

Universidade Federal de Ouro Preto – Escola de Minas
Departamento de Engenharia Civil
Programa de Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

Estudo computacional via ANSYS de vigas, arcos e anéis com restrições de contato impostas por bases elásticas

João Felipe Araújo Carneiro de Abreu

Dissertação apresentada ao programa de Pós-Graduação do Departamento de Engenharia Civil da Escola de Minas da Universidade Federal de Ouro Preto, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil, área de concentração: Construção Metálica

Orientador: Prof. Dr. Ricardo Azoubel da Mota Silveira

Ouro Preto, Maio de 2016

A162e Abreu, João Felipe Araújo Carneiro de.
Estudo computacional via ansys de vigas, arcos e anéis com restrições de contato impostas por bases elásticas [manuscrito] / João Felipe Araújo Carneiro de Abreu. - 2016.
xii, 84ff.: il.: color; tabs; mapas.

Orientador: Prof. Dr. Ricardo Azoubel da Mota Silveira.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Ouro Preto. Escola de Minas. Departamento de Engenharia Civil. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil.

Área de Concentração: Construção Metálica.

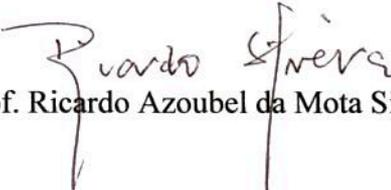
1. Análise elástica (Engenharia). 2. ANSYS (Sistema de computador). I. Silveira, Ricardo Azoubel da Mota. II. Universidade Federal de Ouro Preto. III. Título.

CDU: 624.072.2:004.7

ESTUDO COMPUTACIONAL VIA ANSYS DE VIGAS, ARCOS E ANÉIS COM RESTRIÇÕES DE CONTATO IMPOSTAS POR BASES ELÁSTICAS

AUTOR: JOÃO FELIPE ARAÚJO CARNEIRO DE ABREU

Esta dissertação foi apresentada em sessão pública e aprovada em 02 de junho de 2016, pela Banca Examinadora composta pelos seguintes membros:


Prof. Ricardo Azoubel da Mota Silveira, D. Sc. – UFOP (Presidente)


Profa. Andréa Regina Dias da Silva, D. Sc. – UFOP


Prof. Alexandre da Silva Galvão, D. Sc. – UFSJ

Agradecimentos

À Deus por permitir que esta conquista seja possível.

À minha Família pelo apoio e compreensão nos momentos decisivos. Meu filho André, minha esposa Juliana e minha Mãe Lúcia pela motivação da conquista.

Ao meu Orientador Ricardo pela infinita determinação na busca pelo conhecimento e desenvolvimento. Obrigado pela confiança e por acreditar que chegaríamos ao objetivo, mesmo em momentos difíceis.

À Gerdau e colegas de trabalho, pelo incentivo na busca do desenvolvimento profissional.

Aos professores e colegas do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil (PROPEC) do DECIV/UFOP, pelos ensinamentos e companheirismo.

Resumo da dissertação apresentada como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

Estudo computacional via ANSYS de vigas, arcos e anéis com restrições bilaterais e unilaterais de contato impostas por bases elásticas

João Felipe Araújo Carneiro de Abreu

Maio/2016

Orientador: Prof. Dr. Ricardo Azoubel da Mota Silveira

Problemas onde elementos estruturais estão apoiados ou servem com suporte do solo ou rocha podem ser facilmente encontrados em diversas situações práticas na engenharia, tais como: trilhos de estradas de ferro suportados por dormentes, estacas verticais submetidas a cargas horizontais em seu topo, tubulações enterradas, tubulações em contato com o fundo do mar, pavimentos, vigas baldrames, cascas de proteção em ambientes agressivos (usinas nucleares), e sapatas corridas e isoladas. Essas situações evidenciam o caráter de alguns problemas, que não são apenas estruturais, mas também geotécnicos. Neste contexto, esta dissertação tem como principal objetivo o desenvolvimento de uma metodologia de solução numérica, através do emprego da plataforma computacional ANSYS, para análise dos problemas estruturais-geotécnicos com restrições de contato impostas por bases elásticas, que representam aqui o solo ou a rocha. O trabalho tem como principais características: i. a utilização do método dos elementos finitos (MEF) na discretização do problema de contato em questão; o emprego do modelo contínuo de Winkler na representação do solo e a sua substituição por um modelo discreto formado por molas; e a possibilidade de análise dos Problemas de Contato Bilateral (PCB) e Unilateral (PCU), onde nessa última abordagem a separação entre os corpos (estruturabase elástica) pode acontecer, isso caracteriza o problema a ser resolvido como não linear, pois não se conhece as regiões de contato após a aplicação do carregamento. É elaborado um roteiro passo-a-passo que permite a utilização do ANSYS para a solução dos PCB e PCU. Exemplos numéricos são apresentados e analisados, onde atenção especial foi dada às vigas, arcos e anéis com restrições de contato impostas por bases elásticas, com o intuito de averiguar a eficiência da metodologia de solução proposta. Análises paramétricas foram realizadas no sentido de averiguar a influência da malha de elementos finitos na estratégia numérica proposta; adicionalmente, verificou-se a influência do parâmetro de rigidez da base elástica no comportamento do sistema de suporte e regiões de contato e perda de contato entre os corpos. Destaca-se o emprego de soluções numéricas e analíticas da literatura consagradas na validação dos resultados encontrados nesta dissertação. Por fim, são apresentadas as conclusões e observações referentes às análises realizadas, com a inclusão de sugestões de novas pesquisas visando a continuação deste trabalho.

Abstract of Thesis presented as part of the requirements for the degree of Master of Civil Engineering.

Computational study via ANSYS of beams, arches and rings with bilateral and unilateral contact constraints imposed by elastic basis constraints

João Felipe Araújo Carneiro de Abreu

May/2016

Advisor: Prof. Dr. Ricardo Azoubel da Mota Silveira

Problems where structural elements are supported or serve as support to the ground/ rock can be easily found in many practical situations in engineering, like: railways supported by sleepers, vertical piles subjected to horizontal loads on its top, buried pipelines, pipes in contact with the seabed, floors, grade beams, protective shells in harsh environments (nuclear power plants), shallow foundation, etc. These situations highlight the character of some problems that are not only structural but also geotechnical. In this context, this dissertation has as main objective the development of a numerical solution methodology through the use of ANSYS computational platform for the analysis of structural and geotechnical problems with contact constraints imposed by elastic basis, which represent the soil or rock. The dissertation has as main features: i. the use of the finite element method (FEM) in the discretization of the contact problem in question ; the use of continuous model of Winkler in soil representation and its replacement by a discrete model formed by springs ; and the possibility of analyzing bilateral contact problems (BCP) and Unilateral (UCP) , in which this latter approach there is the possibility of separation between the bodies (structure – elastic basis), characterizing the problem to be solved as a nonlinear , because the contact regions aren't known and there is a contact loss after application of the load. It's prepared a step-by - step roadmap that allows the use of ANSYS to solve the BCP and UCP. Numerical examples are presented and analyzed, where special attention was given to the beams, arches and rings with contact restrictions imposed by elastic basis, in order to ascertain the efficiency of the proposed methodology. Parametric analyzes were conducted to ascertain the influence of the finite element mesh in the numerical strategy proposed; In addition, where verified the influence of the elastic base rigidity parameter on the support system behavior and contact regions and loss of contact between bodies. Is highlighted the use of numerical and analytical solutions of the literature devoted to validate the results found in this dissertation. Finally, we present the conclusions and observations related to the analysis, with the inclusion of new research suggestions aiming this dissertation continuation.

Sumário

Lista de Figuras	VII
Lista de Tabelas	X
Lista de Símbolos	XI
1 Introdução	1
1.1 Considerações gerais.....	1
1.2 O solo e as estruturas.....	3
1.3 Referências relacionadas.....	5
1.4 Objetivos e organização do trabalho.....	6
2 Formulação Geral do Problema de Contato Solo-Estrutura	8
2.1 Introdução.....	8
2.2 Problemas de Contato Bilateral e Unilateral.....	8
2.3 Equações Básicas do Problema de Contato Solo-Estrutura.....	9
2.4 Estratégias Numéricas para Solução do PCB e PCU.....	16
2.4.1 Solução do PCB.....	16
2.4.2 Solução do PCU.....	17
2.5 Modelos para bases elásticas.....	19
2.5.1 Modelo de molas discretas.....	20
2.5.2 Modelo de Winkler.....	20
2.5.3 Modelo de Pasternak.....	21
3 Modelagem do Problema de Contato via ANSYS	22
3.1 Introdução.....	22
3.2 O software computacional ANSYS.....	22
3.3 Elementos finitos utilizados nas modelagens.....	24
3.4 Modelagem do problema de contato.....	27
3.4.1 Modelagem do PCB.....	28
3.4.2 Modelagem do PCU.....	46
3.4.3 Outras possibilidades de modelagem.....	51
3.4.4 Consideração final.....	52
4 Simulações Computacionais	53
4.1 Introdução.....	53
4.2 Viga biapoiada em contato com o solo.....	55
4.3 Viga apenas em contato com o solo.....	61
4.4 Arco esbelto abatido biapoiado em contato com o solo.....	66
4.5 Arco circular biapoiado em contato com o solo.....	69
4.6 Anel circular em contato com o solo.....	74
5 Conclusões e Sugestões para Futuras Pesquisas	80
5.1 Conclusões.....	80
5.2 Sugestões para Futuras Pesquisas.....	81
6 Referências Bibliográficas	82

Lista de Figuras

1.1	Problemas de engenharia com interação solo-estrutura.....	2
2.1	Problemas estruturais com restrições de contato.....	10
2.2	Tipos de problemas de contato.....	11
2.3	Viga em contato com uma base elástica.....	12
2.4	Domínio de validade das restrições de contato unilateral.....	15
2.5	Algoritmo de solução adotado para o PCB.....	17
2.6	Representação gráfica do método de Newton-Raphson.....	18
2.7	Algoritmo de solução adotado para o PCU.....	19
2.8	Viga em contato com uma base elástica (solo ou rocha).....	20
2.9	Modelo de molas discretas.....	20
2.10	Modelo de Winkler.....	21
2.11	Modelo de Pasternak.....	21
3.1	Etapas de solução de um problema pelo MEF.....	24
3.2	Elemento <i>BEAM3</i>	25
3.3	Elemento <i>COMBIN14</i>	26
3.4	Elemento <i>LINK10</i>	27
3.5	Viga biapoiada em contato com base elástica do tipo Winkler.....	28
3.6	Modelo inicial da viga biapoiada com 8 elementos finitos construído no AutoCad.....	28
3.7	Tela de gerenciamento de arquivos.....	29
3.8	Área de trabalho do software ANSYS.....	30
3.9	Importando o arquivo *.iges.....	30
3.10	Geometria do problema exibida no ANSYS.....	31
3.11	Escolha do elemento <i>BEAM3</i> para a viga.....	32
3.12	Escolhendo o elemento <i>COMBIN14</i> para a base.....	32
3.13	Entrada das constantes para o elemento <i>BEAM3</i>	34
3.14	Entrada das constantes para o elemento <i>COMBIN14</i>	34
3.15	Definição das propriedades do material da viga.....	35
3.16	Seleção das linhas referentes à viga principal.....	36
3.17	Definição dos atributos aos segmentos da viga principal.....	36

3.18	Seleção das linhas que representam a base elástica.....	37
3.19	Definição dos atributos aos segmentos da base elástica.....	37
3.20	Definição do número de elementos por linha do modelo geométrico da estrutura.....	38
3.21	Seleção das linhas referentes à estrutura.....	39
3.22	Definição do número de elementos por linha do modelo geométrico da base elástica.....	39
3.23	Seleção das linhas referentes à base elástica.....	40
3.24	Modelo de elementos finitos pronto para a aplicação das cargas e das restrições de borda.....	40
3.25	Aplicação de restrições dos pontos nodais nas extremidades da estrutura (viga).....	41
3.26	Aplicação das restrições nos pontos nodais do elemento de mola (base elástica).....	42
3.27	Aplicação dos momentos fletores nos pontos nodais localizados na extremidade da estrutura (viga).....	42
3.28	Modelo de elementos finitos do sistema solo-estrutura com aplicação das cargas e das restrições de bordo.....	43
3.29	Processamento do modelo numérico proposto.....	43
3.30	Seleção dos comandos para exibição dos resultados da deflexão.....	44
3.31	Resultado gráfico para a deflexão lateral da viga.....	45
3.32	Lista dos resultados da deflexão lateral <i>UY</i> , por ponto nodal.....	45
3.33	Definindo o elemento <i>LINK10</i> para representar a base elástica.....	46
3.34	Definição do comportamento a ser atribuído ao elemento <i>LINK10</i>	47
3.35	Definição da área da seção transversal do elemento <i>LINK10</i>	49
3.36	Seleção das linhas que representam a base elástica.....	50
3.37	Definição das atribuições das linhas que representam a base elástica.....	50
3.38	Elemento <i>BEAM54</i>	52
4.1	Problemas de interação solo-estrutura estudados nesta dissertação.....	54
4.2	Viga biapoiada em contato com o solo e sob momentos fletores concentrados.....	55
4.3	Configuração deformada da viga no PCB.....	58
4.4	Configuração deformada da viga no PCU.....	59
4.5	Variação da rotação da viga no PCU.....	60

4.6	Varição do momento fletor da viga no PCU.....	60
4.7	Varição da reação da baseelástica no PCU.....	60
4.8	Viga apenas em contato com o solo sob carga concentrada no centro.....	61
4.9	Configuração deformada da viga em contato com o solo, PCB.....	63
4.10	Configuração deformada da viga em contato com o solo, PCU.....	64
4.11	Reação da base elástica (viga com $L = 12m$; PCB e PCU).....	65
4.12	Arco esbelto abatido biapoiado em contato com o solo.....	66
4.13	Arco esbelto abatido biapoiado numa base elástica (PCB e PCU), $kR^4/EI=10^6$	68
4.14	Arco circular biapoiado em contato com o solo.....	69
4.15	Sistema de suporte: base elástica abaixo do arco.....	71
4.16	Sistema de suporte: base elástica acima do arco (deflexão lateral).....	72
4.17	Sistema de suporte: base elástica acima do arco (reação da base).....	73
4.18	Anel circular em contato com o solo ou rocha.....	74
4.19	Deflexão lateral do anel PCB e Solução Analítica.....	76
4.20	Solução analítica para anel circular – Hetényi (1946).....	76
4.21	Anel circular com restrições de contato impostas pelo solo.....	78
4.22	Varição da rotação do anel para os PCB e PCU, $k3 = 12 \times 10^3$	79
4.23	Varição da reação da base elástica para os PCB e PCU, $k3 = 12 \times 10^3$	79

Lista de Tabelas

3.1	Valores usados para K_{ANSYS} para diferentes k : viga de 5 m e 8 EFs.....	33
3.2	Valores usados para A_{ANSYS} para diferentes k : viga de 5 m e 8 EFs.....	48
4.1	Configuração deformada da viga no PCB para $k3 = 625$	58
4.2	Configuração deformada da viga no PCU para $k3 = 625$	59
4.3	Deflexão lateral do anel (w/R) para $k1 = 1,2 \times 10^3$, $k3 = 12 \times 10^3$, $k5 = 120 \times 10^3$	77

Lista de Símbolos

A	Área da seção transversal da estrutura
A_{ANSYS}	Área da seção transversal equivalente da mola aplicado no ANSYS
C_b	Propriedades mecânicas da base elástica
C_{ijkl}	Tensor de propriedades elásticas da estrutura
D	Diâmetro médio da estrutura em arco ou anel
E	Módulo de elasticidade da estrutura
E_{Mola}	Módulo de elasticidade da mola
\mathbf{F}_e	Vetor de forças externas
F_i	Força externa para equilibrar o sistema
\mathbf{F}_r	Vetor de forças externas de referência
\mathbf{g}	Vetor gradiente de Π
G	Parâmetro de rigidez cisalhante da camada de solo
I	Momento de inércia da seção transversal da estrutura
k	Parâmetro de rigidez elástico adimensional da fundação
K	Parâmetro de rigidez elástico da fundação
\mathbf{K}	Matriz de rigidez do sistema estrutural ou hessiana de Π
K_{ANSYS}	Parâmetro de rigidez da mola aplicado no ANSYS
\mathbf{K}_L	Matriz de rigidez da casca
\mathbf{K}_b	Matriz de rigidez da base elástica
L_{Mola}	Comprimento da mola da base elástica no modelo de elementos finitos
L	Comprimento da estrutura
$L_{Elemento}$	Comprimento do elemento finito
M	Momento torçor
\mathbf{M}	Matriz de cálculo para o PCL
$N_{Elementos}$	Número de elementos finitos do modelo
P	Força
r, φ	Coordenadas polares
R_b	Reação da base elástica à compressão

R	Raio médio da estrutura em arco ou anel
S_c	Região de contato entre corpos
S_f	Região de forças externas prescritas
S_u	Região de deslocamentos prescritos
$\mathbf{U}, \delta\mathbf{U}$	Vetores de deslocamento nodal da estrutura e incremental
\mathbf{U}_b	Vetores de deslocamento nodal da base elástica
u_b	Deslocamento da base elástica
u_i	Deslocamento da estrutura num determinado nó
\bar{u}_i	Valor prescrito do deslocamento em S_u
u_{ij}	Deslocamento num ponto de coordenadas i e j
V	Domínio contínuo de sólido elástico
w	Deslocamentos da estrutura na direção perpendicular à estrutura
x, y, z	Coordenadas cartesianas
ε_{ij}	Deformação num ponto de coordenadas i e j
θ	Rotação da estrutura
$\lambda, \delta\lambda$	Fator de carregamento total e incremental
Π	Funcional de energia do sistema
σ_{ij}	Tensão num ponto de coordenadas i e j
ν	Coefficiente de Poisson
Φ	Distância entre a estrutura e a base elástica
∇	Operador Laplaciano

Capítulo 1

Introdução

1.1 Considerações gerais

Sistemas de suporte subterrâneos ou superficiais, onde estruturas estão em contato com o solo, são utilizados há centenas de anos para mineração, transporte ou habitação. Esses sistemas são objetos de estudo do presente trabalho.

Tem-se observado, principalmente nas grandes cidades onde não existe disponibilidade de terrenos para obras, um crescente interesse por construções subterrâneas. Os elementos estruturais nessas construções são normalmente suportados pelo solo ou usados para suportar a carga que vem do próprio solo (como as paredes de contenção). Como o solo é incapaz de reagir às solicitações de tração, a estrutura, durante o processo de carregamento e deformação, pode perder o contato com o meio circunvizinho. Assim, a inclusão dessas restrições de contato na análise pode conduzir a significativa diferença na reação da fundação e nos esforços internos na estrutura em relação à modelagem tradicional do solo, que considera o contato entre os corpos como sendo bilateral. Numa análise em que se considera o contato como unilateral, as localizações e as dimensões das regiões de contato não são conhecidas a priori e representam uma das principais variáveis do problema.

Inicialmente, nem sempre as galerias possuíam algum tipo de revestimento ou estrutura para sustentação. Já a construção de túneis, geralmente eram realizadas em profundidades rasas, em formações geológicas jovens e tinham como objetivo o fornecimento ou drenagem de água e algumas aplicações militares. Nesse caso, quase sempre se utilizava algum tipo de revestimento para manter a integridade da cavidade, sendo esse revestimento uma estrutura permanente de tijolos ou alvenaria em formato de abóbada.

Pelos exemplos mencionados, fica evidente que trata-se de problemas não apenas estruturais, mas também geotécnicos. Ainda hoje são poucos e incompletos os programas comerciais de cálculo estrutural que levam em consideração, de uma forma direta, essa interação entre solo (ou rocha) e estrutura, o que pode resultar em projetos superdimensionados e antieconômicos. Ao se entender essa interação entre solo e estrutura, é possível desenvolver um dimensionamento do sistema de suporte (estrutura e solo) mais compatível com a realidade. Essa filosofia está alinhada à otimização dos sistemas de engenharia, o que é fundamental para a criação de projetos mais competitivos. A Figura 1.1 apresenta problemas de engenharia onde se observa a interação solo-estrutura. Na Figura 1.1a, são mostradas vigas baldrame apoiadas no solo; 1.1b um exemplo de muro de arrimo com vigas com carregamento transversal; 1.1c um túnel com destaque para a estrutura de contenção; 1.1d mostra a construção de uma tubulação enterrada.



a) Vigas baldrame (pro.casa.abril.com.br)



b) Muro de arrimo (angelorigon.com.br)



c) Contenção para túneis (Eller, 2009)



d) Tubulação enterrada (londrina.odiario.com.br)

Figura 1.1 Problemas de engenharia com interação solo-estrutura

Entre os séculos XVII e XIX, a utilização das tecnologias pneumática e hidráulica, bem como o uso de dinamites, possibilitou o amplo desenvolvimento na construção de túneis para transporte, como ferrovias, autovias e metrô. Esses túneis normalmente eram construídos por métodos clássicos, onde estruturas de madeira eram construídas para suportar um pesado revestimento durante a construção. Em 1818, Marc Isambard Brunel, desenvolveu um método de construção de galerias, através do deslocamento de um molde metálico que dispensava a utilização de escoras temporárias de madeira. Esse método foi utilizado em 1870 na construção do túnel do metrô de Londres, abaixo do rio Tâmis.

Com o desenvolvimento industrial no final do século XIX, iniciou-se a utilização de tubos corrugados para construção de túneis. Projetos de túneis com diâmetros maiores de 2,5 metros e vários tipos de seção transversal (circular, elíptico, retangular e arcos abatidos) começaram então a ser construídos. A utilização dos tubos corrugados também trouxe alguns problemas estruturais envolvendo deflexões elásticas, onde a instabilidade estrutural colocava em risco as aplicações onde existe a interação entre o solo e a estrutura. Esse tipo de problema abriu um grande campo de pesquisas e foi inicialmente amparado pelo Instituto Americano de Ferro e Aço a partir de 1960. Além dos estudos de instabilidade, a partir da segunda guerra mundial, foram desenvolvidas pesquisas de estruturas subterrâneas sujeitas a perturbações devido às explosões. A evolução das pesquisas nesse campo permitiu a construção de estruturas enterradas em forma de arcos com diâmetros maiores que 15 m. Atualmente, ainda são alvos de pesquisas o comportamento de estrutura utilizadas na exploração de petróleo e minerações em grandes profundidades.

1.2 O solo e as estruturas

Solo é um termo geral utilizado para descrever uma combinação entre materiais sólidos, líquidos e gasosos. A parte sólida é representada por rochas, compostos oriundos da degradação natural das rochas e material orgânico; a parte líquida é representada pela água; e a gasosa pelos gases atmosféricos. Os solos podem ser classificados de diversas formas, que depende do campo de interesse ou estudo. Por exemplo, podem ser classificados de acordo com a sua constituição física, constituição granulométrica, teor de água, rocha de origem e tipo de formação. Devido à complexidade das transformações e grande variação de constituintes, o solo é um composto heterogêneo e possui comportamento não linear.

Para estudos de engenharia, algumas considerações devem ser feitas com objetivo de simplificação. Neste trabalho, o solo é considerado como homogêneo, isotrópico em que a

relação entre carga aplicada e deformação é linear. Os modelos simplificados podem não representar o comportamento exato do meio, mas podem fornecer respostas suficientemente precisas para vários problemas de interesse da engenharia.

O apropriado dimensionamento do sistema de suporte (solo-estrutura) resulta em custos adequados e acertos dos prazos nos projetos. O melhor equilíbrio dessas variáveis certamente passa pelo conhecimento das características do solo e simplificação coerente do problema real. Uma boa investigação do solo pode ser realizada da seguinte forma:

- Avaliação do perfil do solo e das condições de águas subterrâneas em todo o local, através dos conceitos geológicos e também experiência local. Essa avaliação pode ser realizada com uma visita do engenheiro ao local, foco do estudo;
- Detalhamento e descrição sistematizada em cada estrato do solo, em termos das propriedades táteis e visuais;
- Determinação das propriedades mecânicas de cada estrato, através de testes de laboratório.

Particularizando o solo como um dos componentes de um sistema estrutural de suporte, o seu comportamento ou interação com os outros componentes do sistema, torna-se importante fator no projeto de estruturas. Não só o projeto estrutural, mas também todo plano de construção, depende fortemente dessas informações, que podem impactar em custos e prazo de execução.

A interação das estruturas com o solo pode acontecer de várias formas e está diretamente relacionada à natureza do projeto. Tubulações enterradas, trilhos apoiados sob o solo, estruturas de sustentação de túneis, plataformas marítimas, tanques de armazenamento e estruturas de contenção, são exemplos clássicos de interação entre o solo e a estrutura. Em todos os casos os movimentos impostos pelo solo ou pela estrutura são aspectos de grande relevância nos projetos e devem ser avaliados.

Os fenômenos que acontecem nos solos são alvo de estudos dos profissionais geotécnicos e os fenômenos que ocorrem nas estruturas são o foco dos engenheiros projetistas de estruturas. Embora os estudos da interação do solo com as estruturas não sejam assunto recente, ainda existem lacunas para desenvolvimento de novas pesquisas.

Solo e estrutura podem ter basicamente dois tipos de interação. No primeiro tipo de interação, as cargas da estrutura são suportadas pelo solo; no segundo tipo, a estrutura suporta as cargas do solo. Na primeira situação, o solo contribui com uma rigidez adicional ao sistema.

Uma discussão sobre interação solo-estrutura, tanto do ponto de vista estático quanto dinâmico, foi realizada por Kausel (2010). Além disso, essa pesquisa traz uma discussão histórica e o desenvolvimento das análises nessa linha de pesquisa. Nesse contexto, a presente dissertação aborda os casos onde o solo contribui para a rigidez do sistema.

1.3 Referências relacionadas

São abordados nesta seção os trabalhos que contribuíram diretamente com assuntos de interesse desta dissertação.

No contexto dos modelos que aproximam ao comportamento do solo ou rocha, o livro Hetenyi (1946) é uma clássica e expressiva referência, onde são encontrados desenvolvimentos analíticos para vários casos de vigas e colunas em contatos com bases elásticas do tipo Winkler. Para a validação dos resultados obtidos neste trabalho, foram usados desenvolvimentos dessa obra. Em Kerr (1964), é realizado um estudo mais amplo sobre os vários tipos de bases elásticas, como Winkler, Pasternak, Reissner, Filonenko-Borodich, entre outros. Wang *et al.* (2005) fizeram uma revisão sobre alguns métodos para solução dos problemas de contato, tipos de modelos de bases elásticas, como modelo de um parâmetro (Winkler; Hetényi, 1946), modelo de dois parâmetros (Pasternak) e o modelo de placas. O artigo de Kausel (2010), que já foi mencionado, é uma boa referência no assunto interação solo e estrutura. Esse artigo mostra historicamente como foram as transformações dos conceitos nessa área desde os primeiros estudos no século XIX até os dias de hoje.

Abordando os assuntos sobre formulações numéricas para tratamento do problema de contato solo-estrutura, são destacados na sequência algumas pesquisas que foram desenvolvidas com a participação do orientador desta dissertação. Na sua tese de doutorado, Silveira (1995) desenvolveu uma metodologia de solução numérica não linear para resolver problemas de instabilidade de elementos estruturais esbeltos com restrições unilaterais de contato; em Silva (1998) e Silva *et al.* (2001), foram abordados os fundamentos da solução numérica via método dos elementos finitos (MEF) para problemas de equilíbrio de placas com restrições bilaterais e unilaterais de contato, considerando pequenos deslocamentos e deformações e material elástico linear; já em Pereira (2003) e Silveira *et al.* (2008a,b) podem ser encontradas duas formulações capazes de resolver o problema de contato unilateral entre uma estrutura esbelta e uma fundação

elástica, ou seja: na primeira formulação, que é mais geral, o MEF foi usado tanto para discretizar a estrutura quanto a base, e técnicas de programação matemática são adotadas na solução do problema de otimização (Pereira, 2003; Silveira *et al.*, 2008b); na segunda formulação foi usado o método de Ritz para a redução espacial e o método de Newton-Raphson (MNR) para a solução das equações não-lineares (Silveira *et al.*, 2008a). Maciel (2012) desenvolveu um novo módulo do CS-ASA (*Computational System for Advanced Structural Analysis*; Silva, 2009) para análise da estabilidade elástica de colunas com restrições bilaterais de contato. Machado (2013) desenvolveu, em sua tese de doutorado, uma ferramenta para análise e estudo computacional de cascas cilíndricas com restrições bilaterais e unilaterais de contato. Ele utilizou o método das diferenças finitas (MDF) para aproximar derivadas das equações diferenciais de equilíbrio do sistema casca-base elástica. Silveira *et al.* (2013) desenvolveram estudo envolvendo arcos e anéis com restrições unilaterais de contato; nesse mesmo artigo pode ser encontrada uma ampla pesquisa bibliográfica sobre análises estáticas e dinâmicas de problemas envolvendo barras, placas, anéis e cascas cilíndricas com restrições de contato. Mais recentemente, Silveira *et al.* (2015) estudaram o equilíbrio e a estabilidade elástica de colunas com restrições bilaterais discretas e contínuas.

1.4 Objetivos e organização do trabalho

Esta dissertação tem o objetivo de desenvolver e implementar uma metodologia de solução numérica, via método dos elementos finito (MEF) e software comercial ANSYS (2009), para análise do equilíbrio de vigas, arcos e anéis com restrições de contato bilaterais e unilaterais impostas por bases elásticas, que serão modeladas aqui seguindo o modelo proposto por Winkler (Hetényi, 1946). São consideradas duas abordagens para a solução numérica dessa classe de problemas de contato. No primeiro caso, que é definido como problemas de contato bilateral (PCB), considera-se que a base elástica reage tanto aos esforços de compressão quanto aos de tração. Na segunda abordagem, chamada aqui de problemas de contato unilateral (PCU), assume-se que a base elástica reage apenas aos esforços de compressão. Adicionalmente, para essas duas abordagens, não se consideram os efeitos das forças de atrito entre os corpos.

Apresenta-se a seguir uma síntese do conteúdo dos capítulos desta dissertação.

Os fundamentos para a solução dos problemas de contato de interesse deste trabalho, com uma breve revisão do tema, são apresentados no Capítulo 2. No Capítulo 3 é apresentado o sistema computacional ANSYS e também as considerações necessárias para o desenvolvimento de modelos para os sistemas de suporte solo-estrutura.

Como parte central deste trabalho, são apresentados e discutidos no Capítulo 4 os resultados numéricos de vários problemas envolvendo vigas, arcos e anéis com restrições de contato. Para calibração dos modelos adotados e validação da metodologia de solução numérica proposta, foram utilizadas soluções analíticas e resultados numéricos extraídos das pesquisas de Silveira (1995) e Pereira (2003).

As considerações finais envolvendo a metodologia de solução numérica proposta e os resultados obtidos estão no Capítulo 5. Ainda nesse capítulo são encontradas as sugestões para futuras pesquisas nessa linha de pesquisa.

É importante ressaltar que esta dissertação está inserida na linha de pesquisa *Mecânica Computacional* do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil (PROPEC/Deciv/EM/UFOP), que tem por objetivo a aplicação de métodos numéricos, como o MEF, na obtenção das respostas de sistemas estruturais em engenharia.

Por fim, pode-se considerar esta pesquisa uma continuação direta de outras teses e dissertações na área, a saber: Silveira (1995), Silva (1998), Pereira (2003), Maciel (2012) e Machado (2013).

Capítulo 2

Formulação Geral do Problema de Contato Solo-Estrutura

2.1 Introdução

Este capítulo traz, inicialmente, as equações básicas que regem o problema de contato solo-estrutura de interesse desta dissertação. Na sequência, após a discretização do sistema estrutura-base elástica, via método dos elementos finitos (MEF) e software ANSYS (2016; Cap. 3), são desenvolvidas as estratégias numéricas adotadas para a solução do problema, seja ele com restrições bilaterais ou unilaterais.

A próxima seção destina-se à apresentação dos problemas de contato envolvendo o sistema estrutura-meio elástico. Como já enfatizado, existe a possibilidade do aparecimento de dois tipos de problemas: *Contato Bilateral* (PCB) e *Contato Unilateral* (PCU). Na sequência são apresentadas as equações básicas que regem esses problemas. Já na Seção 2.4, estão as estratégias adotadas para a solução numérica dos PCB e PCU. Finalmente, na Seção 2.5 estão os modelos de base elástica adotados neste trabalho.

2.2 Problemas de Contato Bilateral e Unilateral

Quando sob a ação de forças externas, o sistema estrutural se deforma e, conseqüentemente, esforços internos são desenvolvidos. Esses esforços são determinados a partir das tensões presentes na seção transversal do elemento estrutural.

O material constituinte da estrutura (viga, coluna, arco, etc) e da base elástica será considerado homogêneo e com comportamento elástico, e adicionalmente será adotada a hipótese de pequenas deformações e deslocamentos.

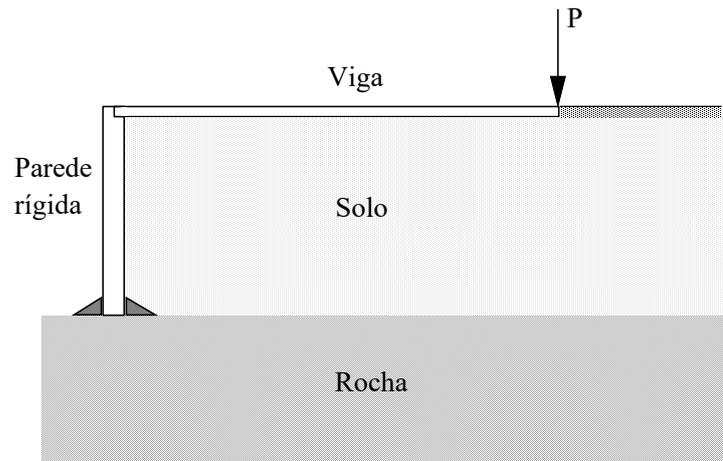
Nas diversas aplicações, se a estrutura estiver completamente presa (ou fixa) ao meio, caracteriza-se então o problema como sendo de *Contato Bilateral* (PCB). Mas quando é possível a perda contato entre a estrutura e o meio, para determinadas condições de

carregamento, define-se o problema como sendo de *Contato Unilateral* (PCU). Na Figura 2.1 são mostrados alguns problemas estruturais com restrições de contato na linha de pesquisa desta dissertação. Na Figura 2.2 são representados, para o caso particular do solo-arco, os dois tipos de problemas de contato.

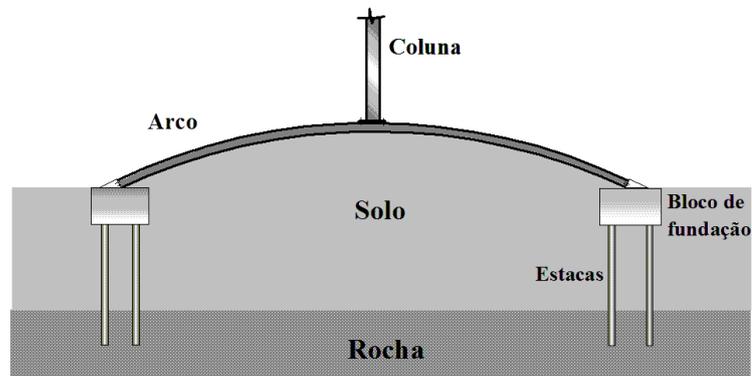
Como já destacado por Maciel (2012) e Machado (2013), e mais recentemente em Silveira *et al.* (2015), no caso do PCB (Figura 2.2a), independentemente dos deslocamentos da estrutura, a base elástica permanecerá em contato com a estrutura. Isso significa que a região de contato entre os corpos é conhecida *a priori* e o problema a ser resolvido, de acordo com as hipóteses consideradas aqui, é linear. Por outro lado, no caso do PCU (Figura 2.2b), é suposto que a base só responda às solicitações de compressão, e dessa forma não se conhece *a priori* a região de contato entre os corpos. Portanto, mesmo considerando as hipóteses de pequenos deslocamentos e material elástico, quando se consideram as restrições unilaterais, o problema a ser resolvido é não linear.

