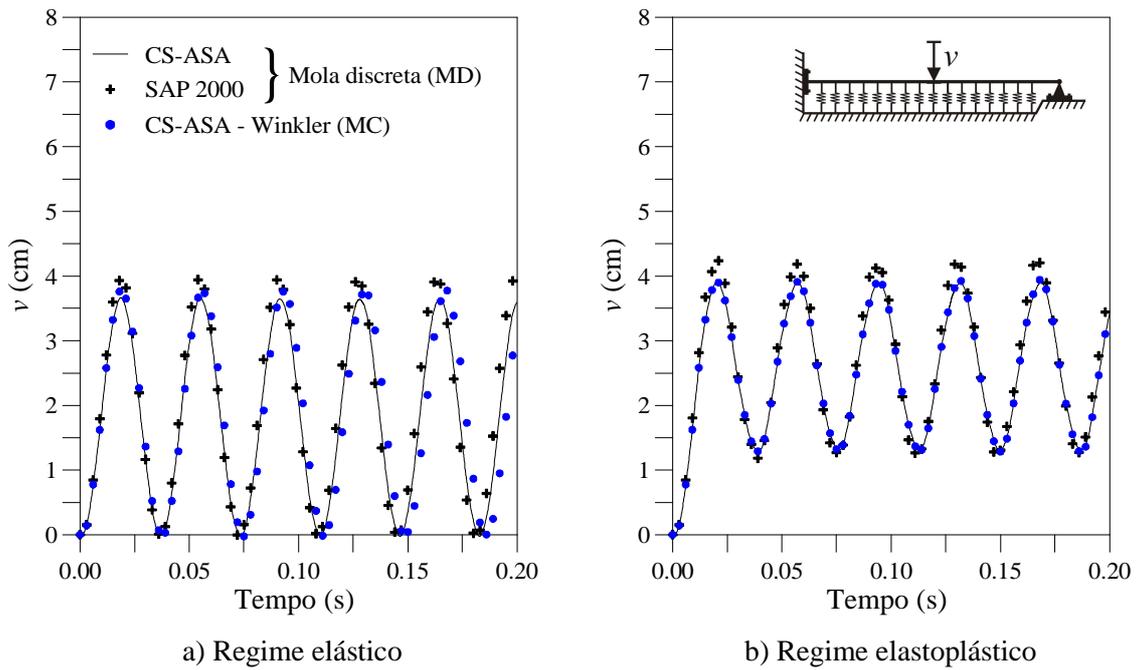
**Figura 5.2** Variação do deslocamento vertical ( $v$ ) no centro da viga engastada-apoiada

Outras análises transientes foram realizadas estudando a variação da rigidez da fundação elástica e os resultados estão ilustrados na Figura 5.3. Observa-se, como esperado, que as fundações mais rígidas ocasionam menores deslocamentos e menores períodos de vibração na viga e, a partir de uma determinada rigidez da base, não é mais possível verificar a formação de rótulas plásticas. Verifica-se, portanto, a influência que o solo pode exercer sobre a resposta do sistema, e que sua consideração é de grande importância no comportamento dinâmico não linear do problema de interação solo-estrutura (ISE).

Por fim, tem-se na Figura 5.4 a comparação entre as respostas transientes não lineares da viga para as duas aproximações do solo: molas discretas (MD) e modelo contínuo de Winkler (MC).



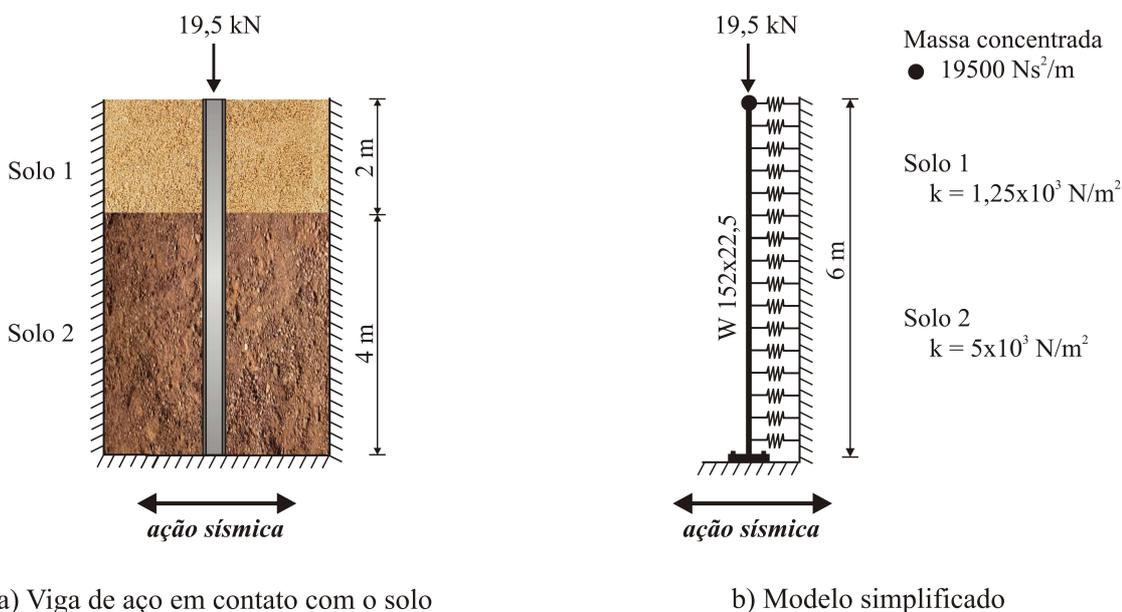
**Figura 5.3** Variação do deslocamento vertical ( $v$ ) da viga para diferentes valores de  $k$  da base



**Figura 5.4** Variação deslocamento vertical ( $v$ ) da viga para diferentes modelos de base elástica

## 5.2 Estaca Cravada em Meio Geológico

Este exemplo traz uma estaca de aço cravada em um meio geológico com características distintas (Figura 5.5). A estaca de aço é constituída pelo perfil W152x22,5 e suas propriedades geométricas e físicas são: comprimento  $L = 6$  m, módulo de elasticidade  $E = 1,999 \times 10^{11}$  N/m<sup>2</sup>, tensão de escoamento  $f_y = 235$  MPa e densidade  $\rho = 7849,1$  kg/m<sup>3</sup>. A estaca está em contato com um solo do Tipo 1 até a profundidade de 2 m e com um solo do Tipo 2 a partir dessa profundidade. Para as análises numéricas realizadas, a estaca foi discretizada em 15 elementos finitos; a base elástica foi modelada através de molas discretas (MD) e usando o modelo contínuo de Winkler. A estrutura foi submetida à ação dos primeiros 15 segundos da componente (N-S) do sismo El Centro (Figura 4.10b) com pico de aceleração escalonado para  $\ddot{u}_g = 0.56g$ .



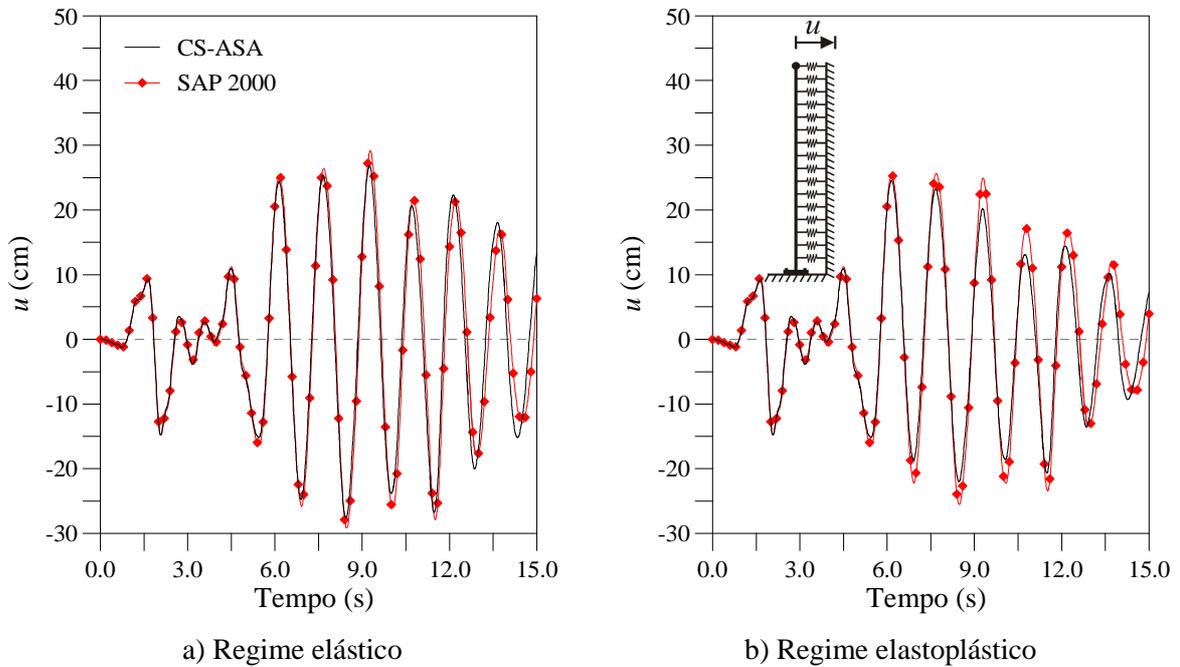
**Figura 5.5** Estaca de aço cravada em meio geológico: modelo e geometria

Na Tabela 5.2, a seguir, são apresentados os dois primeiros períodos de vibração da estrutura obtidos pelo CS-ASA (MD e Winkler) e SAP 2000.

