

UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO - ESCOLA DE MINAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA DE ESTRUTURAS BIDIMENSIONAIS

AUTOR: HÉLIO LUIZ SIMONETTI

ORIENTADOR: Prof. Dr. Valério S. Almeida
Prof. Dr. Francisco de Assis Neves

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação do Departamento de Engenharia Civil da Escola de Minas da Universidade Federal de Ouro Preto, como parte integrante dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Ciências da Engenharia Civil, área de concentração: Construção Metálica.

Ouro Preto, maio de 2009.

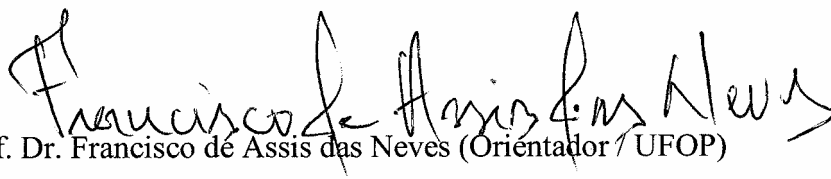
OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA DE ESTRUTURAS BIDIMENSIONAIS

AUTOR: HÉLIO LUIZ SIMONETTI

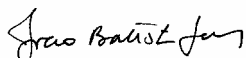
Esta dissertação foi apresentada em sessão pública e aprovada em 25 de junho de 2009, pela Banca Examinadora composta pelos seguintes membros:




Prof. Dr. Valério da Silva Almeida (Orientador / UFOP)



Prof. Dr. Francisco de Assis das Neves (Orientador / UFOP)



Prof. Dr. João Batista Marques de Sousa Jr. (UFOP)



Prof. Dr. Marcelo Greco (CEFET-MG)

S598o Simonetti, Hélio Luiz.
Otimização topológica de estruturas bidimensionais [manuscrito] /
Hélio Luiz Simonetti - 2009.

xv, 153f.: il., color.; graf.

Orientador: Prof. Dr. Valério Silva Almeida.
Co-orientador: Prof. Dr. Francisco de Assis Neves.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Ouro Preto. Escola de Minas. Departamento de Engenharia Civil. Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil.
Área de concentração: Construção Metálica.

1. Otimização estrutural - Teses. 2. Topologia - Teses. 3. Método dos elementos finitos - Teses. I. Universidade Federal de Ouro Preto.
II. Título.

*À minha esposa Jacqueline e às minhas filhas
Marcella e Brunna pelo incentivo à conclusão
desta dissertação.*

Agradecimentos

Em primeiro lugar, quero agradecer a Deus que me deu força e saúde para poder concluir este trabalho.

Ao professor Valério, pela confiança e pela oportunidade de ser seu orientado, aliás, foi muito mais que um orientador, um verdadeiro educador, que soube conduzir de maneira inteligente e eficaz todo o trabalho.

Ao professor Francisco de Assis, meu coorientador, pelas observações que muito ajudaram no desenvolvimento do trabalho.

Aos meus pais Aylton e Maria José pelo carinho e incentivo.

Aos professores Marcilio, Ricardo, Ernani e João Batista que, também, participaram da minha formação.

À UFOP por ter me acolhido e me dado esta oportunidade.

À Usiminas pela Bolsa de Estudos.

Resumo

A Otimização Topológica é um método numérico capaz de fornecer, de forma automática, o leiaute de uma estrutura mecânica para que esta atenda um determinado critério de projeto. Assim, este trabalho inicia-se com uma revisão da literatura sobre otimização estrutural procurando familiarizar-se com o tema e suas diversas abordagens. O método estudado baseia-se numa análise de elementos finitos, destacando-se o elemento finito triangular de formulação livre.

Neste trabalho, aborda-se o problema de otimização topológica mediante o uso de duas técnicas: o convencional ESO – Evolutionary Structural Optimization; sob critério de tensão máxima da estrutura num processo denominado de “hard-kill”, cuja retirada de material é feita de forma discreta; e uma nova técnica evolucionária desenvolvida neste trabalho denominada de SESO – Smoothing ESO; cuja filosofia, baseou-se na observação de que se o elemento não for realmente necessário à estrutura, naturalmente sua contribuição de rigidez vai diminuindo progressivamente, até que ele não tenha influência da estrutura, isto é, sua remoção é feita de forma suave.

Para investigação e comprovação das técnicas implementadas, foram avaliados exemplos clássicos da elasticidade bidimensional dentro deste contexto, mediante os benchmarks, conforme descritos na literatura sobre este assunto. Durante a investigação foram analisados exemplos como o de peso próprio e alguns problemas da otimização topológica como a formação do “tabuleiro de xadrez” e a “dependência da malha”. Assim, foi implementado um filtro espacial de tensão que associado à técnica SESO, mostrou-se eficiente na eliminação dos mesmos.

Ao final são apresentadas as principais conclusões além de sugestões para trabalhos futuros dentro desta área de pesquisa.

Palavras Chave:

- Otimização Topológica, Otimização Evolucionária ESO, Técnica SESO, Método dos Elementos Finitos.

Abstract

The Topology Optimization is a numerical method which is able to provide in an automatic way the layout of a mechanic structure which attends a specific project criterion. In such case, this work begins with a revision of the literature about the structural optimization searching for a familiarization with the theme and its approaching. The studied method bases on an analysis of finite elements, detached the triangular finite element of free formulation proposed by Bergan and Felippa (1985).

In this context, it is approached the topology optimization problem through the use of two techniques: the conventional ESO – Evolutionary Structural Optimization, under criterion of maximum stress of a structure in a procedure called “hard-kill”, which material is slowly removed in the finite element mesh, and a new and evolutionary technique, designated SESO – Smoothing ESO, which philosophy is based on the observation that if the element it is not really necessary in the structure, naturally your severity contribution reduces progressively, until it does not have any influence of the structure, it means it will be removed in a smooth way.

For the research and verification of the implemented techniques, were valued classic examples of 2D elasticity in this context, on the benchmarks, as described in the literature on this subject. During the investigation some examples, like those with body force, and some problems of topological optimization were analyzed as the formation of the "checkerboard" and "mesh-dependence", so it was implemented a special filter of stress which is associated at the SESO technique was efficient in the exclusion of the same.

At the end are presented the main conclusions and suggestions to future works that are included in this research area.

Keywords:

- Topology Optimization, Evolutionary Structural Optimization ESO, Smoothing ESO, Finite Element Method

Sumário

Capítulo 1 – Introdução	1
1.1 Introdução	1
1.2 Motivação e Justificativa	4
1.3 Organização do Texto	5
Capítulo 2 – Otimização Estrutural Topológica	6
2.1 Introdução	6
2.2 Revisão Bibliográfica	6
2.3 Métodos de Otimização Topológica	12
2.3.1 Método de Otimização Topológica SIMP (Simple Isotropic Material with Penalization)	13
2.3.2 Método de Otimização Topológica TSA (Topological Sensitivity Method)	15
2.3.3 Método de Otimização Topológica ESO (Evolutionary Structural Optimization)	17
2.4 Problemas Numéricos da Otimização Topológica.....	17
2.4.1 Tabuleiro de Xadrez (Checkerboard)	18
2.4.2 Dependência da Malha.....	19
2.4.3 Mínimos Locais	20
Capítulo 3 – Otimização Estrutural Evolucionária - O Convencional ESO	22
3.1 Introdução	22
3.2 O Método Convencional ESO	23
3.3 O Método ESO em Tensão de Von Mises	25
3.4 Nibbling	29
3.5 Índice de Performance	31
3.6 Elemento Finito – Estado Plano de Tensões.....	33
3.7 Estudos de Caso	34
3.7.1 – Problema de duas Barras.....	34
3.7.2 – Mão-francesa	39
Capítulo 4 – Otimização Estrutural Evolucionária Suavizada (SESO)	43
4.1 Introdução	43
4.2 Otimização Estrutural Evolucionária Suavizada (SESO).....	44
4.3 Filtros	46
4.3.1 – Filtros de Densidade	46
4.3.2 – Filtros de Vizinhaça Fixa.....	47

4.4 Eliminação do Tabuleiro de Xadrez	48
4.5 Algoritmo da Suavização	51
4.6 Estudos de Caso	53
4.6.1 Problema de duas Barras.....	53
4.6.2 Mão-francesa	55
4.6.3 Viga Curta bi-apoiada com Carga Concentrada	57
 Capítulo 5 – Resultados Numéricos.....	64
5.1 Introdução	64
5.2 Exemplos com cargas concentradas	65
5.2.1 – Estrutura de Michell.....	65
5.2.2 - Viga biengastada com carga concentrada.....	70
5.3 Exemplos com vários casos de cargas concentradas	73
5.3.1 - Exemplo 1 - Viga biapoiada	73
5.3.2 - Exemplo 2 - Viga biapoiada	77
5.4 Estruturas com “buracos” no domínio	79
5.4.1 – Aspectos Gerais	79
5.4.2 Exemplo 1 – Problema de duas Barras	80
5.4.3 Exemplo 2 – Viga biapoiada.....	83
5.4.4 Exemplo 3 – Viga biapoiada.....	87
5.4.5 Exemplo 4 – Chapa Parafusada	91
5.4.6 Exemplo 5 – Chapa Retangular	97
5.5 Peso próprio	101
5.5.1 – Maçã.....	101
5.5.2 – Exemplo 1 - Viga Biapoiada.....	106
5.5.3 – Exemplo 2 – Viga Biapoiada	110
5.5.4 – Viga MBB.....	113
5.6 Aplicações em engenharia civil e mecânica	114
5.6.1 – Braçadeira de formato U.....	115
5.6.2 – Viga em Balanço.....	117
5.6.3 – Estrutura de Ponte	120
5.6.4 – Estrutura bidimensional de uma bicicleta.....	125
5.6.5 – Modelo de Strut-and-Tie - Formato T	128
5.6.6 – Modelo de Strut-and-Tie - Console	132
5.6.7 – Viga de Formato L.....	136
 Capítulo 6 – Conclusões e Sugestões	141
6.1 – Introdução	141
6.2 – Conclusões	141
6.3 – Sugestões	143
 Referências Bibliográficas.....	145