2.3 Equações Básicas do Problema de Contato Solo-Estrutura

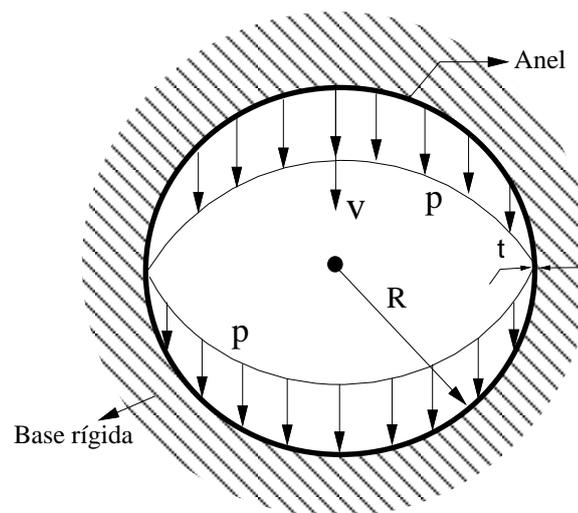
A Figura 2.3a apresenta uma viga em contato com o solo (ou base elástica). Com a aplicação do MEF via software ANSYS, como será detalhado no próximo capítulo, será possível conhecer os deslocamentos da estrutura e da base nos pontos nodais dessa malha para os dois tipos de problema de contato que estão ilustrados nas Figuras 2.3c1 e 2.3c2. As equações básicas que regem esses problemas serão apresentadas resumidamente a seguir. Maiores detalhes estão nos trabalhos de Silveira (1995) e Silva (1998), e publicações mais recentes do orientador desta dissertação (Silveira *et al.*, 2008; Silveira *et al.* 2015).



a) Viga em contato com uma fundação elástica

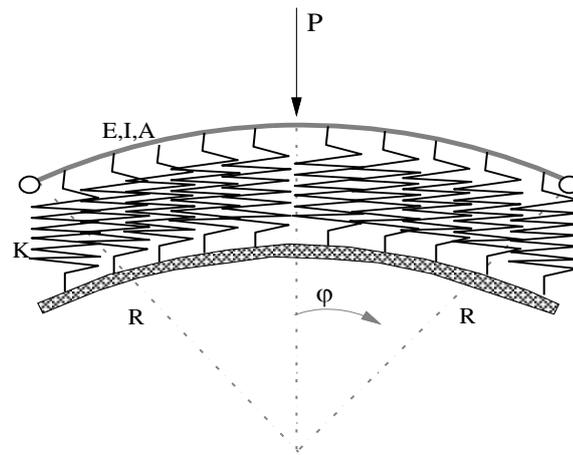


b) Arco em contato com uma fundação elástica

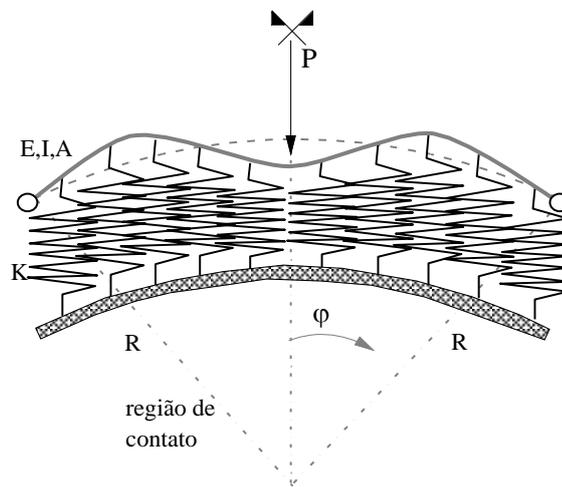


c) Anel em contato com uma fundação elástica

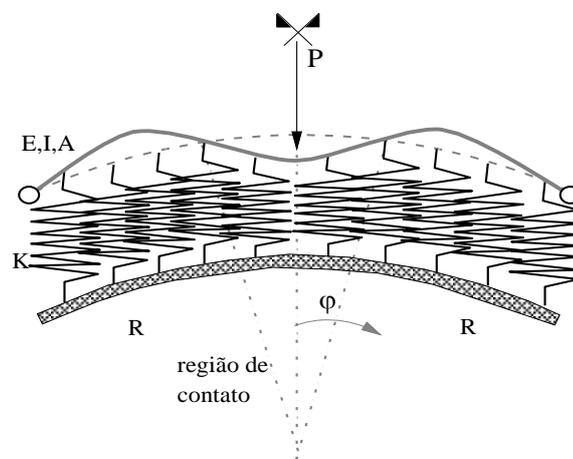
Figura 2.1 Problemas estruturais com restrições de contato



a) Arco com restrições de contato

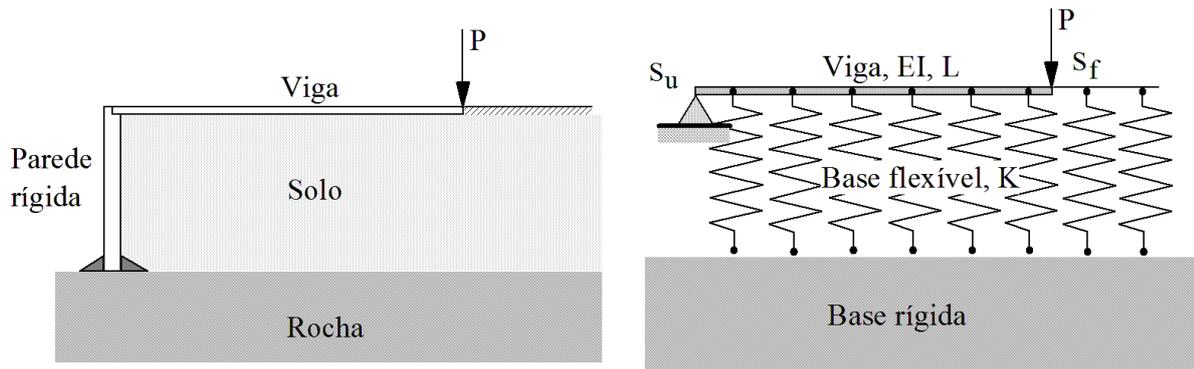


b) Problema de contato bilateral (PCB)



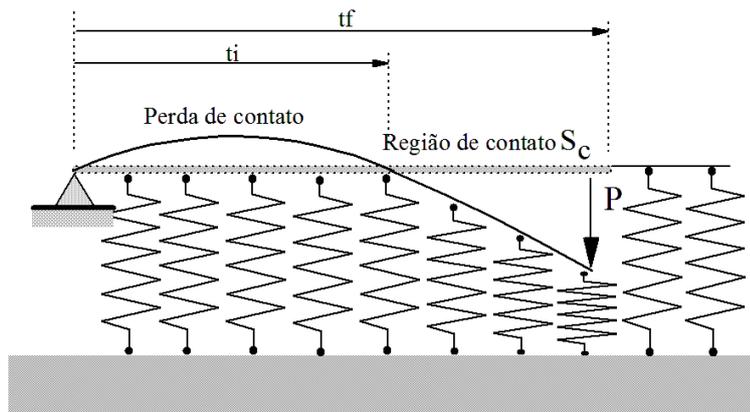
c) Problema de contato unilateral (PCU)

Figura 2.2 Tipos de problemas de contato

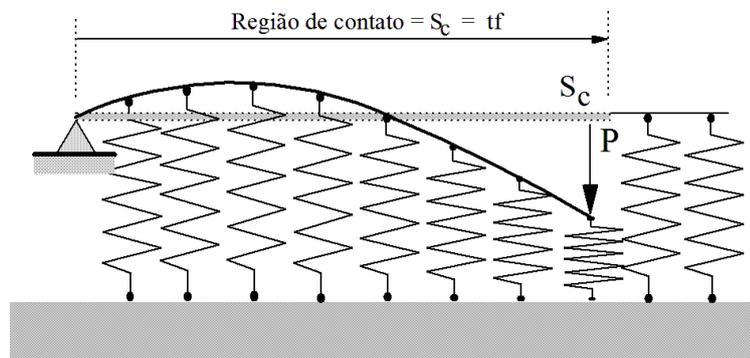


a) Problema de engenharia

b) Modelo numérico



c) Contato unilateral



d) Contato bilateral

Figura 2.3 Viga em contato com uma base elástica (Silveira *et al.*, 2008)

A viga apresentada na Figura 2.3a pode ser definida como um sólido elástico contínuo de domínio V , com o contorno delimitado por três superfícies distintas supostas regulares: S_u , S_f e S_c (Figura 2.3b). Como nos problemas estruturais usuais, S_u define a região do sólido onde os deslocamentos são prescritos e S_f é a região do sólido onde as forças externas são prescritas. A superfície denominada S_c define a região de contato entre os corpos (Figuras 2.3c e 2.3d).

Para a estrutura, as equações de equilíbrio interno, as relações cinemáticas e as relações constitutivas são dadas, respectivamente, por:

$$\sigma_{ij,j} = 0 \text{ em } V \quad (2.1)$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \text{ em } V \quad (2.2)$$

$$\sigma_{ij,j} = C_{ijkl}\varepsilon_{kj} \text{ em } V \quad (2.3)$$

onde, na Equação (2.1), verifica-se que as forças de corpo foram desprezadas da análise e que faz-se uso da notação indicial com a convenção usual de somatório. Ainda nas Equações (2.1, 2.2 e 2.3), σ_{ij} representa as componentes cartesianas do tensor de Cauchy, ε_{ij} caracteriza as componentes de deformação infinitesimal e u_i as componentes dos deslocamentos. Por fim, C_{ijkl} define o tensor das propriedades elásticas da estrutura.

Como neste trabalho objetiva-se a resposta da fundação apenas na região de contato entre os corpos, é possível representá-la com modelos matemáticos simples, mas que apresentam precisão satisfatória. Dessa forma, a reação da base pode ser descrita genericamente através da seguinte equação:

$$R_b = C_b u_b \quad (2.4)$$

em que u_b e R_b são o deslocamento e a reação à compressão da base elástica, respectivamente, e C_b caracteriza as propriedades mecânicas da base elástica.

Para o sistema estrutural analisado, as seguintes condições de contorno devem ser satisfeitas:

$$u_i = \bar{u}_i \text{ em } S_u \quad (2.5)$$

$$F_i = \sigma_{ij} n_j \text{ em } S_f \quad (2.6)$$

com (2.5) representando a condição de contorno essencial do problema, sendo \bar{u}_i o valor prescrito do deslocamento em S_u ; a Equação (2.6) caracteriza o equilíbrio das forças que deve existir em S_f .

Para a caracterização dos PCB e PCU a serem resolvidos, necessita-se ainda de uma equação adicional que indica a condição de compatibilidade que deve ser satisfeita em S_c e, fisicamente, representa a condição de impenetrabilidade entre os corpos. Para o caso do PCB, tem-se a seguinte expressão para a distância entre os dois corpos, Φ :

$$\Phi = u_b - u_i = 0 \text{ em } S_c \quad (2.7)$$

a qual deve ser nula em S_c , ou seja, os deslocamentos da estrutura e da base elástica são iguais na região de contato. Essa última condição é típica da situação de contato bilateral entre corpos.

Para o caso do PCU, a condição de compatibilidade que deve ser satisfeita em S_c é descrita através da inequação em termos da distância entre os dois corpos:

$$\Phi = u_b - u_i \geq 0 \text{ em } S_c \quad (2.8)$$

Essa expressão indica a condição de impenetrabilidade entre a estrutura e o meio. Assim, ao se analisar o comportamento de um ponto genérico em S_c , uma das seguintes situações pode ser observada:

- i. Caso ocorra o contato entre os corpos (base e estrutura), escreve-se:

$$\Phi = 0 \text{ e } R_b > 0 \quad (2.9)$$

- ii. No caso de separação entre os corpos, ou seja, existe o descolamento entre a base e estrutura, tem-se, então:

$$\Phi > 0 \text{ e } R_b = 0 \quad (2.10)$$

A partir dessas considerações, pode-se concluir que as condições que definem de forma completa o contato como sendo unilateral são dadas pela Inequação (2.8), ou ainda, em termos da reação da base como:

$$R_b \geq 0 \quad (2.11)$$

e através da relação de complementaridade entre Φ e R_b , ou seja,

$$\int_{S_c} R_b \Phi \, dS_c = 0 \quad (2.12)$$

A Figura 2.4 fornece o domínio de validade dessas três relações e ainda o gráfico de validade da lei de contato.

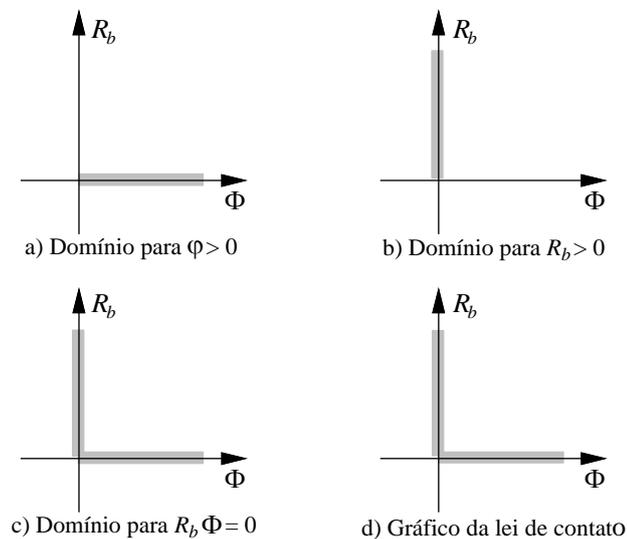


Figura 2.4 Domínio de validade das restrições de contato unilateral (Machado, 2013)

Observa-se, então, que a solução do PCU pode ser obtida através da Equação (2.1), com o auxílio das Equações (2.2) e (2.3), respeitando-se as condições de contorno (2.5) e (2.6), as Inequações (2.8) e (2.11) e a condição de complementaridade (2.12). Entretanto, a não linearidade decorrente das condições de contorno em S_c torna a solução direta do problema uma tarefa bastante difícil. Assim, será necessário formular um problema de minimização equivalente para que seja possível utilizar uma estratégia numérica conveniente para a sua solução. É demonstrado em Silveira (1995), que o problema de otimização:

$$\text{Min } \Pi(u_i, u_b) \quad (2.13)$$

$$\text{Sujeito a: } -\Phi \leq 0, \text{ em } S_c \quad (2.14)$$

em que,

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_V C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \varepsilon_{ij} dV + \frac{1}{2} \int_{S_c} C_b u_b^2 dS_c - \int_{S_f} F_i u_i dS_f \quad (2.15)$$

é equivalente à solução das equações e restrições impostas na formulação apresentada. No caso do PCB, substitui-se a inequação (2.14) pela condição de igualdade (2.7).

Na próxima seção são apresentadas as estratégias usadas nesta dissertação para solução desses problemas de minimização equivalente.

2.4 Estratégias Numéricas para Solução do PCB e PCU

As estratégias numéricas adotadas nesta pesquisa para solução dos problemas de contato bilateral (PCU) e unilateral (PCU) apresentam como características:

- i. O emprego do método dos elementos finitos (MEF) via software ANSYS, em que se substitui o problema de engenharia contínuo por um modelo matemático discreto;
- ii. No caso do PCB, após a obtenção desse modelo discreto, a solução do problema linear elástico pode ser alcançada de forma direta (subseção 2.4.1);
- iii. No caso do PCU, também após a definição desse modelo discreto, a solução do problema não linear elástico é apresentada na subseção 2.4.2.

2.4.1 Solução do PCB

Caso o sistema de suporte esteja sujeito às restrições bilaterais de contato, pequenos deslocamentos e deformações, com o material exibindo comportamento elástico, a solução do problema de minimização equivalente será descrita, como já mencionado, pelas Equações (2.13) e (2.7). Com a substituição do problema de engenharia contínuo por um modelo matemático discreto via MEF, chega-se num sistema de equações algébricas, a partir do qual os deslocamentos da estrutura ou base, nos pontos da malha, podem ser obtidos, através de relação:

$$[\mathbf{K}_L + \mathbf{K}_b] \mathbf{U} = \mathbf{F}_e \quad (2.16)$$

em que o vetor \mathbf{U} é o vetor de deslocamentos nodais do sistema, incógnita do problema; \mathbf{F}_e é o vetor das forças externas atuantes; e \mathbf{K}_L e \mathbf{K}_b são as matrizes de rigidez da estrutura e da base elástica, respectivamente.

A Figura 2.5 apresenta o algoritmo de solução do PCB em questão.

-
- 1: Leitura dos dados: propriedades geométricas, dos materiais e dos carregamentos do sistema (estrutura-base)
 - 2: Define-se a malha de elementos finitos do sistema
 - 3: Monta-se o vetor de forças externas: \mathbf{F}_e
 - 4: Monta-se a matriz de rigidez da estrutura: \mathbf{K}_L
 - 5: Monta-se a matriz de rigidez da base elástica: \mathbf{K}_b
 - 6: Calcula-se a matriz de rigidez do sistema estrutural: $\mathbf{K} = \mathbf{K}_L + \mathbf{K}_b$
 - 7: Resolve-se o sistema: $\mathbf{K} \mathbf{U} = \mathbf{F}_e$
 - 8: Calculam-se as forças internas: $\mathbf{U} \rightarrow \mathbf{N}, \mathbf{Q}, \mathbf{M}$
 - 9: Imprimem-se os resultados
-

Figura 2.5 Algoritmo de solução adotado para o PCB

2.4.2 Solução do PCU

Caso o sistema estrutura-base esteja sujeito às restrições unilaterais de contato, mesmo considerando as hipóteses de pequenos deslocamentos e deformações, e material elástico, a solução do PCU não pode ser obtida diretamente através de (2.16), uma vez que não se conhece *a priori* a região de contato S_c entre os corpos. Assim, no caso do PCU, após a discretização do sistema, o problema de minimização equivalente definido pela Equação (2.13) e restrição (2.14), pode ser reescrito da seguinte forma:

$$\text{Min } \Pi(\mathbf{U}, \mathbf{U}_b) \quad (2.17)$$

$$\text{Sujeita a: } -\Phi(\mathbf{U}, \mathbf{U}_b) \leq 0 \quad (2.18)$$

em que se considera agora o vetor \mathbf{U} como os deslocamentos nodais da estrutura e \mathbf{U}_b os deslocamentos nodais da base.

Como se trata da solução de um problema não linear, utiliza-se aqui o método de Newton-Raphson, em que a região de contato S_c é inicialmente aproximada e iterações subsequentes são usadas para corrigir esse valor aproximado de S_c . Com isso consegue-se

quantificar a participação da base elástica na obtenção de outras incógnitas do problema. Aqui, como as restrições de contato não são consideradas de uma forma direta, define-se o seguinte *problema de otimização sem restrições* a ser resolvido:

$$\mathbf{g} = [\mathbf{K}_L + \mathbf{K}_b] \mathbf{U} - \mathbf{F}_e \neq 0 \quad (2.19)$$

com \mathbf{g} sendo o vetor gradiente, ou forças desequilibradas do sistema estrutura-base, que deve se anular ao longo do processo iterativo de Newton-Raphson, como ilustrado graficamente na Figura 2.6 e algoritmo de solução numérica apresentado na Figura 2.7. A cada iteração, através de uma nova avaliação de S_c , corrige-se a participação da base elástica, ou seja, a matriz de rigidez \mathbf{K}_b . Esse processo iterativo é concluído, indicando que a solução do PCU foi atingida, quando determinado critério de convergência for satisfeito.

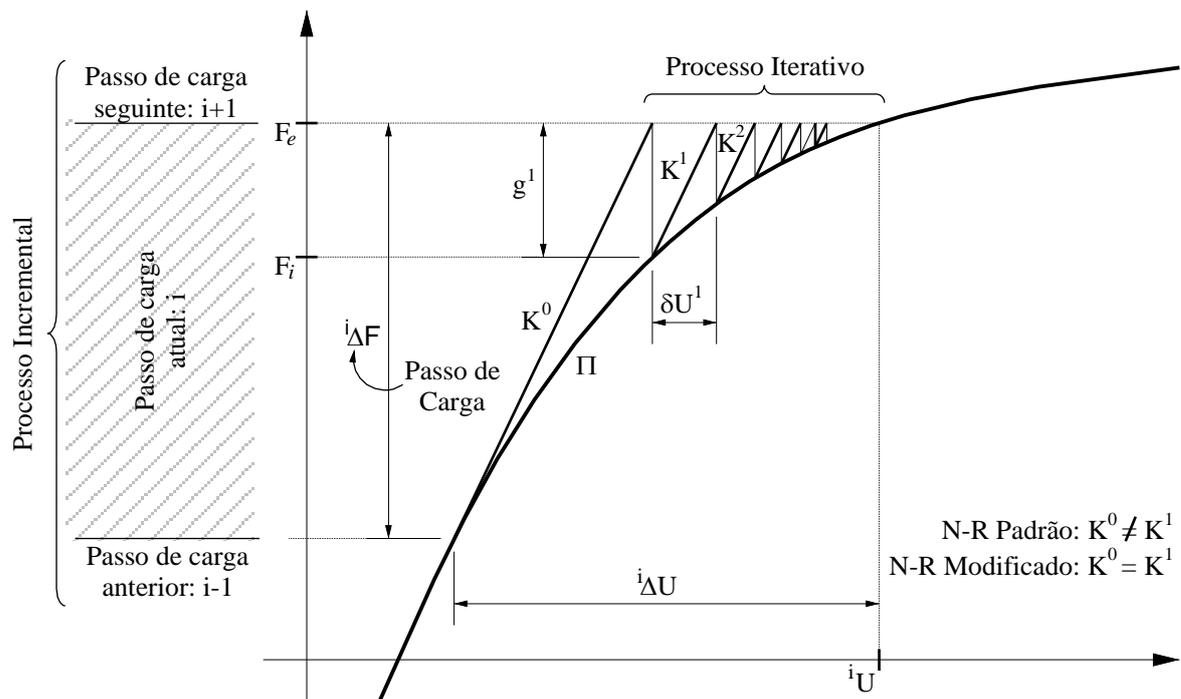


Figura 2.6 Representação gráfica do método de Newton-Raphson (Machado, 2013)

Resumindo, a matriz \mathbf{K}_b será aproximada a partir do monitoramento do deslocamento da estrutura em cada passo de carga e iteração de acordo com o sinal do deslocamento obtido em cada ponto nodal da malha de elementos finitos.

Da Figura 2.7 e do algoritmo da Figura 2.8, nota-se que, para um dado passo de carga, duas etapas distintas podem ser identificadas (Silva, 2009). A primeira delas, denominada fase

predita, envolve a solução dos deslocamentos a partir de um determinado acréscimo de carga; a segunda fase, denominada corretiva, tem como objetivo a correção das forças internas e, como consequência, a obtenção do equilíbrio do sistema.

-
- 1: Entrada de dados: propriedades geométricas, dos materiais e dos carregamentos do sistema
 - 2: Define-se a malha de elementos finitos
 - 3: Monta-se o vetor de forças externas de referência: \mathbf{F}_r
 - 4: Monta-se a matriz de rigidez da estrutura: \mathbf{K}_e
 - 5: Resolve-se o sistema: ${}^0\mathbf{U} = \mathbf{K}_e^{-1}\Delta\lambda\mathbf{F}_r$
 - 6: Aproximam-se as regiões de contato entre os corpos: ${}^0\mathbf{U} \rightarrow S_c$
 - 7: Monta-se a matriz de rigidez da base a partir da região de contato: $S_c \rightarrow {}^0\mathbf{K}_b$
 - 8: Calcula-se a matriz de rigidez do sistema para o primeiro passo de carga: ${}^1\mathbf{K} = \mathbf{K}_e + {}^0\mathbf{K}_b$
 - 9: **para** $i = 1$, número máximo de passos de carga **faça**
 - 10: Resolve-se o sistema: ${}^i\mathbf{U} = {}^i\mathbf{K}^{-1}(i.\Delta\lambda)\mathbf{F}_r$
 - 11: **se** (${}^i\mathbf{U} \neq {}^{i-1}\mathbf{U}$) **então**
 - 12: Avaliam-se os deslocamentos e define as regiões de contato: ${}^i\mathbf{U} \rightarrow S_c$
 - 13: Monta-se a matriz de rigidez da base (na malha fictícia) a partir da região de contato: $S_c \rightarrow {}^i\mathbf{K}_b$
 - 14: Calcula-se a matriz de rigidez do sistema: ${}^i\mathbf{K} = \mathbf{K}_e + {}^i\mathbf{K}_b$
 - 15: **fim se**
 - 16: **para** $k = 1$, número máximo de iterações **faça**
 - 17: Calcula-se o vetor gradiente: ${}^{i,1}\mathbf{g} = (k.\Delta\lambda)\mathbf{F}_r - {}^i\mathbf{K}{}^i\mathbf{U}$
 - 18: Calcula-se a relação: $C_g = \|\mathbf{g}\| \div \|\Delta\lambda.\mathbf{F}_r\|$
 - 19: **se** ($C_g < \text{tolerância}$) **então sair se**
 - 20: Resolve-se o sistema: ${}^{i,k}\delta\mathbf{U} = {}^{i,k}\mathbf{K}^{-1}.{}^{i,k}\mathbf{g}$
 - 21: Corrigem-se os deslocamentos: ${}^{i,k}\mathbf{U} = {}^{i,k-1}\mathbf{U} + {}^{i,k}\delta\mathbf{U}$
 - 22: **fim para**
 - 23: **fim para**
 - 24: Calculam-se forças internas resultantes: $\mathbf{U} \rightarrow \mathbf{N}, \mathbf{Q}, \mathbf{M}$
 - 25: Imprimem-se os resultados
-

Figura 2.7 Algoritmo de solução para o PCU

2.5 Modelos para bases elásticas

A base elástica ou fundação (solo ou rocha) é um meio contínuo (Figura 2.8). Como objetiva-se nesta pesquisa a resposta da fundação apenas na região de contato entre a estrutura e a base, é possível representá-la com modelos matemáticos simples. Dessa forma, a reação da base pode

ser descrita genericamente através dos propostos modelos apresentados a seguir, que foram os adotados nesta dissertação.

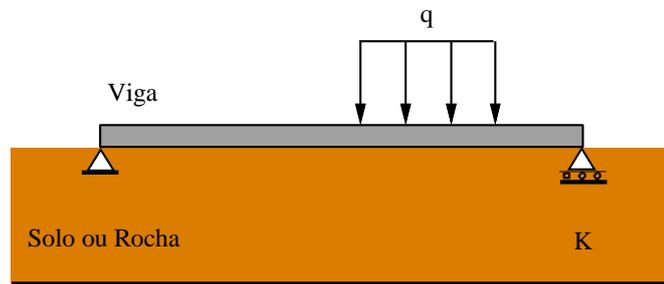


Figura 2.8 Viga em contato com uma base elástica (solo ou rocha)

2.5.1 Modelo de molas discretas

Nesta concepção, como ilustrado na Figura 2.9, o membro estrutural fica em contato com molas discretas, que substituem o meio elástico contínuo (solo). A reação em cada mola é dada por:

$$r_b = Kw_b|_{x_i} \quad (2.20)$$

sendo K e w_b , respectivamente, a rigidez da mola e o deslocamento vertical da mola localizada no ponto x_i .

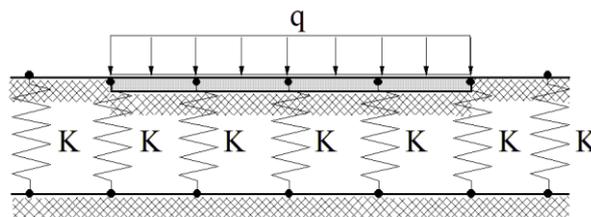


Figura 2.9 Modelo de molas discretas (Pereira, 2003)

2.5.2 Modelo de Winkler

Trata-se do modelo de base elástica contínuo com apenas um parâmetro, que é definido pela rigidez K . O modelo de Winkler (Silva, 1998; Maciel, 2012; Machado, 2013) é muito utilizado devido a sua simplicidade e caracteriza-se por ser equivalente a um colchão de molas que trabalham de forma independente entre si (Figura 2.10). A reação da base R_b pode ser conhecida através da seguinte equação:

$$R_b = K w_b \quad (2.21)$$

onde K e w_b são o parâmetro de rigidez elástico da fundação e a deflexão lateral da base elástica, respectivamente.

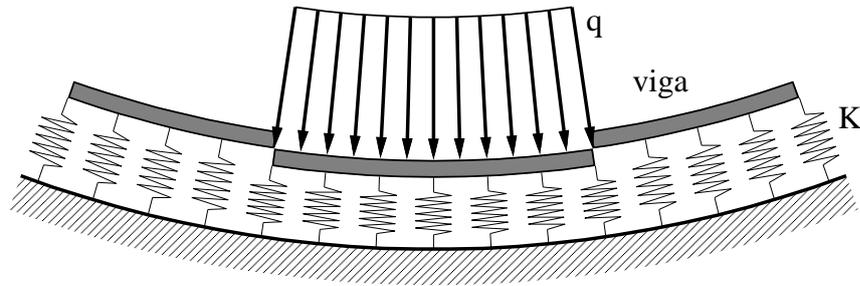


Figura 2.10 Modelo de Winkler (Machado, 2013)

2.5.3 Modelo de Pasternak

O modelo de Pasternak é caracterizado por utilizar dois parâmetros de rigidez para representação da base elástica (Figura 2.11). Diferentemente do modelo de Winkler, o modelo de Pasternak permite a interação entre molas adjacentes e a reação da base não é apenas influenciada pelo deslocamento vertical, como mostrado a seguir:

$$R_b = K w_b - G \nabla^2 w_b \quad (2.22)$$

com G representando o parâmetro de rigidez cisalhante da base elástica.

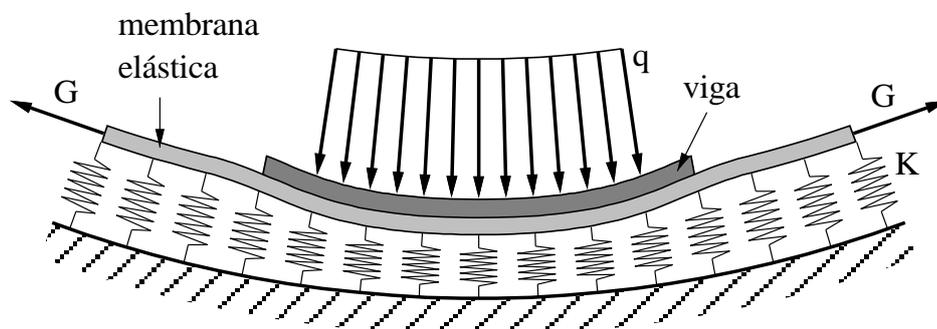


Figura 2.11 Modelo de Pasternak (Machado, 2013)

Capítulo 3

Modelagem do Problema de Contato via ANSYS

3.1 Introdução

A primeira parte deste capítulo (Seção 3.2) destina-se à introdução do software ANSYS (2009). Em seguida, na Seção 3.3, serão apresentadas as características dos elementos finitos utilizados nas modelagens dos problemas de contato de interesse desta dissertação. Na Seção 3.4 é desenvolvido um roteiro, isto é, um passo a passo da modelagem de um dos problemas de contato solo-estrutura estudado no Capítulo 4, tanto para o caso de restrições bilaterais quanto para o caso das restrições unilaterais.

3.2 O software computacional ANSYS

O ANSYS é um sistema comercial que utiliza o método dos elementos finitos (MEF) para desenvolvimento e estudos de modelos numéricos em diversos campos científicos. Através da utilização desse sistema computacional é possível a modelagem de sistemas estruturais, problemas de escoamento, transmissão de calor, elétricos, bem como problemas dinâmicos modais e transientes. Além disso, o ANSYS possibilita a interação de resultados entre modelos das diversas áreas da engenharia. Por exemplo, utilizar os resultados de um problema térmico (dilatações) em um problema estrutural.

A plataforma computacional ANSYS é bastante extensa, possuindo diversos tipos ferramentas. Os programas em que estão disponíveis as análises estruturais são: *ANSYS/Multiphysics*, *ANSYS/Mechanical*, *ANSYS/Structural* e *ANSYS/Professional*. Dentro dos problemas estruturais, o ANSYS permite sete tipos de análises de estruturas, que são:

- Análise estática: usada para determinar deslocamentos, tensões e deformações, sob condição de carga estática. Têm-se dois tipos de análises estáticas, linear e não linear, sendo

que as não-linearidades podem incluir plasticidade, tensão, rigidez, grandes deformações, grandes tensões, hiperelasticidade, contato e fissuração;

- Análise de flambagem: usada para calcular as cargas de flambagem e determinar a forma do modo de flambagem. Ambas as análises, flambagem linear e flambagem não linear, são possíveis.
- Análise modal: usada para calcular as frequências naturais e modos de vibração de uma estrutura. Há diferentes métodos disponíveis para extração dos modos de vibração;
- Análise harmônica: usada para determinar a resposta de uma estrutura a cargas harmônicas variáveis no tempo;
- Análise dinâmica transiente: usada para determinar a resposta de uma estrutura às cargas arbitrariamente variáveis no tempo. São permitidas todas as não-linearidades mencionadas na análise estática;
- Análise espectral: trata-se uma extensão da análise modal, usada para calcular tensões e deformações devidas a um espectro de resposta ou uma contribuição de PSD (vibrações aleatórias).

Além dessas análises, outros estudos envolvendo mecânica da fratura, compósitos e fadiga podem ser realizados.

Para iniciar o desenvolvimento de um modelo no ANSYS, primeiramente é necessária uma consistente caracterização do problema real. Avaliando quais resultados se deseja obter, pode-se determinar quais as informações disponíveis para a consideração dos dados de entrada. A caracterização de um problema real consiste em considerar quais são os efeitos, fenômenos ou grandezas que podem ser simplificados, e alguns até desconsiderados, quando se transforma um problema físico em um equivalente matemático ou numérico.

O sistema ANSYS possui diversos tipos de elementos finitos pré-estabelecidos. Como elementos estruturais, são citados: elementos de barras, elementos de casca, elementos sólidos, elementos de mola, elementos de contato, elementos tubulares e elementos com funções estruturais específicas.

A solução de qualquer problema pelo MEF, independe da plataforma, passa pelos passos interdependentes representados na Figura 3.1.



Figura 3.1 Etapas de solução de um problema pelo MEF

Em análises estruturais, no pré-processamento, define-se todas as variáveis de entrada, tipo de elemento, geometria do problema, malha de elementos finitos, as condições de contorno e cargas atuantes. No processamento, determina-se qual o tipo de solução a ser empregada, quais os cenários de carga e restrições, e como o carregamento deve ser aplicado. Finalmente, no pós-processamento, obtêm-se os resultados de acordo com os objetivos da análise, que podem ser calculados por nó, por elemento ou por incremento de carga.

3.3 Elementos finitos utilizados nas modelagens

A seguir serão caracterizados os diferentes tipos de elementos de barra (*BEAM3*, *CONBIN14* e *LINK10*) do ANSYS que foram utilizados no presente trabalho:

BEAM3: Elemento uniaxial de barra com função de compressão, tração e flexão. Possui dois nós e três graus de liberdade por nó: translação nas direções dos eixos x e y e rotação na direção do eixo z. Como dados de entrada principais são necessários as coordenadas de dois nós (i,j), a área da seção transversal e o momento de inércia transversal. As informações sobre a altura da seção transversal, deformação inicial, massa adicional, constante cortante podem ser utilizadas de acordo com o problema a ser estudado. Esse elemento permite a aplicação de cargas concentradas, cargas distribuídas, pressões e cargas originadas por efeitos de temperatura, e ainda possibilita análises considerando grandes deslocamentos e tensões residuais. Na Figura 3.2 é mostrada a representação esquemática do elemento *BEAM3*, usado nos problemas de contato para modelar a estrutura.