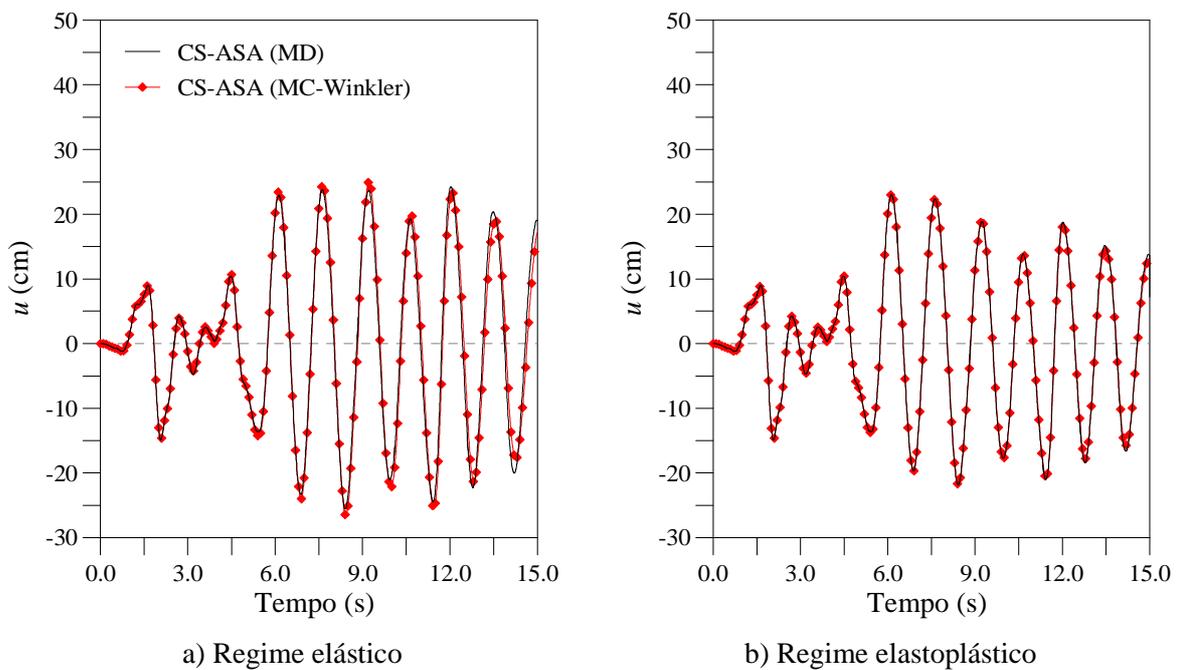
**Tabela 5.2** 1° e 2° períodos de vibração (segundos) para estaca de aço cravada em meio geológico

Modos	SAP 2000	CS-ASA (MD)	CS-ASA (Winkler)
1°	1,5064	1,4934	1,4952
2°	0,0632	0,0444	0,0449

A análise transiente não linear, como no estudo anterior, foi realizada inicialmente considerando a estrutura (estaca) com comportamento elástico (Figura 5.6a). Já a Figura 5.6b traz os resultados obtidos para a estrutura com comportamento elastoplástico e solo aproximado por molas discretas. Na Figura 5.7 estão os resultados para o modelo contínuo de Winkler.



**Figura 5.6** Resposta transiente não linear da estaca em meio geológico (molas discretas)

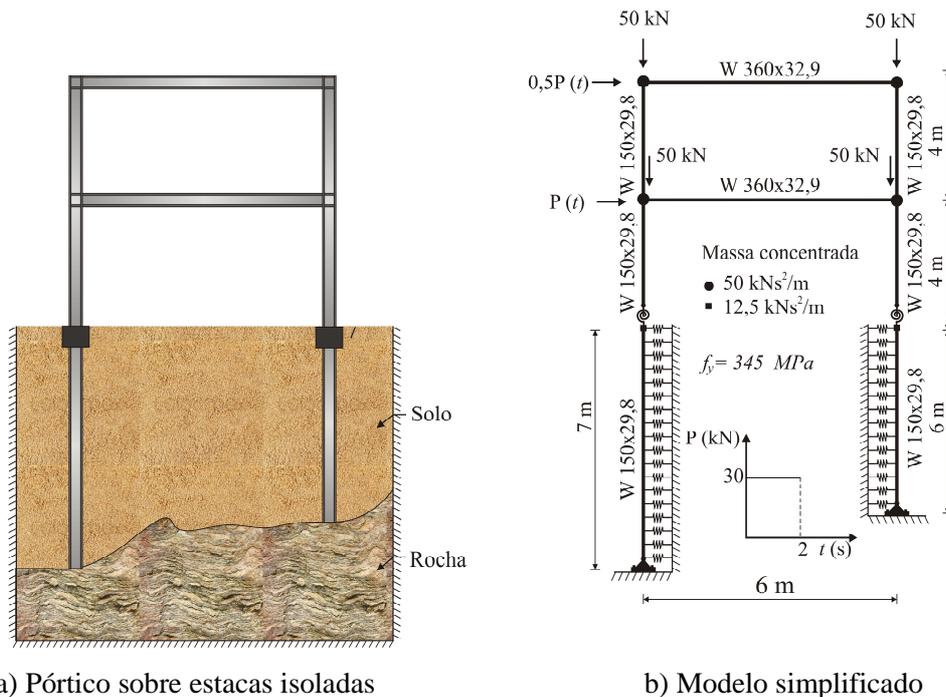


**Figura 5.7** Resposta transiente não linear da estaca em meio geológico (MD x modelo de Winkler)

Mais uma vez, verifica-se a boa concordância entre as respostas do CS-ASA e aquelas do SAP 2000, assim como a equivalência, para a discretização do sistema adotada, entre os modelos usados na aproximação do comportamento do solo. Quando comparadas as respostas da estaca em regime elástico com o a em regime elastoplástico pode-se observar ainda o amortecimento histerético ocasionado pela degradação da resistência da seção da estaca e redistribuição dos esforços, que proporciona uma maior diminuição das amplitudes de deslocamento da estaca em regime elastoplástico a partir do tempo de 10 segundos da análise.

### 5.3 Pórtico de Dois Andares Sobre Estacas Isoladas

Neste exemplo é estudado um pórtico de dois andares em aço cuja fundação também é constituída por estacas de aço isoladas cravadas no solo (Figura 5.8). Os pilares e as estacas são constituídos pelo perfil W150x29,8; é usado o perfil W360x32,9 para as vigas. As propriedades geométricas da estrutura são apresentadas na Figura 5.8. Para o material aço, o módulo de elasticidade  $E = 2,0 \times 10^{11}$  N/m<sup>2</sup> e densidade  $\rho = 7849,1$  kg/m<sup>3</sup>. As estacas estão em contato com um solo de rigidez  $k = 2 \times 10^6$  N/m<sup>2</sup>. É adotada uma discretização de 1 (um) elemento finito a cada metro dos componentes do sistema (pilares, vigas e estacas). Para representação da base elástica é utilizado o modelo de molas discretas (MD). Na modelagem da ligação base-pilar semirrígida adotou-se  $S_{mic} = 3500$  kNm/rad.



**Figura 5.8** Pórtico de dois andares sobre estacas isoladas: modelo, geometria e carregamento

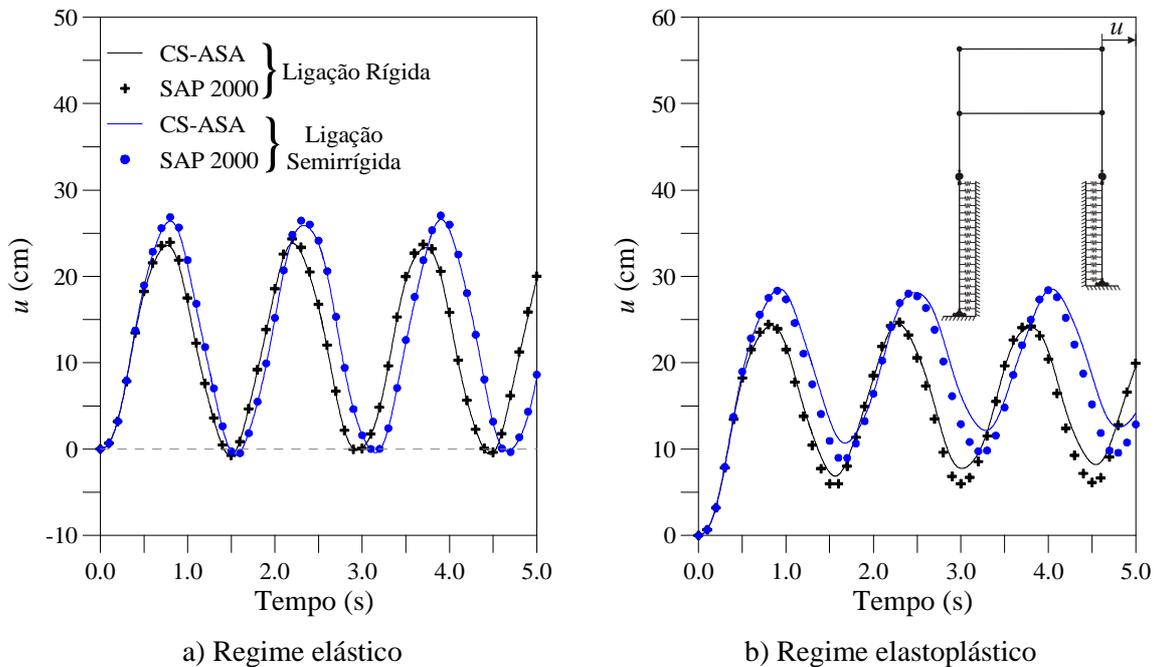
O bloco sobre a estaca foi considerado como uma massa concentrada. A estrutura foi submetida à ação de uma carga de impacto (Figura 5.8).

A Tabela 5.3 apresenta os resultados obtidos através do CS-ASA e SAP 2000 para dois primeiros períodos de vibração do sistema estrutural.