Lista de Figuras

Figura 1.1-Principais abordagens da Otimização Estrutural	2
Figura 1.2-Procedimento básico de um projeto de OT	3
Figura 2.1-Modelo de material com microestrutura periódica de vazios retangulares...	14
Figura 2.2-Modelo de material com microestrutura artificial.....	14
Figura 2.3-Domínio perturbado	16
Figura 2.4- Tabuleiro de Xadrez presente na topologia.....	18
Figura 2.5- Dependência da malha no problema de OT	20
Figura 2.6- Gráficos de funções representando diferentes topologias.....	21
Figura 3.1- Ilustração de Otimização de Forma	24
Figura 3.2- Ilustração da Otimização Topológica	24
Figura 3.3- Algoritmo Evolucionário	25
Figura 3.4- Procedimento ESO em TVM	28
Figura 3.5- Atuação do Nibbling Convencional.....	29
Figura 3.6- Atuação do Nibbling neste Trabalho	30
Figura 3.7- Procedimento do Índice de Performance	32
Figura 3.8- Geometria e os 9 graus de liberdade do elemento de chapa	33
Figura 3.9- Problema de duas barras	35
Figura 3.10- Configuração ótima do problema de duas barras (ESO)	35
Figura 3.11- Configuração ótima do problema de duas barras (ESO)	36
Figura 3.12- Configuração ótima do problema de duas barras (ESO)	36
Figura 3.13- Configuração ótima do problema de duas barras (ESO)	36
Figura 3.14- Configuração ótima do problema de duas barras (ESO)	37
Figura 3.15- Configuração ótima do problema de duas barras (ESO)	37
Figura 3.16- Configuração ótima do problema de duas barras (ESO)	37
Figura 3.17- Viga curta biapojada	38
Figura 3.18- Configuração ótima de uma viga biapojada (ESO)	39
Figura 3.19- Mão Francesa	39
Figura 3.20- Configuração ótima da Mão-francesa (ESO).....	40
Figura 3.21- Configuração ótima da Mão-francesa (ESO).....	40
Figura 3.22- Configuração ótima da Mão-francesa (MEC).....	41
Figura 3.23- Configuração ótima da Mão-francesa (ESO)	41
Figura 3.24- Configuração ótima da Mão-francesa (ESO)	41
Figura 3.25- Configuração ótima da Mão-francesa (ESO)	42
Figura 3.26- Configuração ótima da Mão-francesa (ESO).....	42
Figura 4.1- Ilustração da suavização do volume de elementos retirados na iteração i ...	45
Figura 4.2- Ilustração da evolução do volume com a variação da função reguladora....	46
Figura 4.3- Abrangência do filtro espacial em malhar regular	47
Figura 4.4- Elemento central i sofrendo influência dos elementos vizinhos	48
Figura 4.5- Elemento central sofrendo influência dos elementos dentro de um círculo.	49
Figura 4.6- Fluxograma do SESO.....	52
Figura.4.6.1- Configurações ótimas do problema de duas barras (SESO)	53
Figura.4.6.2- Configuração ótima do problema de duas barras (SESO)	54
Figura.4.6.3- Configuração ótima do problema de duas barras (SESO).....	54
Figura.4.6.4- Configuração ótima do problema de duas barras (SESO).....	54
Figura.4.6.5- Configuração ótima do problema de duas barras (SESO).....	55

Figura.4.6.6- Gráfico RR por Número de Elementos	55
Figura.4.6.7- Configuração ótima da Mão-francesa (SES0).....	56
Figura.4.6.8- Configuração ótima da Mão-francesa (SES0).....	56
Figura 4.6.9- Configuração ótima da Mão-francesa (SES0).....	57
Figura 4.6.10- Configuração ótima da Mão-francesa (SES0).....	57
Figura.4.6.11- Viga curta biapoçada	58
Figura.4.6.12- Configuração ótima de uma viga curta biapoçada(SES0)	58
Figura.4.6.13- Configuração ótima de uma viga curta biapoçada(SES0)	59
Figura 4.6.14- Evolução do volume e índice de performance por iteração	59
Figura 4.6.15- Tensão de Von Mises por iteração (ESO).....	60
Figura 4.6.16- Razão de Rejeição por iteração	60
Figura.4.6.17- Configuração ótima de uma viga curta biapoçada(SES0)	61
Figura.4.6.18- Configuração ótima de uma viga curta biapoçada(SES0)	61
Figura 4.6.19- Evolução do volume e índice de performance por iteração(SES0).....	62
Figura 4.6.20- Evolução da tensão de Von Mises por iteração	62
Figura 4.6.21- Evolução de Razão de Rejeição por iteração	63
Figura 5.1- Estrutura de Michell.....	65
Figura 5.2-Domínio inicial para Estrutura de Michell.....	66
Figura 5.3- Configuração ótima para estrutura de Michell (ESO)	66
Figura 5.4- Configuração ótima para estrutura de Michell (ESO)	66
Figura 5.5- Configuração ótima para estrutura de Michell (ESO)	67
Figura 5.6- Configuração ótima para estrutura de Michell (SES0)	67
Figura 5.7- Configuração ótima para estrutura de Michell (SES0)	67
Figura 5.8- Configuração ótima para estrutura de Michell (SES0)	68
Figura 5.9- Evolução do volume e índice de performance por iteração	68
Figura 5.10- Gráfico da Razão TVM por Número de Iterações	69
Figura 5.11- Configuração ótima (estrutura de Michell) obtida por Liang	69
Figura 5.12- Configuração ótima (estrutura de Michell) obtida por Querin	69
Figura 5.13- Viga curta biengastada	70
Figura 5.14- Configuração ótima de uma viga curta biengastada(ESO)	71
Figura 5.15- Configuração ótima de uma viga curta biengastada(ESO)	71
Figura 5.16- Configuração ótima de uma viga curta biengastada(ESO)	71
Figura 5.17- Configuração ótima de uma viga curta biengastada por Wang	72
Figura 5.18- Configuração ótima de uma viga curta biengastada(SES0).....	72
Figura 5.19- Configuração ótima de uma viga curta biengastada(SES0).....	72
Figura 5.20- Configuração ótima de uma viga curta biengastada(SES0).....	73
Figura 5.3.1- Viga curta biapoçada	74
Figura 5.3.2- Configuração ótima de uma viga biapoçada (ESO)	74
Figura 5.3.3- Configuração ótima de uma viga biapoçada (ESO)	74
Figura 5.3.4- Configuração ótima de uma viga biapoçada (ESO)	75
Figura 5.3.5- Viga curta biapoçada – Configuração ótima	75
Figura 5.3.6- Configuração ótima de uma viga biapoçada (SES0)	75
Figura 5.3.7- Configuração ótima de uma viga biapoçada (SES0)	76
Figura 5.3.8- Configuração ótima de uma viga biapoçada (SES0)	76
Figura 5.3.9- Configuração ótima de uma viga biapoçada (SES0)	76
Figura 5.3.10- Configuração ótima de uma viga biapoçada (SES0)	77
Figura 5.3.11- Configuração ótima de uma viga biapoçada (SES0)	77

Figura 5.3.12- Viga curta biapoiada – Configuração ótima	77
Figura 5.3.13- Viga biapoiada	78
Figura 5.3.14- Configuração ótima viga biapoiada (SESO)	78
Figura 5.3.15- Viga biapoiada – Configuração ótima	79
Figura 5.4.1- Problema de duas barras – Domínio com buraco	80
Figura 5.4.2- Problema de duas barras – Configuração ótima.....	81
Figura 5.4.3- Configuração ótima do problema de duas barras com buraco (ESO).....	81
Figura 5.4.4- Configuração ótima do problema de duas barras com buraco (ESO).....	81
Figura 5.4.5- Configuração ótima do problema de duas barras com buraco (ESO).....	82
Figura 5.4.6- Configuração ótima do problema de duas barras com buraco (SESO).....	82
Figura 5.4.7- Configuração ótima do problema de duas barras com buraco (SESO).....	83
Figura 5.4.8- Configuração ótima do problema de duas barras com buraco (SESO).....	83
Figura 5.4.9- Viga biapoiada	84
Figura 5.4.10- Configuração ótima de uma viga biapoiada com buracos (ESO)	84
Figura 5.4.11- Configuração ótima de uma viga biapoiada com buracos (ESO)	85
Figura 5.4.12- Configuração ótima de uma viga biapoiada com buracos (ESO)	85
Figura 5.4.13- Configuração ótima de uma viga biapoiada com buracos (SESO).....	85
Figura 5.4.14- Configuração ótima de uma viga biapoiada com buracos (SESO).....	86
Figura 5.4.15- Configuração ótima de uma viga biapoiada com buracos (SESO).....	86
Figura 5.4.16- Viga biapoiada – Configurações ótimas	87
Figura 5.4.17- Viga biapoiada	88
Figura 5.4.18- Configuração ótima de uma viga biapoiada com buraco (ESO).....	88
Figura 5.4.19- Configuração ótima de uma viga biapoiada com buraco (ESO).....	89
Figura 5.4.20- Configuração ótima de uma viga biapoiada com buraco (ESO).....	89
Figura 5.4.21- Configuração ótima de uma viga biapoiada com buraco (SESO)	89
Figura 5.4.22a- Configuração ótima de uma viga biapoiada com buracos (SESO)	90
Figura 5.4.22b- Configuração ótima de uma viga biapoiada com buracos (SESO)	90
Figura 5.4.23- Viga biapoiada – Configuração ótima	90
Figura 5.4.24- Chapa Parafusada	91
Figura 5.4.25- Chapa Parafusada	91
Figura 5.4.26- Configuração ótima de uma chapa parafusada (ESO)	92
Figura 5.4.27- Configuração ótima de uma chapa parafusada (ESO)	92
Figura 5.4.28- Configuração ótima de uma chapa parafusada (ESO)	93
Figura 5.4.29- Configuração ótima de uma chapa parafusada (SESO)	93
Figura 5.4.30- Configuração ótima de uma chapa parafusada (SESO)	94
Figura 5.4.31- Configuração ótima de uma chapa parafusada (SESO)	94
Figura 5.4.32- Michell truss.....	94
Figura 5.4.33- Configuração ótima de uma chapa parafusada (ESO)	95
Figura 5.4.34- Configuração ótima de uma chapa parafusada (ESO)	95
Figura 5.4.35- Configuração ótima de uma chapa parafusada (ESO)	95
Figura 5.4.36- Configuração ótima de uma chapa parafusada (SESO)	96
Figura 5.4.37- Configuração ótima de uma chapa parafusada (SESO)	96
Figura 5.4.38- Configuração ótima de uma chapa parafusada (SESO)	96
Figura 5.4.39- Michell truss.....	97
Figura 5.4.40- Chapa biapoiada.....	98
Figura 5.4.41- Chapa biapoiada – Configuração ótima.....	98
Figura 5.4.42- Configuração ótima de uma chapa biapoiada (ESO)	99