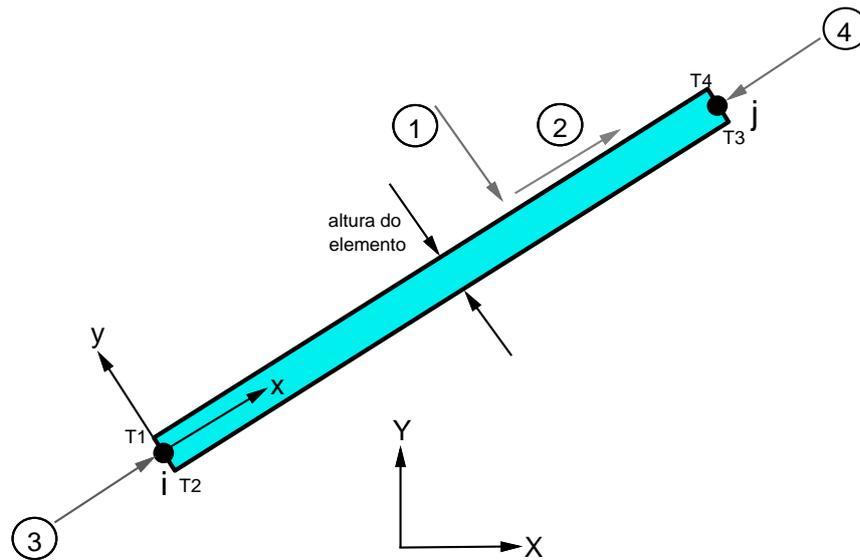


Figura 3.2 Elemento *BEAM3* (ANSYS, 2009)

COMBIN14: Elemento de barra, pode ser utilizado em problemas unidimensionais (1D) e tridimensionais (3D). Possui formulação de mola-amortecedor uniaxial (compressão e tração) e rotação, com três graus de liberdade por nó: translação nas direções dos eixos x,y e z. Efeitos de torção ou flexão são desconsiderados. Na sua formulação, esse elemento não possui massa e assim não está sujeito a efeitos gravitacionais. A rigidez da mola e o coeficiente de amortecimento podem ser considerados de forma conjunta ou isoladamente. Como dados de entrada são necessários: as coordenadas dos dois nós (i,j), a rigidez da mola expressa em unidades de [força/comprimento] e os coeficientes de amortecimento expressos em [(força x tempo)/comprimento]. O elemento *COMBIN14* é utilizado como mola na estratégia de modelagem desenvolvida nesta dissertação, cujo objetivo é aproximar o comportamento da base elástica. A Figura 3.3 traz uma representação esquemática do elemento *COMBIN14*.

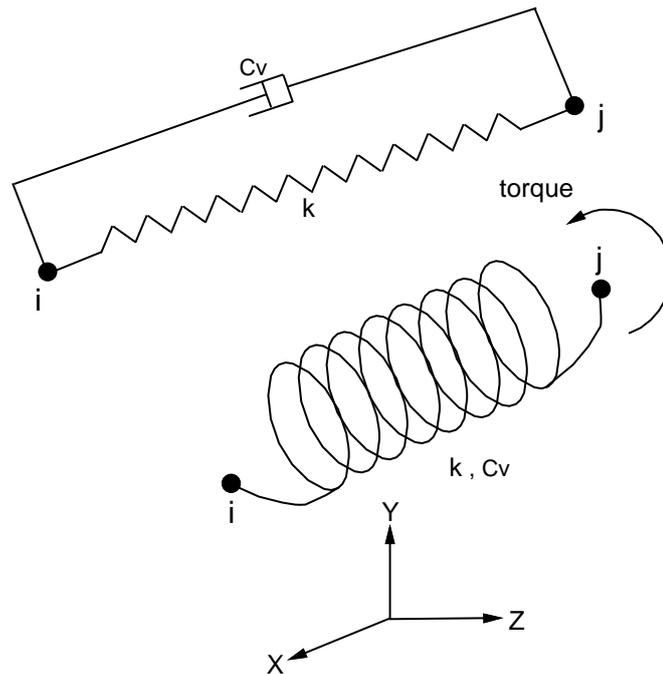


Figura 3.3 Elemento *COMBIN14* (ANSYS, 2009)

LINK10: Elemento de barra, tendo como única característica a matriz de rigidez, resultante de ação uniaxial de compressão ou tração. Possui dois nós e três graus de liberdade por nó, translação nas direções dos eixos x,y e z. Como dados de entrada principais, são necessárias as coordenadas de dois nós (i,j), a área da seção transversal e opcionalmente a deformação inicial. A área da seção transversal, combinada ao comprimento e ao módulo de elasticidade do material, determinam a rigidez do elemento. Os efeitos de compressão ou tração podem ser habilitados separadamente. Esse elemento é utilizado no modelamento do PCU. A Figura 3.4 faz uma representação esquemática do elemento *LINK10*.

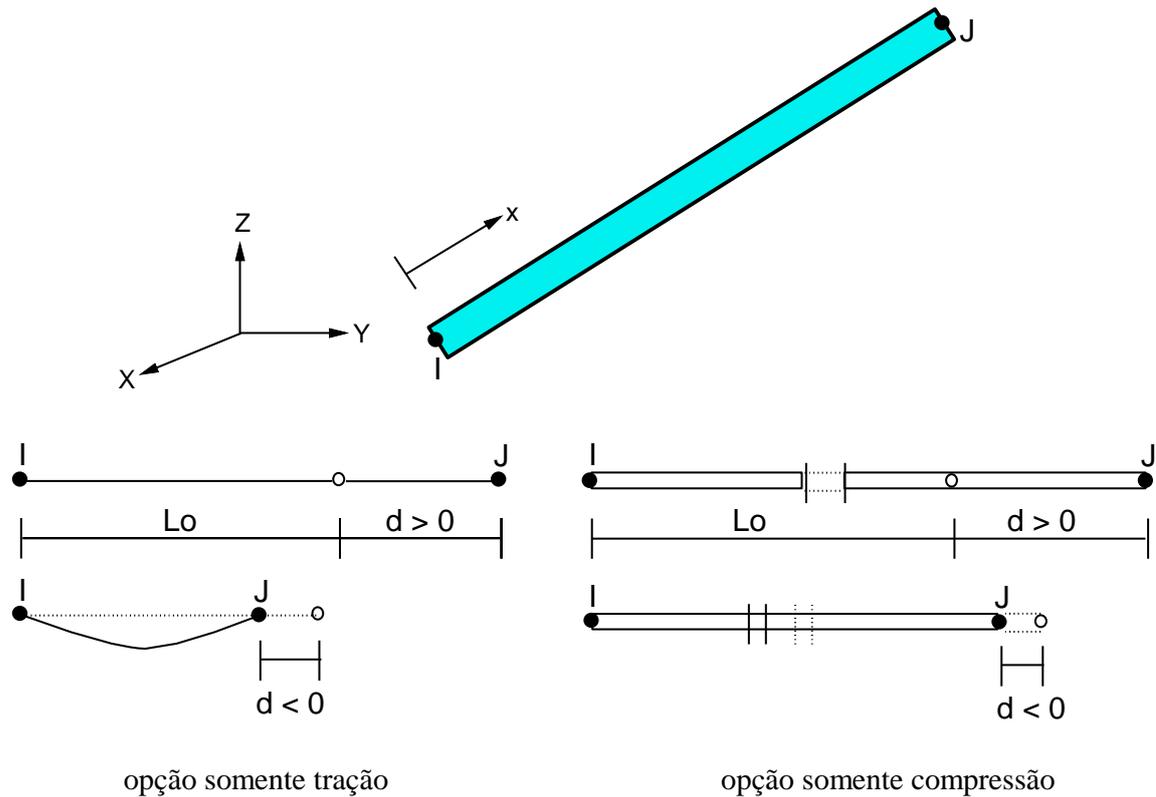


Figura 3.4 Elemento *LINK10* (ANSYS, 2009)

3.4 Modelagem do problema de contato

A seguir é mostrado um passo a passo para a modelagem de um dos problemas de contato que serão analisados no Capítulo 4, que envolve a interação entre uma viga biapoiada e uma base elástica contínua do tipo Winkler. Primeiramente, considera-se que a base apresenta o mesmo comportamento quando solicitada à compressão e à tração, o que caracteriza o problema de contato bilateral (PCB). Em seguida, será mostrada a modelagem do problema de contato unilateral (PCU), em que a base elástica só corresponde às solicitações de compressão.

Portanto, como ilustrado na Figura 3.5, considera-se a viga biapoiada com momentos fletores concentrados aplicados nas suas duas extremidades A e B. Os dados de entrada considerados na análise desse sistema estrutural são: $L=5$, $EI=1000$, $M1=M2=100$. Considere, adicionalmente, que essas grandezas apresentem unidades consistentes.

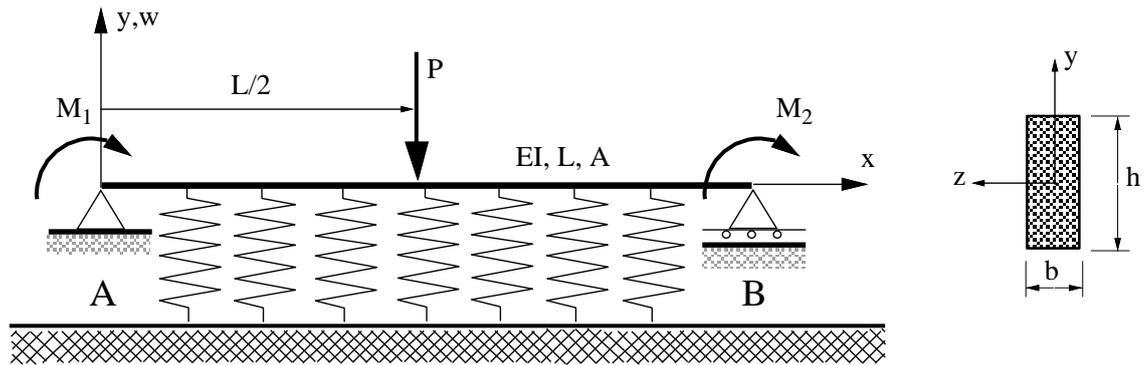


Figura 3.5 Viga biapoiada em contato com base elástica do tipo Winkler

3.4.1 Modelagem do PCB

O roteiro a seguir tem como objetivo a construção, via ANSYS, do modelo numérico do problema de engenharia mostrado na Figura 3.5 para a situação de contato bilateral entre a viga e a fundação elástica. Vale informar que a plataforma computacional utilizada não possui conversão automática de unidades de medida, e, portanto, faz-se necessário trabalhar com unidades consistentes para obtenção de resultados corretos.

- a) O primeiro passo consiste na construção da geometria do problema. Para simplificar, optou-se por ter todos os elementos do mesmo tamanho. Utiliza-se, como exemplo, um modelo com 8 elementos finitos. O desenho da geometria é elaborado no software AutoCad (2013) e a base elástica é representada como uma linha vertical, iniciada de cada ponto nodal (exceto nos pontos extremos, neste exemplo, pois a viga apresenta apoios simples). A Figura 3.6 mostra a geometria construída no AutoCad. Para exportação do arquivo gerado para o ANSYS, utiliza-se o comando *IGESOUT* (AutoCad), que gera um arquivo do tipo **.iges*.



Figura 3.6 Modelo inicial da viga biapoiada com 8 elementos finitos construído no AutoCad (2013)

- b) Iniciando o ANSYS, a primeira tela que aparece é a de gerenciamento de arquivos. É necessário selecionar a pasta de trabalho e nomear ou escolher o arquivo a ser trabalhado (Figura 3.7). Em seguida, clica-se em *Run*. A Figura 3.8 mostra a área de trabalho do ANSYS.

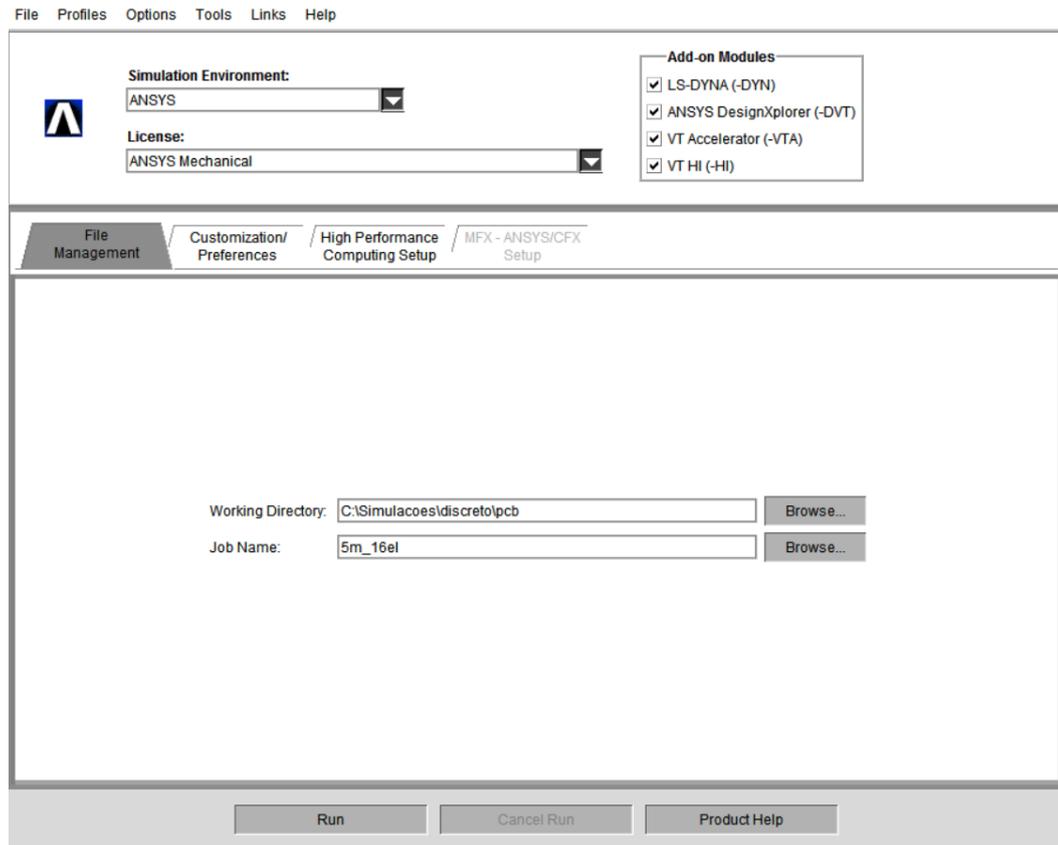


Figura 3.7 Tela de gerenciamento de arquivos

- c) Para importar a geometria do problema previamente desenhada no AutoCad, deve-se utilizar os comandos: *File>>Import>>IGES...* (Figura 3.9). Na tela que se abre, clicar em *OK*; em *Browse*, selecionar o arquivo *.iges criado no AutoCad; por último, clicar em *OK*. Após essa sequência de procedimentos, a geometria do problema estará inserida no ANSYS e pronta para iniciar os próximos passos da modelagem (Figura 3.10).

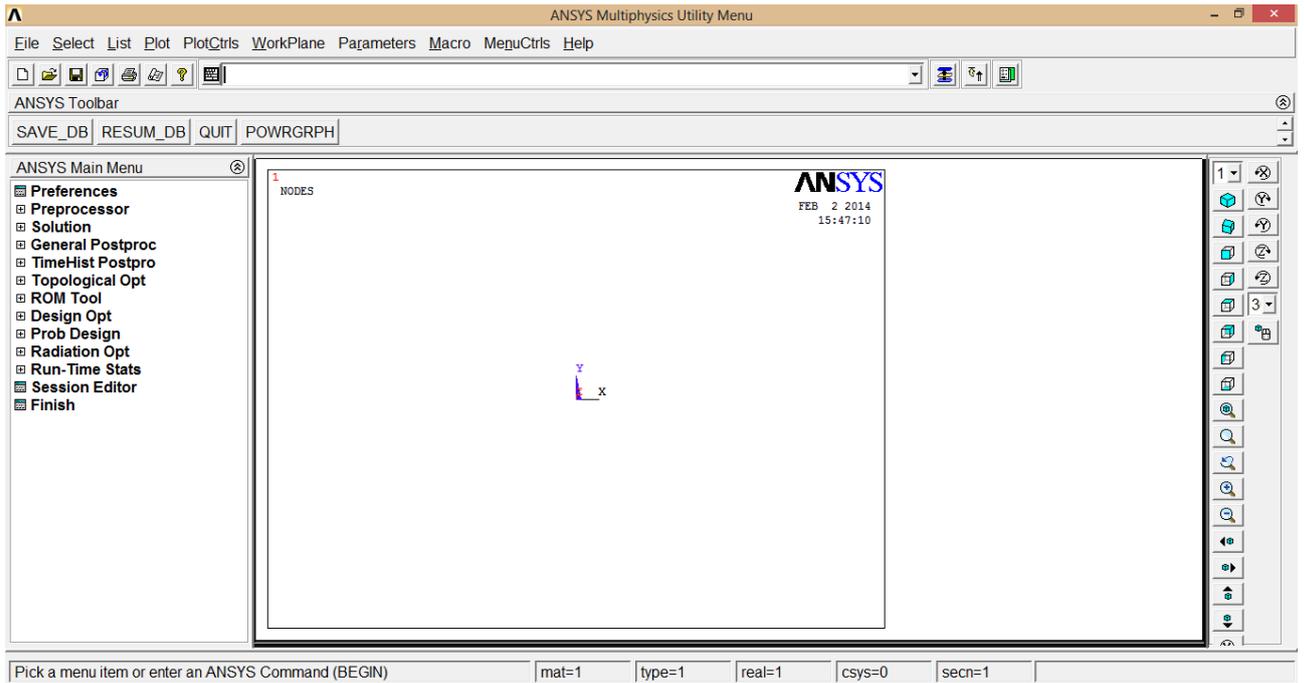


Figura 3.8 Área de trabalho do software ANSYS

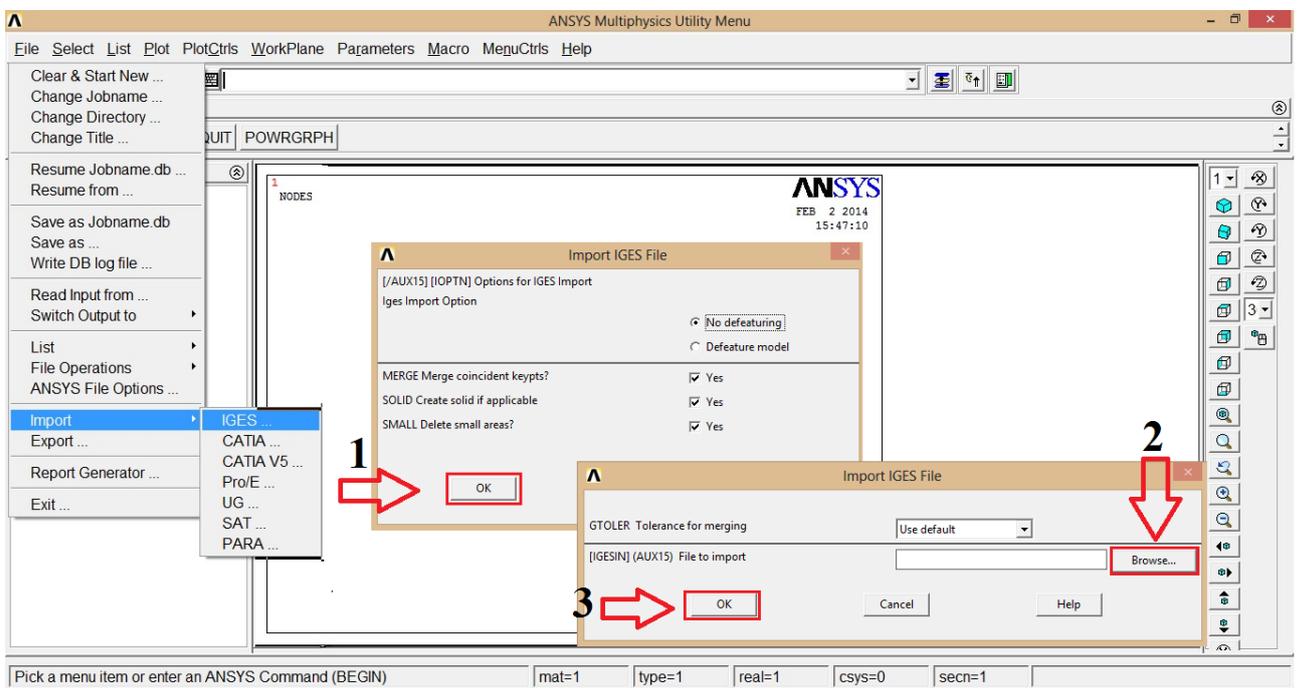


Figura 3.9 Importando o arquivo *.iges

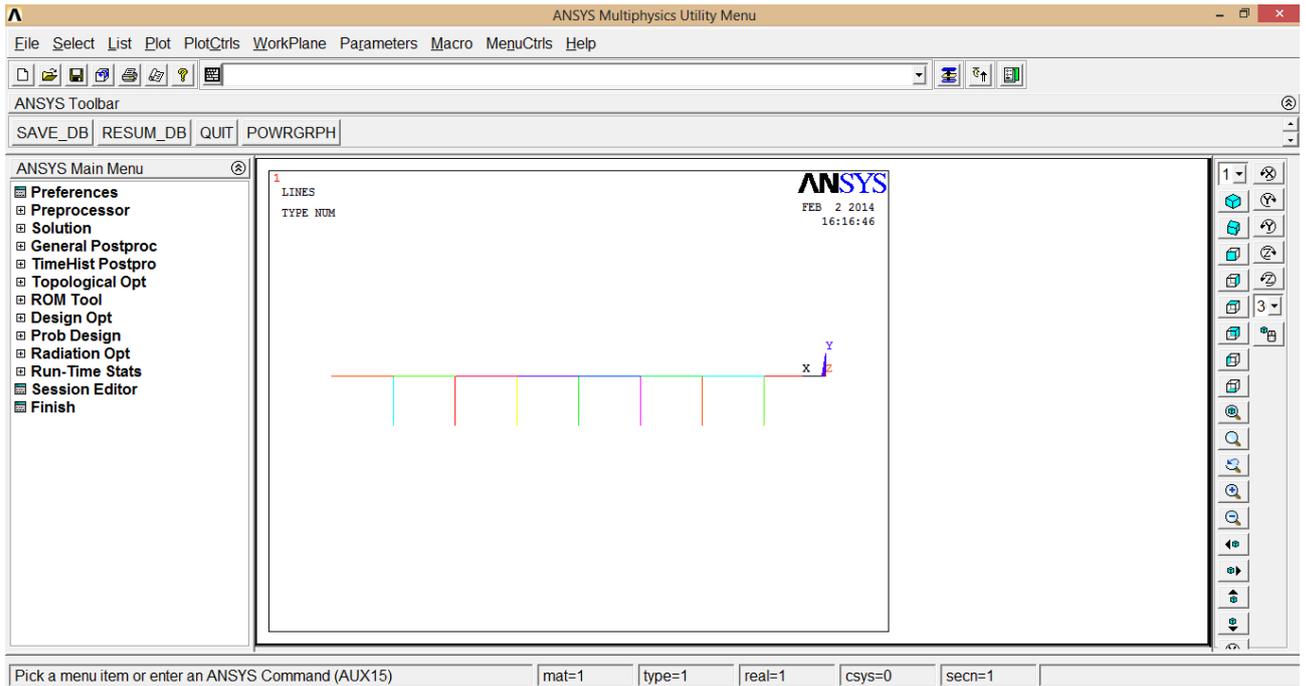


Figura 3.10 Geometria do problema exibida no ANSYS

- d) Deve-se escolher agora os tipos de elementos a serem utilizados no modelo. Para o desenvolvimento dos modelos com contato bilateral, utilizam-se dois tipos de elementos: o *BEAM3*, para os elementos da viga principal; e o *COMBIN14* para representação da base elástica através de elementos de mola. Assim, selecionar *Preprocessor>>Element type>>Add/Edit/Delete>>Add...>>Beam>>2D elastic 3>>OK* (Figura 3.11), e então escolher o elemento *BEAM3*; em seguida escolher o elemento *COMBIN14* através da sequência: *Add...>>Combination>>Spring-damper 14>>OK* (Figura 3.12). Com os elementos finitos definidos, clicar em *Close*.

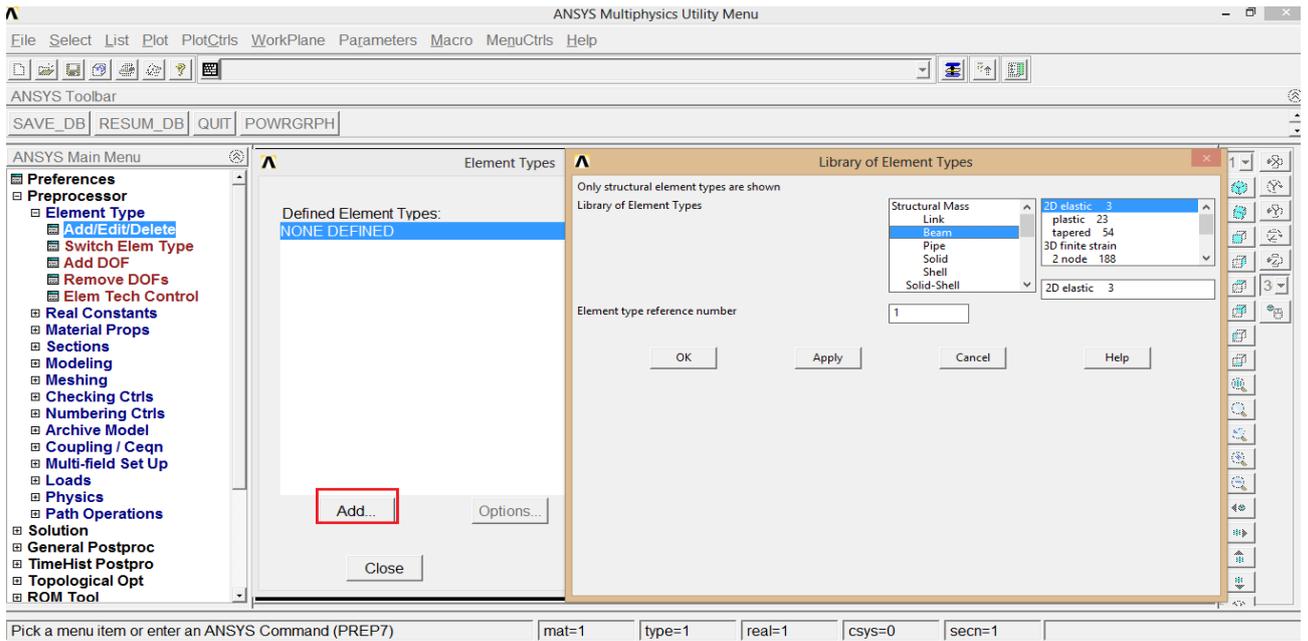


Figura 3.11 Escolha do elemento *BEAM3* para a viga

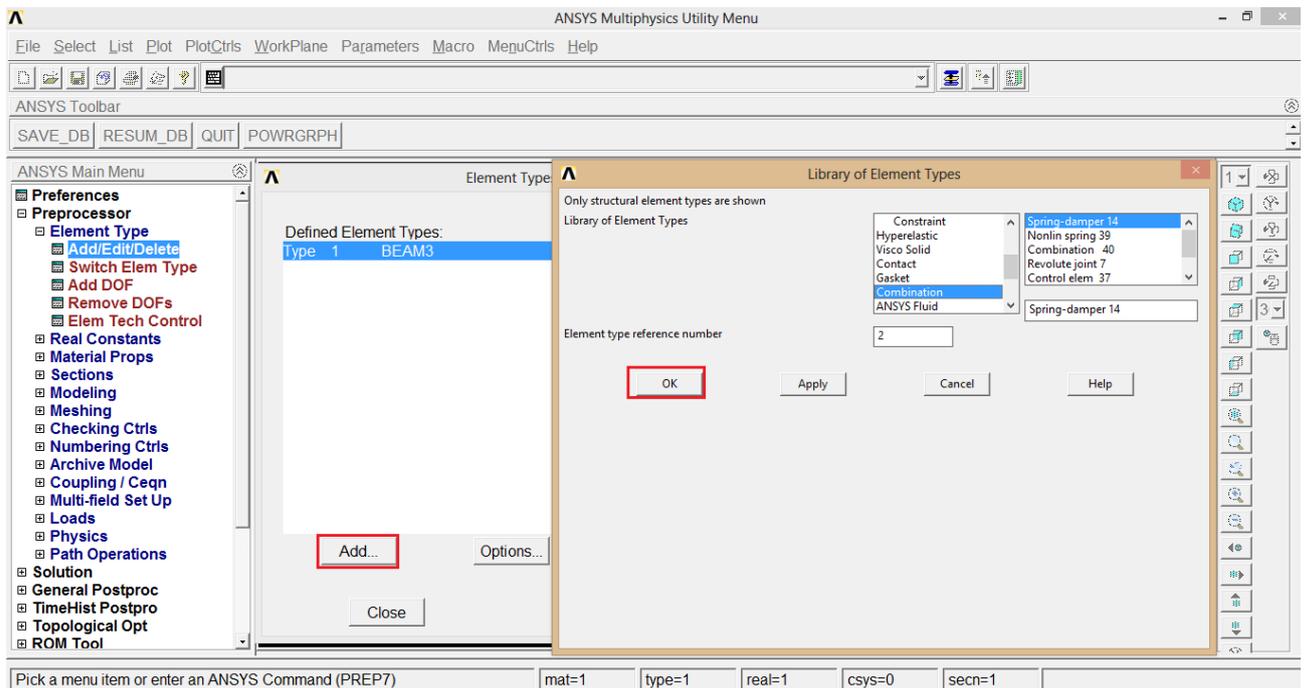


Figura 3.12 Escolhendo o elemento *COMBIN14* para a base

- e) Após a escolha dos tipos dos elementos, deve-se inserir as informações da área e momento de inércia da seção transversal do elemento *BEAM3*. Deve-se fazer o mesmo para o coeficiente de rigidez da base elástica, que é representada pelo elemento *COMBIN14*. Para o elemento *BEAM3*, seguir esses passos: *Preprocessor*>>*Real constants*>>*Add/Edit/Delete*>>*Add...*>>*Type1BEAM3*>>*AREA=20000*>>*IZZ=1000*>>*OK* (Figura 3.13). Para o elemento *COMBIN14*: *Add...*>>*Type 2 COMBIN 14*>>*K=62.5*>>*OK* (Figura 3.14). Clicar em *Close* e passar para o próximo passo.

Nesta parte do processo de modelagem, faz necessária uma observação a respeito do cálculo do parâmetro de rigidez da mola a ser usado no software ANSYS, uma vez que o modelo contínuo de Winkler (Seção 2.5) está sendo substituído pelo modelo discreto de molas (Seção 2.5.1). Definindo aqui K_{ANSYS} , como o valor do parâmetro de rigidez da mola (elemento *COMBIN14*) a ser inserido no ANSYS, escreve-se:

$$K_{ANSYS} = K L_{Elemento} \quad (3.1)$$

em que K é o parâmetro de rigidez do modelo de Winkler e $L_{Elemento}$ é o comprimento de influência da mola, que na maioria das aplicações numéricas coincide com o comprimento do elemento finito usado na modelagem da estrutura. Na Tabela 3.1 a seguir são apresentados os valores a serem usados para K_{ANSYS} para diferentes K , no caso de uma viga de 5 m e 8 elementos finitos adotados na modelagem da estrutura. Na Tabela 4.2 k representa o valor da rigidez da base elástica adimensional determinado na subseção 3.4.4.

Tabela 3.1 Valores usados para K_{ANSYS} para diferentes K : viga de 5 m e 8 EFs

	k1	k2	k3	k4	k5
k	6,25	62,5	625	6250	62500
K	10	100	1000	10000	100000
L	5	5	5	5	5
EI	1000	1000	1000	1000	1000
N_{Elementos}	8	8	8	8	8
L_{Elemento}	0,625	0,625	0,625	0,625	0,625
K_{ANSYS}	3,91	39,06	390,63	3906,25	39062,50

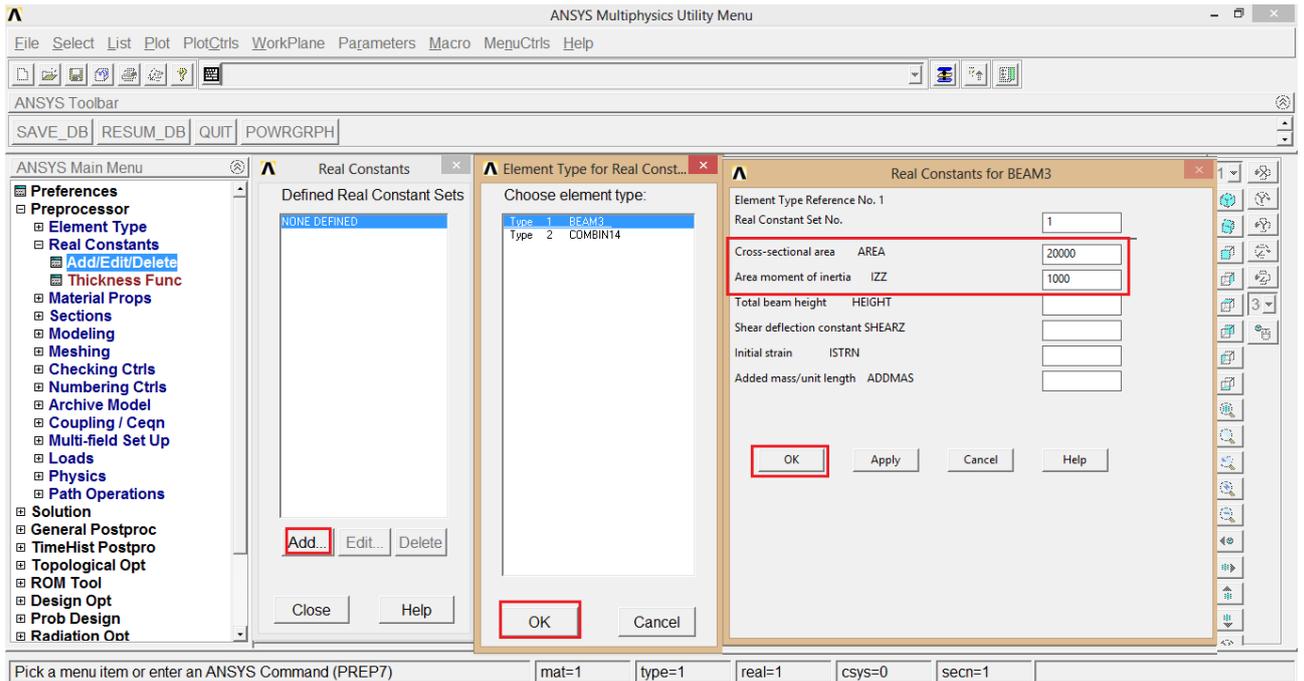


Figura 3.13 Entrada das constantes para o elemento *BEAM3*

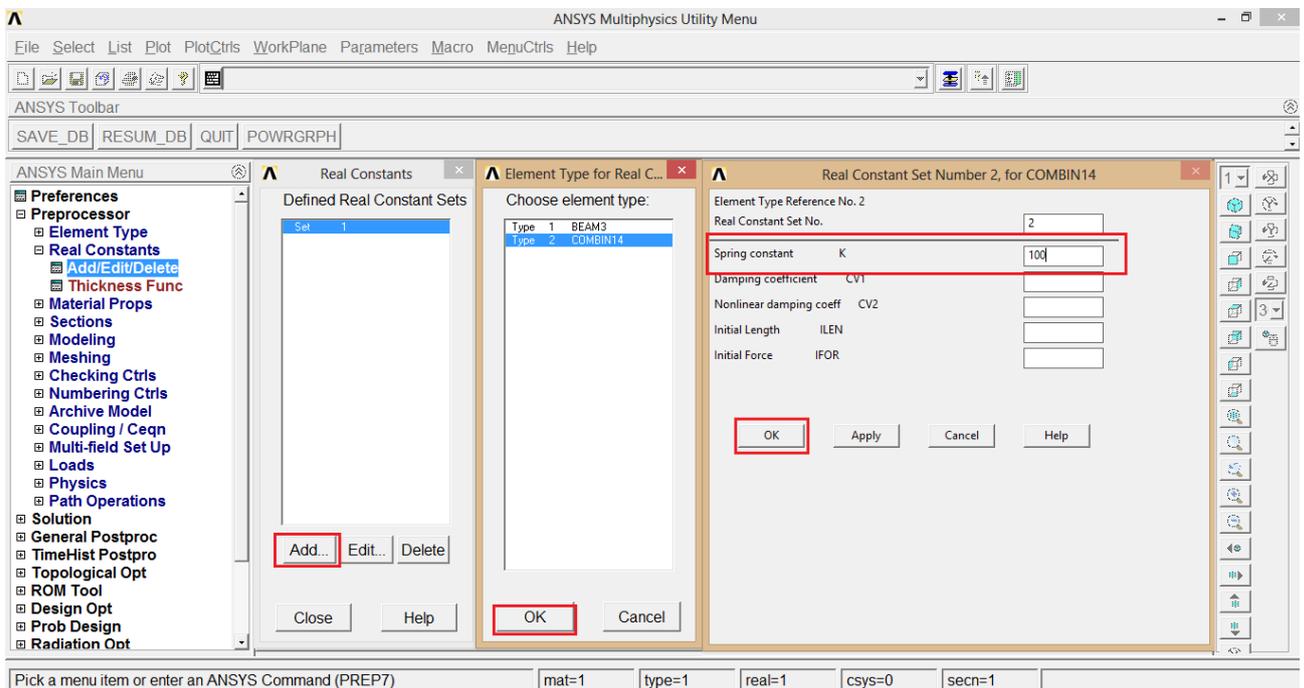


Figura 3.14 Entrada das constantes para o elemento *COMBIN14*

- f) As propriedades do material da viga e da base elástica, como o módulo de elasticidade e o coeficiente de Poisson, devem ser definidas seguindo esses passos:

Preprocessor>>*MaterialProps*>>*MaterialModels*>>*Structural*>>*Linear*>>*Isotropic*
>>*EX=1*>>*PRXY=0.3*>>*OK*>>*Close* (Figura 3.15).