**Tabela 5.3** 1º e 2º períodos naturais de vibração (segundos) do pórtico sobre estacas

Ligação base-pilar	Modo	SAP 2000	CS-ASA (MD)
Rígidas	1º	1,4805	1,4882
	2º	0,4318	0,4303
Semirrígidas	1º	1,5605	1,5639
	2º	0,4354	0,4325

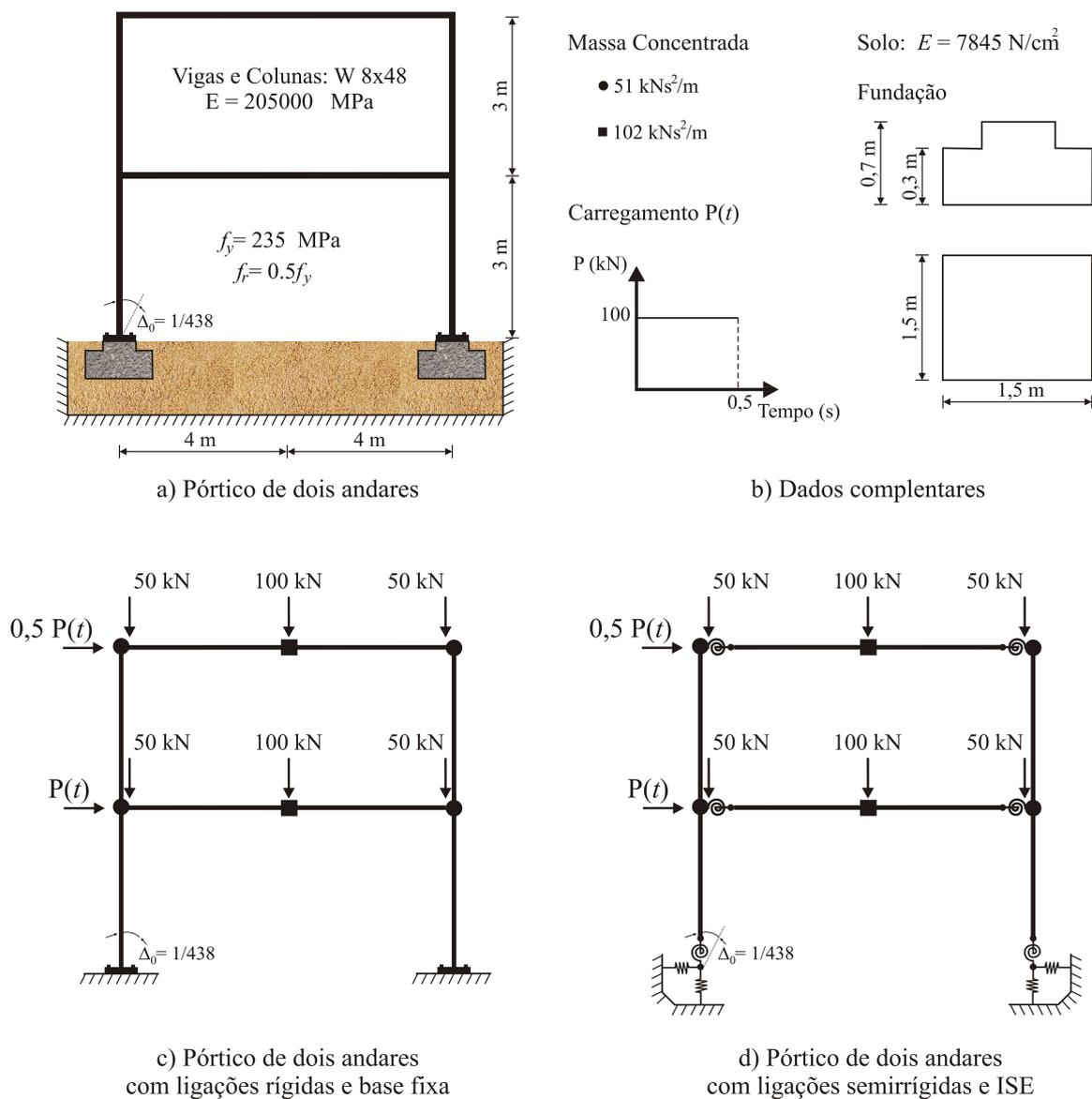
Foram realizadas análise transientes não lineares para a estrutura com material em regimes elástico e elastoplástico, e para ligação base-pilar perfeitamente rígida e semirrígida (Figura 5.9). Através dos resultados apresentados, verifica-se que o acoplamento dos vários efeitos não lineares (geométrico, material e ligação) foi realizado com sucesso através da metodologia numérica proposta nesta tese. Novamente, os resultados alcançados através do CS-ASA estão muito próximos daqueles do software comercial SAP 2000.



**Figura 5.9** Resposta transiente não linear do pórtico sobre estacas (molhas discretas)

## 5.4 Pórtico de Dois Andares Sobre Fundação Rasa

Este exemplo envolve o pórtico de dois andares com apoios engastados apresentado no Capítulo 4, Seção (4.1). No entanto, propõe-se agora uma análise considerando a mesma estrutura apoiada em uma fundação rasa (sapata isolada) sobre um solo constituído de areia compacta ( $E = 7845 \text{ N/cm}^2$  e  $\nu=0,35$ ). Na Figura 5.10 são apresentados os detalhes da geometria do sistema em estudo e a carga dinâmica aplicada na estrutura de aço. Nessa figura ainda estão as condições de contorno adotadas e de ligação entre os membros estruturais cujas respostas transientes não lineares serão estudadas.



**Figura 5.10** Pórtico de dois andares sobre fundação rasa: geometria e carregamento atuante

Nesta análise procura-se avaliar o acoplamento dos efeitos geométricos não lineares, da inelasticidade do aço (método da rótula plástica refinado), das ligações semirrígidas viga-pilar (modelo de RichardAbbott-1975 e o modelo linear) e ainda a ISE (modelo discreto e modelo contínuo de Winkler). Para consideração da ISE, as rigidezes das molas que representam o meio geológico são calculadas para diferentes valores de módulo de cisalhamento do solo, de acordo com ASCE/SEI 41-06 (2007) (Capítulo 2). A análise dinâmica é realizada com um incremento de tempo  $\Delta t = 10^{-3}$  segundos. É utilizada uma malha com dois elementos finitos para cada viga e apenas um elemento finito para cada coluna. A carga de impacto atua durante os primeiros 0,5 segundos da análise (Figura 5.10).

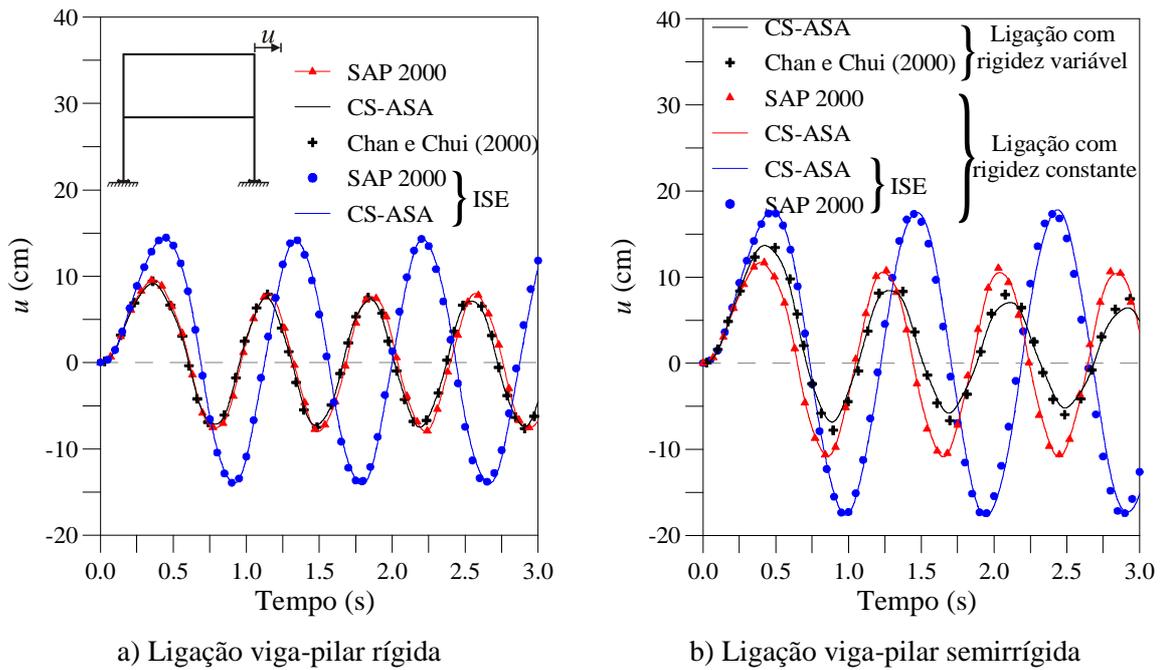
Na Tabela 5.4 estão as duas primeiras frequências naturais do pórtico para as diferentes configurações adotadas. Mais uma vez, os resultados extraídos do SAP 2000 são usados na calibração dos modelos resolvidos através do CS-ASA.