Figura 5.4.43- Configuração ótima de uma chapa biapoiada (ESO)	99
Figura 5.4.44- Configuração ótima de uma chapa biapoiada (ESO)	99
Figura 5.4.45- Configuração ótima de uma chapa biapoiada (SES0)	100
Figura 5.4.46- Configuração ótima de uma chapa biapoiada (SES0)	100
Figura 5.4.47- Configuração ótima de uma chapa biapoiada (SES0)	100
Figura 5.5.1- Maçã	102
Figura 5.5.2- Configuração ótima maçã (ESO)	102
Figura 5.5.3- Configuração ótima maçã (ESO)	103
Figura 5.5.4- Processo evolucionário ESO	103
Figura 5.5.5- Configuração ótima maçã(SESO)	104
Figura 5.5.6- Configuração ótima maçã (SES0)	104
Figura 5.5.7- Processo evolucionário SES0	105
Figura 5.5.8- Topologia semelhante a uma maçã	105
Figura 5.5.9- Fluxo de Tensão	106
Figura 5.5.10- Configuração ótima viga biapoiada	107
Figura 5.5.11- Viga curta biapoiada	107
Figura 5.5.12- Configuração ótima de uma viga biapoiada (peso próprio)(ESO)	108
Figura 5.5.13- Configuração ótima de uma viga biapoiada (peso próprio)(ESO)	108
Figura 5.5.14- Configuração ótima de uma viga biapoiada (peso próprio)(ESO)	108
Figura 5.5.15- Configuração ótima de uma viga biapoiada (peso próprio)(SES0)	109
Figura 5.5.16- Configuração ótima de uma viga biapoiada (peso próprio)(SES0)	109
Figura 5.5.17- Configuração ótima de uma viga biapoiada (peso próprio)(SES0)	109
Figura 5.5.18- Viga curta biapoiada	110
Figura 5.5.19- Viga curta biapoiada - domínio	110
Figura 5.5.20- Configuração ótima de uma viga biapoiada (peso próprio)(ESO)	111
Figura 5.5.21- Configuração ótima de uma viga biapoiada (peso próprio)(ESO)	111
Figura 5.5.22- Configuração ótima de uma viga biapoiada (peso próprio)(ESO)	111
Figura 5.5.23- Configuração ótima de uma viga biapoiada (peso próprio)(SES0)	112
Figura 5.5.24- Configuração ótima de uma viga biapoiada (peso próprio)(SES0)	112
Figura 5.5.25- Configuração ótima de uma viga biapoiada (peso próprio)(SES0)	112
Figura 5.5.26- Domínio viga MBB(peso próprio)	113
Figura 5.5.27- Viga MBB – Configuração ótima	113
Figura 5.5.28- Configuração ótima de uma viga MBB (peso próprio) (SES0)	114
Figura 5.5.29- Configuração ótima de uma viga MBB (peso próprio) (SES0)	114
Figura 5.5.30- Configuração ótima de uma viga MBB (peso próprio) (SES0)	114
Figura 5.6.1- Braçadeira em formato U	115
Figura 5.6.2- Configuração ótima de uma Braçadeira em U(SESO)	116
Figura 5.6.3- Configuração ótima de uma Braçadeira em U(SESO)	116
Figura 5.6.4- Configuração ótima de uma Braçadeira em U(SESO)	116
Figura 5.6.5- Evolução volume por iteração	117
Figura 5.6.6- Evolução tensão Von Mises por iteração	117
Figura 5.6.7- Viga em balanço	118
Figura 5.6.8- Viga em balanço – Configuração ótima	118
Figura 5.6.9- Configuração ótima de uma viga em balanço (SES0)	119
Figura 5.6.10- Configuração ótima de uma viga em balanço (SES0)	119
Figura 5.6.11- Configuração ótima de uma viga em balanço (SES0)	119
Figura 5.6.12- Evolução do volume por iteração	120

Figura 5.6.13- Evolução da Tensão por iteração	120
Figura 5.6.14- Domínio de projeto inicial com suporte fixo	121
Figura 5.6.15- Configuração ótima de uma estrutura de ponte (SES0)	121
Figura 5.6.16- Configuração ótima de uma estrutura de ponte (SES0)	122
Figura 5.6.17- Configuração ótima de uma estrutura de ponte (SES0)	122
Figura 5.6.18- Estrutura de ponte - Querin	122
Figura.5.6.19- Configuração ótima de uma estrutura de ponte (SES0)	123
Figura.5.6.20- Configuração ótima de uma estrutura de ponte (SES0)	123
Figura.5.6.21- Configuração ótima de uma estrutura de ponte (SES0)	124
Figura 5.6.22- Evolução da tensão de Von Mises por iteração	124
Figura 5.6.23- Evolução do volume por iteração.....	124
Figura 5.6.24- Evolução Razão de Rejeição por iteração	125
Figura 5.6.25- Evolução do índice de performance por iteração.....	125
Figura 5.6.26- Domínio inicial de projeto de uma bicicleta	126
Figura.5.6.27- Configuração ótima de uma bicicleta (SES0)	127
Figura.5.6.28- Configuração ótima de uma bicicleta (SES0)	127
Figura.5.6.29- Configuração ótima de uma bicicleta (SES0)	127
Figura 5.6.30- Modelo de Strut-and-Tie – Formato T	128
Figura 5.6.31- Modelo de Strut-and-Tie – Configuração ótima	129
Figura 5.6.32- Configuração ótima Modelo de Strut-and-Tie (ESO)	129
Figura 5.6.33- Configuração ótima Modelo de Strut-and-Tie (ESO).....	130
Figura 5.6.34- Configuração ótima Modelo de Strut-and-Tie (ESO).....	130
Figura 5.6.35- Configuração ótima Modelo de Strut-and-Tie (SES0).....	131
Figura 5.6.36- Configuração ótima Modelo de Strut-and-Tie (SES0).....	131
Figura 5.6.37- Configuração ótima Modelo de Strut-and-Tie (SES0).....	132
Figura 5.6.38- Modelo de Strut-and-Tie - Console	133
Figura 5.6.39- Modelo de Strut-and-Tie – Configuração ótima	135
Figura 5.6.40- Configuração ótima Modelo de Strut-and-Tie - console (ESO)	134
Figura 5.6.41- Configuração ótima Modelo de Strut-and-Tie - console (ESO)	134
Figura 5.6.42- Configuração ótima Modelo de Strut-and-Tie - console (ESO)	135
Figura 5.6.43- Configuração ótima Modelo de Strut-and-Tie - console (SES0).....	135
Figura 5.6.44- Configuração ótima Modelo de Strut-and-Tie - console (SES0).....	136
Figura 5.6.45- Configuração ótima Modelo de Strut-and-Tie - console (SES0).....	136
Figura 5.6.46- Geometria de formato L	137
Figura 5.6.47- Configuração ótima da Geometria de formato L (ESO)	138
Figura 5.6.48- Configuração ótima da Geometria de formato L (ESO)	138
Figura 5.6.49- Configuração ótima da Geometria de formato L (ESO)	138
Figura 5.6.50- Configuração ótima da Geometria de formato L (SES0).....	139
Figura 5.6.51- Configuração ótima da Geometria de formato L (SES0).....	139
Figura 5.6.52- Configuração ótima da Geometria de formato L (SES0).....	140
Figura 5.6.53- Fluxo de tensão (ESO)	140
Figura 5.6.54- Fluxo de tensão (SES0).....	140

Lista de Abreviaturas

OT	Otimização Topológica
OTEE	Otimização Topológica Estrutural Evolucionária
MOT	Método de Otimização Topológica
SIMP	Solid Isotropic Microstructure with Pernalization
ESO	Evolutionary Structural Otimization
SESO	Evolutionary Structural Otimization Smoothing
MEC	Method Element Boundary
IP	Performance Index
TSA	Topological Sensitivity Analysis
BCBTOA	Bacterial Chemotaxis Based Topology Optimization Algorithm
SA	Simulated Anneling
DAS	Design Sensitivity Analysis.
AESO	Additive Evolutionary Structural Optimization
BESO	Bi-directional Evolutionary Structural Optimization
TVM	Tensão de Von Mises
BGMMMA	Gradient Based Method of Moving Asymptotes
PBO	Performance-based Optimization
DFE	Domínio Fixo Estendido
MEF	Método de Elementos Finitos
HCA	Hybrid cellular automata
AG	Algoritmo Genético

Lista de Símbolos

E	Módulo de Elasticidade
V_i	Volume do elemento i na i -ésima iteração
V_0	Volume da estrutura na primeira iteração
σ_0^{VM}	Tensão máxima de Von Mises na primeira iteração
σ_i^{VM}	Tensão máxima de Von Mises do elemento i na i -ésima iteração
$\eta(j)$	Função ponderadora
ν	Coefficiente de Poisson
$\sigma_i^{\text{ponderado}}$	Tensão de Von Mises ponderada do elemento i
A_i	Área do elemento i
A_j	Área do elemento j
σ_j^{VM}	Tensão de Von Mises do elemento j
\bar{w}	Peso
NV	Número de elementos cujos centróides estão no interior da circunferência
R_{MAX}	Raio máximo da circunferência
R_{ij}	Distância entre os centróides dos elementos i e j
D_0	Matriz constitutiva inicial do projeto
$D(j)$	Matriz constitutiva do ponto $j \in \Omega$
ρ	Densidade volumétrica
Ω	Domínio da estrutura
$f(\varepsilon)$	Função reguladora
Γ	Conjunto dos elementos que serão removidos da estrutura
$\bar{\Gamma}$	Conjunto dos elementos que não serão removidos da estrutura
σ_x	Componente normal do tensor de tensões na direção x
σ_y	Componente normal do tensor de tensões na direção y
τ_{xy}	Componente de tensão de cisalhamento
σ_i	Tensão do elemento i
σ_n	Tensão do elemento j
u	Deslocamento horizontal
v	Deslocamento vertical
θ_z	Rotação azimutal
σ_e^{VM}	Tensão de Von Mises máxima do elemento
σ_{VM}^{MAX}	Tensão de Von Mises máxima da estrutura
RR	Razão de rejeição
ER	Razão evolucionária
VI	Volume da estrutura na iteração i
VRI	Volume retirado por iteração

Capítulo 1

1.1 – Introdução

Neste primeiro capítulo, é destacada a importância da Otimização Topológica (OT), tema deste trabalho dentro do contexto atual de projeto, assim como, a relevância e motivação para desenvolvê-lo. Por fim, será feita uma descrição geral dos tópicos abordados em cada um dos capítulos subsequentes.