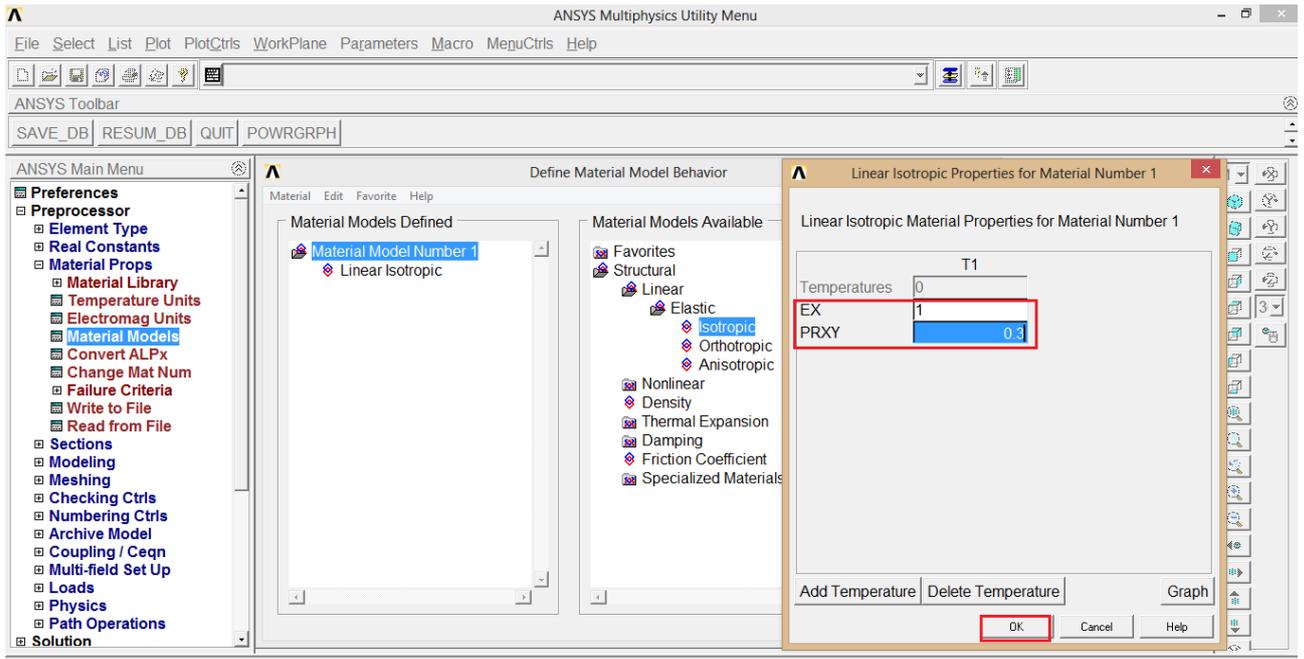


Figura 3.15 Definição das propriedades do material da viga

- g) Com os parâmetros geométricos e materiais definidos, inicia-se então à atribuição dessas propriedades ao modelo geométrico adotado. Em: *Preprocessor*>> *Meshing*>> *Mesh Attributes*>> *Picked Lines*, deve-se selecionar com a seta que aparece as linhas do modelo geométrico que representam a viga principal. Após essa seleção, clicar em *OK* e define-se os parâmetros em [*Line Attributes*], [*Material number*], [*Real constant set number*] e [*Element type number*]. Para a viga principal, o elemento e a constante real se referem ao elemento *BEAM3*; o material é o mesmo tanto para a viga principal como para a base elástica. Assim: *Material number*>>*1*; *Real constant set number*>>*1* *Element type number*>>*1 BEAM3* (Figuras 3.16 e 3.17). Em seguida, para a base elástica: *Preprocessor*>> *Meshing*>>*Mesh Attributes*>>*Picked Lines*. Selecionar as linhas referentes a base elástica e clique em *OK*. Em [*Line Attributes*] definem-se os parâmetros [*Material number*], [*Real constant set number*] e [*Element type number*].

Para a base elástica, o elemento e a constante real se referem ao elemento *COMBIN14*.
 Portanto: *Material number*>>1; *Real constant set number*>>2; *Element type number*
 >>2; *COMBIN14*>>OK (Figuras 3.18 e 3.19).

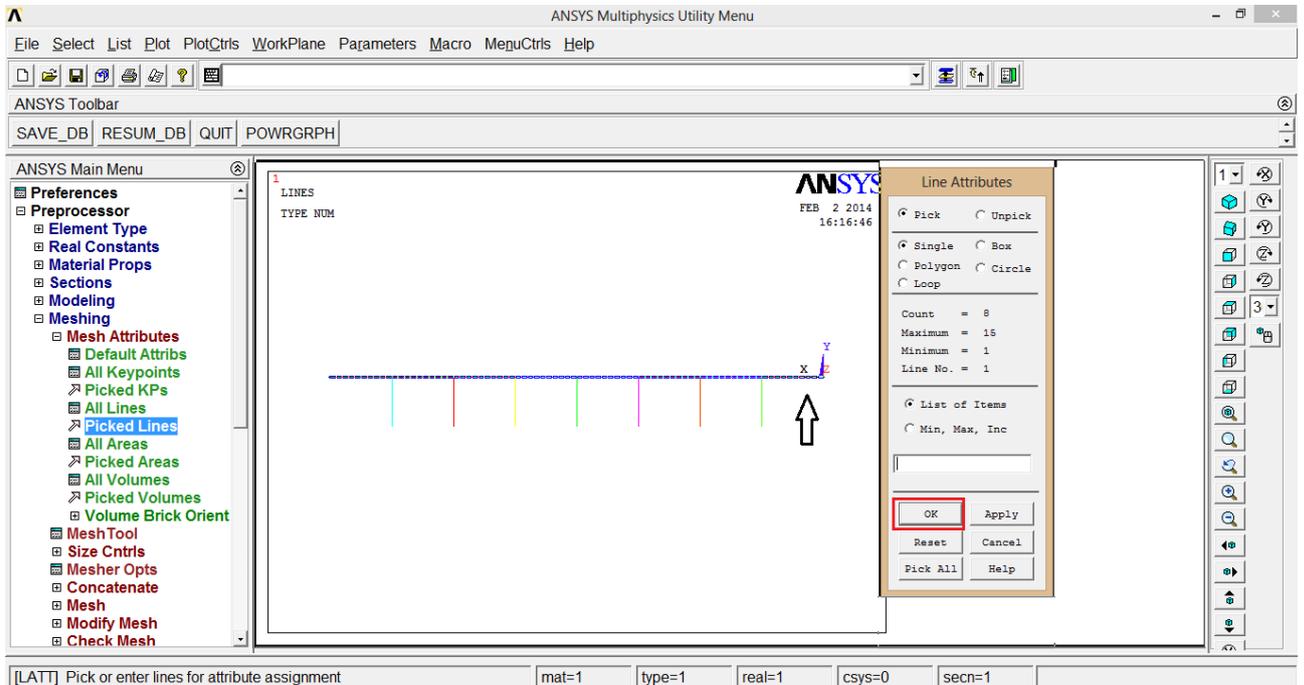


Figura 3.16 Seleção das linhas referentes à viga principal

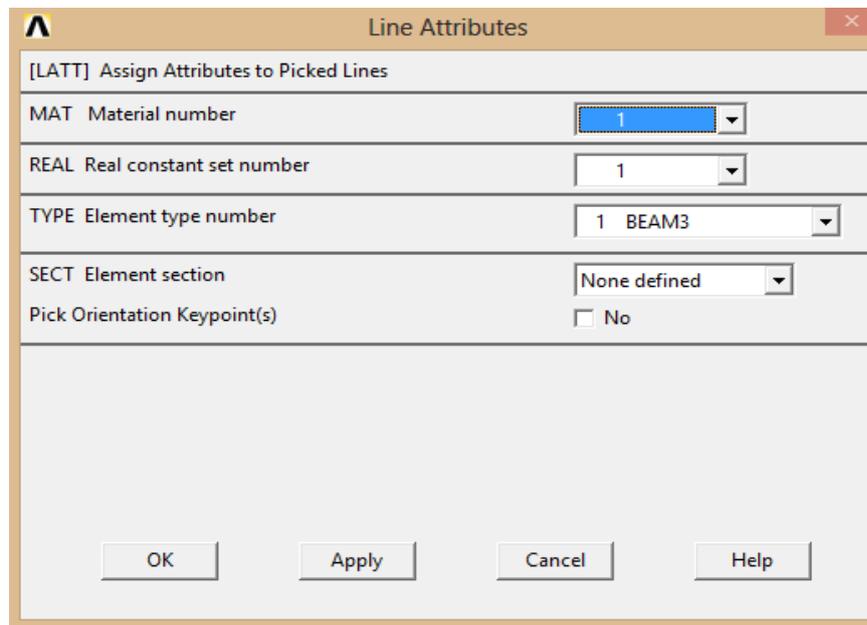


Figura 3.17 Definição dos atributos aos segmentos da viga principal

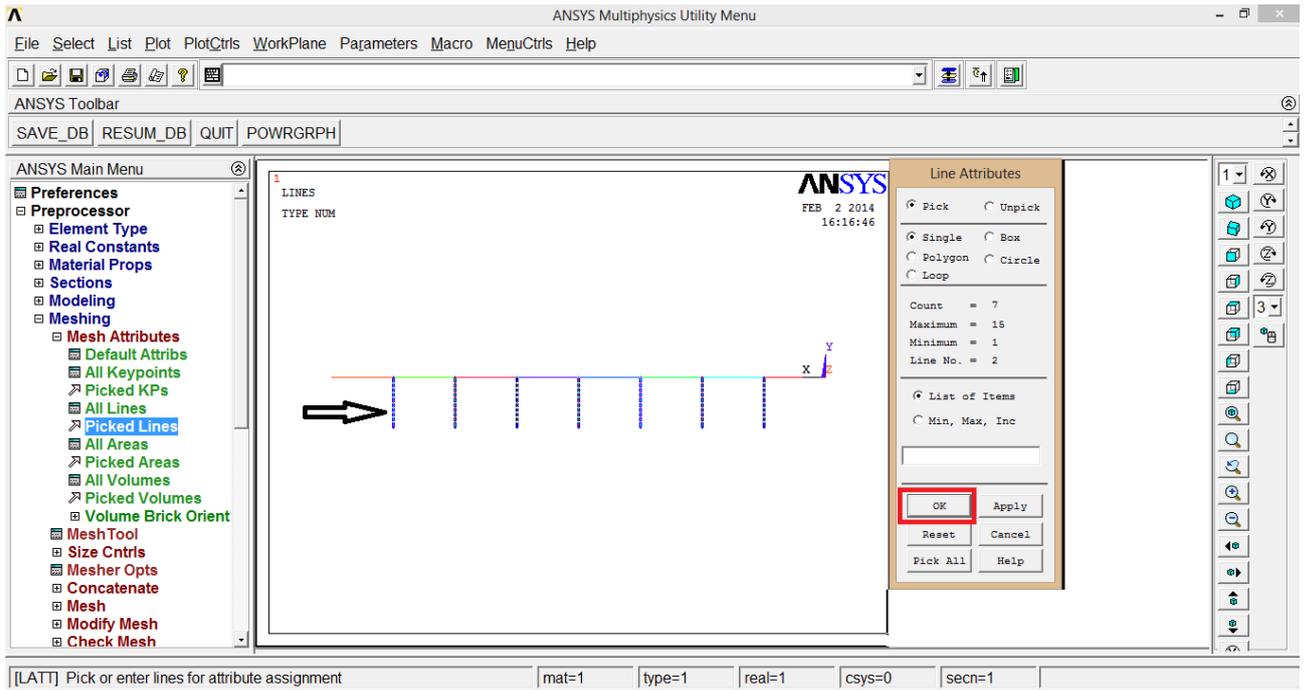


Figura 3.18 Seleção das linhas que representam a base elástica

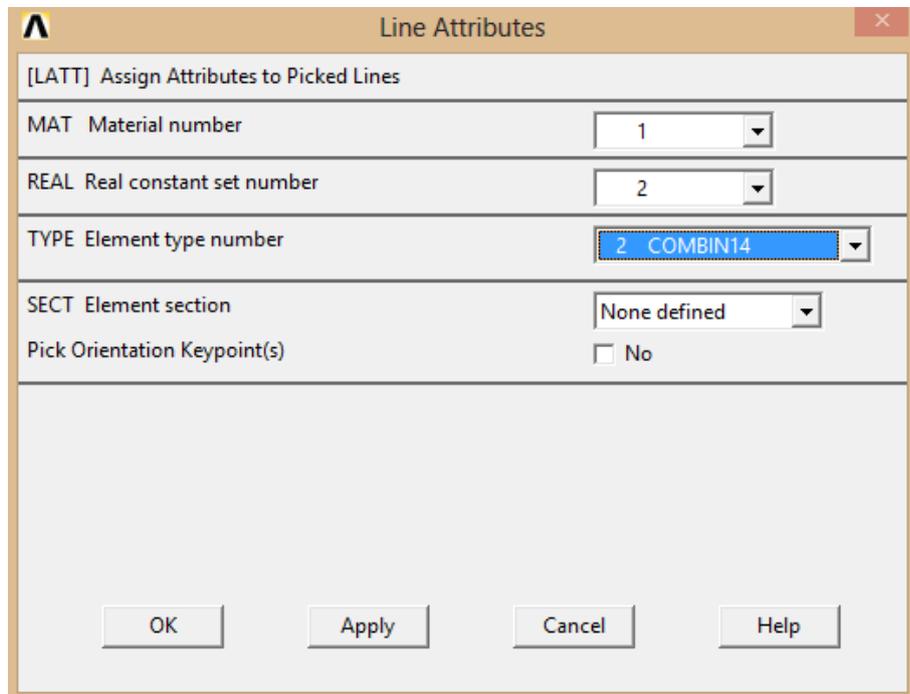


Figura 3.19 Definição dos atributos aos segmentos da base elástica

h) Inicia-se agora para a criação da malha de elementos finitos do modelo. Antes, porém, deve-se escolher quantidade de elementos finitos desejada. Isto pode ser realizado de duas formas. Primeiro, construindo o modelo geométrico já prevendo que um segmento de linha será um elemento; ou construindo o modelo geométrico com apenas um segmento de linha e posteriormente definir a malha subdividindo esse segmento na quantidade de elementos desejada. Em: *Preprocessor*>>*Meshing*>>*Mesh tool*>>*Size controls*>>*Global*>>*Set*, deve-se definir o parâmetro *[NDIV]*, e assim escolher qual será o número de elementos por segmento de linha do modelo geométrico. Se a geometria for construída prevendo um segmento de linha por elemento (como é o caso aqui do modelo proposto), esse parâmetro é igual a 1. Na sequência, clicar no botão *[MESH]*, selecionar o(s) segmento(s) de linha do modelo geométrico e confirmar a seleção. Essa operação deverá ser realizada aqui em dois passos: primeiro para a criação da malha para o modelo da estrutura; e o segundo para o modelo da base elástica. Quando concluída esta sequência de comandos, a malha de elementos finitos do sistema estará pronto. Para confirmar se os elementos foram criados corretamente, selecionar *Menu*>>*List*>>*Elements*>>*Nodes+Attributes*. As Figuras 3.20 até 3.24 mostram detalhadamente como esse processo é ser realizado.

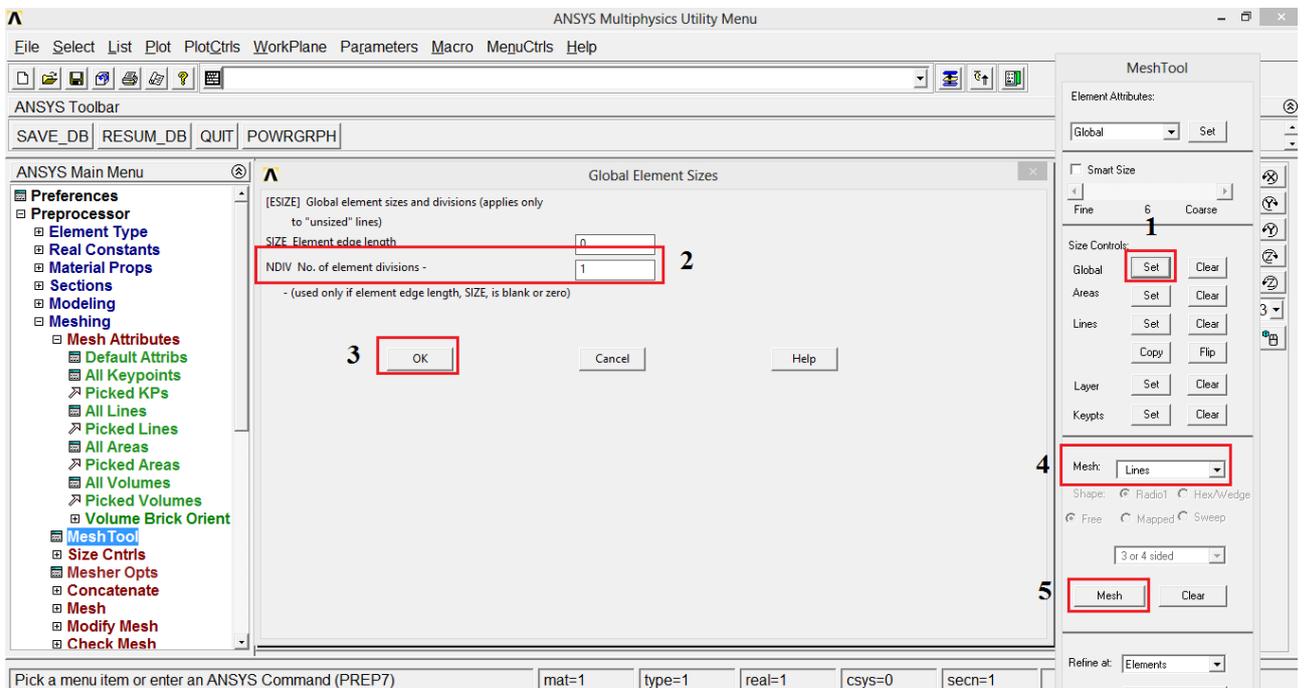


Figura 3.20 Definição do número de elementos por linha do modelo geométrico da estrutura

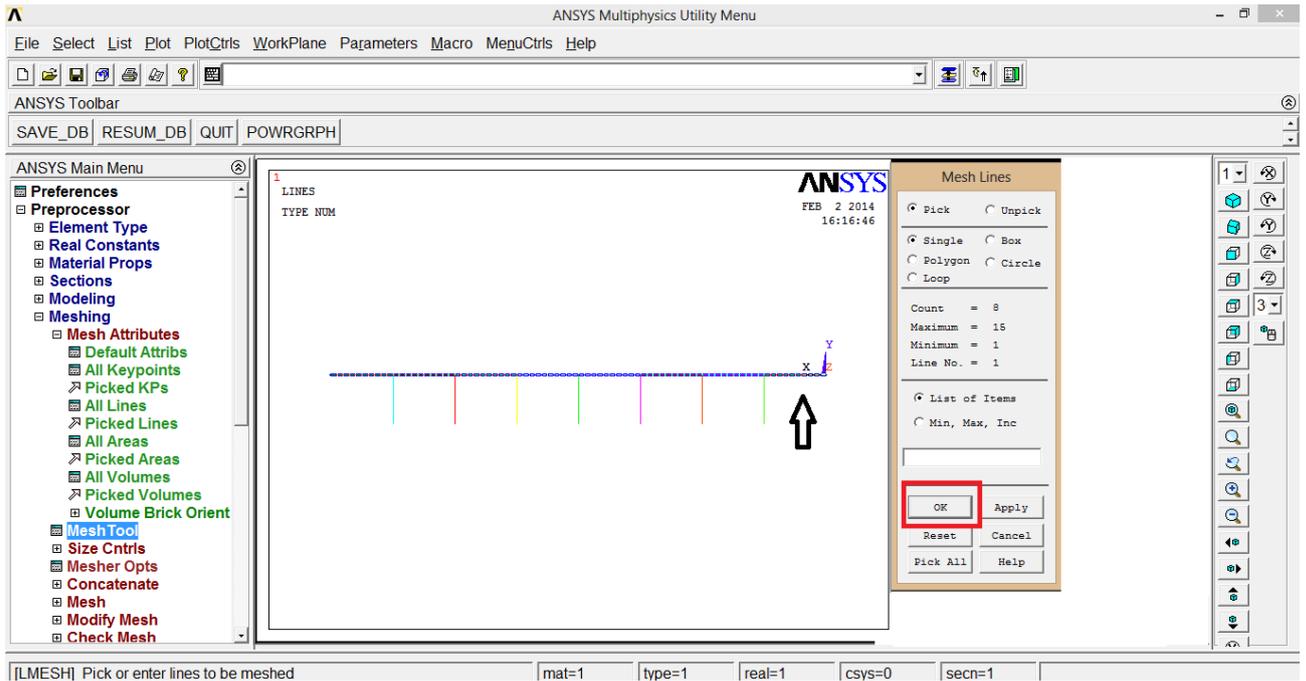


Figura 3.21 Seleção das linhas referentes à estrutura

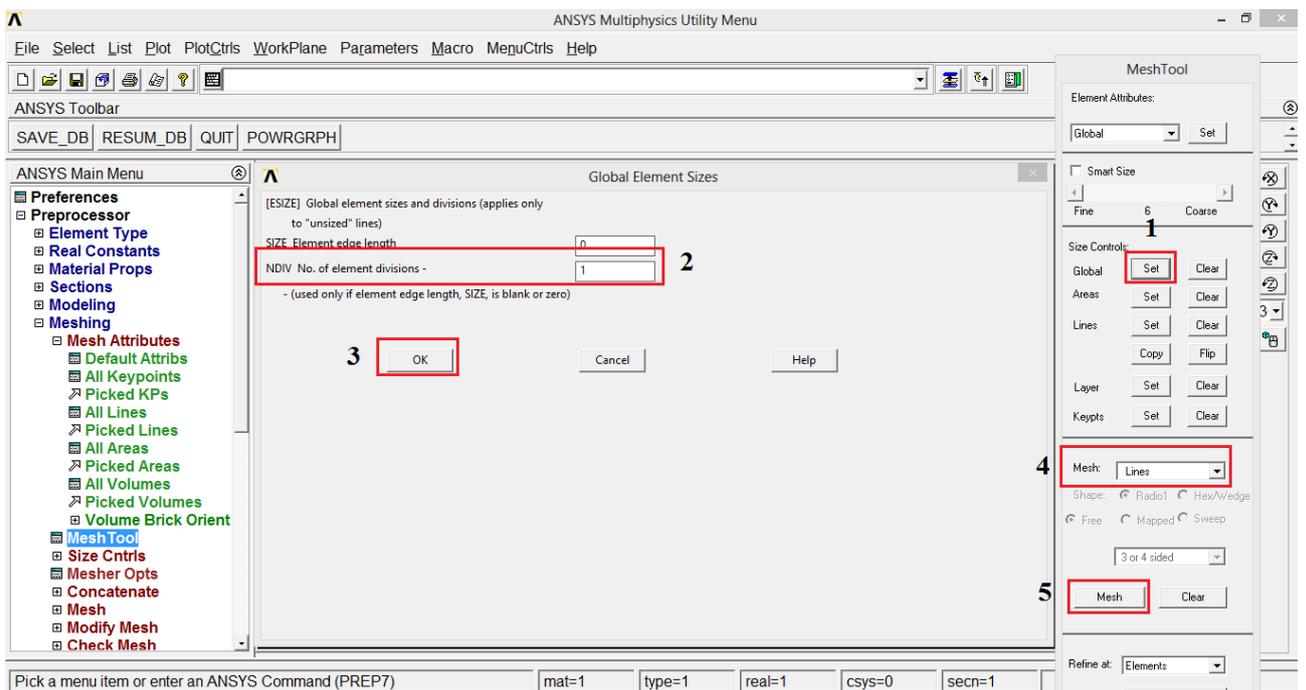


Figura 3.22 Definição do número de elementos por linha do modelo geométrico da base elástica

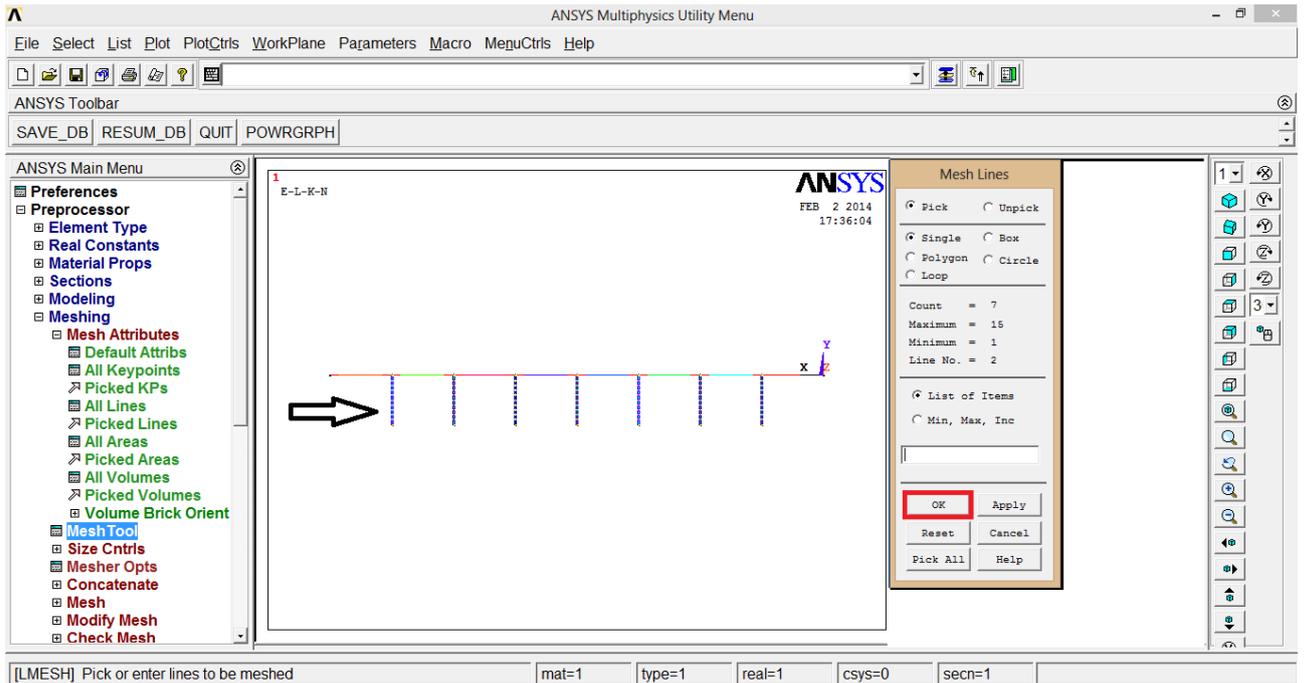


Figura 3.23 Seleção das linhas referentes à base elástica

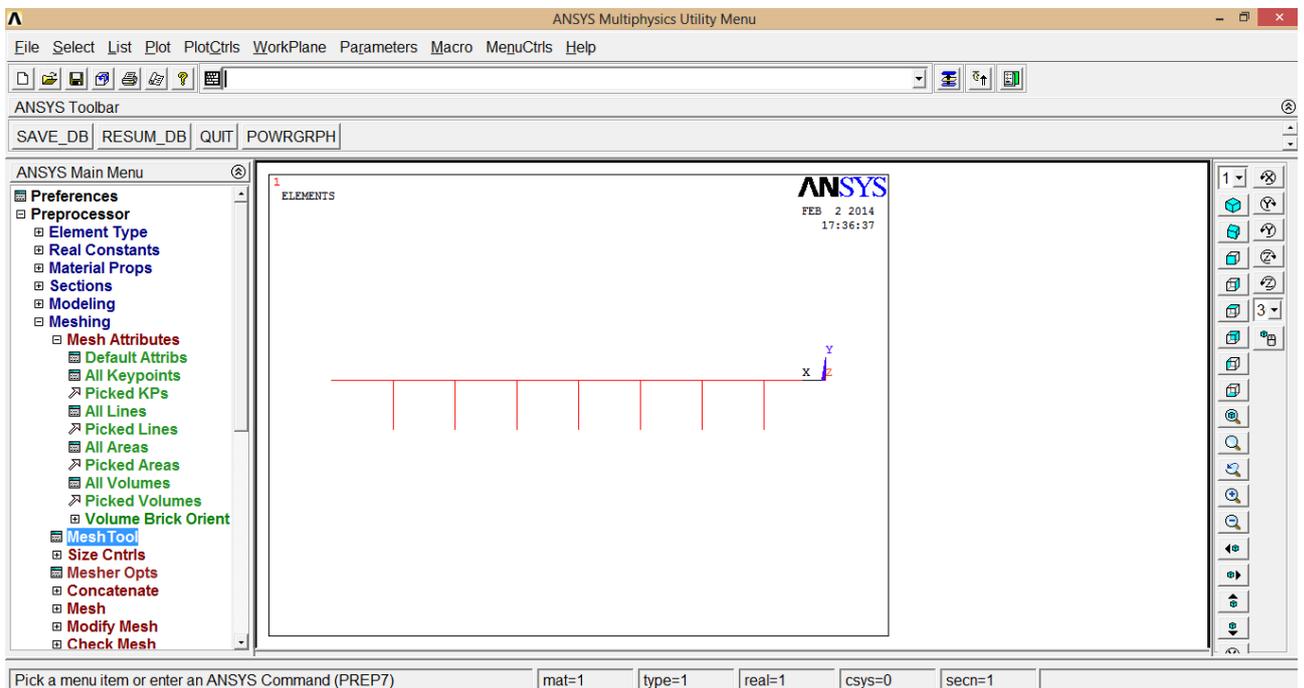


Figura 3.24 Modelo de elementos finitos pronto para a aplicação das cargas e das restrições de borda

i) Para aplicação das cargas e restrições de borda, seleccionar: *Preprocessor>>Loads>>Define Loads>>Apply>>Structural*. Para aplicar as restrições de borda, seleccionar: *Preprocessor>>Loads>>DefineLoads>>Apply>>Structural>>Displacements>>On nodes*. Nos pontos nodais das extremidades da viga, têm-se apoios simples. A Figura 3.25 apresenta como seleccionar esses nós e aplicar as restrições em UX e UY . No caso dos elementos de mola (base elástica), faz-se necessário a aplicação de restrições ao movimento nos nós inferiores das molas (Figura 3.26). Para aplicar forças ou momentos, seleccionar: *Preprocessor>>Loads>>DefineLoads>>Apply>>Structural>>Forces/Moments>>On nodes* (Figura 3.27). No problema em questão, têm-se dois momentos aplicados nas extremidades da viga, onde $M1 = M2 = 100$ (Figura 3.5). Para verificar se as cargas e restrições foram aplicadas corretamente, seleccionar: *Menu>>List>>Loads>>DOF Constraints>>On all nodes e Menu>>List>>Loads>>Forces>>On all nodes*. A Figura 3.28 fornece o modelo de elementos finitos do sistema com as aplicações das restrições de borda e dos momentos fletores nas extremidades da viga.