**Tabela 5.4** Duas primeiras frequências naturais de vibração, em Hertz, do pórtico de dois andares

Configurações	Frequência Natural	SAP 2000	CS-ASA
LV-P rígidas	1 <sup>a</sup>	1,396	1,415
	2 <sup>a</sup>	2,916	2,972
LV-P rígidas e ISE	1 <sup>a</sup>	1,150	1,158
	2 <sup>a</sup>	2,740	2,784
LV-P semirrígidas	1 <sup>a</sup>	1,257	1,268
	2 <sup>a</sup>	2,690	2,729
LV-P semirrígidas e ISE	1 <sup>a</sup>	1,043	1,048
	2 <sup>a</sup>	2,535	2,565

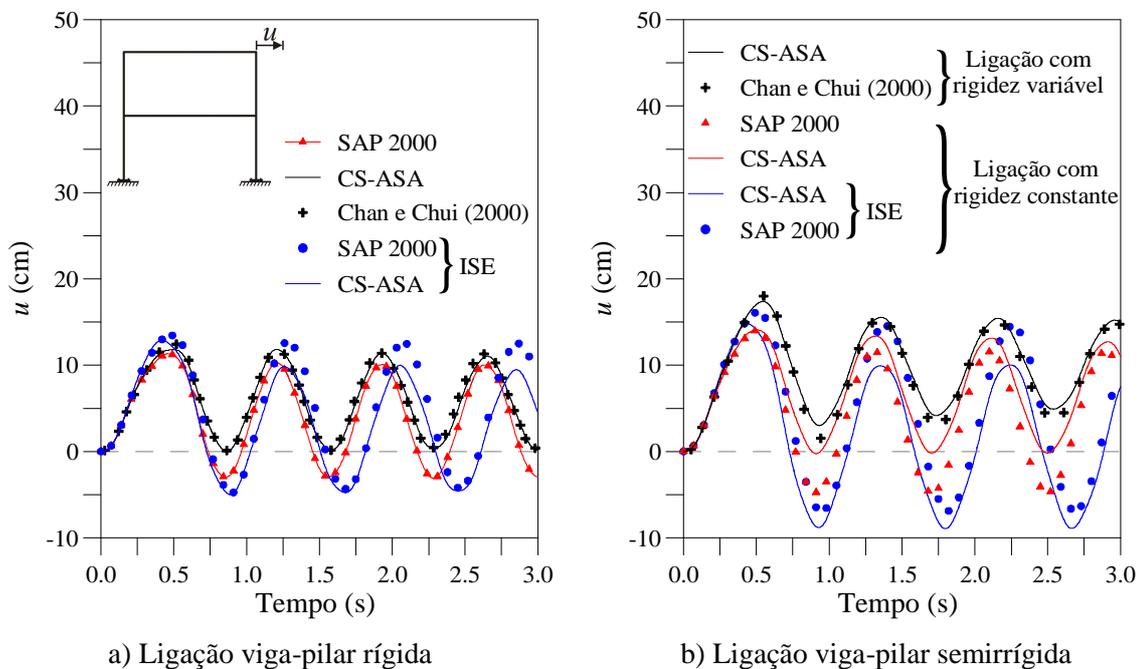
Obs. LV-P: Ligação viga-pilar

A Figura 5.11a fornece a variação do deslocamento horizontal  $u$  ao longo do tempo supondo o material do pórtico perfeitamente elástico. Na Figura 5.11b é possível observar o efeito do amortecimento induzido pela ligação viga-pilar semirrígida (modelo não linear), e que o mesmo fenômeno não acontece no caso de ligação semirrígida (modelo linear) e para o caso da ISE. Na análise da ISE, em ambos os casos de ligação viga-pilar (rígidas e semirrígidas), observa-se uma amplificação dos picos de deslocamentos.



**Figura 5.11** Resposta transiente elástica não linear para o deslocamento horizontal,  $u$

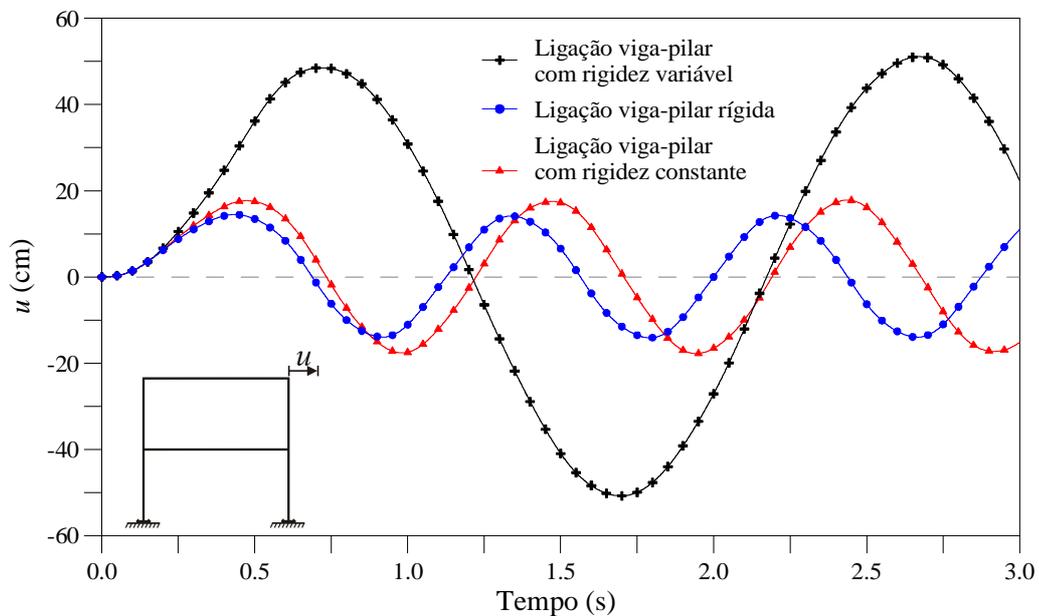
A Figura 5.12 apresenta a resposta dinâmica não linear do sistema estrutural quando o modelo elastoplástico é adotado.



**Figura 5.12** Resposta transiente elastoplástica para o deslocamento horizontal,  $u$

Observando as Figura 5.11 e 5.12 verifica-se que o efeito de dissipação de energia, amortecimento histerético (Figura 5.12), é evidenciado em ambos os casos (com e sem ISE), mas se torna predominante nas análises envolvendo a ISE, onde o sistema fica mais suscetível aos efeitos do carregamento aplicado ocasionando maiores deformações plásticas. Em todos os casos analisados, verifica-se a boa concordância entre os resultados obtidos neste trabalho e os apresentados pelos autores Chan e Chui (2000) e com o *software* SAP 2000.

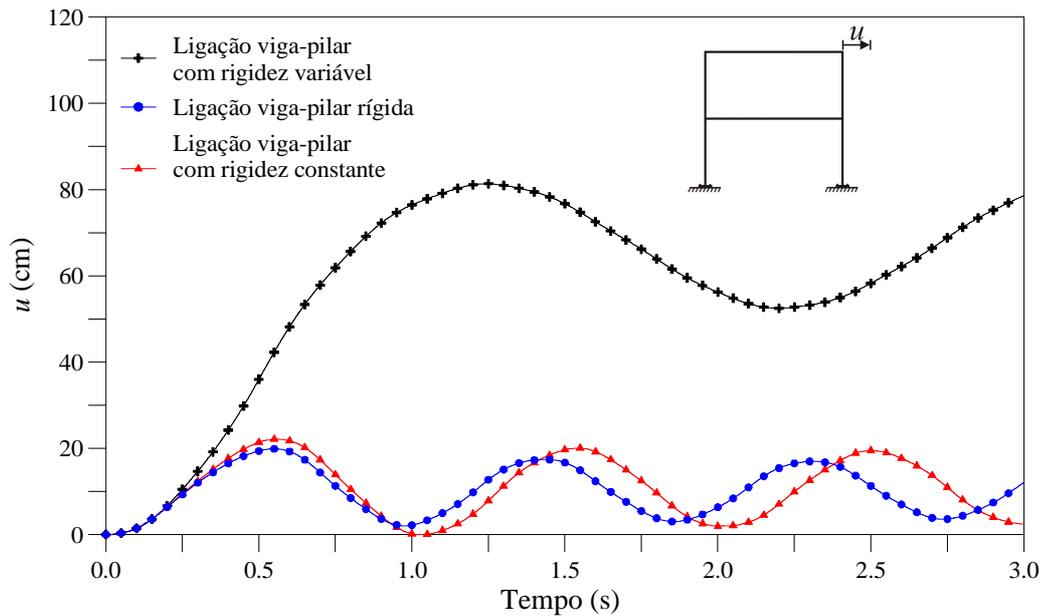
Na Figura 5.13 são apresentadas as respostas elásticas considerando a ISE para as diferentes condições de ligação viga-coluna. Vale destacar que no caso em que se tem a combinação da ISE e ligação viga-pilar semirrígida (modelo não linear), observa-se uma significativa amplificação dos picos de deslocamentos.



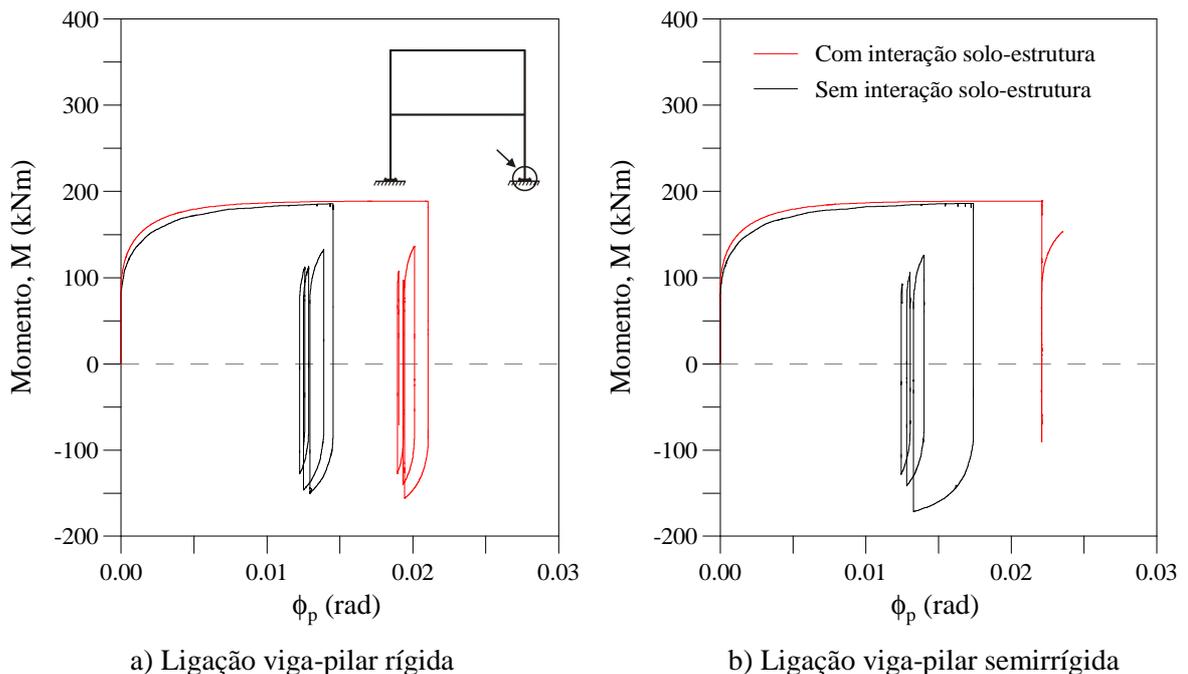
**Figura 5.13** Resposta transiente elástica com ISE para o deslocamento horizontal,  $u$ , do topo do pórtico (LV-PSR: ligação viga-pilar semirrígida)

Para as respostas inelásticas (modelo elastoplástico) com ISE, a comparação é realizada através da Figura 5.14. Mais uma vez, vale destacar que no caso em que se tem a combinação da ISE e ligação viga-pilar semirrígida (modelo não linear), nota-se uma redistribuição de esforços que acarreta em uma maior deformação plástica residual na estrutura, com amortecimento histerético introduzido a partir do primeiro segundo da resposta.