A Otimização Topológica (OT) é um campo de pesquisa da engenharia que tem o objetivo de encontrar um projeto (estrutura) com melhor desempenho e que satisfaça as restrições impostas ao mesmo. A avaliação do desempenho está associada a algum critério, que pode ser: a distribuição de tensões ao longo da estrutura, descartando regiões do domínio, onde não haja o fluxo de tensões, ou este seja de muito baixo valor, máxima carga de flambagem crítica, mínima frequência crítica.

A OT é um tema recente no campo da otimização estrutural. Entretanto, os conceitos básicos que dão suporte teórico ao método foram estabelecidos há mais de um século, Rozvany et al. (1995) faz uma boa revisão desses conceitos. A grande vantagem da Otimização Topológica (“Topology Optimization”) em contraste com os métodos tradicionais de otimização, como a Otimização de Forma (“*Shape Optimization*”) ou a Otimização Paramétrica (“Size Optimization”), é que esses são capazes de alterar o leiaute da estrutura original, auxiliando o projeto conceitual da estrutura. A seguir, é feita uma abordagem entre os três tipos de otimização que é possível realizar numa estrutura.

Na primeira abordagem, a estrutura apresenta a forma e a topologia fixa, ou seja, variam-se as dimensões da seção transversal de seus componentes tais como: diâmetro espessura, altura, por exemplo. Este tipo de abordagem é denominado de otimização paramétrica, Vanderplaats (1994). Desta forma, uma vez estabelecido que certa seção transversal da estrutura seja circular, esta geometria não se altera, apenas o valor de seu diâmetro é otimizado, segundo as funções de restrições. A figura 1.1a mostra o problema de otimização paramétrica para uma estrutura de treliça.

Na segunda abordagem, um pouco mais genérica, a estrutura apresenta forma variável e a topologia fixa, não ocorrendo à inserção de “buracos”. Nesta abordagem, as variáveis de projeto definem o contorno do domínio, cuja forma é alterada durante o processo de otimização. Este método é denominado Otimização de Forma, Haftka e Grandhi (1986), ver figura 1.1b.

Diferentemente da otimização de forma na qual as variáveis de projeto que definem o contorno são alteradas em cada iteração durante o processo de otimização, a OT, terceira e última abordagem apresenta como principais características a inserção de buracos e domínio fixo estendido (dimensões do projeto são mantidas fixas durante todo o processo iterativo), Bendsøe e Kikuchi (1988). Na procura pela solução ótima, a OT distribui o material por todo o domínio, de tal forma que se possa otimizar um determinado critério – como o de tensão máxima da estrutura.

Na OT são obtidos os melhores resultados, pois a inserção de “buracos” confere à estrutura um melhor desempenho se comparado às otimizações de forma e paramétrica, ver figura 1.1.c. Pode-se dizer que a otimização de forma e a paramétrica são casos particulares da OT.

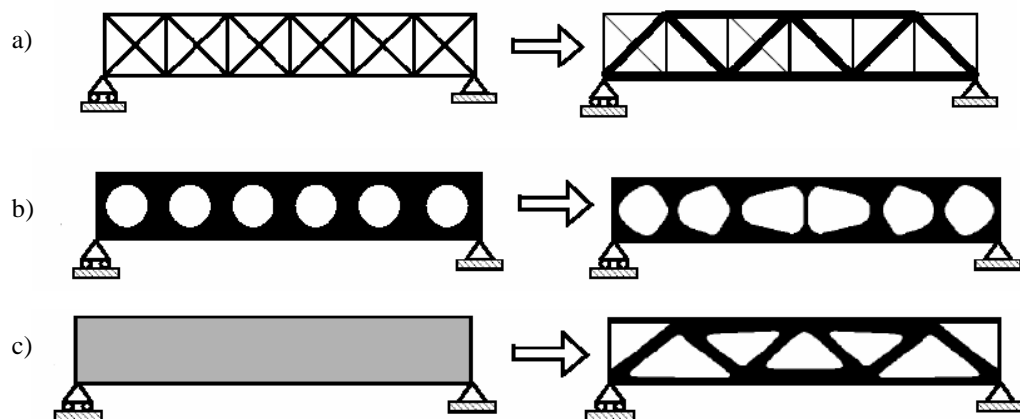


Figura 1.1 – Principais Abordagens, 1.1a Otimização Paramétrica,
1.1b Otimização de Forma e 1.1c Otimização Topológica
Bendsøe e Sigmund (2002)

A solução ótima encontrada usando a OT resulta na topologia de uma estrutura com vazios, normalmente a imagem desta topologia fornece um resultado primário, uma

vez que o nível de refinamento da malha de elementos finitos e a possível presença de regiões decorrentes de instabilidades numéricas, como por exemplo, instabilidade de tabuleiro de xadrez (checkerboard) e a dependência da malha inviabilizam a fabricação da estrutura sintetizada. Deste modo, o resultado precisa ser interpretado usando otimização de forma ou técnicas de processamento de imagem. As modificações decorrentes desta interpretação alteram a performance da estrutura, o que torna indispensável uma análise por elementos finitos deste resultado. O procedimento descrito está esboçado na figura 1.2.

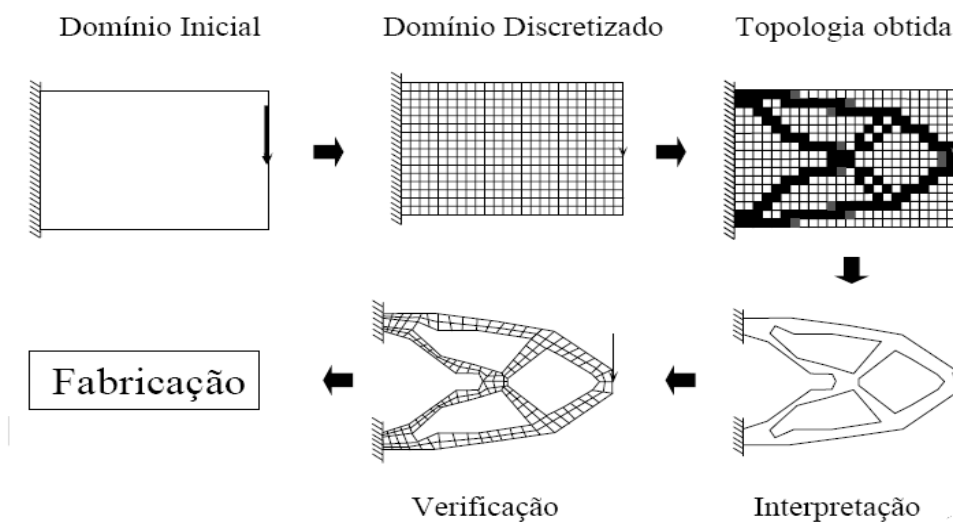


Figura 1.2 – Procedimento característico de um projeto de otimização topológica
Silva (2001).

Finalizando, a OT é valiosa e útil na etapa inicial do desenvolvimento estrutural, de forma a auxiliar o engenheiro na busca por um produto otimizado, capaz de satisfazer as condições de projeto e conferir a este uma maior eficiência e se possível com um custo menor com material. A OT encontra aplicação em diversas áreas como automotiva, aeronáutica, naval, mecânica, civil, dentre outras.

1.2 Motivação e Justificativa

A otimização estrutural envolve um processo de integração de várias áreas do conhecimento entre elas a Engenharia, Matemática e a Computação. A maioria dos métodos de otimização trata o problema de forma matemática onde se procura maximizar ou minimizar uma função objetivo, satisfazendo ao mesmo tempo determinadas restrições.

Em contramão ao rigor matemático, o método de otimização ESO, é um processo de otimização, feito de forma intuitiva e heurística Xie e Steven (1997) baseado no simples conceito de remoção gradual de material ineficiente da estrutura, sendo que o restante tende a se comportar como uma estrutura com melhor performance.

Vários problemas de otimização estrutural forma resolvidos usando o método ESO, como exemplo pode citar: minimizar peso tornando a estrutura mais eficiente usando critério de tensão, maximizar ou minimizar frequências naturais e minimizar peso mantendo limites de rigidez e deslocamentos.

Este método possui algumas características importantes como: facilidade de implementação, base teórica simples, possibilita, simultaneamente, a otimização de forma, dimensão e de topologia. Além disso, este método ganhou muito espaço nos últimos anos com a possibilidade de aplicações na área da Engenharia Civil, Engenharia Aeroespacial, Mecânica e Automotiva, tais características motivam esta pesquisa sobre a Evolutionary Structural Optimization (ESO).