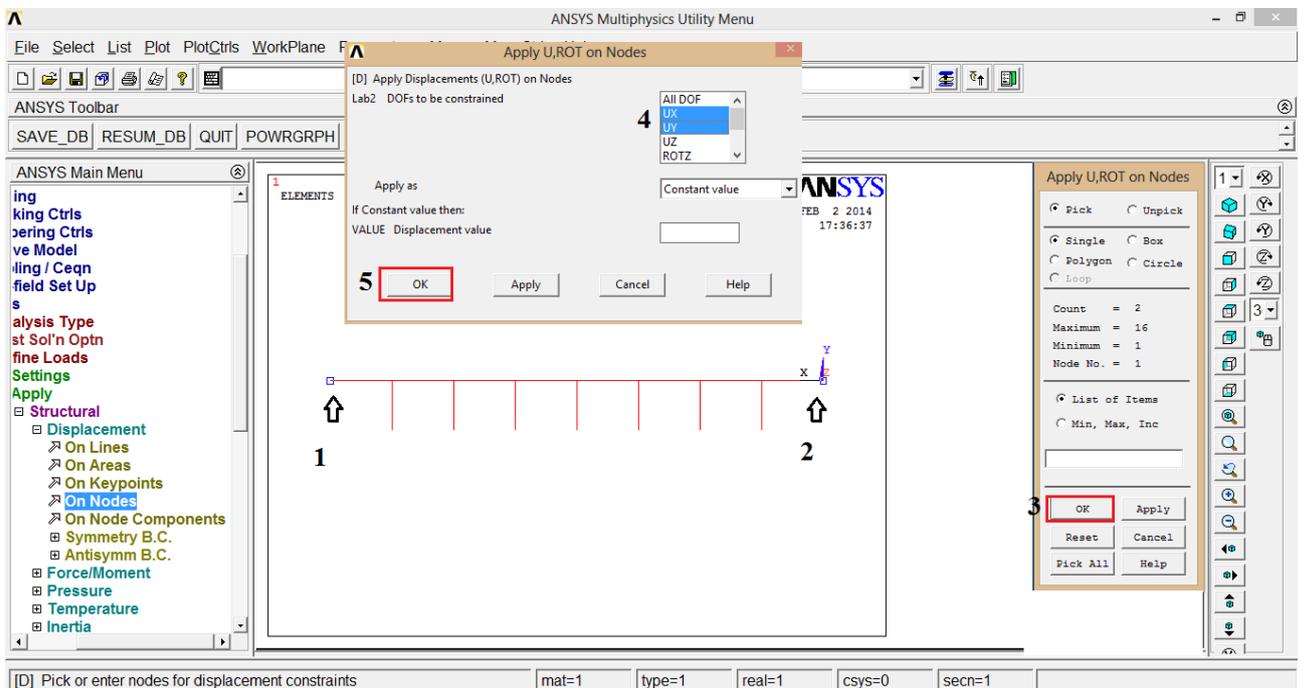


Figura 3.25 Aplicação de restrições dos pontos nodais nas extremidades da estrutura (viga)

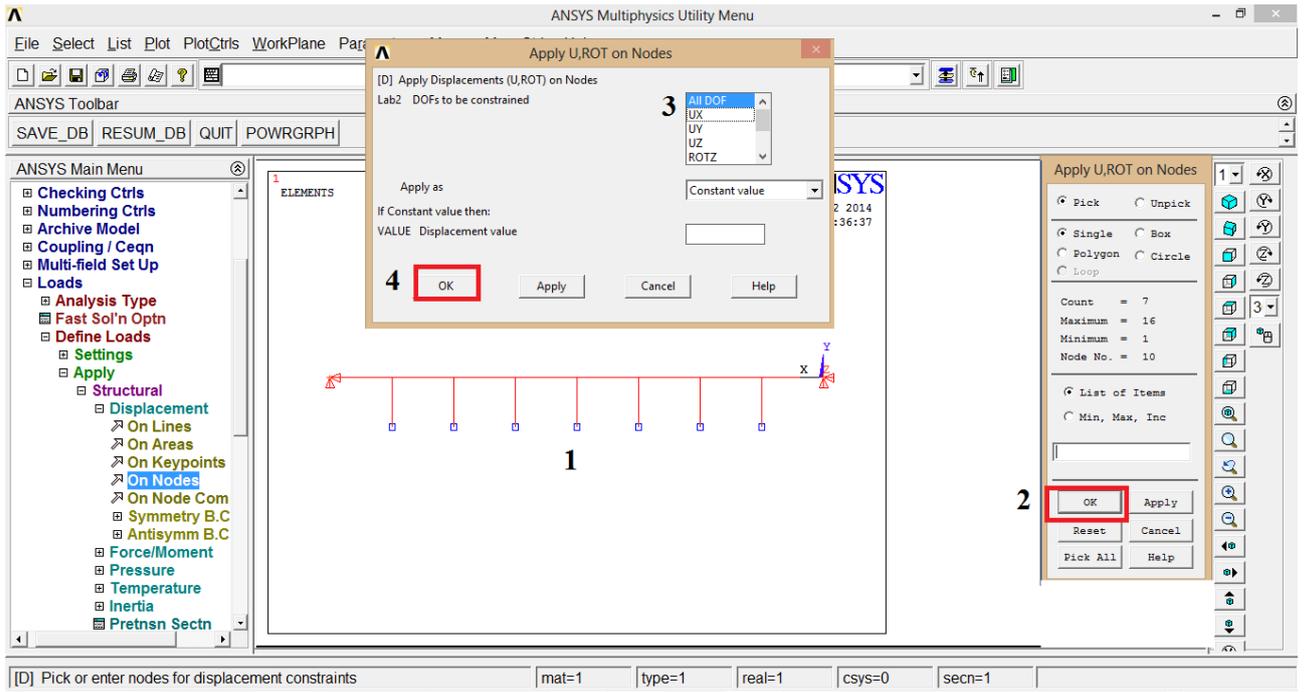


Figura 3.26 Aplicação das restrições nos pontos nodais do elemento de mola (base elástica)

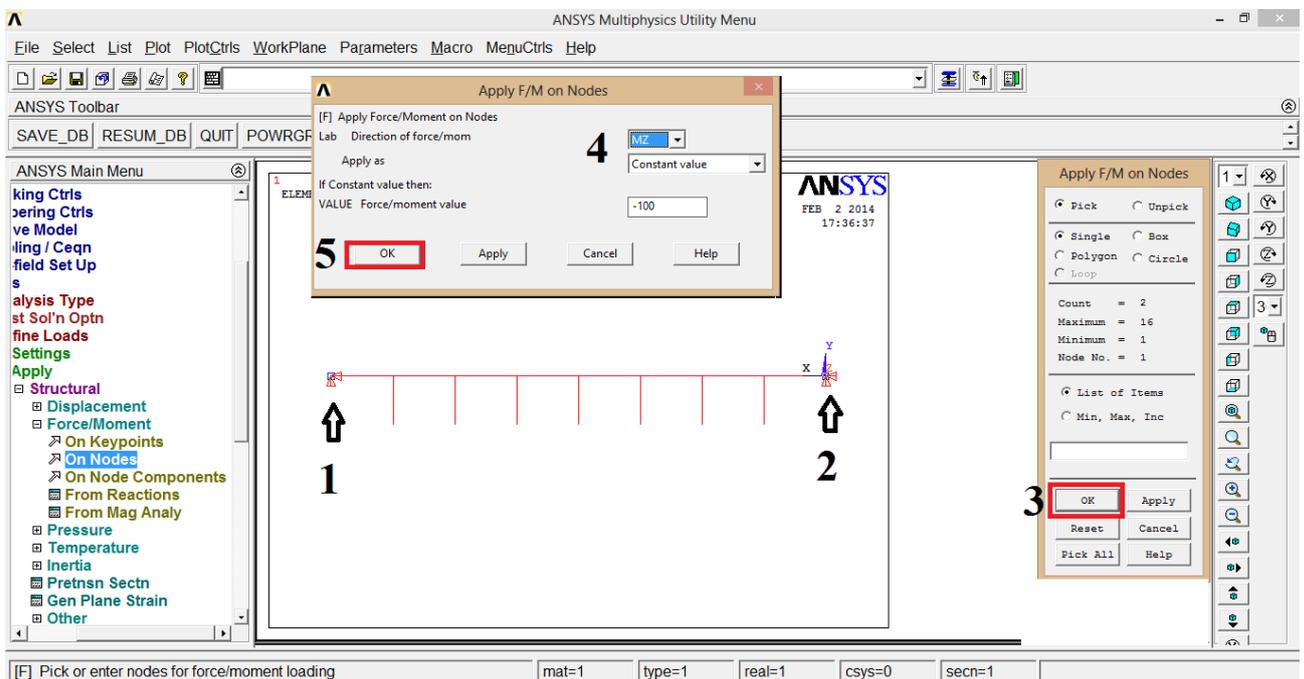


Figura 3.27 Aplicação dos momentos flectores nos pontos nodais localizados na extremidade da estrutura (viga)

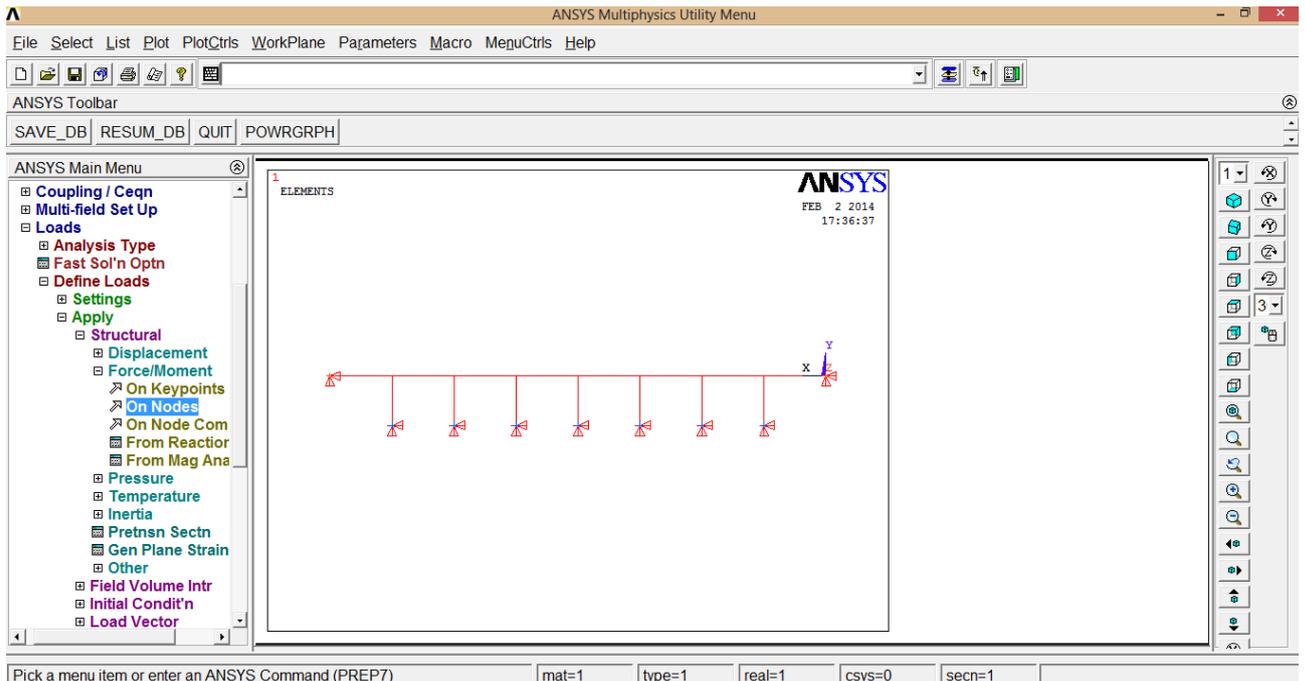


Figura 3.28 Modelo de elementos finitos do sistema solo-estrutura com aplicação das cargas e das restrições de bordo

- j) Na sequência, realiza-se a análise do problema (processamento do modelo numérico; Figura 3.1). Portanto: *Solution>>Solve>>Current LS*. A Figura 3.29 apresenta a sequência de comandos para executar o processamento do modelo.

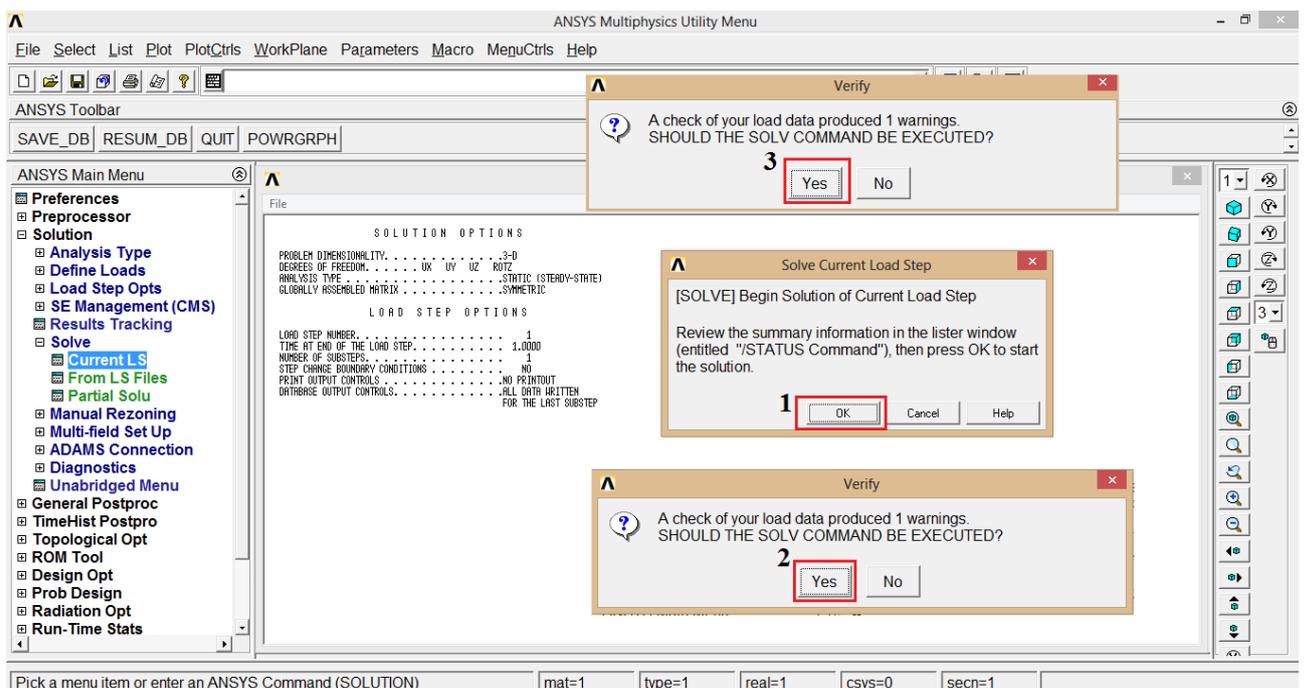


Figura 3.29 Processamento do modelo numérico proposto

- k) Os resultados do processamento podem ser visualizados em tela gráfica com escala de cores ou numericamente por ponto nodal ou por elemento finito. Para visualização gráfica, selecionar: *General Postproc*>>*Plot Results*>>*Contour Plot*>>*Nodal Solution*. Nesse caminho, deve-se escolher que resultado se deseja avaliar, ou seja: deslocamentos, deformações, tensões resultantes ou reações de apoio. Para exibir os resultados numéricos por ponto nodal, selecionar: *Menu*>>*List*>>*Results*>>*Nodal Solution*, e então escolher qual a informação que se deseja avaliar. Os resultados podem ser copiados em arquivos **.txt* para posterior tratamento em outros programas (geração de gráficos e comparação de diversos resultados). As Figuras 3.30 – 3.32 fornecem os resultados em tela gráfica e a listagem dos resultados por ponto nodal.

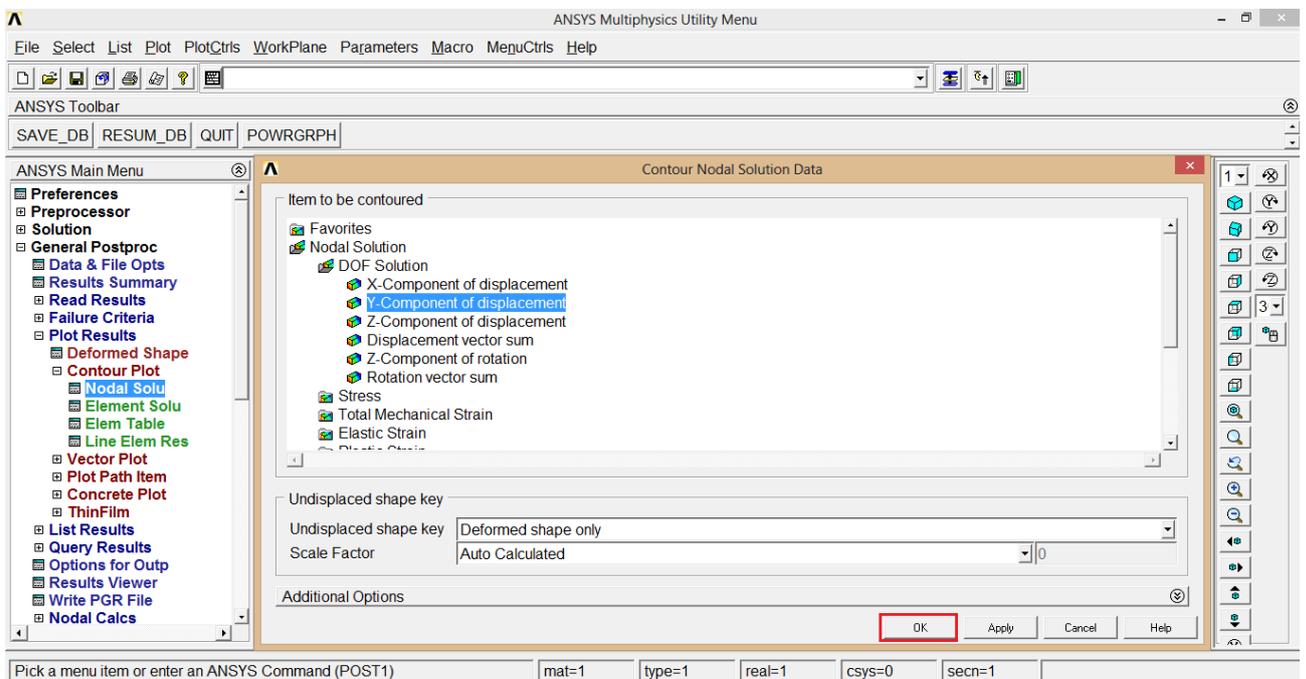


Figura 3.30 Seleção dos comandos para exibição dos resultados da deflexão

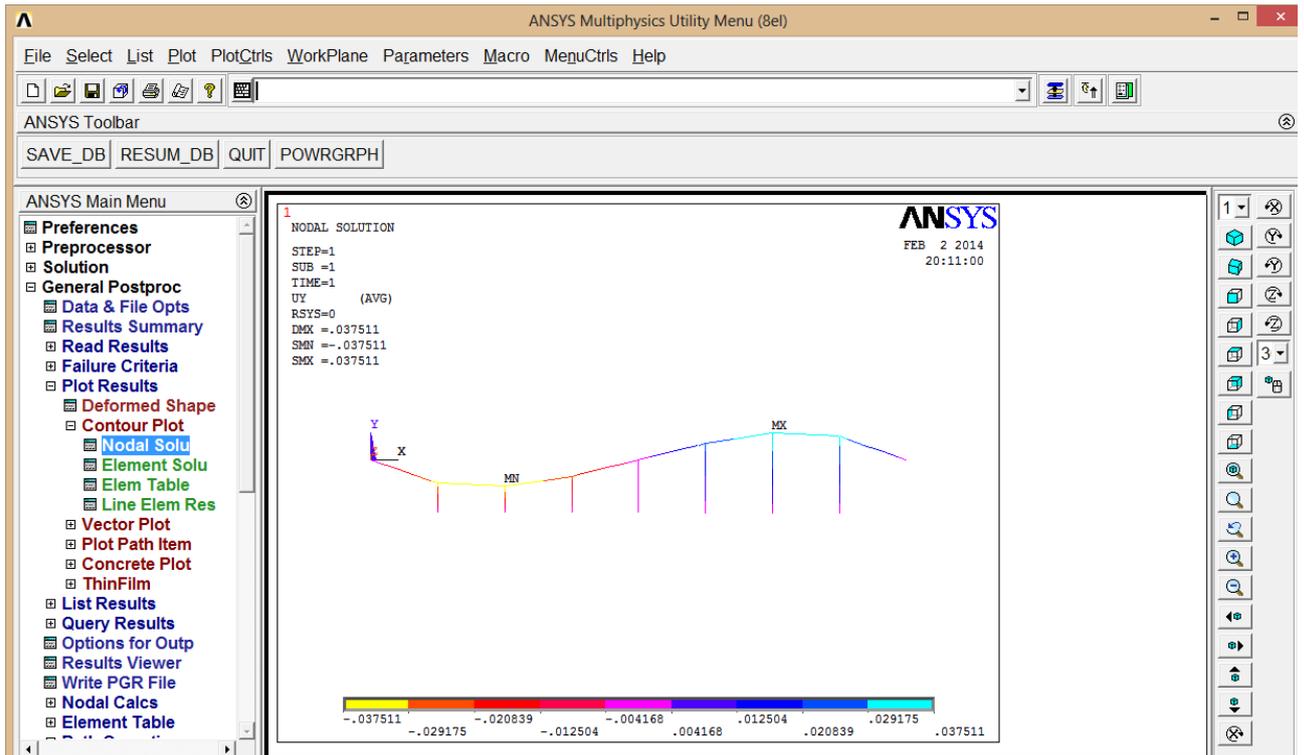


Figura 3.31 Resultado gráfico para a deflexão lateral da viga

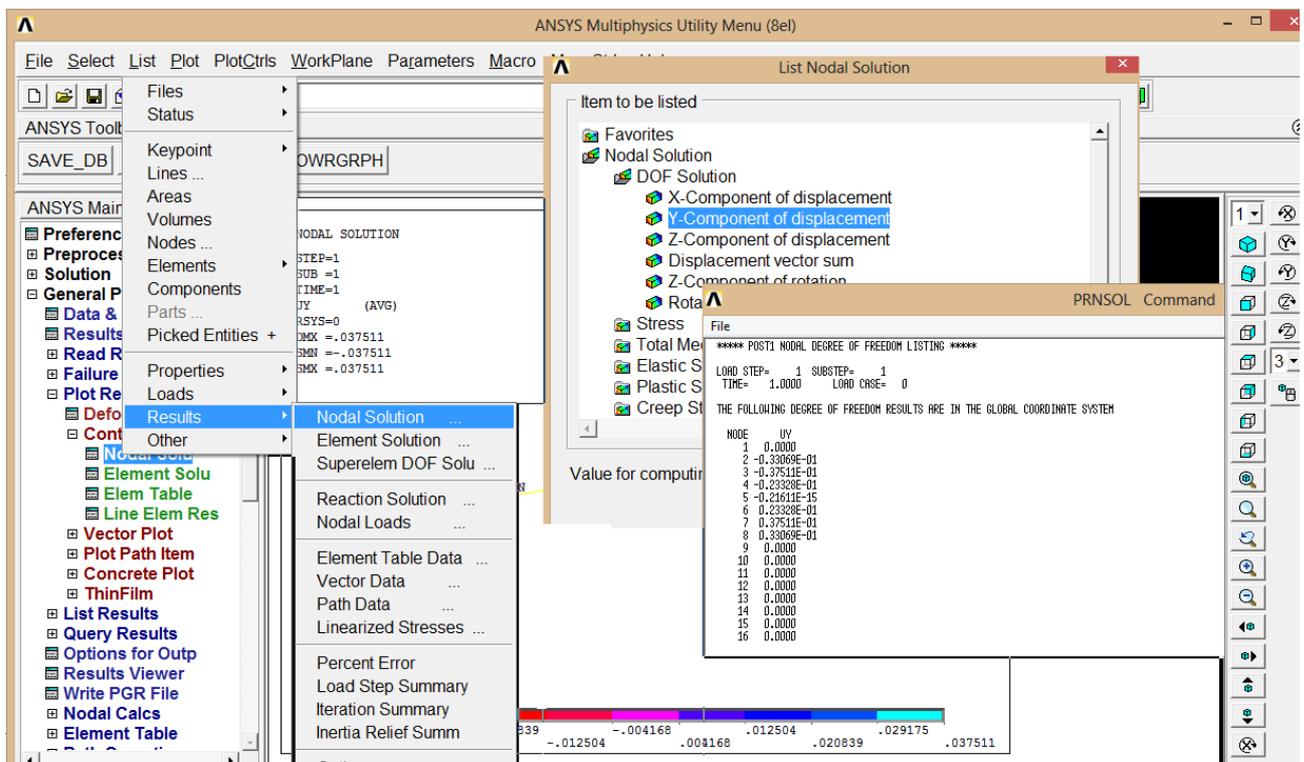


Figura 3.32 Lista dos resultados da deflexão lateral UY, por ponto nodal

3.4.2 Modelagem do PCU

A seguir é apresentado um roteiro via ANSYS para a construção e análise do modelo numérico do problema quando se consideram as restrições unilaterais de contato, ou seja, quando a base elástica só reage às solicitações de compressão. Mais uma vez, vale lembrar que o sistema computacional ANSYS não possui conversão automática de unidades de medida, e assim faz-se necessário trabalhar com unidades consistentes para obtenção de resultados corretos.

- Repetir os passos de (a) até (c) da subseção anterior (3.4.1);
- Parte-se então para a definição dos tipos de elementos a serem utilizados no modelo geométrico proposto (Figuras 3.11 e 3.12). No caso da estrutura, como na seção anterior, escolhe-se *BEAM3* e são repetidos os procedimentos já apresentados. No caso da base elástica, define-se o elemento *LINK10* para representação das molas discretas. Assim, deve-se selecionar: *Add...>>Link >> bilinear 10>>OK* (Figura 3.33). Com os tipos de elementos definidos, clicar em *Close*;

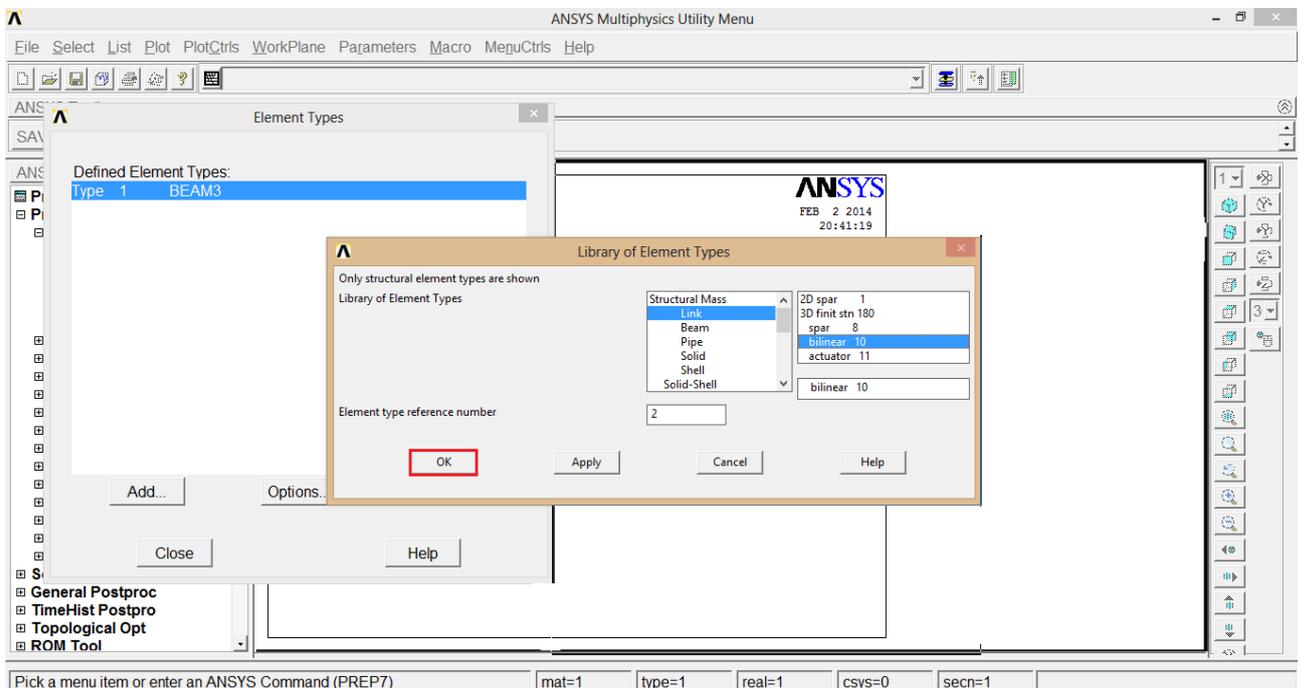


Figura 3.33 Definindo o elemento *LINK10* para representar a base elástica

- c) Em seguida é necessário definir que os elementos finitos atribuídos como *LINK10* somente reagirão aos esforços de compressão. Novamente, em: *Preprocessor*>>*Element type*>>*Add/Edit/Delete*; selecionar o elemento *LINK10*; escolher *Options*; atribuir *Longitude Motion* a *K2*; e *Compression Only* a *K3* (Figura 3.34). *K2* e *K3* são chamados de *Key Options* e habilitam ou desabilitam algum tipo de característica dos elementos, como a possibilidade do elemento *LINK10* só reagir à compressão ou tração;

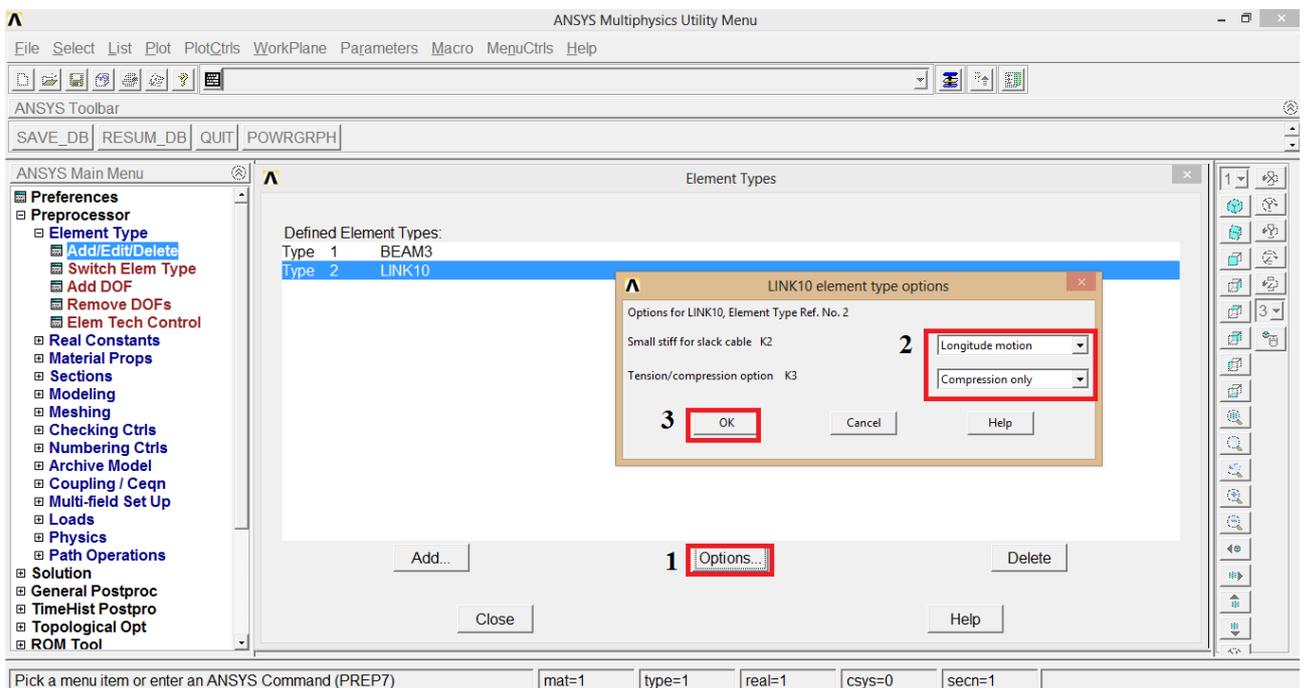


Figura 3.34 Definição do comportamento a ser atribuído ao elemento *LINK10*

- d) Após escolha dos elementos, é necessário introduzir informações sobre a área e momento de inércia da seção transversal do elemento *BEAM3*. Isso é feito como na seção anterior (Figura 3.11). No tratamento do elemento *LINK10*, tem-se como informação relevante a definição da área da seção transversal do elemento, como ilustrado na Figura 3.35. Assim, deve-se seguir aos procedimentos: *Preprocessor*>>*Real constant*>>*Add/Edit/Delete*; selecionar *Add*; depois selecionar *LINK10* e em seguida definir o valor da área no campo *Area*. A escolha do valor correto para essa área da seção transversal do elemento *LINK10*, denominada aqui A_{ANSYS} , deve ser feita através da equação:

$$A_{ANSYS} = \frac{K_{ANSYS} L_{Mola}}{E_{Mola}} \quad (3.2)$$

onde o K_{ANSYS} é obtido através da Equação (3.1). L_{Mola} e E_{Mola} são, respectivamente, o comprimento do elemento e o módulo de elasticidade do elemento *LINK10*. Caso sejam assumidos os valores de $L_{Mola} = 0,5$ e $E_{Mola} = 1$, escreve-se:

$$A_{ANSYS} = \frac{K_{ANSYS}}{2} \quad (3.3)$$

A Tabela 3.2 fornece os valores de A_{ANSYS} que devem ser utilizados no estudo do problema de interação solo-estrutura em questão, se considerada uma viga de 5 m, uma discretização com 8 elementos finitos e vários valores para K , que representa o parâmetro de rigidez do modelo de Winkler.

Tabela 3.2 Valores usados para A_{ANSYS} para diferentes K : viga de 5 m e 8 EFs

	k1	k2	k3	k4	k5
k	6,25	62,5	625	6250	62500
K	10	100	1000	10000	100000
L	5	5	5	5	5
EI	1000	1000	1000	1000	1000
N_{Elementos}	8	8	8	8	8
L_{Elemento}	0,625	0,625	0,625	0,625	0,625
K_{ANSYS}	3,91	39,06	390,63	3906,25	39062,50
E_{Mola}	1	1	1	1	1
L_{Mola}	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5
A_{ANSYS}	1,95	19,53	195,31	1953,13	19531,25

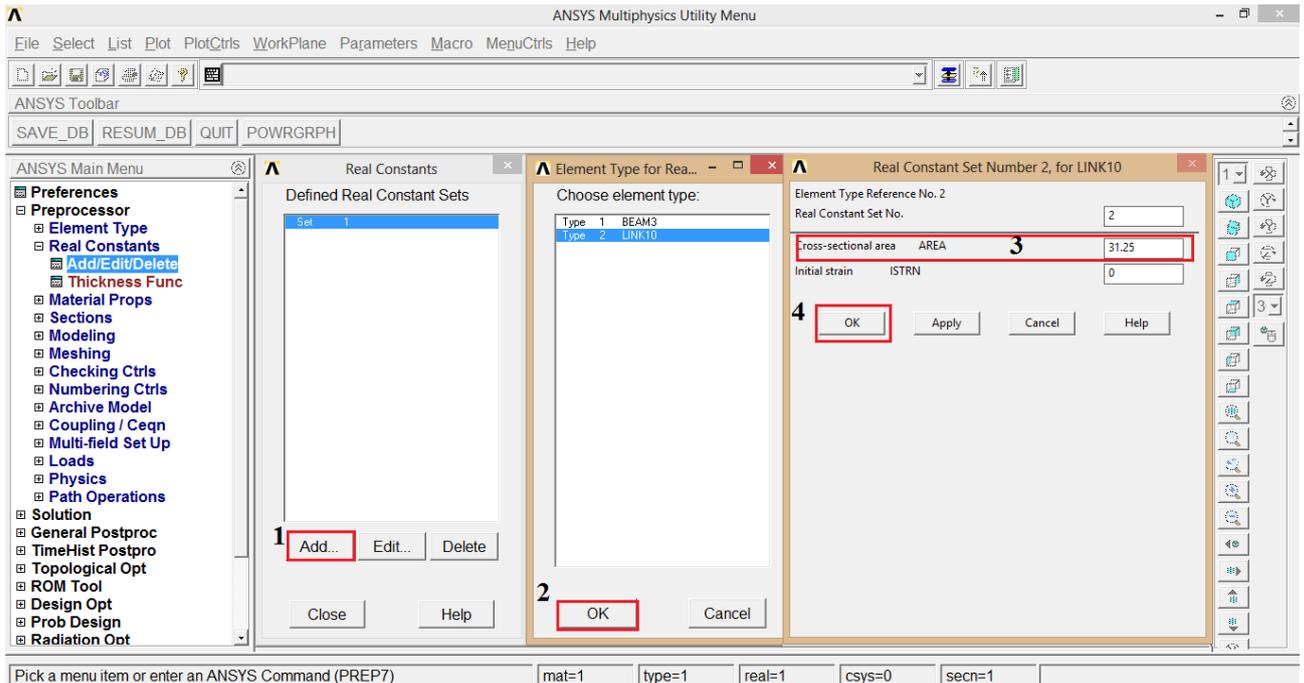


Figura 3.35 Definição da área da seção transversal do elemento *LINK10*

- e) As propriedades dos materiais são definidas conforme apresentado no passo (f) da seção anterior;
- f) Na sequência, atribuem-se os parâmetros geométricos e materiais ao modelo construído. Para a estrutura, seguem-se os mesmos procedimentos adotados na seção anterior, que são resumidamente apresentados através das Figuras 3.18 e 3.19. Em seguida, para a base elástica (elemento *LINK10*), selecionar: *Preprocessor*>> *Meshing*>> *Mesh Attributes*>> *Picked Lines*. Selecionar as linhas referentes a base elástica e clicar em *OK*. Em *Line Attributes* definir os parâmetros [*Material number*], [*Real constant set number*] e [*Element type number*]. Para o elemento *LINK10*, tem-se: *Material number*>>1; *Real constant set number*>>2 *Element type number* >> 2>>*LINK10*>>*OK* (Figuras 3.36 e 3.37);

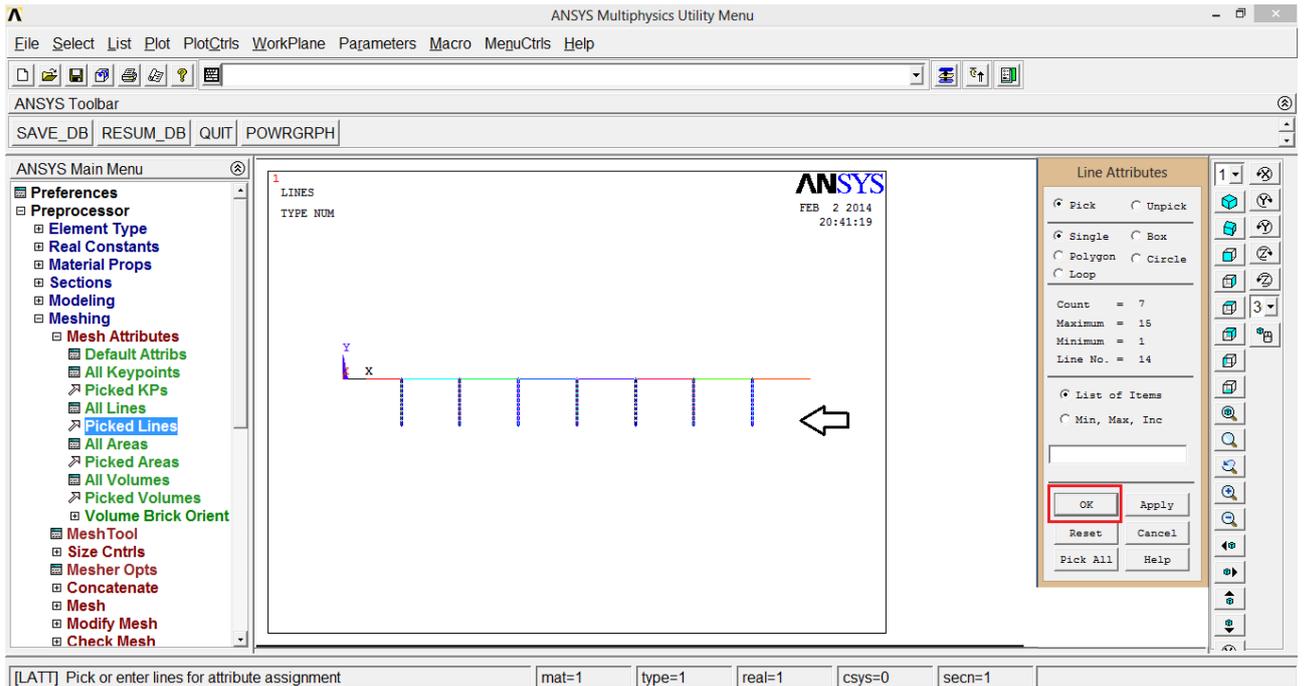


Figura 3.36 Seleção das linhas que representam a base elástica

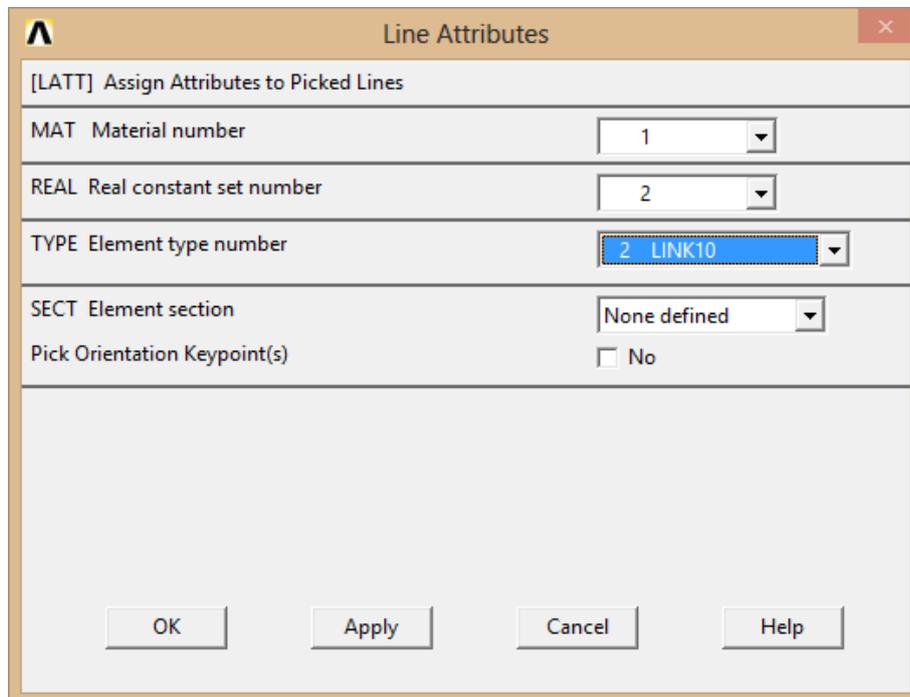


Figura 3.37 Definição das atribuições das linhas que representam a base elástica

- g) Nesta etapa, o modelo está pronto para a criação da malha de elementos finitos. A malha é criada seguindo os passos apresentados no item (h) da seção anterior;
- h) Para aplicação das cargas e restrições, deve-se repetir o item (i) da seção anterior;
- i) O modelo é então analisado seguindo: *Solution*>>*Solve*>>*Current LS* (Figura 3.29);
- j) Os resultados da análise podem ser visualizados em tela gráfica com escalar de cores ou determinados numericamente por ponto nodal ou por elemento finito, conforme item (k) da seção anterior.