O momento fletor normalizado *versus* deformação plástica no pilar esquerdo logo após o apoio é representado na Figura 5.15. É possível observar que a cada loop tem-se uma parcela de energia absorvida (método da rótula plástica refinado), e isso explica o efeito de amortecimento histerético já mencionado. No entanto, quando se avalia o efeito da ISE no pórtico com ligação viga-coluna semirrígida (Fig. 5.15b), tem-se apenas a dissipação de energia no primeiro ciclo, pois o sistema retorna ao estado elástico após a ocorrência da deformação plástica no primeiro ciclo.



**Figura 5.14** Resposta transiente inelástica com ISE para o deslocamento,  $u$ , no topo do pórtico



**Figura 5.15** Curva momento-curvatura da seção no apoio

## 5.5 Pórtico de Seis Andares Sobre Fundação Rasa

O último exemplo deste capítulo traz novamente o pórtico de seis andares de Vogel com ligação base-pilar rígida e semirrígida (Capítulo 4, Seção 4.6). No entanto, propõe-se agora uma análise considerando o pórtico apoiado em uma fundação rasa (sapata isolada) sobre um solo constituído de pedregulho compacto ( $E = 9807 \text{ N/cm}^2$  e  $\nu=0,35$ ). Na Figura 5.16 são apresentados os detalhes da geometria e do carregamento atuante na estrutura de aço, bem como os dados referentes à fundação e modelo simplificado para a realização das análises transientes não lineares. No problema de ISE, as rigidezes das molas que representam a base são calculadas de acordo com ASCE/SEI 41-06 (2007) para os diferentes valores de módulo de cisalhamento do solo, como mostrado no Capítulo 2. Na discretização do sistema estrutural é utilizada uma malha com apenas um elemento finito para cada viga e coluna. A carga dinâmica atuante é representada pela aceleração de base referente à componente N-S do sismo El Centro (Fig. 4.10b).

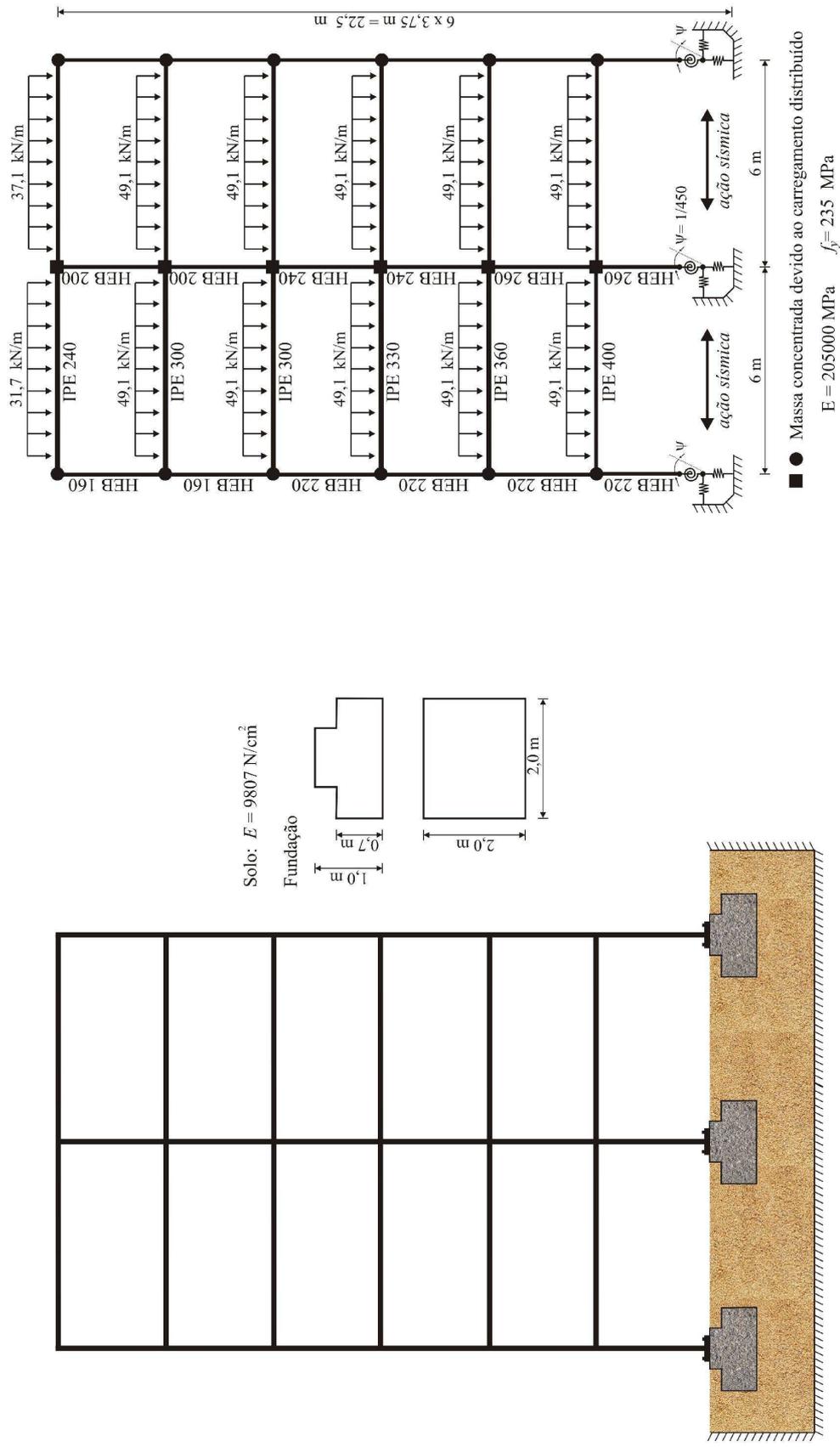
A Tabela 5.5 apresenta os resultados obtidos através do CS-ASA e SAP 2000 para dois primeiros períodos de vibração da estrutura com as diferentes configurações de análises abordadas.

**Tabela 5.5** Dois primeiros períodos de vibração (segundos) do pórtico de seis andares

Configurações	Modos	Nguyen e Kim (2017)	SAP 2000	CS-ASA
Base engastada	1°	2,695	2,712	2,668
	2°	1,024	1,033	1,018
ISE	1°	-	2,964	2,933
	2°	-	1,066	1,056

Assume-se agora que a estrutura está sujeita aos primeiros trinta segundos da componente N-S do sismo El Centro (Fig. 4.10b). As respostas transientes elásticas não lineares para a situação da estrutura com ligações base-pilar engastadas e considerando a ISE são apresentadas, respectivamente, nas Figuras 5.17a e 5.17b, em que se acompanha a variação do deslocamento horizontal,  $u$ , do topo da estrutura.

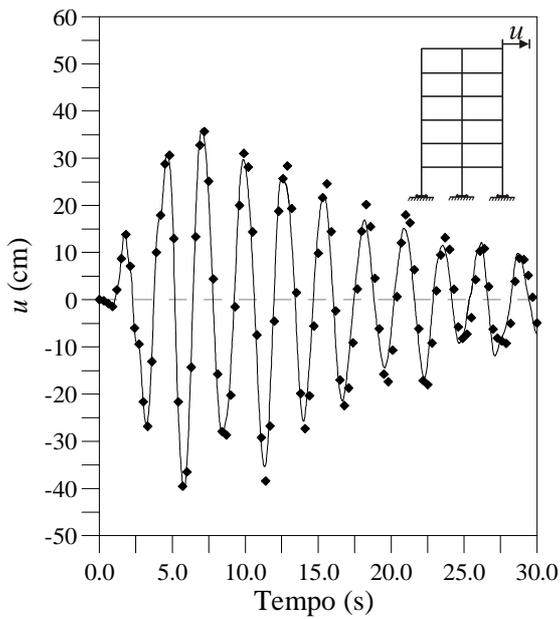
Nas Figura 5.18a e 5.18b estão as respostas transientes inelásticas para a situação do pórtico de seis andares com ligação base-pilar engastada e ISE, respectivamente.