Entretanto, sabe-se que o ESO é um procedimento que possui alguns gargalhos, que surgem em função da retirada de elemento do modelo. Este procedimento é conhecido como “hard-kill”, pois a retirada de material é feita de forma discreta; isto é, os elementos com tensões baixas, que estão sendo usados ineficientemente têm suas matrizes constitutivas bruscamente reduzidas. Para diminuir os efeitos negativos dessa retirada, o presente trabalho propõe um procedimento de retirada menos agressivo, isto é, mais suave, onde ao invés de eliminar o elemento, diminui-se sua influência no modelo de maneira a diminuir seus parâmetros de rigidez. Assim, cria-se uma

alternativa ao ESO, denominado de SESO, que indica a Suavização do ESO, ou Smoothing ESO, o qual é apresentado no capítulo quatro.

1.3 Organização do Texto

Em seguida à introdução, motivação e justificativa abordada neste capítulo, o capítulo dois apresenta uma revisão bibliográfica a respeito da otimização estrutural e os métodos de otimização topológica SIMP, TSA e ESO. Foi feita também, uma breve explanação dos problemas numéricos enfrentados pela otimização topológica, tais como: tabuleiro de xadrez (checkerboard), dependência da malha e mínimos locais.

Após a apresentação dos métodos de otimização topológica, o capítulo três faz uma explicação do Clássico ESO tendo como base o critério de tensão máxima da estrutura, sua implementação computacional, sendo apresentados dois estudos de caso para ilustrar o conceito de otimização topológica (ESO) para problemas de elasticidade plana linear.

No capítulo quatro, é proposto uma nova técnica de otimização (SESO), que é uma suavização do ESO, sua formulação e implementação. É apresentada, também, uma sequência de três exemplos numéricos, dos quais dois são resolvidos apenas com a técnica SESO, o outro foi resolvido com as duas técnicas para fazer uma comparação entre eles. Assim, foram apresentados alguns gráficos, com o objetivo de analisar algumas das variáveis de projeto.

O capítulo cinco apresenta uma sequência de resultados numéricos aplicados a OT, considerando: carga pontual, múltiplos casos de carga, efeitos da restrição da geometria da estrutura, peso próprio, estrutura com buracos e aplicações na engenharia civil para as formulações mencionadas, em Estado Plano de Tensão, considerando material isotrópico, comportamento linear, sendo os mesmos avaliados e comparados entre si.

No capítulo seis, são feitas as considerações finais sobre o presente trabalho e também algumas sugestões para trabalhos futuros.

Capítulo 2

Otimização Estrutural Topológica

2.1 Introdução

Neste capítulo é apresentado o estudo bibliográfico acerca do tema discutido nesta dissertação, envolvendo a otimização estrutural baseada no método de elementos finitos (MEF) com ênfase na otimização topológica estrutural evolucionária (OTEE).

Esta revisão bibliográfica apresenta, inicialmente, a trajetória da otimização estrutural, destacando-se seus tipos e métodos. Em seguida, é feita uma breve explanação dos principais métodos de otimização topológica SIMP, ESO e TSA.

2.2 Revisão Bibliográfica

A otimização estrutural tem origem com a otimização de leiaute, evoluindo para as otimizações paramétricas e de forma, respectivamente, que por sua vez contribuíram para o surgimento da otimização topológica.

Pode-se dizer que, os primeiros passos da otimização estrutural foram introduzidos no final do século XIX, com o precursor trabalho de Maxwell (1872) *apud* Coutinho (2006) no qual buscava o menor volume para estruturas uniaxiais submetidas a carregamentos. Segundo Coutinho (2006), em 1904, Michell deu continuidade ao trabalho de Maxwell, suas famosas estruturas ainda hoje são citadas na teoria moderna de Otimização Topológica. Michell projetou estruturas treliçadas, nas quais buscava o menor peso, observando as tensões nas barras para cada caso de carga. Mas, somente no final dos anos 50, com o trabalho de Cox (1958) o seu trabalho foi contemplado.

Nos anos 60, os estudos sobre otimização de leiaute avançam e conseguem determinar tanto a localização dos membros estruturais como a disposição e seção transversal ótima, Zhou e Rozvany (1991).

Só nos anos 70, alguns problemas de leiaute foram, também, resolvidos, como os de Hemp (1973) e o de Prager (1974), ambos para uma classe muito restrita de estruturas, vistos como uma extensão do conceito de otimização de estruturas de treliças, desenvolvido por Michell (1904).

Na década de 80, com a utilização do MEF, varias publicações foram feitas, podendo ser citados Cheng e Olhoff (1981), Khon e Strang (1986a) que investigaram a natureza do problema, correspondente à maximização da rigidez de placas delgadas considerando a espessura como variável de projeto, e concluíram que para este problema de otimização existem várias soluções ótimas locais. Rozvany et al. (1982) também chegaram à mesma conclusão.

Em meados dos anos 80, os resultados das otimizações de forma e paramétricas começam a ser questionados, pois estes apresentavam grandes problemas quando se deseja alterar a topologia (ou distribuição de material) de uma estrutura, uma vez que a mudança da topologia implica constante alteração, durante o processo de otimização, do modelo de elementos finitos associados à estrutura no início do processo, isto é, a cada iteração o problema físico é modificado e o algoritmo deve prever a atualização da malha de elementos finitos a cada iteração, o que é complexo. Com a necessidade de se aprimorar a otimização de forma, surge no final da década, a Otimização Topológica (OT), Bendsøe e Kikuchi (1988) com uma metodologia de domínio fixo estendido, inicialmente no método da Homogeneização.

A metodologia criada por Bendsøe e Kikuchi para OT foi inspirada nos trabalhos de Cheng e Olhoff (1981) e de Cheng e Olhoff (1982) que tratavam da otimização de espessuras de chapas e placas, Lurie et al. (1982), Goodman et al. (1986), Kohn e Strang (1986a) que estudaram a otimização para projetos de barras de torção construídas com dois materiais com diferentes proporções volumétricas e Rozvanay et al. (1982), que investigaram a formulação matemática para o problema de maximização da rigidez (com restrição de volume) de placas delgadas, onde a variável de projeto é a espessura e concluíram para este problema de otimização que existem vários ótimos locais.

Tal metodologia é capaz de fornecer, simultaneamente, topologia e forma ótimas à estrutura, ressaltando que tal topologia ótima resulta em uma configuração não suave da forma ótima exata do contorno da estrutura. O que se tem é uma forma ótima

preliminar. A idéia é que a otimização topológica seja utilizada, inicialmente, sendo em seguida empregado um dos métodos clássicos de otimização de forma. Esta segunda etapa passa a ser realizada de forma mais rápida e eficiente, uma vez que já se parte de uma topologia ótima e de uma forma já bem próxima da exata, conforme Porto (2006).

Assim, alguns trabalhos no sentido de integrar os métodos de otimização foram desenvolvidos, entre eles pode-se destacar: Olhoff et al. (1991) onde os métodos são integrados em um sistema, em que a topologia serve como um pré-processador das otimizações de forma e paramétrica conferindo a estes resultados finais bem melhores. Também, pode-se destacar nesta mesma vertente os trabalhos de Sienz e Hilton (1997), Tang e Chang (2001) e Kikuchi et al. (1995) que usaram a otimização topológica para maximizar frequência de ressonância de estruturas, obtidas a partir de meios contínuos.

A Otimização Topológica (OT) pode ser dividida em duas classes distintas: A OT a partir de um meio discreto e a OT a partir de um meio contínuo. A primeira é subdividida em dois grupos: a OT de estruturas de malha contínua (“gridlike continua”) que trabalha com um número infinito de barras rígidas separadas por um espaço infinitesimal, cuja solução é obtida, analiticamente, e a OT de estruturas discretas (“ground structural”), que considera o domínio de projeto com vários pontos distribuídos, que podem ser uma possível ligação de treliças, cuja solução é obtida numericamente, segundo Lima (2002).

Com o desenvolvimento da otimização topológica, vários trabalhos surgiram no meio acadêmico. Em Canfield e Frecker (2000) pode-se encontrar uma formulação do problema de OT e o método de solução (Programação Linear Sequencial e Critério de Otimalidade) num domínio discretizado com elementos de treliça via MEF. Cho e Choi (2005) utilizam a otimização topológica combinada com a termo-elasticidade, o método de otimização topológica foi formulado aplicando o método DSA, *Design Sensitivity Analysis*.

Dentre os métodos de otimização de leiaute que consideram malhas variáveis durante o processo estão os métodos de otimização estrutural evolutiva, conhecidos na literatura como (ESO), do inglês *Evolutionary Structural Optimization*. A idéia principal destes métodos consiste na proposição de um critério eficiente, capaz de avaliar a contribuição de cada elemento na resposta do sistema; e na tática de remoção dos elementos que possuem a menor sensibilidade, ver Hilton e Sienz (1995), Xie e

Steven (1996), Chu et al. (1996), Christie et al. (1998), Reynolds et al. (1999), Querin et al. (2000a), Querin et al. (2000b), Rong et al. (2000).

O método ESO sofre grande influência da taxa de remoção e isso traz algumas desvantagens, como: a ocorrência de extremidades dentadas e de interconexões estruturais, dando origem a mecanismos e à concentração de tensão, Coutinho (2006).

Uma evolução do ESO é o AESO do inglês *Additive Evolutionary Structural Optimization*, ver Querin et al. (2000a), como o nome sugere, no (AESO) método de otimização estrutural evolucionária aditiva, os elementos são inseridos nos domínios da estrutura onde são necessários. A introdução desses elementos na estrutura é feita usando uma otimização evolutiva semelhante ao clássico (ESO).

Uma combinação do ESO com o AESO dá origem ao método BESO do inglês *Bi-directional Evolutionary Structural Optimization*, proposto em Querin (2000a). Neste método, o material pode ser acrescentado ou removido segundo combinações de equações do ESO e AESO.

Liang, Xie e Steven (2000a) propõem em seu trabalho, uma maneira de monitorar a eficiência estrutural das configurações encontradas ao longo do processo evolucionário de otimização estrutural, que tem como critério de projeto a rigidez, e com isso, determinar o momento de encerrar o processo evolucionário. Um índice de performance estrutural é inserido para avaliação da eficiência estrutural da nova topologia encontrada a cada iteração. Quando este parâmetro atinge o valor máximo tem-se o término do processo evolucionário.