3.4.3 Outras possibilidades de modelagem

Podem-se utilizar outros elementos na discretização do sistema solo-estrutura via ANSYS. Por exemplo, o elemento de viga *BEAM54*, usado usualmente na discretização da estrutura (viga, coluna, arco, etc), já incorpora na sua formulação a possibilidade de se considerar o modelo contínuo de Winkler. Uma breve descrição desse elemento é feita a seguir:

BEAM54: Elemento uniaxial com capacidade de tração, compressão e flexão. Possui dois nós e três graus de liberdade por nó: translação nas direções dos eixos x e y, e rotação na direção do eixo z. Opcionalmente esse elemento disponibiliza a incorporação dos efeitos de rigidez resultantes de uma base elástica. Como dados de entrada principais, estão: as coordenadas de dois nós (i,j); a área da seção transversal; e o momento de inércia da seção transversal. As informações sobre a distância da fibra extrema ao centroide, deformação inicial e massa adicional podem ser utilizadas de acordo o tipo de análise. A Figura 3.38 traz uma representação esquemática do elemento *BEAM54*.

Apesar da facilidade do emprego do elemento *BEAM54* na modelagem dos problemas em questão, a sua utilização é restrita aos PCB. Em situações onde as restrições unilaterais de contato devem ser incluídas na análise, a melhor opção encontrada pelo autor para a modelagem da base foi através do elemento *LINK10*. Por fim, vale mencionar que o elemento *BEAM54* não foi utilizado no presente trabalho.

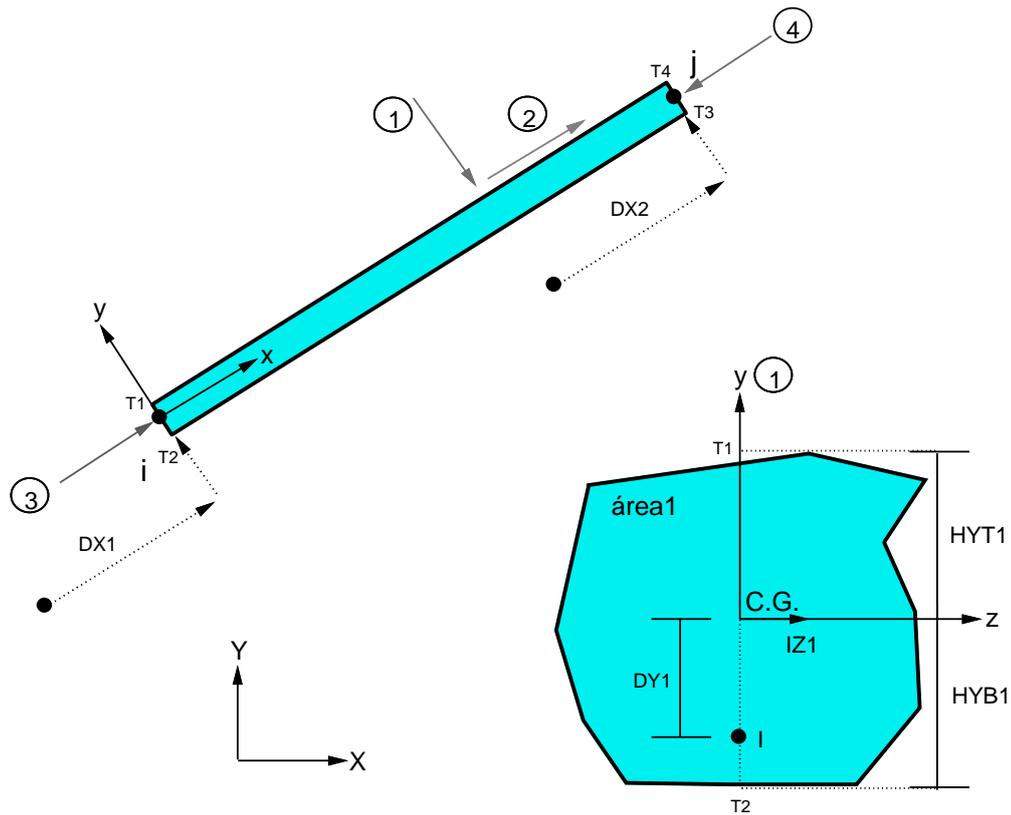


Figura 3.38 Elemento *BEAM54* (ANSYS, 2009)

3.4.4 Consideração final

No presente trabalho, optou-se por fazer a adimensionalização do parâmetro de rigidez elástico K do modelo de Winkler, como realizado por Pereira (2003) e Maciel (2012), ou seja:

$$k = \frac{KEI}{L^4} \quad (3.4)$$

em que EI e L são, respectivamente, a rigidez à flexão e o comprimento da barra. A adimensionalização será utilizada como referência nos gráficos que serão exibidos no próximo capítulo.

Capítulo 4

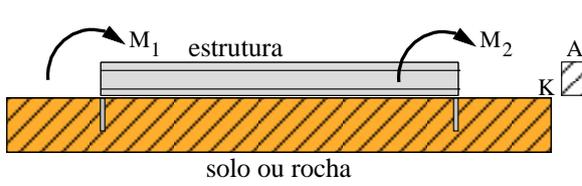
Simulações Computacionais

4.1 Introdução

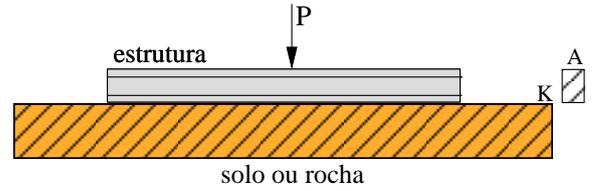
Este capítulo apresenta simulações computacionais de vários problemas envolvendo a interação solo-estrutura. A metodologia de solução numérica proposta no capítulo anterior, que emprega a plataforma ANSYS (2009), foi utilizada na solução dos problemas de contato de interesse. Esses problemas estão ilustrados na Figura 4.1. Nas seções a seguir, para todos os exemplos, é apresentado o problema real de engenharia, o modelo de Winkler discretizado e a representação do modelo de elementos finitos.

Nas duas primeiras análises (Figuras 4.1a e 4.1b), a atenção é voltada para vigas com restrições laterais impostas por bases elásticas e estudos paramétricos são realizados em relação à malha de elementos finitos e rigidez da base elástica. Nos problemas subsequentes, o interesse se concentra no comportamento de arcos e anéis em contato com o solo. No problema apresentado na Figura 4.1d, é realizada uma análise para verificar a influência da posição da base elástica (acima ou abaixo) em relação ao arco. No último problema avalia-se a influência do solo comportamento de um anel circular.

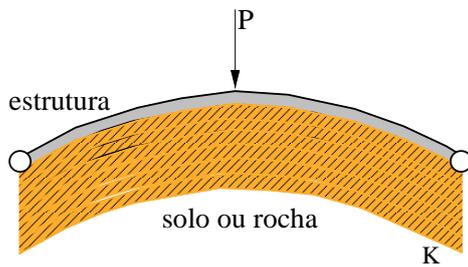
Para validação dos resultados obtidos nesta dissertação, através da metodologia numérica proposta via ANSYS, serão abordados os trabalhos de Nogueira *et al.* (1990), Silveira (1995) e Pereira (2003), que utilizaram técnicas de programação matemática em suas formulações. Soluções analíticas encontradas no livro do Hetényi (1946) foram também usadas.



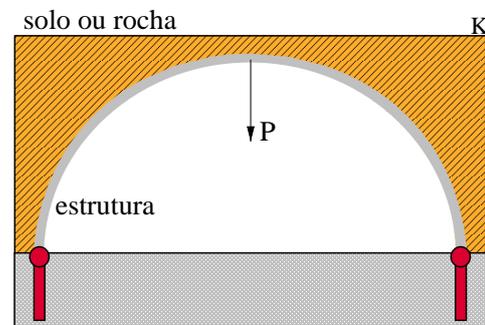
(a) Viga biapoiada em contato com o solo



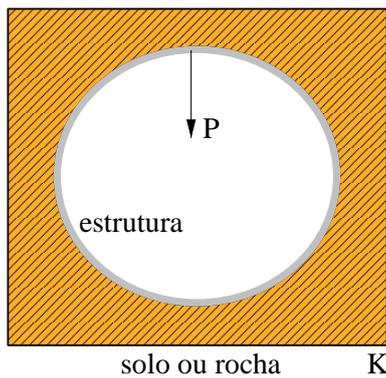
(b) Viga apenas apoiada no solo



(c) Arco abatido biapoiado em contato com o solo



(d) Arco circular biapoiado em contato com o solo



(e) Anel circular em contato com o solo

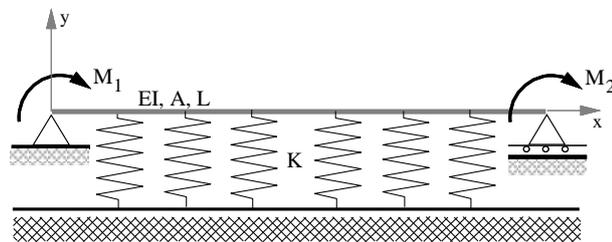
Figura 4.1 Problemas de interação solo-estrutura estudados nesta dissertação

4.2 Viga biapoiada em contato com o solo

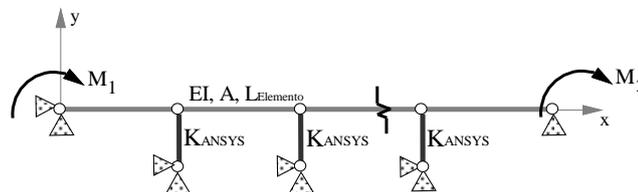
Considera-se inicialmente o problema apresentado na Figura 4.2a. Trata-se do caso de uma viga biapoiada em contato com o solo e submetida a momentos fletores concentrados aplicados nas duas extremidades. Os dados para a modelagem da viga, extraídos de Pereira (2003), são: $L = 5$, $EI = 10^3$, e $M1 = M2 = -10^2$. Esses valores adotados estão em unidades compatíveis. Já para o parâmetro de rigidez elástica K do solo, que foi considerado aqui representado pelo modelo de Winkler (Figura. 4.2b), foram considerados vários valores (estudo paramétrico). O modelo de elementos finitos adotado na solução desse problema é fornecido na Figura 4.3c, em que aparece o parâmetro K_{ANSYS} , que caracteriza a rigidez de cada elemento de mola. Como já apresentado, o modelo de solo contínuo de Winkler é substituído aqui por um modelo discreto através de elementos de mola (ver detalhes no capítulo anterior).



(a) Problema real de engenharia



(b) Problema idealizado usando o modelo discreto para o solo



(c) Modelo de elementos finitos adotado

Figura 4.2 Viga biapoiada em contato com o solo e sob momentos fletores concentrados

A solução numérica desse problema é calibrada considerando, inicialmente, que a viga e o solo estejam completamente vinculados, caracterizando assim um problema de contato

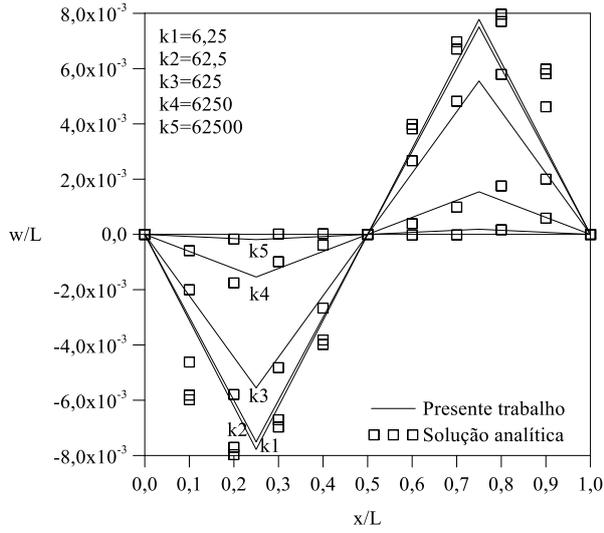
bilateral (PCB). A solução analítica desse PCB pode ser encontrada em Hetényi (1946), ou mesmo em Pereira (2003), que considerou a rigidez da base sendo definida pelo parâmetro adimensional $k = KL^4/EI$. Esse último trabalho também apresenta resultados numéricos baseados no MEF e técnicas de otimização. Os resultados obtidos nesta dissertação são apresentados na Figura 4.3 e Tabela 4.1, cuja atenção se concentra em analisar o comportamento da viga através da sua configuração deformada. Desses resultados, pode-se verificar, como esperado:

- i. a dependência da discretização do sistema;
- ii. a boa concordância com os resultados da literatura, no caso, com a solução analítica extraída do Hetényi (1946);
- iii. a possibilidade de substituir o modelo contínuo de Winkler pelo modelo discreto formado por elementos de barra (molas elásticas);
- iv. o comportamento antissimétrico da viga;
- v. a forte influência do parâmetro de rigidez da base elástica.

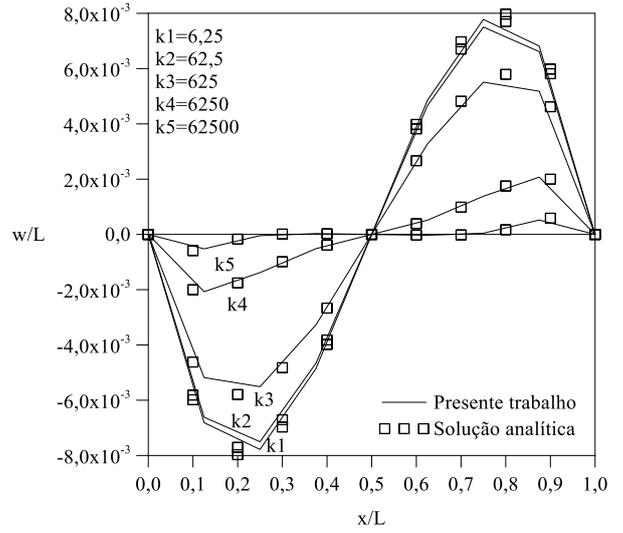
Na segunda parte da análise numérica é assumido que a base elástica reage apenas às solicitações de compressão, caracterizando assim o problema de contato unilateral (PCU). Esse problema de contato não linear foi resolvido também por Pereira (2003), mas vale destacar Silveira *et al.* (2008), que usaram o método de Ritz como técnica de discretização. Mais recentemente, Sapountzakis e Kampitsis (2010) estudaram esse problema com restrições unilaterais de contato através do método dos elementos de contorno.

Parte dos resultados obtidos nesta dissertação para o PCU em questão são apresentados nas Figuras 4.4-4.7 e Tabela 4.2. A Figura 4.4 ilustra, como na análise anterior, a configuração deformada da barra para diferentes modelos de elementos finitos adotados e diferentes valores do parâmetro adimensional k da base. Nas Figuras 4.5-4.7 estão a variação da rotação (viga), momento fletor (viga) e reação da base elástica, respectivamente, para as malhas com menos elementos e mais refinada adotadas. Dessas análises, pode-se afirmar:

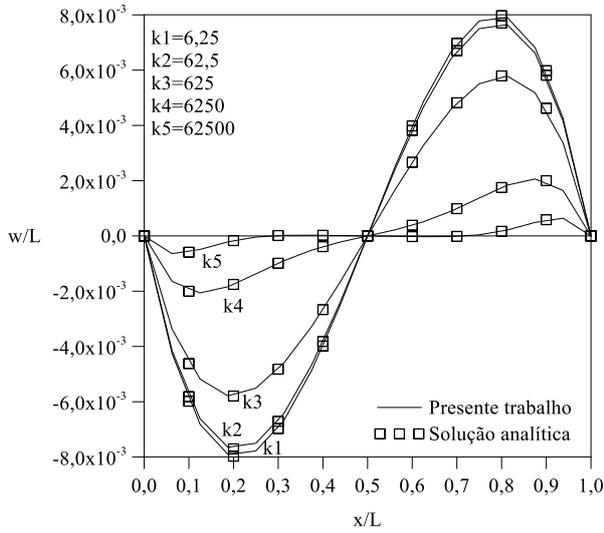
- i. como na solução do PCB, a dependência da discretização do sistema;
- ii. a boa concordância com os resultados da literatura, no caso, com a solução numérica fornecida em Pereira (2003);
- iii. também para esse tipo de problema de contato, a possibilidade de substituir o modelo contínuo de Winkler pelo modelo discreto formado por elementos de barra (molas elásticas), no caso o elemento *LINK10* do ANSYS;
- iv. a perda do comportamento antissimétrico da deflexão lateral viga; já as variações da rotação e momento fletor na viga perdem seu caráter simétrico (Figuras 4.4-4.7);
- v. a reação da base (forças nos elementos de mola) se anulou na região de perda de contato entre os corpos (Figura 4.7);
- vi. mais uma vez, a forte influência do parâmetro da base elástica;
- vii. a redução da região de contato entre a viga e o solo com o aumento do parâmetro k .



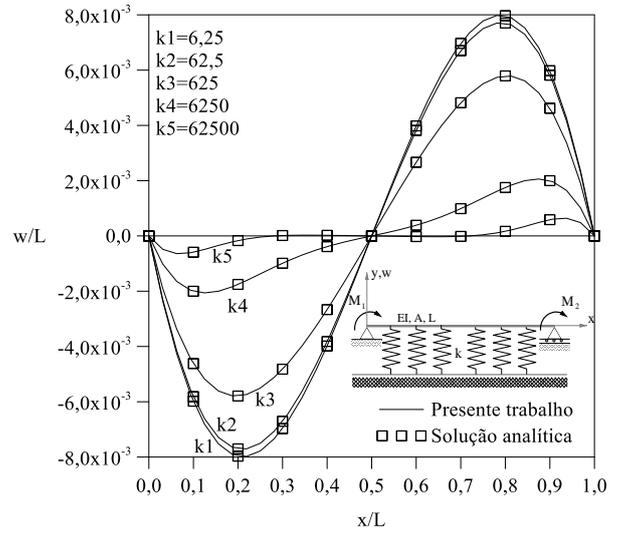
(a) 4 Elementos finitos



(b) 8 Elementos finitos



(c) 16 Elementos finitos

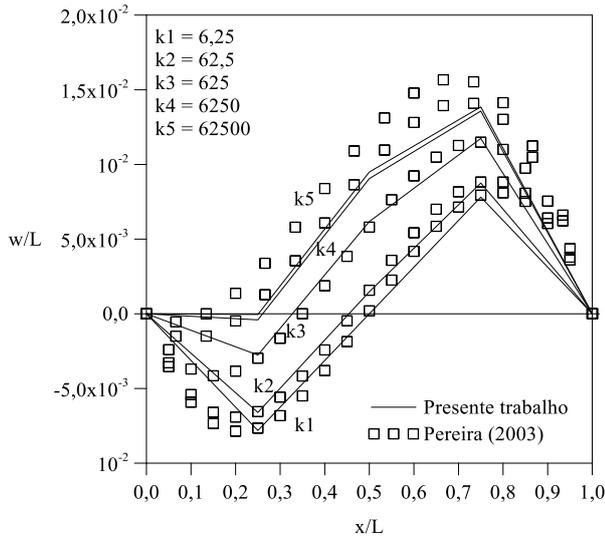


(d) 32 Elementos finitos

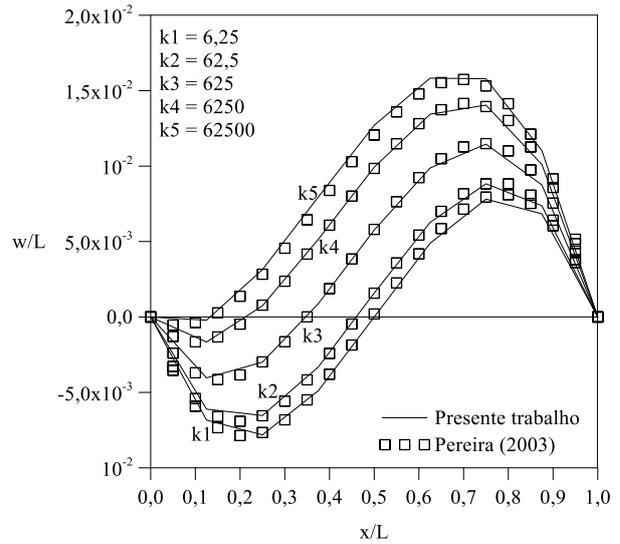
Figura 4.3 Configuração deformada da viga no PCB

Tabela 4.1 Configuração deformada da viga no PCB para $k_3 = 625$

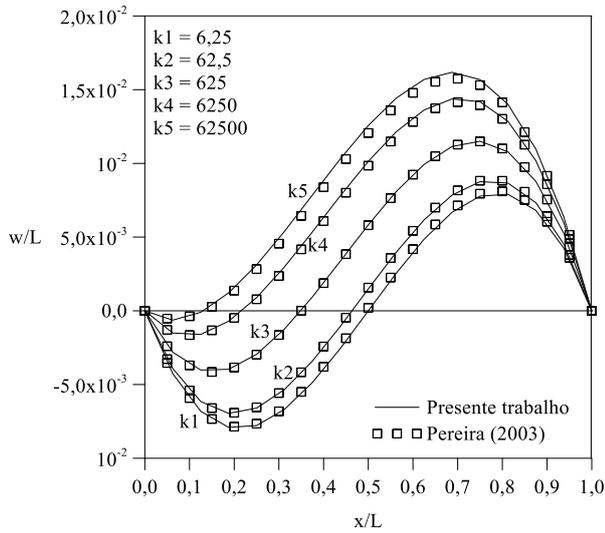
Solução Analítica	Presente trabalho 4 elementos	Presente trabalho 32 elementos	Diferença % 4 elementos	Diferença % 32 elementos	
x/L	w/L				
0,00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	NA	NA
0,25	-5,51E-03	-5,51E-03	-5,51E-03	8,52E-01	-1,45E-03
0,50	0,00E+00	-3,30E-18	-3,50E-15	NA	MA
0,75	5,51E-03	5,55E-03	5,51E-03	8,52E-01	-1,45E-03
1,00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	NA	NA



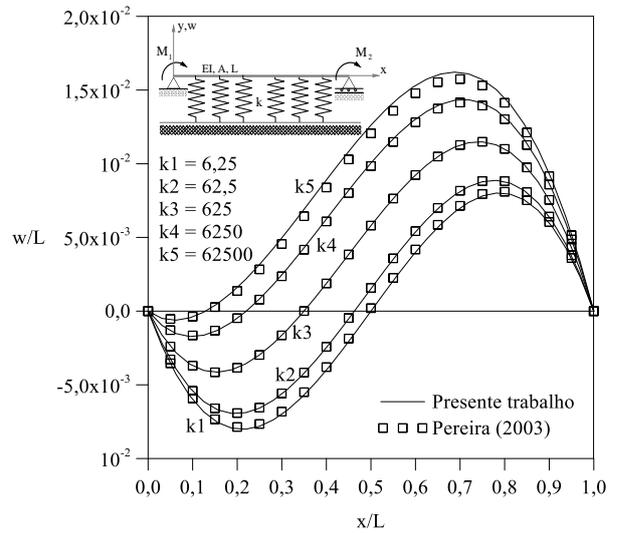
(a) 4 Elementos finitos



(b) 8 Elementos finitos



(c) 16 Elementos finitos



(d) 32 Elementos finitos

Figura 4.4 Configuração deformada da viga no PCU

Tabela 4.2 Configuração deformada da viga no PCU para $k_3 = 625$

Pereira (2003)		Presente trabalho 4 elementos	Presente trabalho 32 elementos	Diferença % 4 elementos	Diferença % 32 elementos
x/L	w/L				
0,00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	NA	NA
0,25	-2,97E-03	-2,76E-03	-2,97E-03	-7,18E+00	-1,21E-01
0,50	5,81E-03	6,18E-03	5,80E-03	6,39E+00	-2,07E-02
0,75	1,15E-02	1,17E-02	1,15E-02	2,18E+00	-4,00E-02
1,00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	NA	NA

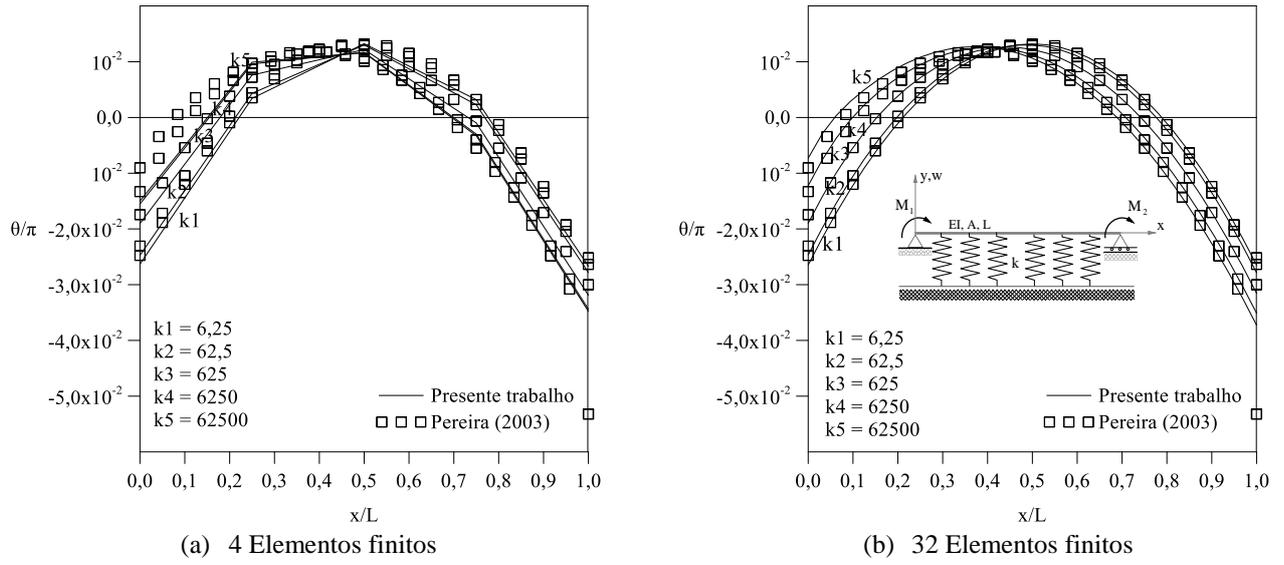


Figura 4.5 Variação da rotação da viga no PCU

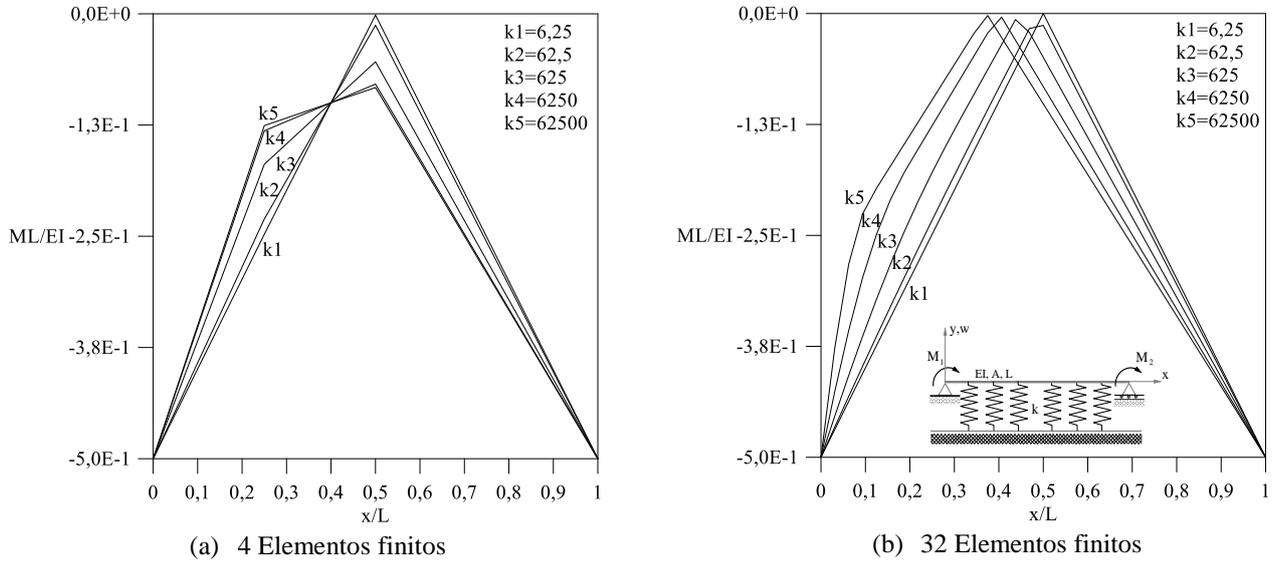


Figura 4.6 Variação do momento fletor da viga no PCU

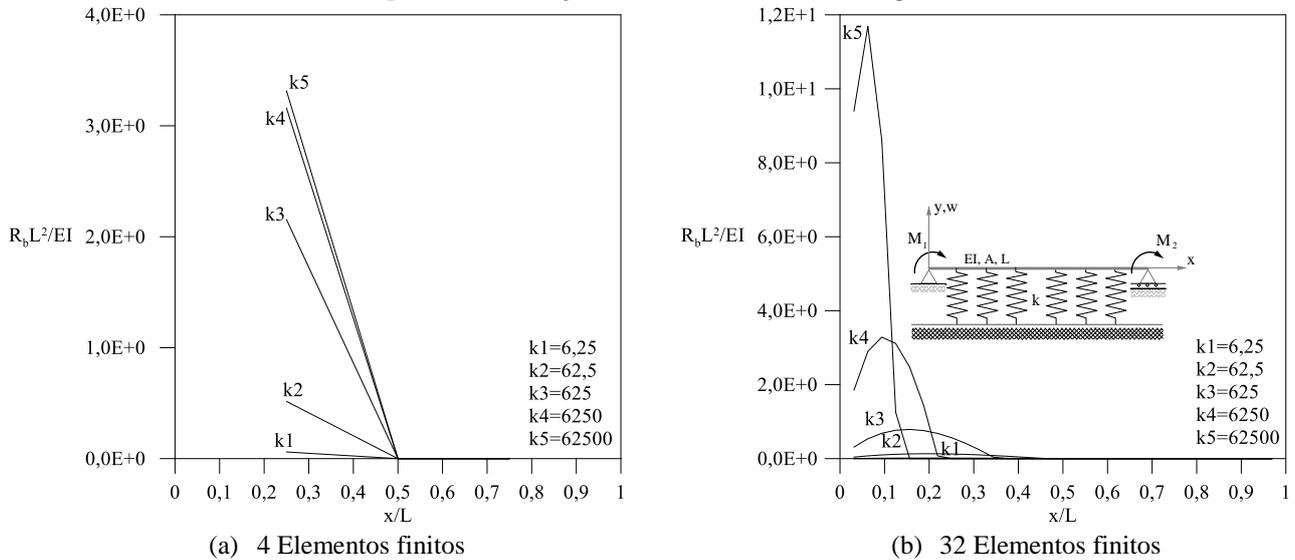
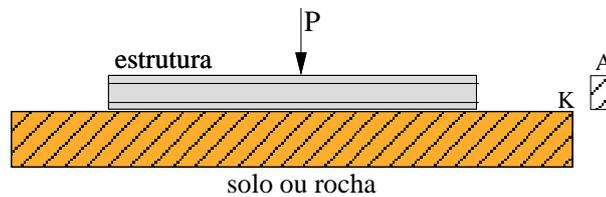


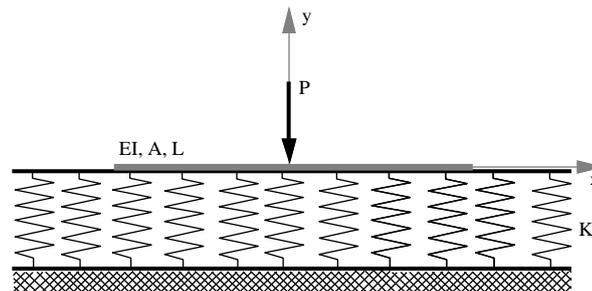
Figura 4.7 Variação da reação da base elástica no PCU

4.3 Viga apenas em contato com o solo

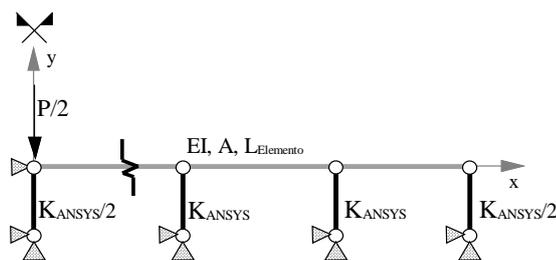
A Figura 4.8a apresenta o problema estrutural-geotécnico a ser resolvido nesta seção. Trata-se de uma viga prismática apoiada, em todo seu comprimento, no solo ou rocha e submetida a uma carga concentrada no centro. Nas Figuras 4.8b e 4.8c estão representados os modelos de Winkler para o solo e elementos finitos adotados para metade da viga (problema simétrico), respectivamente. Os seguintes dados, em unidades compatíveis, foram considerados (Nogueira *et al.*, 1990; Pereira, 2003): $EI = 10^3$, $P = -10^2$ e $K = 4 \times 10^3$. A influência do comprimento L da viga foi abordado na solução dos PCB e PCU.