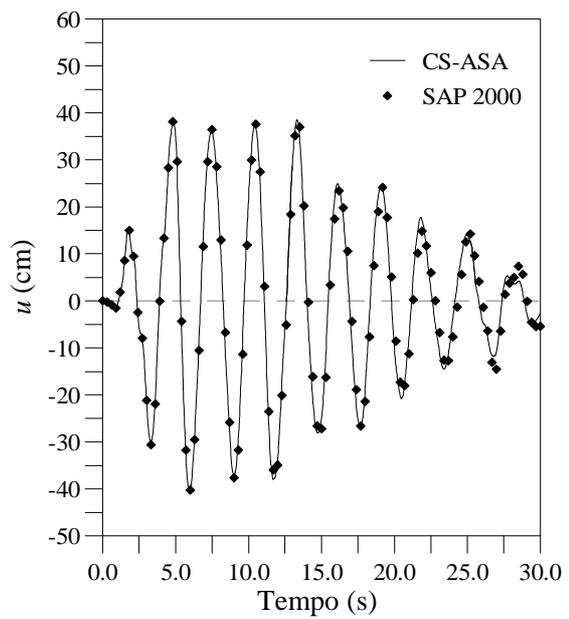
a) P\\*rtico de seis andares sobre fundação rasa

b) Modelo p\\*rtico de seis andares com ISE

Figura 5.16 - P\\*rtico de seis andares sobre fundação rasa: geometria, modelo e carregamento

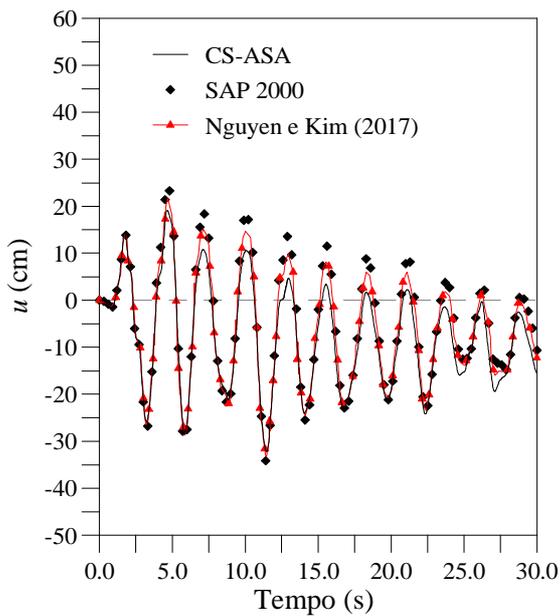


a) Ligação base-pilar engastada

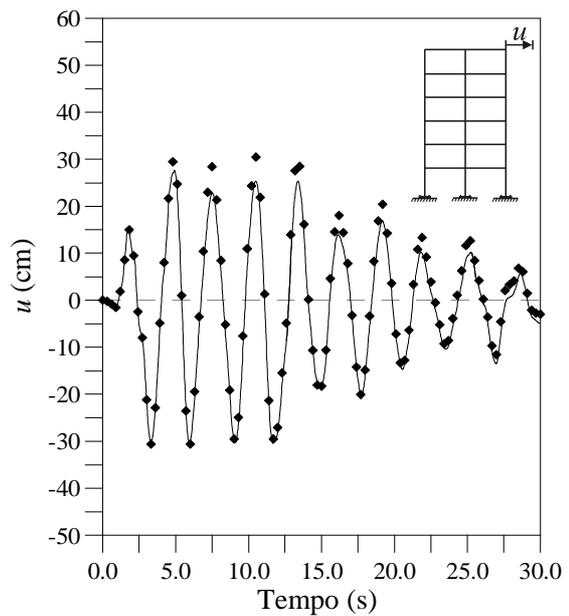


b) Ligação base-pilar com ISE

**Figura 5.17** Resposta transiente elástica do deslocamento horizontal,  $u$ , no topo do pórtico



a) Ligação base-pilar engastada



b) Ligação base-pilar com ISE

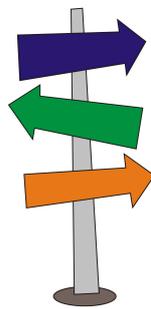
**Figura 5.18** Resposta transiente inelástica para o deslocamento horizontal,  $u$ , no topo do pórtico

Mais uma vez foi possível observar que o efeito de dissipação de energia, representado pelo amortecimento histerético, é evidente em ambos os casos, ou seja, com e sem a ISE. Nas análises envolvendo a ISE, entretanto, tem-se que o sistema estrutural fica mais suscetível aos efeitos do carregamento aplicado, e assim maiores picos de deslocamento são obtidos.

# Capítulo 6

## Considerações Finais

---



Foram apresentadas nesta tese metodologias e estratégias numéricas para solução do problema transiente inelástico de segunda ordem de estruturas metálicas planas com ligações semirrígidas e interação com o solo. Com o intuito de verificar e validar as implementações computacionais realizadas no módulo dinâmico não linear do CS-ASA (Silva, 2009), foram selecionados exemplos de vigas, estacas e pórticos em aço em contato ou não com o meio geológico (solo ou rocha). As conclusões obtidas a partir das análises numéricas realizadas nos Capítulos 4 e 5, bem como algumas sugestões para trabalhos futuros, são apresentadas neste último capítulo da tese.

## 6.1 Conclusões

Esta tese apresentou uma investigação abrangente sobre o comportamento inelástico de estruturas aporticadas em aço com ligações semirrígidas e contato com o meio geológico (solo ou rocha) quando estas são solicitadas por ações dinâmicas extremas. As análises transientes foram realizadas através da plataforma CS-ASA (Silva, 2009), onde foram testadas e validadas as novas implementações computacionais.

Através das análises numéricas realizadas nos dois capítulos anteriores foi possível validar as estratégias e formulações não lineares propostas para a modelagem do comportamento cíclico inelástico de estruturas metálicas (Batelo, 2014; Silva *et al*, 2015), incluindo também o comportamento histerético das ligações semirrígidas (Silva, 2009). Pôde-se ainda verificar a influência da inclusão da base elástica em algumas análises realizadas (Maciel, 2012; Rosas, 2016). Vale destacar que o acoplamento desses efeitos não lineares possibilitou ao CS-ASA a realização de análises que ainda não eram contempladas pelo programa, e que também são pouco presentes na literatura utilizando a abordagem computacional aqui apresentada.

A fim de verificar a eficiência das estratégias e metodologias numéricas agora presentes no CS-ASA, foram selecionados, na maior parte dos casos, sistemas estruturais de aço que apresentam soluções numéricas encontradas na literatura e aquelas advindas de um *software* comercial, no caso o SAP 2000.

Através da avaliação dos resultados encontrados nos capítulos anteriores, pode-se afirmar que, de uma maneira geral, as respostas alcançadas nesta pesquisa e aquelas extraídas da literatura, e ainda as obtidas com o auxílio do SAP 2000, apresentaram boa concordância. Assim, é possível afirmar que as metodologias numéricas adotadas para representação do comportamento inelástico, ligações semirrígidas e do meio geológico, juntamente com o emprego dos métodos de Newmark e Newton-Raphson na solução do problema não linear se mostraram eficientes.

A seguir, são apresentadas outras conclusões e comentários baseados nas respostas transientes não lineares das análises estruturais realizadas.

### **6.1.1 Análise Dinâmica Avançada de Estruturas de Aço com Ligações Semirrígidas**

O primeiro grupo de análises, presente no Capítulo 4, estudou o comportamento de um pórtico simples, dois pórticos de um vão, sendo um com dois andares e outro com quatro andares, um pórtico de quatro vãos e cinco andares e ainda um pórtico de dois vãos e seis andares sob ações dinâmicas (impacto ou abalos sísmicos). Validou-se com essas análises o acoplamento de efeitos não lineares geométricos, da inelasticidade do aço e ligações semirrígidas. Vale destacar que vários exemplos de estruturas envolvendo apenas os efeitos não lineares geométricos e ligações semirrígidas já tinham sido apresentados por Silva (2009); problemas estruturais incluindo apenas os efeitos não lineares geométricos e da inelasticidade do aço foram apresentados pelo autor desta tese em sua dissertação de mestrado (Batelo, 2014).

Os resultados encontrados das análises apresentadas no Capítulo 4 foram comparados com os encontrados na literatura, onde foi observada boa concordância. Para essas análises, buscou-se explorar a capacidade de amortecimento hysterético introduzido pelas ligações semirrígidas (viga-pilar e base-pilar) e do próprio sistema estrutural em decorrência da energia absorvida durante o processo de deformação plástica de seus membros, com a consequente redistribuição de esforços internos e formação de rótulas plásticas. As diferenças entre os resultados encontrados, através do CS-ASA, com os métodos da rótula plástica e rótula plástica refinada ficou evidenciada em apenas um exemplo (Capítulo 4, Seção 4.1), não sendo distinguindo nos demais problemas estudados, o que pode ser justificado pela transição de forma abrupta entre o regime elástico e plástico, não ficando claramente evidente quando a seção começa a escoar até a sua plastificação total.

### **6.1.2 Análise Dinâmica Avançada de Estruturas de Aço com Ligações Semirrígidas e Interação com o Solo**

O segundo grupo de análises foi apresentado no Capítulo 5, e consistiu de uma viga em contato com o solo, uma estaca cravada no solo, um pórtico de dois andares sob estacas isoladas e dois pórticos (um com dois andares e outro com seis andares) sobre fundações rasas.

Os resultados das análises desses problemas de contato solo-estrutura, obtidos via CS-ASA, foram apresentados e comparados com os da literatura e com aqueles do *software* SAP 2000, e, mais uma vez, boa concordância foi observada. Através dessas análises, pôde-se verificar a eficiência da metodologia numérica simplificada para tratamento contato bilateral entre os corpos (estrutura e meio geológico), ou seja, a consideração da interação solo-estrutura (ISE) nos exemplos abordados.

De um modo geral, os resultados obtidos com o CS-ASA tanto para o modelo de molas discretas quanto para o modelo contínuo de Winkler, apresentaram boa concordância com aqueles extraídos do SAP 2000.

Vale destacar, ainda, que a rigidez da base elástica tem influência significativa na resposta da estrutura ao longo do tempo e que para os casos estudados sobre fundação rasa, a substituição dos apoios fixos pela consideração da ISE acarretou na redução das frequências naturais das estruturas, isto é, diminuição da sua rigidez, deixando-as mais susceptíveis aos carregamentos dinâmicos principalmente quando esses se caracterizaram por um impacto.