Chen e Kikuchi (2001) investigam, também, o problema de otimização com cargas dependentes do projeto. Ao invés das superfícies de carga serem parametrizadas, um carregamento térmico fictício, simulando a carga dependente, é proposto. O modelo de material isotrópico com penalidade é, novamente, empregado. O problema de otimização é transformado em um problema de distribuição de material trifásico constituído de sólido, vazio e fluido hidrostático. A programação linear sequencial (PLS) é utilizada para resolver o problema de otimização.

Em Cardoso e Fonseca (1999) a formulação adotada por estes autores na otimização estrutural, impõe uma restrição aos gradientes das variáveis de projeto no problema de minimização de volume, com restrições de flexibilidade média (“compliance”). Foi criado um filtro independente da malha aplicado sobre os limites-

móveis da programação linear sequencial capaz de contornar alguns problemas da otimização topológica como o tabuleiro de xadrez (checkerboard), que se caracteriza pela formação na topologia ótima de regiões contendo vazios e elementos sólidos, que se alternam de forma semelhante a um tabuleiro de xadrez, e a dependência da malha.

Proos (2002) desenvolve e analisa o conceito de otimização topológica com multicritério ESO. Nesta abordagem utilizou vários critérios entre eles: análise estática linear, frequências naturais, momento de inércia e maximização de rigidez.

Labanowski et al. (2004) investigam uma comparação entre os métodos de otimização topológica SIMP, TSA e ESO. O método SIMP é baseado na utilização de um material artificial intermediário, cujo comportamento constitutivo é definido por um parâmetro ρ associado à densidade do material. O método ESO é baseado no cálculo da função objetivo, quando um elemento é removido da malha de elementos finitos. A TSA resulta em uma função escalar, denominada Derivada Topológica, que fornece para cada ponto do domínio de definição do problema a sensibilidade de uma dada função custo quando um pequeno furo é criado.

Tovar (2005) estudou uma técnica que combina regras de evolução de células “autômatas”, com análise estrutural por elementos finitos, do inglês *hybrid cellular automata (HCA)*. Esta técnica mostrou ser eficiente na resolução de problemas de otimização topológica para obtenção de estruturas mais leves com máxima rigidez.

Pereira (2006) fez uma explanação sobre a otimização topológica em problemas de elasticidade envolvendo não-linearidade geométrica (grandes deslocamentos e rotações) e não-linearidade de material, no caso, hiperelasticidade não-linear quase-incompressível, aplicando o conceito de Análise de Sensibilidade Topológica (TSA) através de uma formulação Lagrangiana Total.

Porto e Pavanello (2007) investigam a influência dos parâmetros da otimização estrutural topológica, baseada na teoria da homogeneização, sobre seus resultados ótimos. Neste trabalho, é estudada uma célula-base quadrada unitária de vazio central retangular, suas propriedades mecânicas são determinadas a partir de uma abordagem de homogeneização e do método de elementos finitos. O tensor elástico é definido para cada elemento finito do modelo estrutural global e a solução ótima do problema de

maximização da energia potencial total é obtida através de um algoritmo iterativo baseado nos critérios de otimalidade.

A fim de encontrar o mínimo absoluto de uma função objetivo sem ser sensível à posição de partida, um método de otimização global tem de ser empregado nos problemas de otimização estrutural. As técnicas de otimização Estocásticas são muito adequadas a este respeito. Estas técnicas não são sensíveis ao ponto de partida, pois elas podem escapar dos pontos de ótimo local, pois permitem o movimento aleatório para cima o que constitui uma grande vantagem. Outra vantagem dessas técnicas são que elas não requerem as derivadas da função objetivo ou restrições, sendo um algoritmo de ordem zero.

Sonmez (2008) investiga as duas técnicas estocásticas mais populares de otimização: o Algoritmo Genético (AG) e Simulated Annealing (SA). O AG é um algoritmo de busca probabilística baseado no processo de seleção natural e na genética, ou seja, na sobrevivência do mais adaptado (teoria de Darwin). Inicialmente, é considerada uma população viável de soluções para o problema. Tal população é capaz de se reproduzir e sofrer mutações, criando-se, desta forma, uma nova geração de possíveis soluções. Contudo, apenas as soluções mais adaptadas passam à próxima geração, sendo descartadas aquelas soluções que menos se ajustam ao objetivo do problema, de forma semelhante à evolução natural, e, eventualmente, conduzindo à solução ótima.

AG são algoritmos de busca baseados no mecanismo de seleção natural das espécies. Combinam a sobrevivência do indivíduo mais adequado com um intercâmbio estruturado e aleatório de informações para formar um algoritmo de busca. A cada geração, um novo conjunto de indivíduos é criado usando parte dos antigos. As principais características deste método são: codificação dos parâmetros, a busca é feita a partir de uma população de pontos e não em um único ponto como dos algoritmos determinísticos, utiliza somente a função custo e usa regras probabilísticas de transição.

O Simulated Annealing (SA) “recozimento simulado”, o qual simula o processo de recozimento e teve seu algoritmo inspirado por estudos na mecânica estatística que trata do equilíbrio de um grande número de átomos em sólidos e líquidos a uma dada temperatura.

Simulated Annealing (SA) é um algoritmo de otimização confiável para encontrar o ótimo global, isto é, tem maior probabilidade de encontrar o ótimo global, mesmo com um grande número de variáveis de projeto. A principal desvantagem destas técnicas é a exigência de um número muito grande de iterações para a convergência.

Guzmán et al. (2008) usam uma nova metodologia de otimização topológica que combina análise estrutural pelo MEF com uma estratégia de otimização inspirada no “bacterial chemotaxis”. O princípio do BCBTOA (Bacterial Chemotaxis Based Topology Optimization Algorithm) é bem simples. A estrutura evolui para uma configuração ótima por uma redistribuição sistemática de material no interior do domínio de projeto, reforçando as áreas de sobrecarga e removendo o material onde este não é requerido. Inspirou-se no comportamento coletivo autônomo organizado mostrado pelas bactérias marinhas *thiovulum majus*. O domínio de projeto é construído pelo MEF e representa o ambiente, onde uma colônia de bactérias pode movimentar. O objetivo é que um número máximo de bactérias da colônia sobreviva. Assim, para aumentar a chance de sobrevivência de um número máximo de indivíduos da colônia, a cada iteração elas trocam informações sobre a concentração de nutrientes na sua atual localização, com base nestas informações as bactérias localizadas em posições com baixas concentrações de nutrientes movem-se para posições mais favoráveis.

2.3 Métodos de Otimização Topológica

Os métodos de otimização topológica buscam a solução ótima através da variação do domínio, isto é, topologia da estrutura e no que diz respeito a estruturas contínuas, são divididos em duas grandes classes de abordagens, conforme Eschenauer e Olhoff (2001) a abordagem micro, ou baseado no material, e abordagem macro, ou baseada na geometria.

A abordagem micro, a primeira desenvolvida, é baseada na existência de uma micro estrutura porosa, que define as relações constitutivas do material em função da sua geometria e da densidade volumétrica de uma célula unitária representativa do material que por sua vez é representada por variáveis contínuas, sucessivamente distribuídas, no espaço do domínio fixo estendido, que consiste numa região do espaço

onde pode existir a estrutura, um dado carregamento, uma dada fixação e certa quantidade de material, Stump (2006).

O domínio fixo estendido é discretizado por uma malha de elementos finitos que não se altera ao longo do processo de otimização e permite calcular as respostas mecânicas. A otimização consiste em determinar quais pontos da estrutura devem possuir ou não material; deste modo, a distribuição das densidades é parametrizada de modo que cada ponto do domínio fixo estendido possa variar entre (0) e (1), respectivamente, para ausência de material e presença de material. Os algoritmos baseados nesta técnica buscam a melhor forma de distribuir o material minimizando ou maximizando a função custo. Um exemplo para este grupo é o método SIMP (“Simple Isotropic Material with Penalization”) Bendsøe (1989), Rozvany et al. (1992).

Na abordagem macro (geométrica), a topologia da estrutura é modificada através da inserção de vazios no domínio. Como exemplo deste grupo de OT pode-se citar o ESO (Evolutionary Structural Optimization) que é baseado no cálculo da função objetivo quando um elemento é removido da malha de elementos finitos e TSA (Topological Sensitivity Analysis) que é baseado em uma função escalar, denominada Derivada Topológica, que fornece para cada ponto do domínio de definição do problema a sensibilidade da função custo quando um pequeno furo é criado, Labanowski et al. (2004).

O foco deste trabalho está relacionado ao processo de otimização topológica, sendo apresentado a seguir um breve comentário sobre alguns destes métodos.

2.3.1 Método de Otimização Topológica SIMP (Simple Isotropic Material with Penalization)

Nesta abordagem, a existência ou não de material é tratada através do uso de um modelo de material fictício, que pode adotar comportamento intermediário entre sólido e vazio. Assim, o processo de otimização pela técnica SIMP é definido pela equação:

$$E(x) = [\rho(x)]^n E^0, \rho \in [0,1] \text{ e } x \in \Omega \quad (2.1)$$

onde n é um número denominado coeficiente de penalização, cujo valor deve ser maior que 1(um) para penalizar o aparecimento de densidades intermediárias. Esta idéia foi,

inicialmente, proposta por Bendsøe e Kikuchi (1988) baseada no conceito de microestruturas e de homogeneização, ver figuras 2.1 e 2.2.

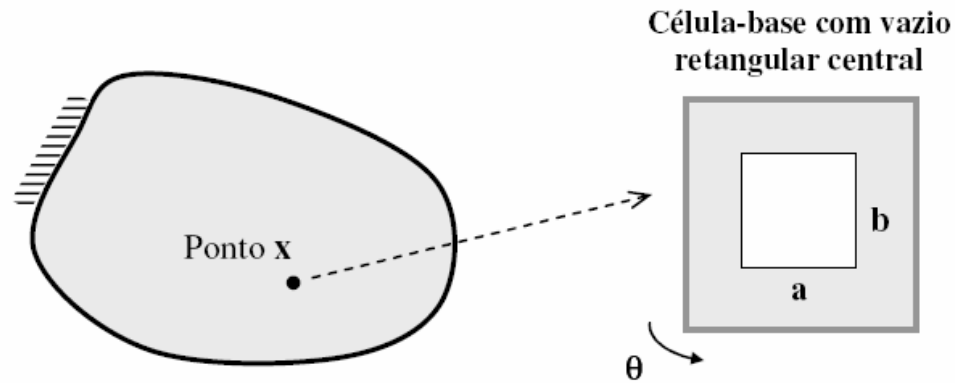


Figura 2.1 – Modelo de material com microestrutura periódica de vazios retangulares
Porto (2006).