(a) Problema real de engenharia



(b) Problema idealizado usando o modelo discreto para o solo



(c) Modelo de elementos finitos adotado

Figura 4.8 Viga apenas em contato com o solo sob carga concentrada no centro

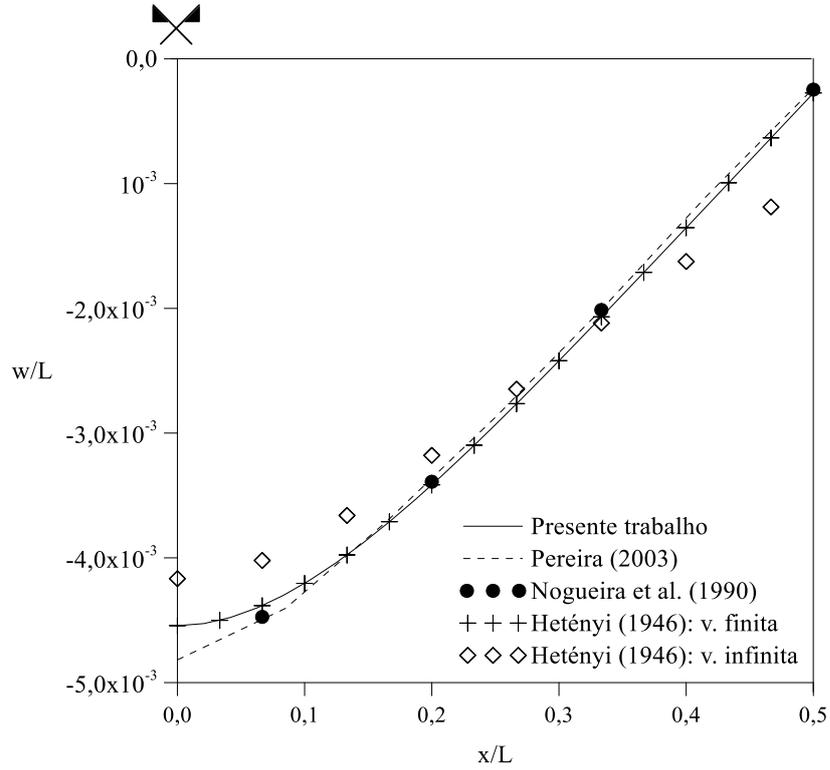
O problema clássico de contato quando se consideram as restrições bilaterais (PCB) foi inicialmente estudado Hetényi (1946). Nogueira *et al.* (1990) resolveram o mesmo PCB e introduziram, adicionalmente, a possibilidade de descolamento entre a viga e o solo/rocha (PCU). Esses autores propuseram uma solução numérica baseada no MEF via ADINA (1990),

em que foram usados o elemento isoparamétrico unidimensional com quatro pontos nodais para modelar a viga e o elemento de treliça para a base elástica.

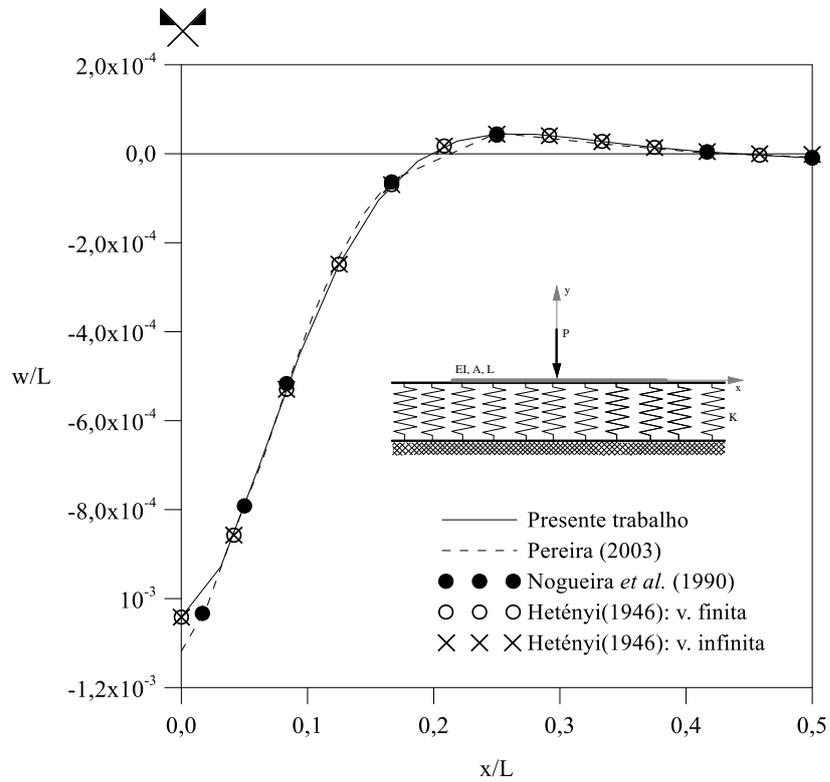
Como na seção anterior, modela-se inicialmente aqui o PCB. Os resultados das análises para a viga de comprimento $L = 3$ e $L = 12$, em que adota-se uma malha com 16 elementos finitos para a viga, são apresentados nas Figuras 4.9a e 4.9b. Ao verificar essas figuras, pode-se escrever:

- i. a boa concordância com os resultados da literatura, no caso, com a solução analítica extraída do Hetényi (1946);
- ii. no caso da viga de comprimento $L = 3$ m, a solução numérica obtida coincide com a solução analítica da viga de “comprimento finito”, como esperado;
- iii. no caso da viga de comprimento $L = 12$ m, as soluções da viga de “comprimento finito” e “infinito” são próximas e os resultados obtidos com a estratégia numérica proposta estão em acordo com essas soluções analíticas;
- iv. as respostas determinadas no presente trabalho mostraram-se mais precisas que as Pereira (2003) e Nogueira *et al.* (1990);
- v. mais uma vez, como esperado, verifica-se a possibilidade da substituição do modelo contínuo de Winkler pelo modelo discreto formado por elementos de barra (molas elásticas).

As Figuras 4.10a e 4.10b trazem os resultados obtidos nesta dissertação quando se modela esse problema — as mesmas vigas de $L = 3$ m e $L = 12$ m — considerando a situação de contato unilateral entre a barra e o solo, isto é, quando existe a possibilidade de descolamento entre os corpos, pois a base elástica só reage às solicitações de compressão. Dessas figuras, em que as respostas numéricas extraídas de Pereira (2003) e Nogueira *et al.* (1990) são usadas para comparação, pode-se afirmar:

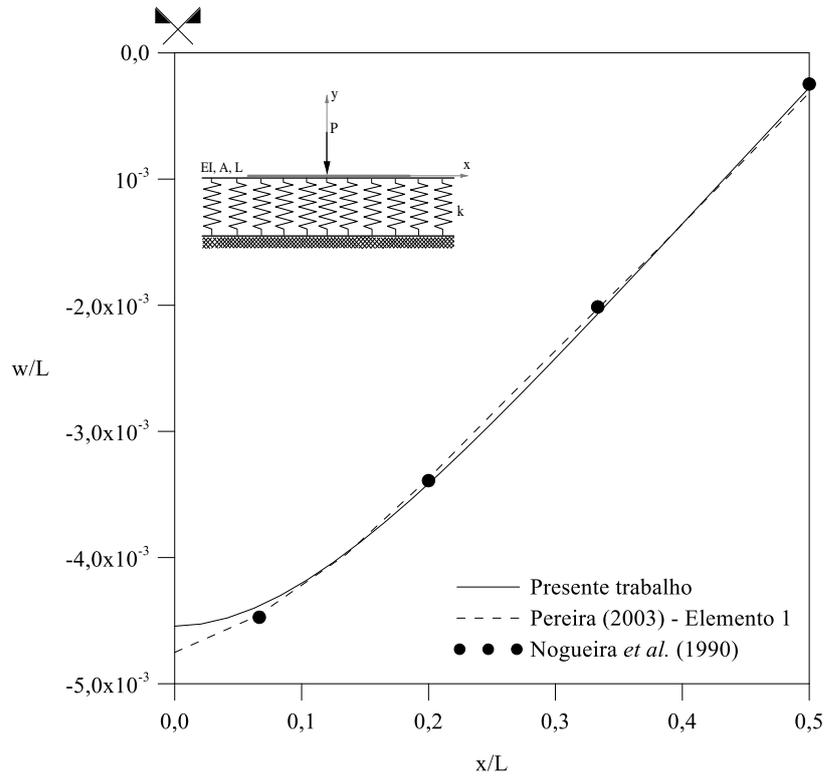
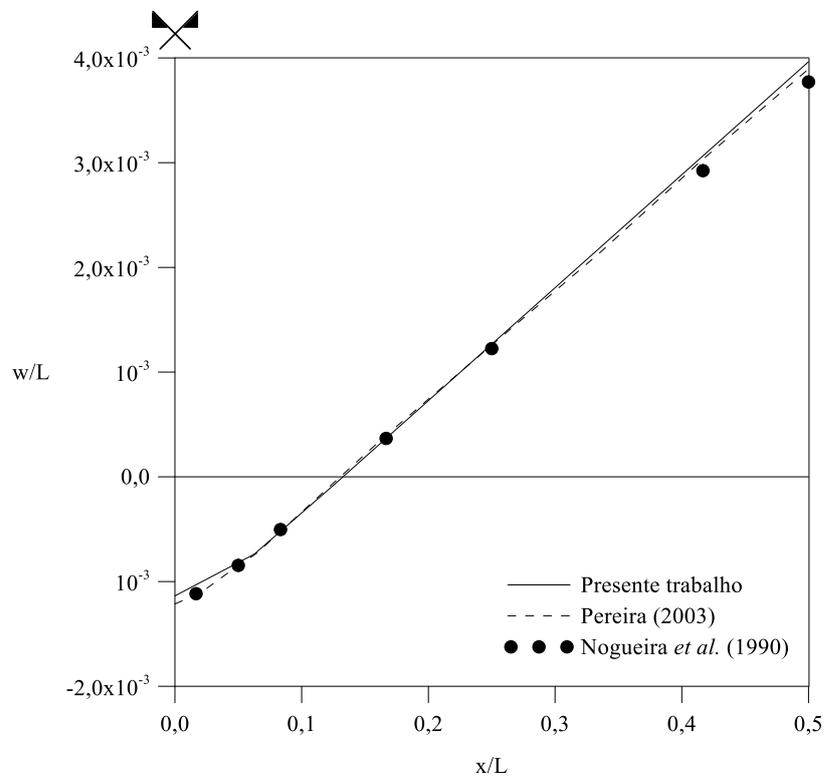


(a) $L = 3\text{ m}$



(b) $L = 12\text{ m}$

Figura 4.9 Configuração deformada da viga em contato com o solo, PCB

(a) $L = 3 \text{ m}$ (b) $L = 12 \text{ m}$ **Figura 4.10** Configuração deformada da viga em contato com o solo, PCU

- i. no caso da viga de comprimento $L = 3\text{ m}$, como esperado (Figura 4.9a), não existe separação entre a viga e o solo, e a solução numérica obtida aqui apresenta boa aproximação com a dos outros autores e coincide com a modelagem do PCB;
- ii. no caso da viga de comprimento $L = 12\text{ m}$, observa-se na Figura 4.9b, a presença de uma região de descolamento ou separação entre a viga e a base elástica;
- iii. na região de descolamento ($L = 12\text{ m}$; Figura 4.10b), a reação da base elástica é nula, como apresentado na Figura 4.11; nota-se também que essa reação é mais elevada no ponto de aplicação da carga e para o PCU;
- iv. verifica-se, mais uma vez, a boa concordância dos resultados obtidos aqui com aqueles de outras abordagens numéricas.

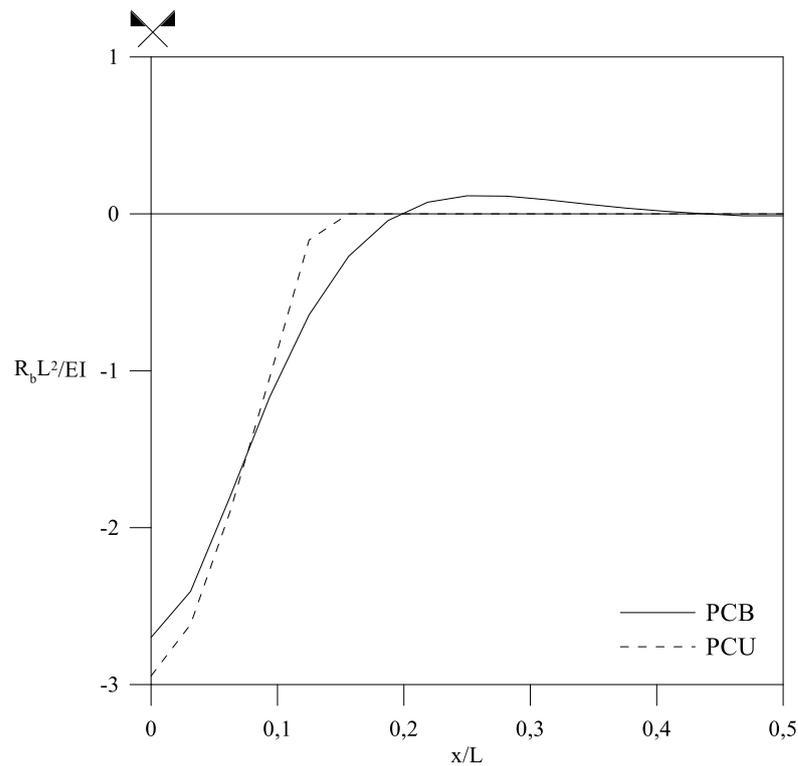
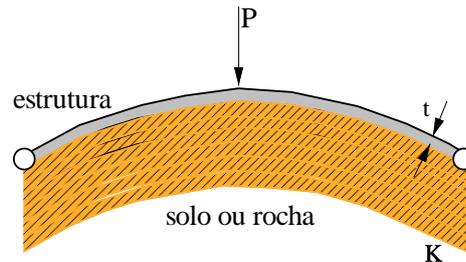


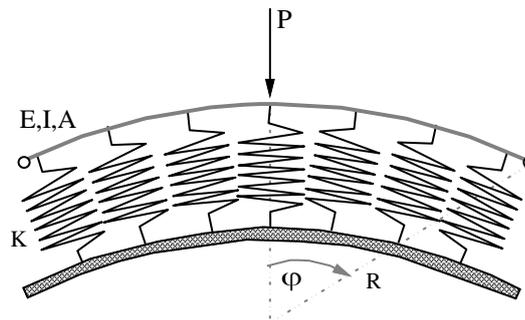
Figura 4.11 Reação da base elástica (viga com $L = 12\text{ m}$; PCB e PCU)

4.4 Arco esbelto abatido biapoiado em contato com o solo

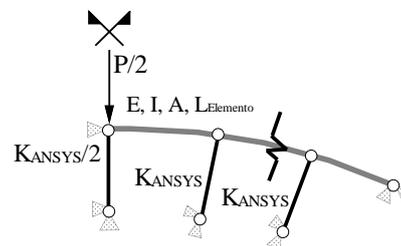
Esta seção abre a sequência de análises de equilíbrio elástico de arcos e anéis em contato com o solo/rocha. O arco esbelto abatido apresentado na Figura 4.12 foi estudado inicialmente por Walker (1969), que avaliou, usando a técnica de perturbação e método de Newton-Raphson, a carga máxima P que a estrutura poderia suportar. Os seguintes dados foram considerados por esse autor: $R/t = 500$, $EI = 1,4$, $EA = 420$ e $\varphi = 10^\circ$; em unidades compatíveis.



(a) Problema real de engenharia



(b) Problema idealizado usando o modelo discreto para o solo



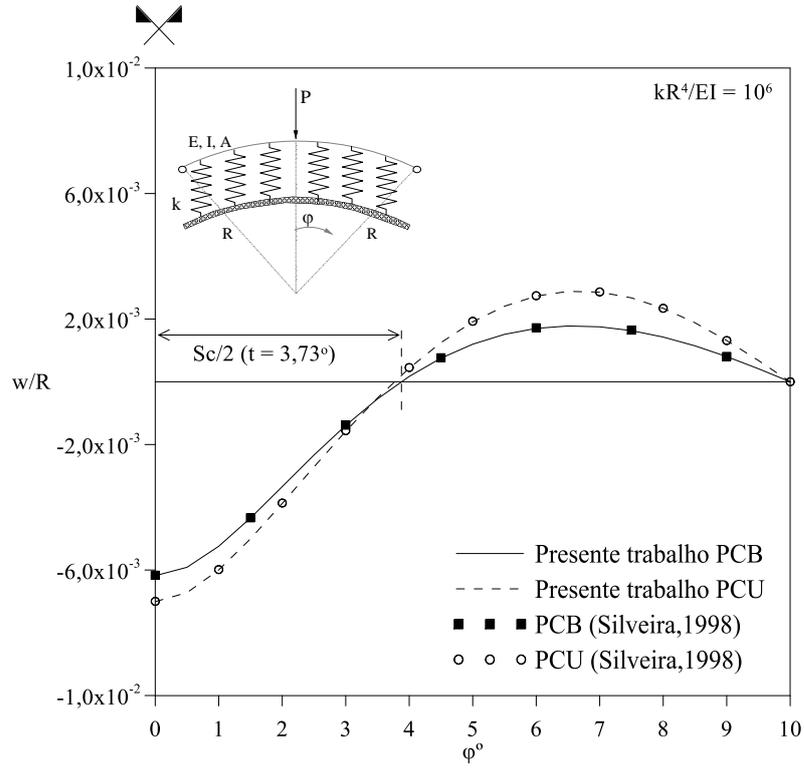
(a) Modelo de elementos finitos adotado

Figura 4.12 Arco esbelto abatido biapoiado em contato com o solo

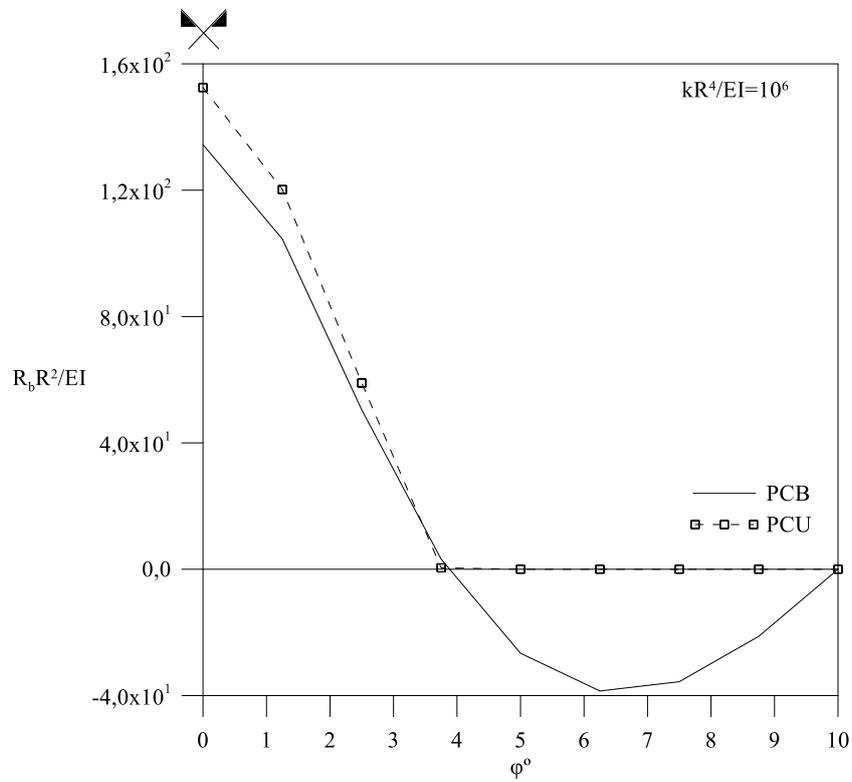
Em Silveira (1995), a mesma estrutura foi resolvida através de técnicas de discretização (método de Ritz e MEF) e otimização (método de Lemke; Lemke, 1968), mas considerado o problema de contato solo-estrutura, como ilustrado na Figura 4.12b, com o modelo de Winkler sendo usado para o solo. O seguinte valor foi adotado para o parâmetro adimensional da base: $k = KR^4/EI = 10^6$. Silveira, num primeiro momento, resolveu os PCB e PCU sem considerar o efeito geométrico não linear do sistema. Os resultados alcançados por Silveira para uma carga $P = 0,1$, apresentados na Figura 4.13, são então utilizados para validar os resultados obtidos nesta dissertação através da metodologia numérica proposta com o ANSYS.

Devido a simetria do problema foram utilizados neste trabalho apenas 8 elementos para a modelagem de metade do arco (Fig. 4.12c). Das Figuras 4.13a e 4.13b, onde estão a variação da deflexão lateral do arco e reação da base elástica, respectivamente, para os PCB e PCU, pode-se concluir:

- i. que, inicialmente, os resultados dos PCB e PCU diferenciam-se pela intensidade dos valores máximos e mínimos obtidos para a deflexão lateral do arco e base elástica;
- ii. os valores para a deflexão do arco no PCU apresentaram valores superiores aos encontrados no PCB tanto na região de contato como na região de perda de contato. O ângulo encontrado aqui para metade da região de contato apresenta boa concordância com o de Silveira (1995);
- iii. ainda no caso do PCU, observa-se o aparecimento de duas regiões de perda de contato entre os corpos e uma região central de contato;
- iv. nessas regiões de separação entre o arco e a base, os elementos de mola apresentaram reação nula (Figura 4.13b);
- v. por fim, verifica-se, mais uma vez, a boa concordância dos resultados encontrados nesta dissertação com aqueles provenientes de outras abordagens numéricas.



(a) Deflexão lateral do arco

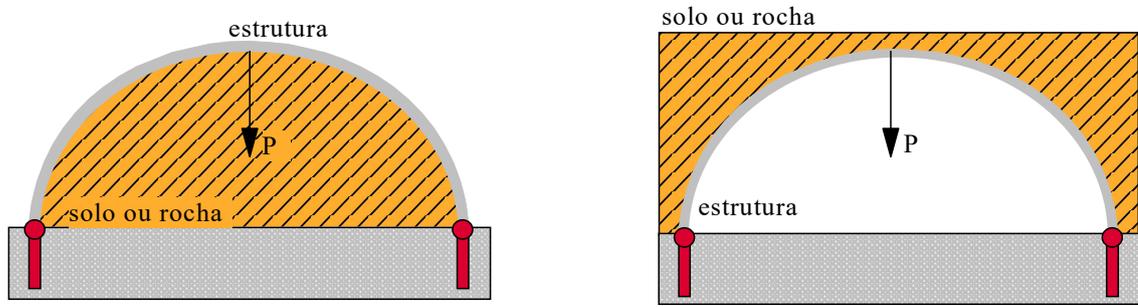


(b) Reação da base elástica

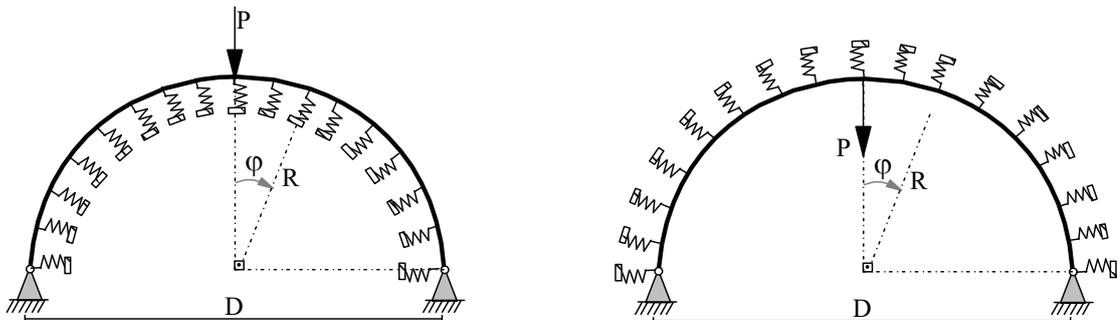
Figura 4.13 Arco esbelto abatido biapoado numa base elástica (PCB e PCU), $kR^4/EI = 10^6$

4.5 Arco circular biapoado em contato com o solo

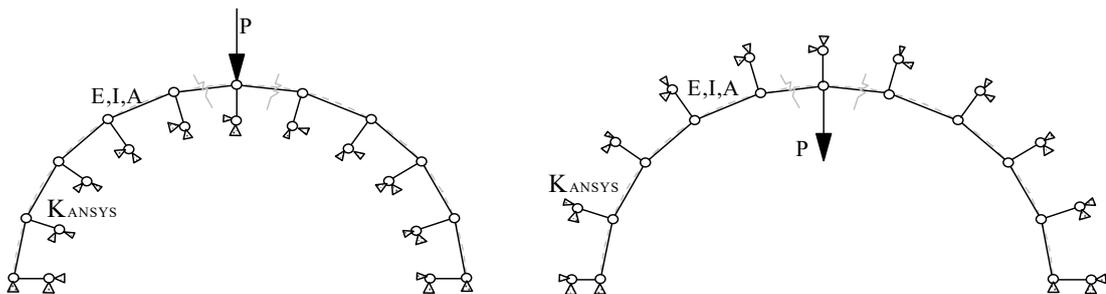
A estabilidade elástica do arco circular apresentado na Figura 4.14 foi estudada por Harrison (1978) e depois por Yang e Kuo (1994) para validação das respectivas formulações geométricas não lineares. Maximiano (2012) utilizou a mesma estrutura para avaliar estratégias numéricas de solução não linear. Esta dissertação considera o mesmo arco, porém a atenção é voltada ao problema de equilíbrio do sistema estrutural incluindo as restrições de contato impostas pelo solo e rocha. Assim, os objetivos dos trabalhos referenciados são diferentes dos analisados nesta dissertação. Nas simulações realizadas aqui, os PCB e PCU são resolvidos para duas situações de localização do solo: abaixo e acima da estrutura, como ilustrado na figura a seguir.



(a) Problemas reais de engenharia



(b) Problemas idealizados usando o modelo discreto para o solo



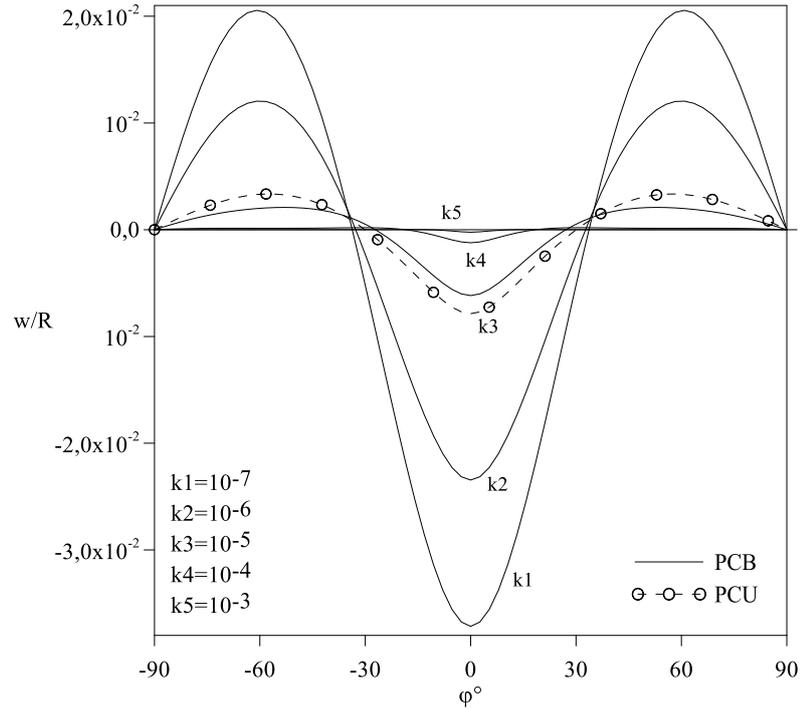
(c) Modelos de elementos finitos adotado

Figura 4.14 Arco circular biapoado em contato com o solo

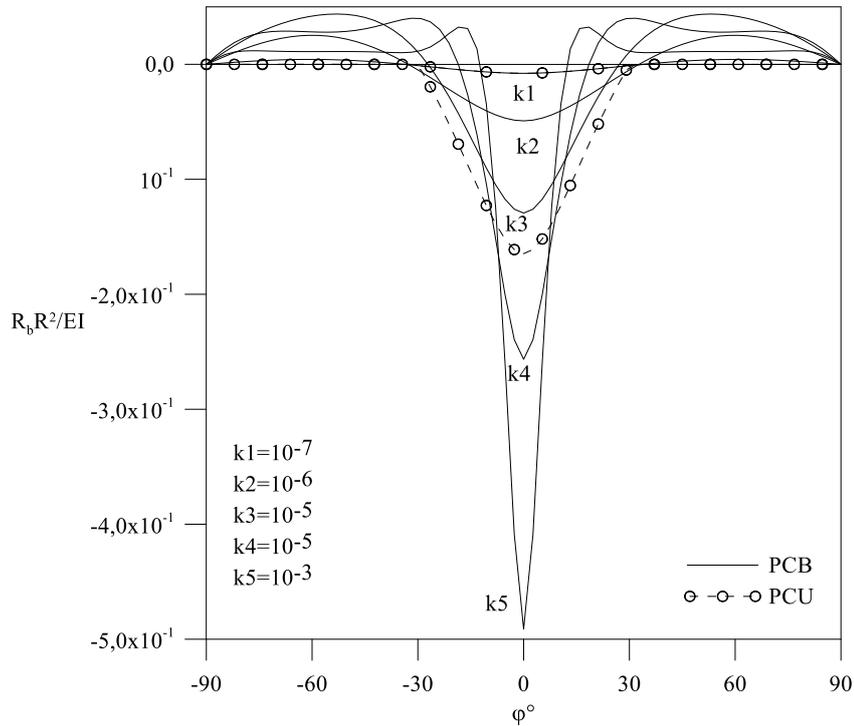
Os dados de entrada usados na simulação computacional do arco circular foram extraídos de Maximiano (2012), ou seja: $P = 0,7478 \times 10^{-3} \text{ kN}$, $E = 0,13 \text{ kN/cm}^2$; $I = 41,62 \text{ cm}^4$; $A = 64,52 \text{ cm}^2$ e $D = 254 \text{ cm}$. Esse arco foi discretizado com malha de 68 elementos finitos (Figura 4.14c). Já para a base elástica (Figura 4.14b), considerou-se para o parâmetro adimensional $k = KR^4/EI$ diversos valores no sentido de representar várias possibilidades de flexibilidade solo (do mais flexível ao mais rígido).

As Figuras 4.15-4.17 trazem a resposta do sistema solo-estrutura tanto para o PCB como para o PCU, para, como já comentado, as duas possibilidades de posicionamento da base elástica: abaixo (Figura 4.15) e acima (Figuras 4.16 e 4.17) do arco. São mostradas nessas figuras basicamente as configurações deformadas do arco e a reação da base elástica. Dessas análises, é possível fazer os seguintes comentários:

- i. no caso do PCB, em que o arco e a base estão completamente presos um ao outro, o comportamento do arco é independente do posicionamento da base elástica (acima ou abaixo da estrutura);
- ii. no caso da base abaixo do arco, e para as bases flexíveis ($k1$ e $k2$) e mais rígidas ($k4$ e $k5$), observa-se que a deflexão lateral do arco não sofre grandes alterações quando se compara os PCB e PCU;
- iii. ainda no caso da base abaixo do arco (Figura 4.15b), a região central de contato entre os corpos não parece se alterar de forma relevante com a rigidez do solo (PCU);
- iv. para esse problema em particular, a situação da base acima da estrutura apresenta diferenças mais relevantes e significativas entre os PCB e PCU (Figuras 4.18 e 4.19);
- v. por exemplo, através da Figura 4.16, ao se comparar os PCB e PCU, com exceção para a base com $k1$, verifica-se que no caso do PCU a deflexão lateral do arco é mais acentuada tanto na região central de perda de contato como nas duas regiões laterais de contato entre os corpos;
- vi. ainda no caso da base acima do arco (Figura 4.17b), nota-se uma redução na região de perda de contato entre os corpos com o aumento da rigidez da base elástica.