## 6.2 Sugestões para Trabalhos Futuros

São destacados a seguir alguns desafios futuros visando dar continuidade a esta pesquisa:

- Análises transientes inelásticas incluindo o efeito do encruamento do aço;
- Análise dinâmica não linear de membros estruturais sob flexão em torno do eixo de menor inércia considerando os efeitos da inelasticidade do material (Cheng *et al.*, 2013);
- Desenvolvimento e emprego de superfície de resistência da seção transversal metálica que incorpore os esforços internos axial, cisalhante e de flexão (Liu, 2007);
- Desenvolvimento e emprego de outras superfícies de resistências para tornar possível a análise inelástica de outros tipos de seção transversal, como a tubular e quadrada, ou ainda seções transversais de concreto armado e mistas (Duan e Chen, 1990; Meas, 2012; Lemes, 2015 e 2018);
- Análise dinâmica avançada de elementos estruturais com restrições de contato unilateral impostas pelo meio geológico (solo ou rocha); ou seja, emprego de modelos mais precisos para aproximar o comportamento do solo ou rocha;

- Análise dinâmica avançada de elementos estruturais com restrições de contato que desenvolvem degradação cíclica, e dessa forma introduzir amortecimento adicional ao sistema estrutural (Allotey e Naggar, 2008);
- A extensão das formulações e estratégias numéricas apresentadas nesta tese à solução transiente não linear de estruturas espaciais;
- Continuidade ao desenvolvimento de pré e pós-processador gráfico para o sistema computacional CS-ASA (Prado, 2012).

# Referências Bibliográficas

## A

Abreu, J.F.A.C., 2016. *Estudo Computacional Via ANSYS de Vigas, Arcos e Anéis com Restrições de Contato Impostas por Bases Elásticas*, Dissertação de Mestrado, PROPEC/Deciv/EM/UFOP, Ouro Preto/MG, Brasil.

AISC, 2010. *Specification for Structural Steel Buildings*, American Institute of Steel Construction, ANSI/AISC 360-05, Chicago, IL.

AL-Azzawi, A.A., Mahdy, A.H., Farhan, O. S., 2010. *Finite element analysis of deep beams on nonlinear elastic foundations*. *Journal of the Serbian Society for Computational Mechanics*, v.4, pp. 13-42.

Allotey, N. e Naggar, M. H. E., 2008. A Numerical Study Into Lateral Cyclic Nonlinear Soil-Pile Response. *Canadian Geotechnical Journal*, Vol.45(9): 1268-1281.

ASCE, 1997. *Effective Length and Notional Load Approaches for Assessing Frame Stability: implications for American steel desingn*. New York.

ASCE/SEI 41-06, 2007. *Seismic Rehabilitation of Existing Buildings*. New York.

Alves, R.V., 1993. *Formulação para Análise Não-Linear Geométrica em Referencial Lagrangiano Atualizado*. 3º Seminário de Doutorado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil.

## B

Batelo, E. A. P., 2014. *Análise Dinâmica Avançada de Estruturas de Aço Sob Cargas Extremas*. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Deciv/EM/UFOP, Ouro Preto, MG, Brasil.

Bathe, K.J., 1996. *Finite Element Procedures*. New Jersey, Prentice-Hall.

Bielak J., 1976. Modal Analysis for Building Soil Interaction. *Engineering Mechanics Division*. pp. 771–86.

Birk, C., e Behnke, R., 2011. A Modified Scaled Boundary Finite Element Method for Threedimensional Dynamic Soil-Structure Interaction in Layered Soil, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*.

Bowles, L. E., 1974, *Foundation Analysis and Design*. New York, McGraw-Hill, 1ed.

BS 5950, 2000. *Structural Use of Steelwork in Buildings — Part 1: Code of practice for design — Rolled and welded sections*. British Standards Institution, London, England.

## C

Carpenter, W. C., 1968. Numerical Solution of Beam on Elastic Foundation. *Journal of the Structural Division, ASCE*, vol 94(11), pp. 2657–2662.

Carvalho, L. C. V., Andrade, S. A. L. e Vellasco, P. C. G. S., 1998. Experimental Analysis of Bolted Semi-Rigid Connections. *Journal of Constructional Steel Research*, vol. 46(1-3), pp. 1-20.

Castro, R.A., 2006. *Modelagem Computacional de Ligações Semi-rígidas e sua Influência no Comportamento Dinâmico de Pórticos de Aço*. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil/FEN/UERJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

Chan, S.L., e Chui, P.P.T., 2000. *Non-linear Static and Cyclic Analysis of Steel Frames with Semi-Rigid Connections*. Elsevier, Oxford.

Chandra, S.; Madhav, M.R.; Iyengar, N.G.R., 1987. *A New Model for Nonlinear Subgrades*. *Mathematical Modelling*, v.8, pp. 513-518.

Chen, W. F., Goto, Y. e Liew, J. Y. R. (1996) *Stability Design of Semi-Rigid Frames*. John Wiley.

Chen, W.F., e Kim, S.E., 1997. *LRFD Steel Design using Advanced Analysis*, CRC Press, Boca Raton, Flórida.

Chen, W.F., e Lui, E.M., 1991. *Stability Design of Steel Frames*. CRC Press, Boca Raton, Florida.

Cheng, X., Chen Y., e Nethercot, D.A., 2013. Experimental study on H-shaped steel beam columns with large width-thickness ratios under cyclic bending about weak-axis. *Engineering Structures*, vol.49, pp. 264-274.

Chopra, A. K., 1995. *Dynamics of Structures*. Prentice-Hall, New Jersey.

Chopra A. K., e Gutierrez J. A., 1974. Earthquake Response Analysis of Multistory Buildings Including Foundation Interaction. *Earthquake Engineering Structure Dynamics*, vol. 3, pp. 65–77.

Clough, R. W. e Penzien, J., 1993. *Dynamics of Structures*. 2 ed. New York, McGraw-Hill.

Cook, R.D., Malkus, D.S. e Plesha, M.E., 1989. *Concepts and Applications of Finite Element Analysis*, 3rd ed., New York, John Wiley & Sons, Inc.

Covas, N. e Almeida, V.S., 2014. *SISEs – Parte 11 – Sistema de Integração Solo-Estrutura: SISEs/TQS*, Brasil, Biblioteca TQS.

Cunningham, R., 1990. Some Aspects of Semi-rigid Connections in Structural Steelwork. *The Structural Engineer*, vol. 68(5), pp. 85-92.

## **D**

Duan, L., e Chen, W.F., 1990. A yield surface equation for doubly symmetrical sections. *Engineering Structures*, vol. 12, pp.114-119.

Dutta, S.C., Roy, R., 2002. *A Critical Review on Idealization and Modeling for Interaction Among Soil-Foundation-Structure System*. *Computer and Structures*, v.80, pp. 1579-1584.

## **E**

ECCS, 1983. Ultimate Limit State Calculation of Sway Frames with Rigid Joints. Pub. N° 33, European Convention for Constructional Steelwork

Eurocode 3, 2005. Design of Steel Structures. Part 1.8: Design of Joints. European Committee for Standardization (CEN) Brussels, Belgium.

## F

Faella, C., Piluso, V. e Rizzano, G., 2000. *Structural Steel Semirigid Connections: Theory, Design, and Software*. 1ª ed. Florida, CRC Press LLC.

## G

Galvão, A.S., 2004. *Instabilidade Estática e Dinâmica de Pórticos Planos com Ligações Semi-rígidas*. Tese de Doutorado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da PUC-Rio, Rio de Janeiro, Brasil.

Galvão, A.S., Silva, A. R. D., Silveira, R. A. M. e Gonçalves, P. B., 2010. Nonlinear Dynamic Behavior and Instability of Slender Frames with Semi-rigid Connections. *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 52, pp. 1547-1562.

Gouasmia, A. e Djeghaba, K., 2007. Non-linear Dynamic Soil-Structure Interaction Analysis of Buildings. *Technological and Economic Development of Economy*, 13:4, 266-271.

Gusmão Filho, J. A. 2008. *Fundações de Pontes – Hidráulica e Geotécnica*. Recife-PE. 2ªed., Editora Universitária UFPE

## H

Hetényi, M., 1946. *Beams on Elastic Foundation*. University of Michigan Press, Mich.

Holanda Junior, O. G., 1998. *Interação Solo-Estrutura para Edifícios de Concreto Armado Sobre Fundações Superficiais*. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos - USP, São Paulo, SP, Brasil.

Hilmy, I. S. e Abel, J. F., 1985. Material and Geometric Nonlinear Dynamic Analysis of Steel Frames Using Computer Graphics. *Computers & Structures*, Vol. 21, pp. 825-840.

## I

Iguchi M., 1978. Dynamic Interaction of Soil–Structure with Elastic Rectangular Foundation. *Proceeding of the fifth Japanese earthquake engineering symposium*. Tokyo, Japão. P0. 457–464

## K

Kampitsis, A.E., e Sapountzakis, E.J.; 2017. *Dynamic Analysis of Beam-Soil Interaction Systems with Material and Geometrical Nonlinearities*. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, v.90, pp. 82-99.

Kanchanalai, T., 1977. The Design and Behavior of Beam-Columns in Unbraced Steel Frames. *American Iron and Steel Institute Project No. 189, Rep. No. 2*, Civil Engineering/Structural Research Laboratory, University of Texas, Austin, Texas.

Kishi, N., e Chen, W.F., 1986. *Data Base of Steel Beam-to-column Connections*. Structural Engineering Report No. CE-STR-93-15, School of Civil Engineering, Purdue Univ., West Lafayette, IN.

Kuhl, D. e Crisfield, M.A., 1999. Energy-Conserving and Decaying Algorithm in Nonlinear Structural Dynamics. *International Journal for Numerical Methods and Engineering*, vol. 45, pp. 569-599.

## L

Lai, Y.C., Ting, B. Y., Lee, W. S. e Becker, B. R., 1992. Dynamic Response of Beams on Elastic Foundation. *Journal of Structural Engineering, ASCE*, Vol. 188(3), pp. 853-858.