Uma vez utilizado o modelo de material com vazios retangulares, as variáveis de projeto do problema de otimização passam a ser as dimensões geométricas do vazio central, a e b , assim como a orientação da célula-base, θ , no meio heterogêneo.

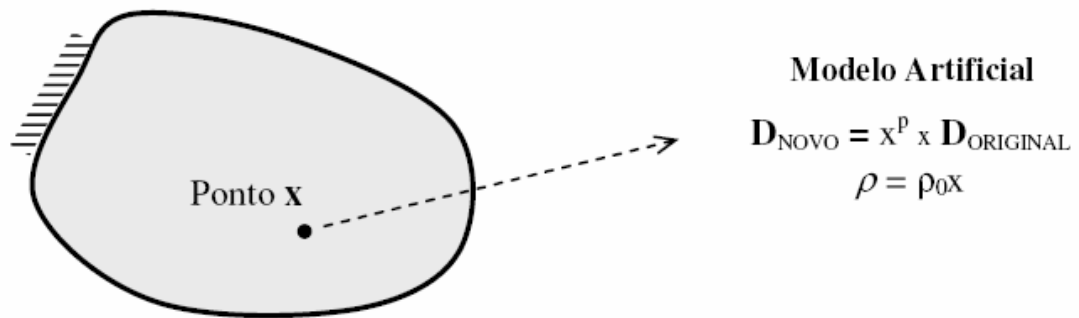


Figura 2.2 – Modelo de material com microestrutura artificial
Porto (2006).

O método SIMP, basicamente, propõe que a microestrutura é desconhecida (daí a denominação artificial), mas sua rigidez é conhecida, Pereira (2001). O método da homogeneização conduz a um problema de otimização muito caro computacionalmente, pois, dependendo da geometria da célula unitária, muitos parâmetros devem ser otimizados. Devido a isso, vários autores têm utilizado microestruturas artificiais, nas

quais a única variável de projeto é a densidade de material $\rho(x)$. O uso de microestruturas artificiais, além de garantir a existência da mistura entre os dois materiais isotrópicos de base, conduz, naturalmente, a projetos mais simples, principalmente se forem utilizadas em conjunto com alguma técnica de filtragem, Sant'Anna (2002).

Um critério de tensão para o modelo SIMP deve ser simples tal como a relação entre densidade e rigidez. A isotropia das propriedades de rigidez devem ser estendidas para o modelo de tensão. A restrição de tensão aplicada no modelo SIMP é a restrição de tensão de Von Mises σ_{VM} :

$$\sigma_{VM} \leq \rho^n \sigma_1 \text{ se } \rho > 0 \quad (2.2)$$

Esta restrição reflete a atenuação de força de um meio poroso que surge quando uma tensão média está distribuída na microestrutura local, o que significa que as tensões permanecem finitas e não nulas para as densidades zero, Bahia (2005). A OT com restrição de tensão está sujeita ao fenômeno de “instabilidade” que ocorrem devido à degeneração do espaço de projeto então, o algoritmo não consegue atingir o ótimo sem violar a restrição de tensão, este tema foi abordado por Kirsch (1990), Cheng e Jiang (1992) e Cheng e Guo (1997) que propuseram uma relaxação ε nas regiões de baixa densidade (altamente deformadas).

2.3.2 Método de Otimização Topológica TSA (Topological Sensitivity Method)

A derivada topológica é uma função escalar, estabelecida em todo o domínio de definição do problema, que fornece a sensibilidade de uma determinada função custo quando um pequeno furo é criado em determinado ponto, Novotny (2003), veja figura 2.3.

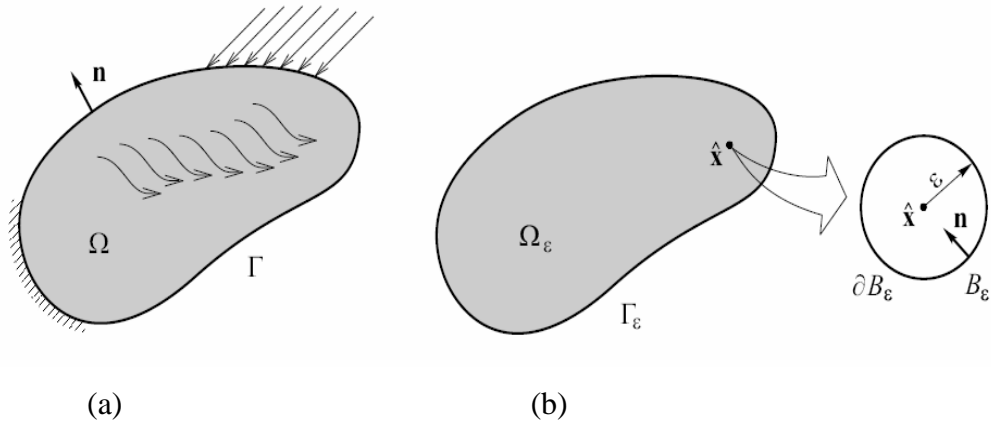


Figura 2.3 - (a) Domínio original (sem furo), (b) Domínio perturbado (com furo).

Novotny (2003)

No caso específico de problemas estruturais, objetiva-se modificar o domínio Ω e seu contorno, através do cálculo da sensibilidade da função custo à introdução de um vazio, que corresponde a impor condições de contorno de Neumann homogênea sobre a fronteira do furo introduzido. Se o domínio Ω é perturbado mediante a introdução de um pequeno furo centrado no ponto escolhido arbitrariamente $\hat{\mathbf{x}} \in \Omega$, tem-se um novo domínio $\Omega_\varepsilon = \Omega - \overline{B_\varepsilon}$, cujo contorno é denotado por $\Gamma_\varepsilon = \Gamma \cup \partial B_\varepsilon$, onde $\overline{B_\varepsilon} = B_\varepsilon \cup \partial B_\varepsilon$ é um círculo de raio ε centrado no ponto $\hat{\mathbf{x}} \in \Omega$. Dessa forma, tem-se um domínio Ω sem furo e outro Ω_ε com um pequeno furo B_ε . Considerando uma função custo ψ , a Derivada Topológica é definida matematicamente, conforme a equação abaixo encontrada em Garreau et al. (2001).

$$D_T(\hat{\mathbf{x}}) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\psi(\Omega_\varepsilon) - \psi(\Omega)}{f(\varepsilon)} \quad (2.3)$$

Onde $f(\varepsilon)$ é uma função *regularizadora* negativa, monotônica e decrescente, tal que $f(\varepsilon) \rightarrow 0$ com $\varepsilon \rightarrow 0$ ($0 \leq \varepsilon < 1$) que dependerá do problema em análise. Embora esta definição de Derivada Topológica seja extremamente geral, o limite dado pela equação (2.3) não pode ser obtido de maneira convencional. Dessa forma, no trabalho de Novotny et al. (2003) foi proposto um novo método que permite utilizar todo o ferramental matemático (e resultados) desenvolvido para a Análise de Sensibilidade à Mudança de Forma, ver, por exemplo, Haug et al. (1986) e Fancello (1993) para calcular a Derivada Topológica.

2.3.3 Método de Otimização Topológica ESO (Evolutionary Structural Optimization)

Em função do grande número de operações envolvidas nos algoritmos baseados em programação matemática, técnicas alternativas surgiram na literatura. Xie e Steven (1993) desenvolveram uma maneira bem simples de impor modificações na topologia da estrutura, feita mediante heurística de remoção gradual de elementos finitos da malha, correspondentes a regiões que não contribuem, efetivamente, para a boa performance da estrutura. Esta técnica, denominada ESO, foi primeiramente aplicada no processo de otimização topológica para a minimização das tensões em componentes mecânicos.

O critério escolhido para a Otimização Evolucionária Estrutural neste trabalho é a diminuição da massa em um critério de tensão máxima da estrutura. Assim, o processo de otimização usando a técnica ESO é definido pela inequação:

$$\sigma_e^{vm} < RR \cdot \sigma_{max}^{vm} \quad (2.4)$$

Desta forma os elementos que satisfazem a inequação (2.4) serão removidos da estrutura, pois são considerados ineficientes. Na inequação (2.4) RR é o atual raio de rejeição, ele é usado para retardar o processo de remoção dos elementos e só será atualizado por ER (razão de evolução) depois que um estado de equilíbrio seja alcançado. Uma explicação deste método será apresentada no capítulo 4.

O critério de otimalidade usado por ESO incluiu a rigidez, Chu et al. (1996), minimização da tensão Li et al. (1999a), deformação Xie e Steven. (1997), formação de ondas Manickarajah et al. (1998), rigidez a torção Li et al. (1999b), entre outros.

2.4 Problemas Numéricos da Otimização Topológica

Com a consolidação do processo de Otimização Topológica surgiram várias linhas de pesquisas e aplicações. Parte da comunidade científica dedicou-se ao estudo dos problemas inerentes à sua formulação e outra às aplicações em problemas de engenharia.

As principais contribuições relacionadas aos problemas de instabilidades numéricas como: tabuleiro de xadrez, dependência da malha e os mínimos locais, foram dadas por: Jog e Haber (1996), Haber et al. (1996), Sigmund (1997), Sigmund e Peterson (1998), Cardoso e Fonseca (1999), Zhou et al. (2001), Stolpe e Svanberg (2001.a), Bourdin (2001), Pousen (2002), Zhang e Duysinx (2003) e Matsui e Terada (2004).

Os problemas mencionados acima serão brevemente comentados a seguir.

2.4.1 Tabuleiro de Xadrez (Checkerboard)

O problema numérico da instabilidade de tabuleiro, conhecido na literatura como “*checkerboard*”, caracteriza-se pela formação na topologia ótima de regiões contendo vazios (sem material) e sólidos (com material), que alternam de forma semelhante a um tabuleiro de xadrez conforme indica a figura 2.4.