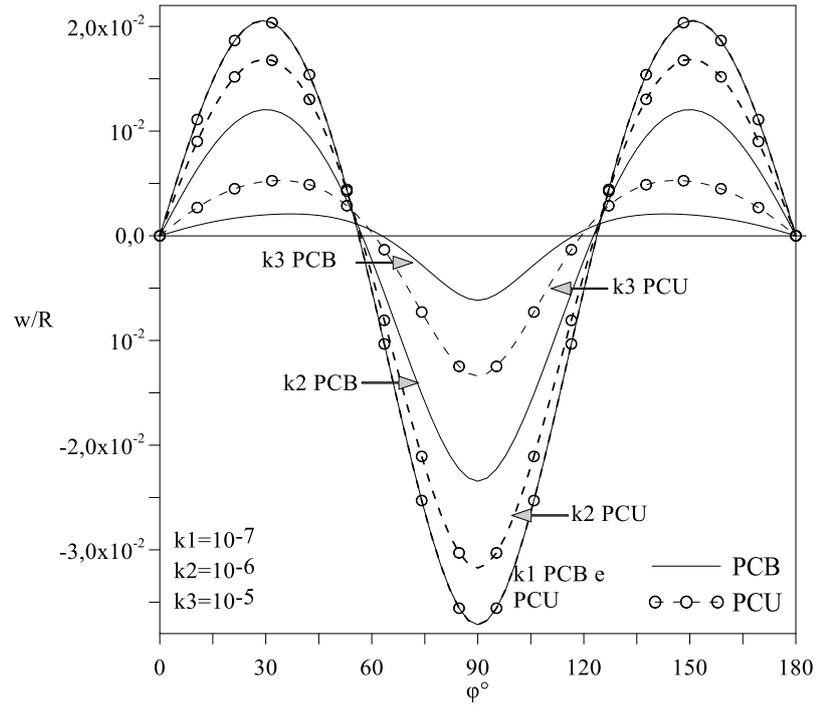
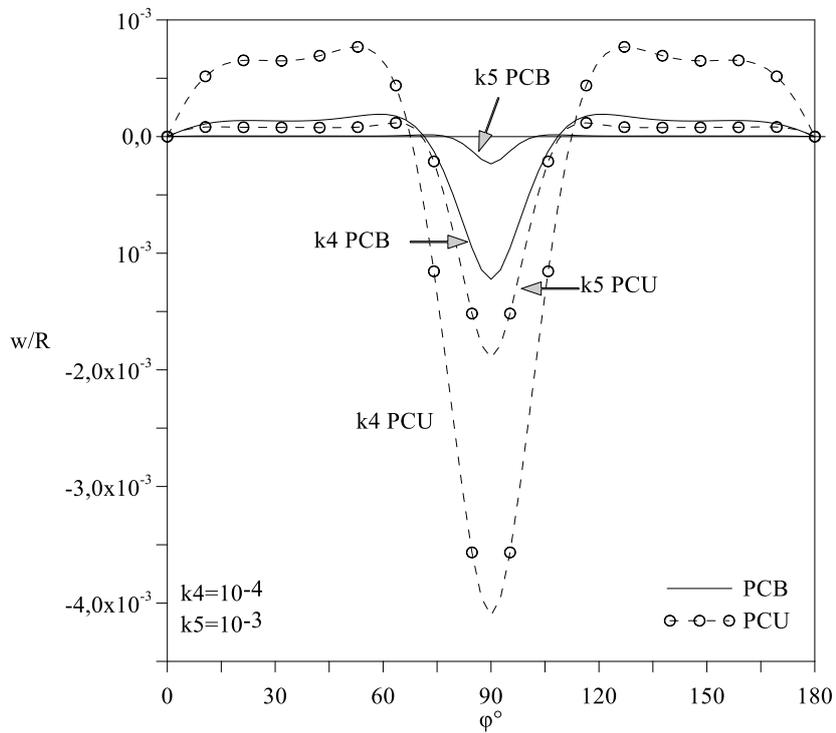


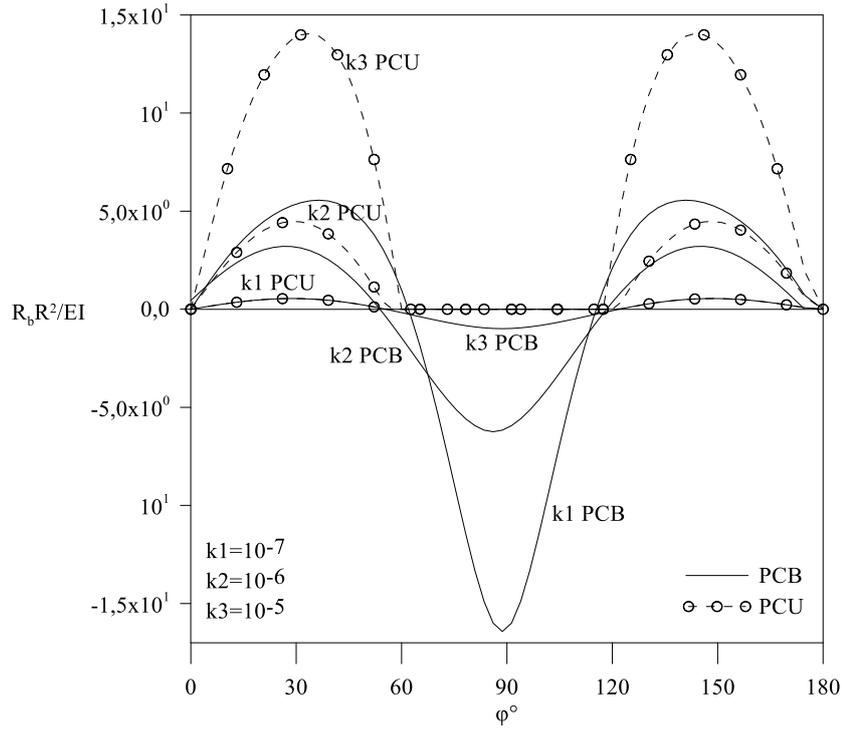
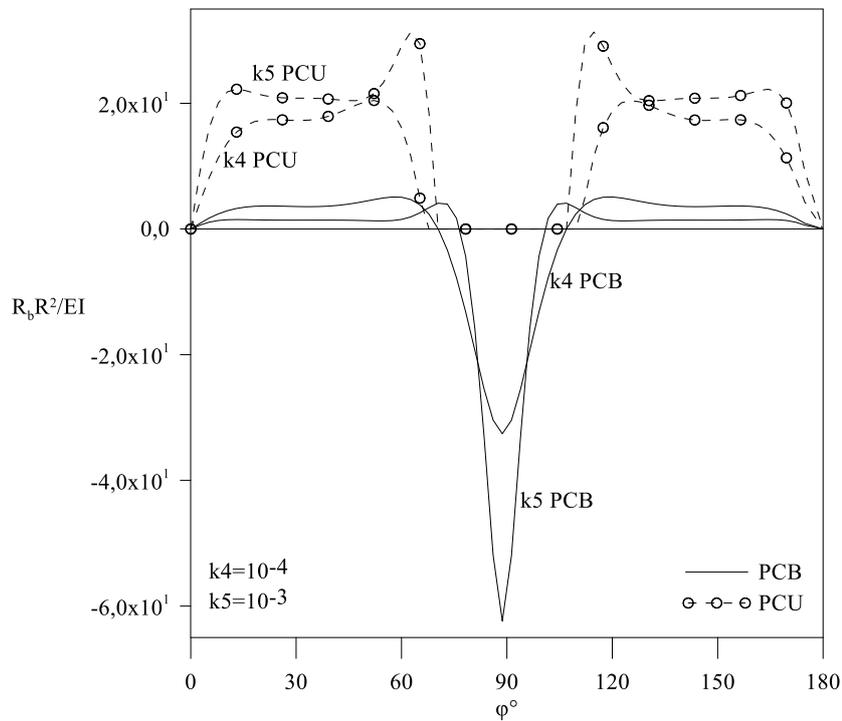
(a) Deflexão lateral do arco



(b) Reação da base elástica

Figura 4.15 Sistema de suporte: base elástica abaixo do arco

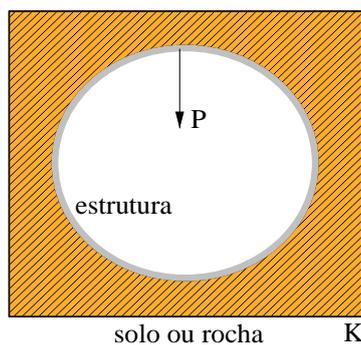
(a) Deflexão lateral do arco, PCU e PCB: k_1 a k_3 (b) Deflexão lateral do arco, PCU e PCB: k_4 e k_5 **Figura 4.16** Sistema de suporte: base elástica acima do arco (deflexão lateral)

(a) Reação da base elástica, PCU e PCB: k_1 a k_3 (b) Reação da base elástica, PCU e PCB: k_4 e k_5 **Figura 4.17** Sistema de suporte: base elástica acima do arco (reação da base)

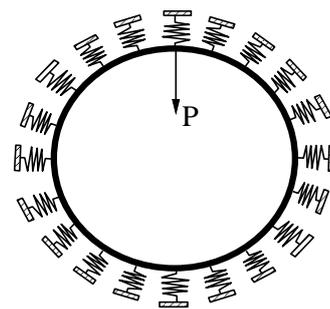
4.6 Anel circular em contato com o solo

Neste quinto e último exemplo estuda-se a influência do solo no comportamento de um anel circular, como ilustrado na Figura 4.18a. Trata-se, por exemplo, de uma tubulação enterrada em que se examina a interação solo-estrutura para a situação em que o solo se localiza externamente à estrutura.

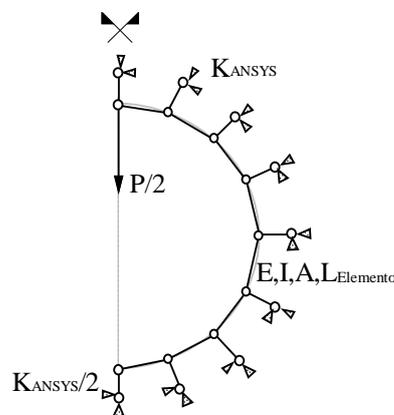
De acordo com Silveira (1995), a análise do comportamento não linear geométrico desse sistema de suporte foi feita inicialmente por Pian *et al.* (1967), usando o método das diferenças finitas. Stein e Wriggers (1984) estabeleceram também a resposta pré-flambagem dessa estrutura, até ser atingida a sua carga limite. Já Silveira (1995), através do MEF e algoritmos de otimização, estudou o comportamento pré e pós-crítico desse anel considerando restrições unilaterais de contato entre a estrutura e o solo, e sob pressão interna uniformemente distribuída. Nesses trabalhos, considerou-se as seguintes propriedades para o anel: $R=10$ cm; $EI=3 \times 10^4$ kNm² e $A=36 \times 10^6$ cm².



(a) Problema real de engenharia



(b) Problema idealizado usando modelo discreto para o solo



(c) Modelo de elementos finitos adotado

Figura 4.18 Anel circular em contato com o solo ou rocha

É realizado então nesta dissertação um estudo do equilíbrio do mesmo anel em contato com o solo e submetido a uma carga concentrada no topo de $P = 10^4 \text{ kN}$. Como ilustrado na Figura 4.18b, o solo, como nos outros exemplos, é representado pelo modelo de Winkler. A Figura 4.18c fornece o modelo de elementos finitos adotado para esse sistema de suporte simétrico e que foi construído com 40 elementos. Seguindo a análise do arco circular da seção anterior, considera-se aqui vários valores do parâmetro adimensional que define a rigidez da base, isto é, $k = KR^4/EI$. Para validação do modelo, os resultados foram comparados a solução analítica desenvolvida por Hetényi (1946), e o caso particularizado a este problema é mostrado na Figura 4.19.

As Figuras 4.19 – 4.23 trazem os resultados obtidos usando a estratégia numérica proposta, considerando o modelo apresentado no parágrafo anterior, para o problema de equilíbrio em questão e abordando as duas possibilidades de restrições de contato: bilateral (PCB) e unilateral (PCU). Através dessas figuras, pode-se afirmar que:

- i. O resultado encontrado para deflexão lateral do arco são coerentes com a solução analítica, mas, com o aumento da rigidez da base a diferença entre os resultados também cresce, conforme Figura 4.19 e Tabela 4.3;
- ii. através dessas figuras pode-se enfatizar a diferença de comportamento do anel para essas duas condições de contato;
- iii. com a Figura 4.21, nota-se, como esperado, que a deflexão lateral do anel é mais acentuada na região próxima da aplicação da carga P , e torna-se praticamente constante para valores de φ maiores 40° ;
- iv. essas deflexões são mais acentuadas para o caso do PCU, independentemente do valor de k ;
- v. a região de perda de contato entre o anel e a base vai diminuindo a medida que o valor de k aumenta; e
- vi. as Figuras 4.22 e 4.23, onde são apresentadas as variações da rotação nos pontos nodais do modelo do anel e da reação da base elástica, respectivamente, para um dado valor de k , evidenciam as diferentes respostas do sistema solo-estrutura ao se modelar o PCB e PCU; note a reação da base é nula quando ocorre a separação entre os corpos, como esperado.

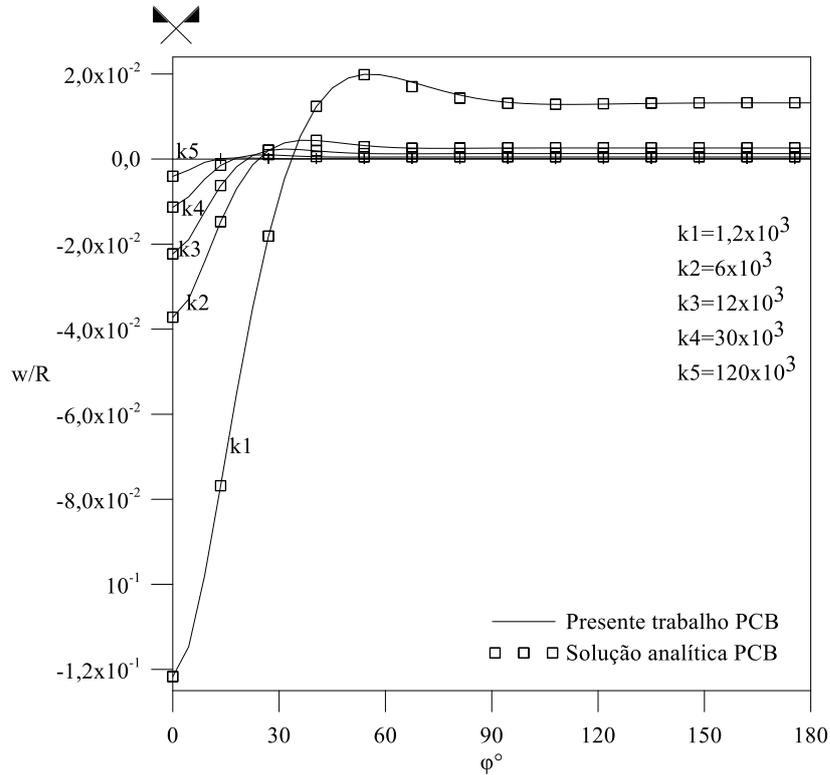


Figura 4.19 Deflexão lateral do anel PCB e Solução Analítica

Dados do Problema

$P = 10$
 $P = 10000$
 $EI = 30000$

$k1 = 1,2 \times 10^3$
 $k2 = 6,0 \times 10^3$
 $k3 = 12 \times 10^3$
 $k4 = 30 \times 10^3$
 $k5 = 120 \times 10^3$
 rigidez adimensional

procedimento
 Cap.3

$K1 = 9,4 \times 10^2$
 $K2 = 47,1 \times 10^2$
 $K3 = 94,2 \times 10^2$
 $K4 = 235,6 \times 10^2$
 $K5 = 942,2 \times 10^2$
 rigidez da base

Solução Geral da Linha Elástica – Hetényi (1946)

$$w = C_0 + [C_1 \text{Cosh}(\alpha\varphi) + C_2 \text{Senh}(\alpha\varphi)] \text{Cos}(\beta\varphi) + [C_3 \text{Cosh}(\alpha\varphi) + C_4 \text{Senh}(\alpha\varphi)] \text{Sen}(\beta\varphi)$$

onde,

$$\alpha = \frac{\sqrt{\eta - 1}}{2} \quad \beta = \frac{\sqrt{\eta + 1}}{2} \quad \eta = \sqrt{\frac{R^4 K}{EI} + 1}$$

Particularização para Anel Circular

$$C_2 = C_3 = 0$$

$$C_1 = -\frac{P R^3 \alpha \text{Cosh}(\alpha\pi) \text{Sen}(\beta\pi) + \beta \text{Senh}(\alpha\pi) \text{Cos}(\beta\pi)}{4EI \alpha \beta \eta [\text{Senh}^2(\alpha\pi) + \text{Sen}^2(\beta\pi)]}$$

$$C_4 = \frac{P R^3 \alpha \text{Senh}(\alpha\pi) \text{Cos}(\beta\pi) + \beta \text{Cosh}(\alpha\pi) \text{Sen}(\beta\pi)}{4EI \alpha \beta \eta [\text{Senh}^2(\alpha\pi) + \text{Sen}^2(\beta\pi)]}$$

$$C_0 = \frac{P R^3}{2\pi EI \eta^2}$$

Utilização da Equação nas coordenadas do modelo

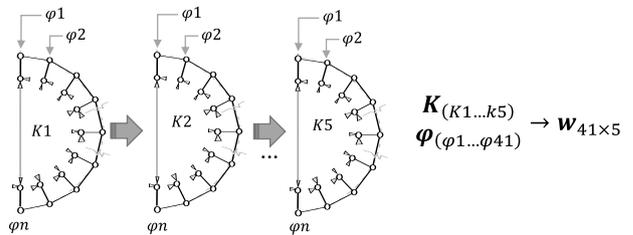
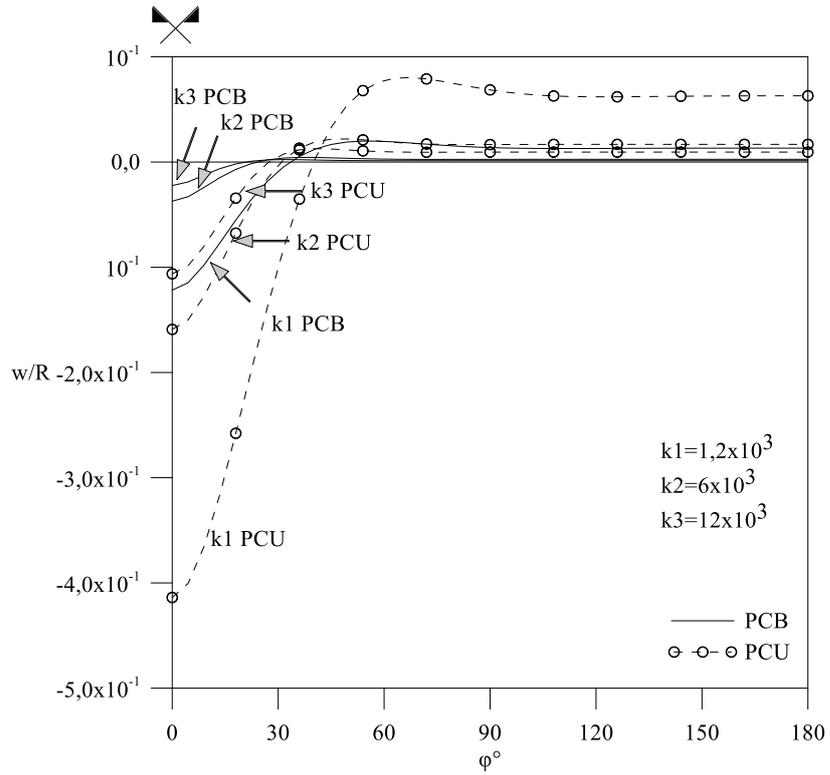
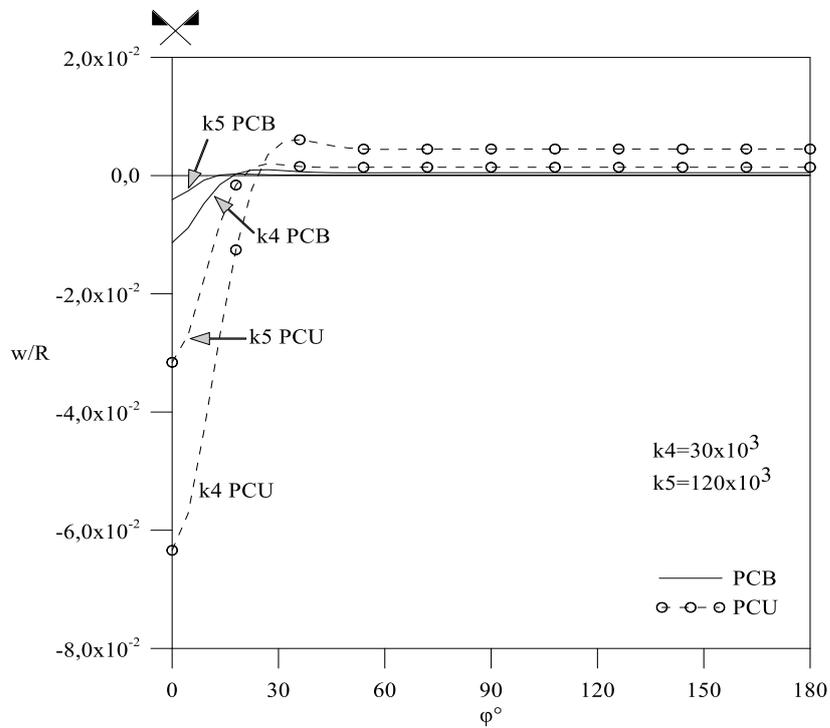


Figura 4.20 Solução analítica para anel circular – Hetényi (1946)

Tabela 4.3 Deflexão lateral do anel (w/R) para $k1 = 1,2 \times 10^3$, $k3 = 12 \times 10^3$, $k5 = 120 \times 10^3$

Ângulo φ°	PCB					
	Sol. Analítica (k1)	Pres. Trabalho (k1)	Sol. Analítica (k3)	Pres. Trabalho (k3)	Sol. Analítica (k5)	Pres. Trabalho (k5)
0,0	-1,22E-01	-1,22E-01	-2,23E-02	-2,23E-02	-4,04E-03	-4,06E-03
4,5	-1,15E-01	-1,15E-01	-1,89E-02	-1,89E-02	-2,56E-03	-2,59E-03
9,0	-9,79E-02	-9,79E-02	-1,24E-02	-1,24E-02	-7,31E-04	-7,66E-04
13,5	-7,68E-02	-7,69E-02	-6,23E-03	-6,27E-03	1,37E-04	1,03E-04
18,0	-5,51E-02	-5,52E-02	-1,76E-03	-1,81E-03	3,16E-04	2,82E-04
22,5	-3,51E-02	-3,52E-02	8,73E-04	8,27E-04	2,50E-04	2,17E-04
27,0	-1,81E-02	-1,82E-02	2,08E-03	2,04E-03	1,70E-04	1,37E-04
31,5	-4,59E-03	-4,66E-03	2,40E-03	2,35E-03	1,32E-04	9,92E-05
36,0	5,46E-03	5,39E-03	2,26E-03	2,22E-03	1,25E-04	9,15E-05
40,5	1,24E-02	1,23E-02	1,97E-03	1,92E-03	1,28E-04	9,44E-05
45,0	1,68E-02	1,67E-02	1,68E-03	1,64E-03	1,31E-04	9,79E-05
49,5	1,91E-02	1,91E-02	1,48E-03	1,43E-03	1,33E-04	9,95E-05
54,0	1,99E-02	1,99E-02	1,29E-03	1,31E-03	1,33E-04	9,98E-05
58,5	1,92E-02	1,98E-02	1,28E-03	1,25E-03	1,33E-04	9,97E-05
63,0	1,81E-02	1,91E-02	1,28E-03	1,24E-03	1,33E-04	9,96E-05
67,5	1,70E-02	1,81E-02	1,30E-03	1,24E-03	1,33E-04	9,95E-05
72,0	1,60E-02	1,70E-02	1,31E-03	1,25E-03	1,33E-04	9,95E-05
76,5	1,51E-02	1,60E-02	1,32E-03	1,27E-03	1,33E-04	9,95E-05
81,0	1,43E-02	1,50E-02	1,32E-03	1,28E-03	1,33E-04	9,95E-05
85,5	1,38E-02	1,43E-02	1,33E-03	1,28E-03	1,33E-04	9,95E-05
90,0	1,34E-02	1,37E-02	1,33E-03	1,28E-03	1,33E-04	9,95E-05
94,5	1,31E-02	1,33E-02	1,33E-03	1,29E-03	1,33E-04	9,95E-05
99,0	1,30E-02	1,31E-02	1,33E-03	1,29E-03	1,33E-04	9,95E-05
103,5	1,29E-02	1,29E-02	1,33E-03	1,28E-03	1,33E-04	9,95E-05
108,0	1,29E-02	1,29E-02	1,33E-03	1,28E-03	1,33E-04	9,95E-05
112,5	1,29E-02	1,28E-02	1,33E-03	1,28E-03	1,33E-04	9,95E-05
117,0	1,30E-02	1,29E-02	1,33E-03	1,28E-03	1,33E-04	9,95E-05
121,5	1,30E-02	1,29E-02	1,33E-03	1,28E-03	1,33E-04	9,95E-05
126,0	1,31E-02	1,30E-02	1,33E-03	1,28E-03	1,33E-04	9,95E-05
130,5	1,31E-02	1,30E-02	1,33E-03	1,28E-03	1,33E-04	9,95E-05
135,0	1,32E-02	1,31E-02	1,33E-03	1,28E-03	1,33E-04	9,95E-05
139,5	1,32E-02	1,31E-02	1,33E-03	1,28E-03	1,33E-04	9,95E-05
144,0	1,32E-02	1,32E-02	1,33E-03	1,28E-03	1,33E-04	9,95E-05
148,5	1,32E-02	1,32E-02	1,33E-03	1,28E-03	1,33E-04	9,95E-05
153,0	1,32E-02	1,32E-02	1,33E-03	1,28E-03	1,33E-04	9,95E-05
157,5	1,33E-02	1,32E-02	1,33E-03	1,28E-03	1,33E-04	9,95E-05
162,0	1,33E-02	1,32E-02	1,33E-03	1,28E-03	1,33E-04	9,95E-05
166,5	1,33E-02	1,32E-02	1,33E-03	1,28E-03	1,33E-04	9,95E-05
171,0	1,33E-02	1,32E-02	1,33E-03	1,28E-03	1,33E-04	9,95E-05
175,5	1,33E-02	1,32E-02	1,33E-03	1,28E-03	1,33E-04	9,95E-05
180,0	1,33E-02	1,32E-02	1,33E-03	1,28E-03	1,33E-04	9,95E-05

(a) Deflexão lateral do anel para os PCB e PCU, k_1 - k_3 (b) Deflexão lateral do anel para os PCB e PCU, k_4 e k_5 **Figura 4.21** Anel circular com restrições de contato impostas pelo solo

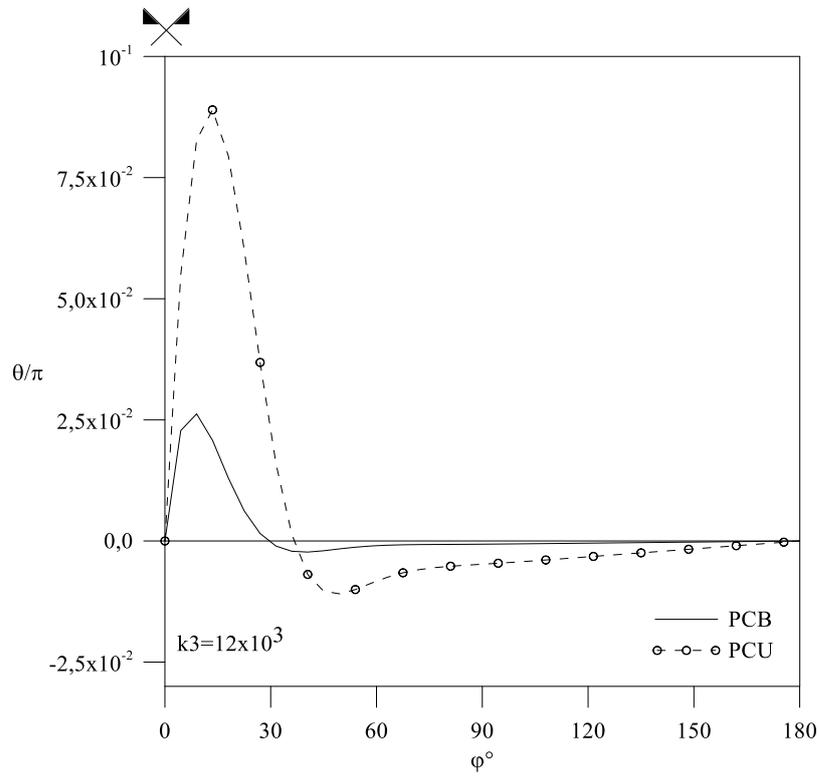


Figura 4.22 Variação da rotação do anel para os PCB e PCU, $k_3 = 12 \times 10^3$

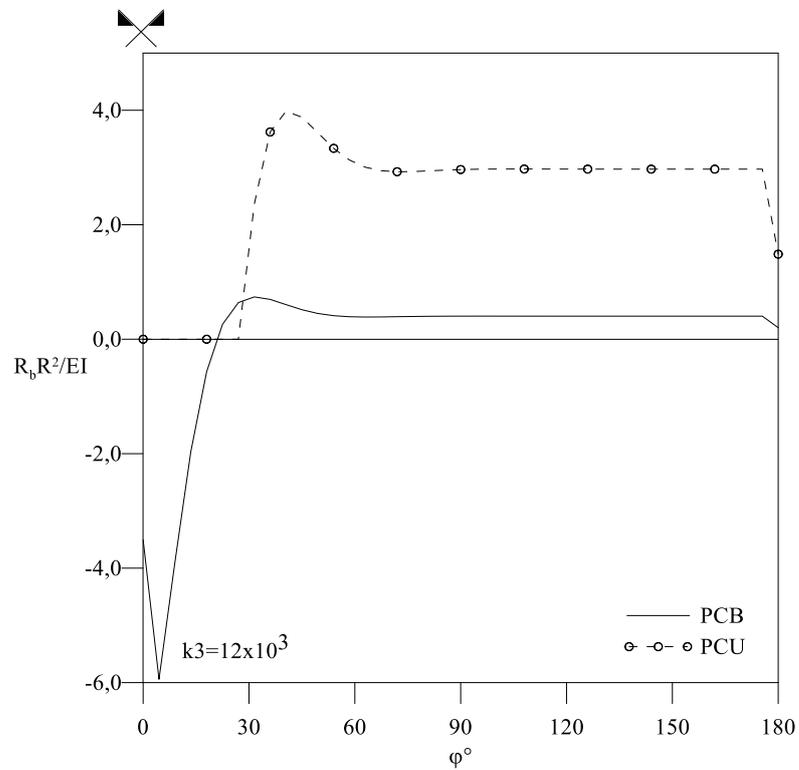


Figura 4.23 Variação da reação da base elástica para os PCB e PCU, $k_3 = 12 \times 10^3$

Capítulo 5

Conclusões e Sugestões para Futuras Pesquisas

5.1 Conclusões

O desenvolvimento de um procedimento numérico via plataforma ANSYS para análise do equilíbrio de vigas, arcos e anéis em contato com uma fundação elástica do tipo Winkler, foi o objetivo principal deste trabalho. Nos problemas estudados no capítulo anterior, duas condições de contato foram consideradas entre os corpos elásticos (estrutura e base): bilateral e unilateral. Para validação da metodologia proposta, os resultados obtidos nesta dissertação foram comparados com outros encontrados na literatura, incluindo outras pesquisas já desenvolvidas no âmbito do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da UFOP. Soluções analíticas foram também utilizadas para os casos de contato bilateral.

Os resultados apresentados no capítulo anterior validam a metodologia numérica desenvolvida via ANSYS. A seguir são apresentadas as principais conclusões deste trabalho:

- os modelos desenvolvidos no ANSYS denotam a versatilidade da metodologia numérica proposta, permitindo a análise de diversos tipos de problemas de contato;
- nos estudos paramétricos apresentados, onde variou-se o número de elementos finitos, os resultados encontrados se aproximaram da solução analítica a medida que o refinamento da malha aumentava;
- de um modo geral, modelos com apenas 4 elementos finitos não apresentaram bons resultados, principalmente para rotação, reação da base e momento fletor;

- os resultados apresentados, nos casos de restrição de contato unilateral, se mostraram precisos para malhas refinadas, ainda que a região de contato não fosse, a priori, uma informação necessária;
- o tempo de processamento é sensivelmente maior para a solução numérica do problema de contato unilateral;
- como esperado, verifica-se que a aproximação com a solução analítica é reduzida na seguinte ordem: deslocamento, rotação, reação da base e momento fletor;
- para os problemas de contato unilateral, a região de contato entre os corpos aumenta sensivelmente com a redução da rigidez da base elástica;
- o estudo apresentado onde se variou o comprimento da barra (Subseção 4.2.2), comprovam que a metodologia numérica proposta é consistente e precisa para representação de vigas com comprimento “finito” e “infinito” em contato com bases elásticas;
- como esperado, o estudo realizado para o problema de contato bilateral (arco e solo, por exemplo) mostrou resultados que não se alteraram quando a base elástica era posicionada acima ou abaixo da estrutura.

5.2 Sugestões para Futuras Pesquisas

Pesquisas adicionais podem complementar esta dissertação. Dentre elas, podem ser citadas:

- a modelagem, também via ANSYS, de outros modelos para a representação do solo ou rocha, como as bases elásticas com dois e mais parâmetros (Kerr, 1964; Cheung e Zienkiewicz, 1965); adicionalmente, pode-se considerar modelos de bases não-lineares (Shen, 1995; Holanda, 2000);
- a utilização a metodologia numérica proposta para o estudo de placas e cascas com restrições de contato (Silva, 1998; Holanda, 2000);
- a extensão da metodologia numérica desenvolvida para o estudo da estabilidade elástica e inelástica de estruturas em contato com o solo ou rocha (Santos, 2016);
- a extensão da metodologia numérica desenvolvida para estudo do problema transiente linear e não linear de estruturas em contato com o solo ou rocha.

Referências Bibliográficas

- ANSYS (2009) – “*User’s Manual for revision 12*”, Swanson Analysis Systems Inc., Houston, PA.
- CHEUNG, Y. K. E ZIENKIEWICZ, O. C. (1965) – “*Plates and Tanks on Elastic Foundations – An Application of Finite Element Method*”, *Int. J. Sol. Struct.*, v.1, p.451-461.
- DUTTA, S. C. e ROY, R. (2002) – “*A critical review on idealization and modeling for Interaction among soil-foundation-structure system*”, *Computers & Structures*, Vol. 80, pp. 1579–1594, Pergamon.
- HARRISON, H.B., (1978) – “*Post-buckling behavior of elastic circular arches*”, *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, v. 65, part 2, pp. 283-298.
- HETÉNYI, M., (1946) – “*Beams on Elastic Foundation*”, *University of Michigan Press*, Mich.
- HOLANDA, A. S. (2000) – “*Análise do Equilíbrio e Estabilidade de Placas com Restrições de Contato*”, *Tese de Doutorado*, Pontifícia Universidade Católica–RJ.
- KAUSEL E. (2010) – “*Early history of soil-structure Interaction*”, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, v.30, 822-832.
- KERR, A. D. (1964) – “*Elastic and Viscoelastic Foundation Models*”, *J. Appl. Mech.*, ASME, v.31, p.491-498.
- KIEN, N.D., (2004) – “*Post buckling behavior of beams on two-parameter elastic foundation*”, *International Journal of Structural Stability and Dynamics*. v.4, pp. 21-43.
- MACHADO, F.C.S., (2013) – “*Análise computacional via MDF de cascas cilíndricas com restrições bilaterais e unilaterais de contato*”, *Tese de Doutorado*, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Deciv/EM/UFOP, Ouro Preto, MG, Brasil.
- MACIEL, F.V. (2012) – “*Equilíbrio e estabilidade de elementos estruturais com restrições bilaterais impostas por bases elásticas*”, *Dissertação de Mestrado*, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Deciv/EM/UFOP.
- MAXIMIANO, D.P., (2012) – “*Uma técnica eficiente para estabilizar a estratégia do resíduo ortogonal na análise não linear de estruturas*”, *Dissertação de Mestrado*, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Deciv/EM/UFOP, Ouro Preto, MG, Brasil.

- NOGUEIRA, C.L., CARVALHO, M.T.T., E SILVEIRA, R.A.M., (1990) – “*Modelagem de vigas sobre base elástica*”, *Trabalho da disciplina Método dos Elementos Finitos na Engenharia Mecânica*, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-Rio).
- PEREIRA, W.L.A., (2003) – “*Formulações numéricas para análise de vigas em contato com bases elásticas*”, *Dissertação de Mestrado*, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Deciv/EM/UFOP, Ouro Preto, MG, Brasil.
- PIAN, T.H.H., BUCCIARELLI JR., L.L., (1967) – “*Buckling of a radially constrained circular ring under distributed loading*”, *International Journal of Solids and Structures*, v3(5), pp. 715–730.
- POWRIE, W. (2013) – “*Soil Mechanics: Concepts and Applications*”, third editon, CRC Press.
- SANTOS, L.C. (2016) – “*Equilíbrio e estabilidade elástica de elementos estruturais com restrições unilaterais de contato impostas pelo solo ou rocha*”, *Dissertação de Mestrado*, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Deciv/EM/UFOP (dissertação em fase de conclusão).
- SAPOUNTZAKIS, E.J., KAMPITSIS, A.E., (2010) – “*Nonlinear analysis of shear deformable beam columns partially supported on tensionless Winkler foundation*”, *International Journal of Engineering, Science and Technology*. v. 2(4), pp. 31-53.
- SHEN, H. (1995) – “*Postbuckling Analysis of Orthotropic Rectangular Plates on Nonlinear Elastic Foundations*”, *Engng. Struct.*,v.17, p.407-412.
- SILVA, A.R.D. (1998) – “*Análise de placas com restrições de contato*”, *Dissertação de Mestrado*, PROPEC/Deciv/EM/UFOP, Ouro Preto/MG, Brasil.
- SILVA, A.R.D. (2009) – “*Sistema computacional para análise avançada estática e dinâmica de estruturas metálicas*”, *Tese de Doutorado*, PROPEC/Deciv/EM/UFOP, Ouro Preto/MG, Brasil.
- SILVEIRA, R.A.M. (1995) – “*Análise de elementos estruturais esbeltos com restrições unilaterais de contato*”, *Tese de Doutorado*, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, PUC-Rio, Rio de Janeiro/RJ, Brasil.
- SILVEIRA, R.A.M. (2013) – “*Análise não-linear estática e dinâmica de estruturas metálicas e de concreto*”, *CNPq, Modalidade: Produtividade em Pesquisa (PQ)*, Processo: 308856/2013-9 (projeto em andamento).
- SILVEIRA, R.A.M., PEREIRA, W.L.A., GONÇALVES, P.B. (2008A) – “*Nonlinear analysis of structural elements under unilateral contact constraints by a Ritz type approach*” *International Journal of Solids and Structures*, v.45, p.2629-2650.
- SILVEIRA, R.A.M., PEREIRA, W.L.A., GONÇALVES, P.B. (2008B) – “*Constrained and unconstrained optimization formulations for structural elements in unilateral contact with an elastic foundation*”, *Mathematical Problems in Engineering*, p.1-15.

- SILVEIRA, R.A.M., NOGUEIRA, C.L., GONÇALVES, P.B. (2013) – “*A numerical approach for stability analysis of slender arches and rings under contact constraints*”, *International Journal of Solids and Structures*, v.50, p. 147-159.
- STEIN, E., WRIGGERS, P., (1984) – “*Stability of rods with unilateral constraints, a finite element solution*”, *Computers and Structures*, v.19, p. 205–211.
- THE INSTITUTION OF STRUCTURAL ENGINEERS (1989). “*Soil-structure interaction*”.
- WALKER A.C., (1969) – “*A non-linear finite element analysis of shallow circular arches*”, *International Journal of Solids and Structures*, v.5, p. 97–107.
- WANG Y. H., THAM, L. G. e CHEUNG Y. K. (2005) – “*Beams and plates on elastic foundations: a review*”, *Prog. StructEngng. Mater.*, Vol. 7, pp. 174–182, John Wiley & Sons.
- YANG, Y.B., E KUO, S.B. (1994) – “*Theory & Analysis of Nonlinear Framed Structures*”, Prentice Hall.