Lui, E.M. e Chen, W.F., 1986. Analysis and Behavior of Flexibly-Jointed Frames, *Engineering Structures*, vol. 8, pp. 107–118.

Lemes, I. J. M., 2015. *Análise Avançada Via MRPR de Estruturas Mistas de Aço e Concreto*. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Deciv/EM/UFOP, Ouro Preto, MG, Brasil.

- Lemes, I. J. M., 2018. *Estudo Numérico Avançado de Estruturas de Aço, Concreto e Mistas*. Tese de Doutorado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Deciv/EM/UFOP, Ouro Preto, MG, Brasil.
- Lewandowski, R., 1997. Computational Formulation for Periodic Vibration of Geometrically Nonlinear Structures – Parte 1: Theoretical background. *International Journal of Solids and Structures*, vol. 34(5), pp. 1925-1947.
- Liu, Y., *Progressive-Failure Analysis of Steel Building Structures under Abnormal Loads*. PhD Thesis, University of Waterloo, Waterloo, Ontario, Canada, 2007.
- Lopes F. R. C., 2008. *Influência do Comportamento Semi-Rígido de Placas de Base e de Ligações Viga-Coluna na Resposta Dinâmica de Pórticos de Aço*. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil/FEN/UERJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

## M

- Machado, F.C.S., 2013. “*Análise Computacional Via MDF de Cascas Cilíndricas Com Restrições Bilaterais e Unilaterais de Contato*”, Tese de Doutorado, PROPEC/Deciv/EM/UFOP, Ouro Preto/MG, Brasil.
- Maciel, F.P., 2012. *Equilíbrio e Estabilidade de Elementos Estruturais com Restrições Bilaterais Impostas por Bases Elásticas*. Dissertação de Mestrado, PROPEC/Deciv/EM/UFOP, Ouro Preto/MG, Brasil.
- Martins, J.F., 1998. *Influência da Inércia de Rotação e da Força Cortante nas Frequências Naturais e na Resposta Dinâmica de Estruturas de Barras*. Tese de Doutorado, Escola de Engenharia de São Carlos, USP, São Carlos, SP, Brasil.
- Marur, S.R., & Kant, T., 1994. A Stress Correction Procedure for the Analysis of Inelastic Frames Under Transient Dynamic Loads. *Computers & Structures*, Vol. 50, pp. 603-613.
- Mamaghani, I. H.P., Usami T., & Mizuno E., 1996. Inelastic Large Structural Steel Cyclic Loading. *Engineering Structures*, Vol. 18, pp. 659-668.

Meas, O., 2012. Modeling Yield Surfaces of Various Structural Shapes. Honor's Theses, Paper 119, Bucknell University.

Medina, C., Padrón, L.A., Aznárez, J.J., Maeso, O., 2015. Influence of Pile Inclination Angle on the Dynamic Properties and Seismic Response of Piled Structures, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, v. 69, pp. 196-206.

Messast, S., Boumekik, A., Mansouri, M., 2006. Static and Dynamic Response of a Pile Foundation Subjected to a Vertical Load, *Journal of Engineering and Applied Sciences*, v. 1(4), pp. 394-399.

Munõz, L.F.P., 2015. *Análise Dinâmica Não Linear de Pórticos Sob Excitação de Base Considerando Interação Solo-Estrutura*. Tese de Doutorado, Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil/PUC-Rio, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

## N

Naidu, N.R. e Rao, G.V., 1995. Stability Behavior of Uniform Columns on a Class of Two Parameter Elastic Foundation. *Computers and Structures*, Vol. 57, pp. 551-553.

Nguyen, P-C., 2010. Análise Não-Linear de Pórticos Planos de Aço Semirrígidos Submetidos a Terremotos Usando Método da Zona Plástica. Dissertação de Mestrado, Hồ Chí Minh, Vietnam, (in Vietnamese).

Nguyen, P. C. e Kim, S.E., 2014. Nonlinear Inelastic Time-History Analysis of Three-Dimensional Semi-Rigid Steel Frames. *Journal of Constructional Steel*, Vol. 101, pp. 192-206.

Nguyen, P. C. e Kim, S.E., 2017. Investigating Effects of Various Base Restraints on the Nonlinear Inelastic Static and Seismic Responses of Steel Frames. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, Vol. 89, pp. 151-167.

NBR 6118, 2014. *Projeto de Estruturas de Concreto - Procedimentos*. ABNT, Rio de Janeiro, Brasil.

NBR 6122, 2010. *Projeto e Execução de Fundações*. ABNT, Rio de Janeiro, Brasil.

NBR 8800, 2008. *Projeto de Estruturas de Aço e de Estruturas Mistas de Aço e Concreto de Edifícios*. ABNT, Rio de Janeiro, Brasil.

## P

Pavan, R. C., Costela, M. F. e Guarnieri, G., 2014. Interação Solo-Estrutura para Sistemas Estruturais Reticulados Sobre Fundações Rasas. *Revista Ibracon de Estruturas e Materiais*, vol. 7 (2), pp. 260-285.

Pereira, W.L.A., 2003. *Formulações Numéricas para Análise de Vigas em Contato com Bases Elásticas*. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Deciv/EM/UFOP, Ouro Preto, MG, Brasil.

Prado, I.M., 2012. CS-ASA Preprocessor: *Programa Gráfico Interativo de Pré Processamento para Análise Avançada de Estruturas*, Dissertação de Mestrado, PROPEC/Deciv/EM/UFOP, Ouro Preto/MG, Brasil.

## R

Richard, R.M. e Abbott, B.J., 1975. Versatile Elastic-Plastic Stress-Strain Formula. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, vol. 101(4).

Rosas, L. R. B., 2016. *Análise Dinâmica de Sistemas Estruturais Reticulados Com Restrições de Contato*. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Deciv/EM/UFOP, Ouro Preto, MG, Brasil.

## S

Santos, C. S., 2016. *Análise Numérica Via ANSYS Do Equilíbrio Não Linear e Estabilidade Elástica De Estruturas Com Restrições De Contato*, Dissertação de Mestrado, PROPEC/Deciv/EM/UFOP, Ouro Preto/MG, Brasil.

Sekulovic, M. e Nefovska, M., 2002. Dynamic Analysis of Steel Frames with Flexible Connections. *Computer & Structures*, vol. 80, pp. 935–955.

Sekulovic, M. e Nefovska, M., 2008. Contribution to Transient Analysis of Inelastic Steel Frames with Semi-Rigid Connections. *Engineering Structures*, vol. 30, pp. 976–989.

- Silva, A.R.D., 1998. *Análise de Placas com Restrições de Contato*, Dissertação de Mestrado, PROPEC/Deciv/EM/UFOP, Ouro Preto/MG, Brasil
- Silva, A.R.D., 2009. *Sistema Computacional para a Análise Avançada Estática e Dinâmica de Estruturas Metálicas*. Tese de Doutorado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Deciv/EM/UFOP, Ouro Preto, MG, Brasil.
- Silva, A.R.D., Batelo, E. A. P e Silveira, R. A. M., 2015. Refined Elastoplastic Analysis of Plane Steel Frames Under Extreme Dynamic Loading. *International Journal of Modeling and Simulation for the Petroleum Industry*, Vol. 9, pp. 37-45.
- Silva, A.R.D., Batelo, E. A. P e Silveira, R. A. M., Neves, F. A., Gonçalves, P. B., 2018. On the Nonlinear Transient Analysis of Planar Steel Frames with Semi-Rigid Connections: From Fundamentals to Algorithms and Numerical Studies. *Latin American Journal of Solids and Structures*.15(3) e28.
- Silveira, R.A.M., 1995. *Análise de Elementos Estruturais Esbeltos com Restrições Unilaterais de Contato*, Tese de Doutorado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil/PUC-Rio, Rio de Janeiro/RJ, Brasil.
- Souza, R. A. e Reis, J. H. C., 2008. Interação Solo-Estrutura para Edifícios Sobre Fundação Rasa. *Acta Sci. Technol.*, Vol. 30, pp. 161-171.

## T

- Thai, H.T. e Kim, S.E., 2011. Second-Order Inelastic Dynamic Analysis of Steel Frames Using Fiber Hinge Method. *Journal of Constructional Steel*, doi:10.1016/j.jcsr.2011.03.022.
- Thambiratnam, D. e Zhuge, Y., 1996a. Free Vibration Analysis of Beams on Elastic Foundation. *Computers and Structures*, Vol. 60, pp. 971-980.
- Thambiratnam, D. e Zhuge, Y., 1996b. Dynamic Analysis of Beams on an Elastic Foundation Subjected to Moving Loads. *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 198(2), pp. 149-169.
- Toridis, T. G. e Khozeimeh, K., 1971. Inelastic Response of Frame to Dynamics Loads. *Journal Eng. Mech. Div. ASCE* 97(3), pp.847-863.

## V

Veloso, D. A. e Lopes, F. R., 2011. *Fundações (Critérios de Projeto / Investigação do Subsolo / Fundações Superficiais / Fundações Profundas)*. São Paulo-SP, Oficina de Textos.

Vogel, U., 1985. *Calibrating Frames*. Stahlbau, vol. 54 (october), pp. 295-311.

## W

Wang, Y.H.; Tham, L.G.; Cheung, Y.K., 2005. Beams and Plates on Elastic Foundations: a Review. *Progress in Structural Engineering and Materials*, v.7, pp. 174-182.

Wilson, L.E., 2002. *Three-Dimensional Static and Dynamic Analysis of Structures*. Computers & Structures, Inc., 3rd edn., Berkeley, Califórnia, USA.

Wong, M.B. e Tin-Loi, F., 1990. Analysis of Frames Involving Geometrical and Material Nonlinearities. *Computers & Structures*, vol. 34, n. 4, pp. 641-646.

## Y

Yang, Y.B. e Kuo, S.B., 1994. *Theory & Analysis of Nonlinear Framed Structures*. Prentice Hall.

## Z

Zienkiewicz, O.C., & Taylor, R.L., 1991. *The Finite Element Method*, Vol 2, McGraw-Hill.