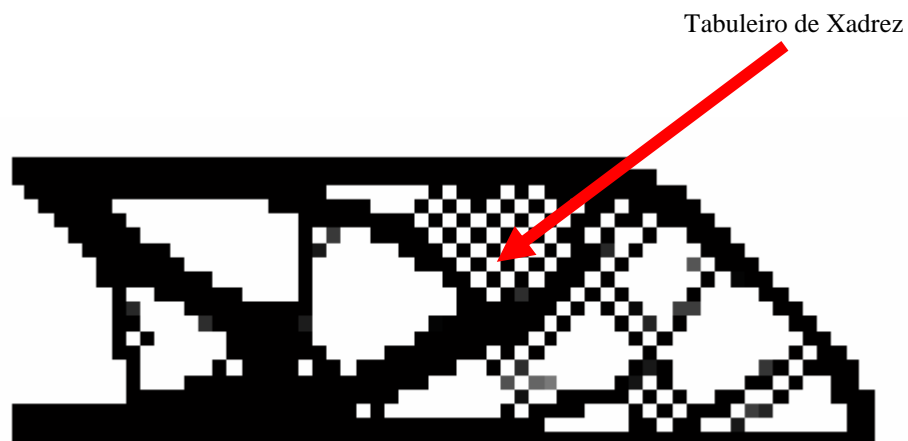


Figura 2.4 – Tabuleiro de xadrez presente na topologia
Porto (2006).

São muitos os trabalhos sobre este assunto, mas não existe um consenso entre os pesquisadores sobre qual a melhor explicação para tal fenômeno. Existem duas abordagens que aparecem com mais aceitação dentro da comunidade científica, propostas por Diaz e Sigmund (1995). A primeira defendem a idéia de que esta

instabilidade ocorre devido às aproximações numéricas utilizadas pelo Método de Elementos Finitos.

Segundo estes autores, a configuração em forma de tabuleiro apresenta uma rigidez maior do que a homogênea, quando comparada em termos de deformação de cisalhamento e volume constante. Esta abordagem é também defendida por Bendsøe e Sigmund (2003) e sugerem como técnica para eliminação desta instabilidade que ocorre quando se utilizam na formulação de elementos finitos, os elementos com funções de interpolação bi-lineares, por exemplo, elementos quadriláteros de quatro nós ou triangulares de três nós, a implementação com elementos de alta ordem (8 e 9 nós), pois estes elementos poderiam simular de forma mais precisa o campo dos deslocamentos podendo, então, reduzir a ocorrência deste problema.

A segunda abordagem defendida por Jog e Haber (1996) que utilizaram a teoria de elementos finitos mistos para expressar o problema da OT, com dois campos físicos: campo dos deslocamentos e das densidades, de forma similar ao problema de Stokes (problema de distribuição das pressões em problemas de escoamento de fluídos no qual distribui dois campos físicos: campo das velocidades e das pressões) ver Oden et al. (1982). Entretanto, todas as combinações demandam elementos de alta ordem, pelo menos na interpolação dos deslocamentos. Devido à dificuldade de implementação e o alto custo computacional nestas duas abordagens surgem os filtros como alternativa de redução da instabilidade de tabuleiro que será comentado a seguir.

2.4.2 Dependência da Malha

O problema da dependência da malha, que ocasiona diferentes soluções finais para diferentes discretizações surge justamente do fato de discretizar o domínio. Quando o domínio contínuo é discretizado, o espaço das soluções passa a ter dimensão finita. Assim, a cada nova discretização, uma nova solução mais refinada pode ser encontrada, Sant'Anna (2002).

Na Otimização Topológica seria esperado que quanto mais refinada a malha melhores seriam os resultados, entretanto, observa-se que com o aumento da discretização a topologia ótima tende a se alterar, aumentando o número de “buracos” e

de membros da estrutura e o resultado qualitativamente diferente de um modelo com uma malha mais grosseira, ver figuras 2.5. Assim, alguns trabalhos para a independência da malha foram propostos como controle do perímetro (restrição dos perímetros dos “buracos” formados na topologia), Haber e Jog (1996), restrições dos gradientes local e global, Bendsøe e Sigmund (2004), controle do gradiente local e global modificado, Zhou et al. (2001), filtros independentes da malha, Bendsøe e Sigmund (2004), Sigmund e Peterson (1998). Vale ressaltar que esta técnica tem um comportamento heurístico, portanto uma filosofia diferente da anterior e tem capacidade de eliminar o aspecto de tabuleiro.

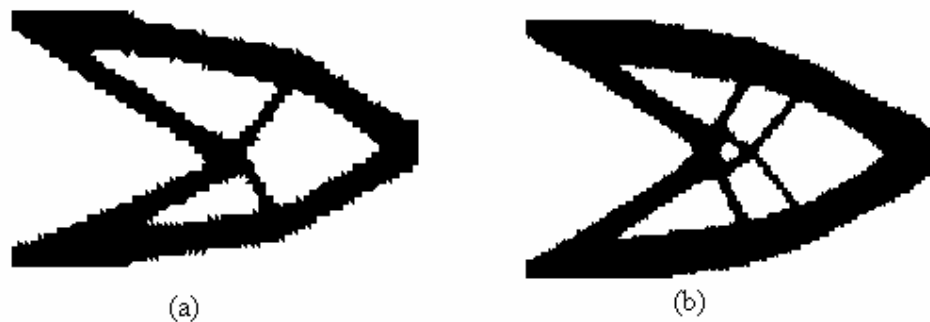


Figura 2.5 – Dependência da malha no problema de OT com restrição de tensão VM: (a) malha com 3840 elementos triangulares (b) malha com 19200 elementos triangulares.

2.4.3 Mínimos Locais

Refere-se ao problema da obtenção de diferentes soluções para o mesmo problema ao se escolher diferentes parâmetros para o algoritmo. A não-convexidade do problema leva a possibilidade de encontrar muitos mínimos locais e diferentes soluções para a mesma discretização quando são utilizados diferentes parâmetros iniciais no algoritmo de otimização. Isto ocorre porque as provas de convergências dos algoritmos funcionam para programação convexa, enquanto que para programação não convexa apenas garante-se a convergência para pontos estacionários, que não são necessariamente mínimos globais. Os algoritmos de otimização global disponíveis são,

em sua maioria, incapazes de lidar com uma grande quantidade de variáveis de projetos, o que é o caso da otimização topológica.

As técnicas descritas, anteriormente, para controlar o aparecimento de instabilidades como tabuleiro de xadrez e dependência da malha tendem a tornar o problema convexo, fazendo com que, dessa forma, não alterados os parâmetros, a topologia final possa ser reproduzida, Sigmund e Petersson (1998).

Este é o grande problema da OT que é extremamente sensível a pequenas modificações em seus parâmetros, como número de elementos, geometria inicial, RR (raio de rejeição), ER (razão de evolução), por exemplo. A análise experimental mostrou que modificações nestes parâmetros podem causar a não convergência do problema.

As funções e funcionais envolvidos no problema de otimização topológica, geralmente, são não-convexas, tanto devido à não-linearidades na função objetivo quanto nas restrições, podendo dessa forma possuir inúmeros mínimos locais, Sant'Anna (2002). A figura 2.6 ilustra os tipos de solução em problemas de otimização topológica.

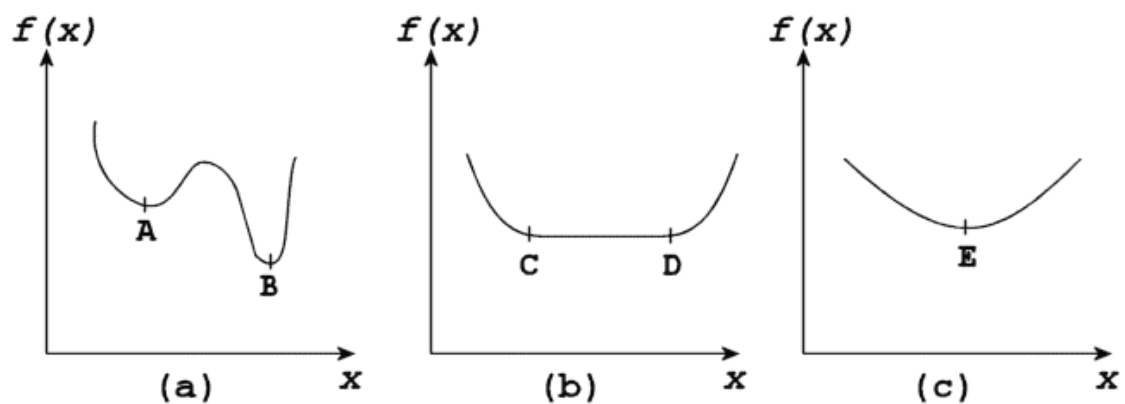


Figura 2.6 – (a) função não-convexa, onde A e B representam duas diferentes topologias; (b) função não estritamente convexa: existe um valor mínimo (C e D), que correspondem a vários conjuntos distintos de valores para a variável de projeto x ; (c)

Função convexa com unicidade de solução (ponto E).

Sant'Anna (2002)

Capítulo 3

Otimização Estrutural Evolucionária - O Convencional ESO

3.1 Introdução

O principal objetivo da otimização estrutural é encontrar a melhor distribuição de material dentro de um domínio de projeto fixo, e que satisfaça as restrições impostas ao mesmo. A distribuição de material é modificada, levando em consideração alterações em algum comportamento mecânico da estrutura, tal como tensão, frequências naturais, rigidez, flexibilidade, mínima massa, entre outros.

Em termos matemáticos, procura-se uma solução pertencente ao espaço R^n , que extremize uma função objetivo, isto é, determina os extremos dessa função (máximo ou mínimo, dependendo do problema) dentro de uma região de projeto denominada região viável ou factível. Esta região reúne os pontos de projeto que atendem restrições de projeto, frequentemente classificadas em restrições de igualdade ou desigualdade.

A seleção da função objetivo é muito importante para o processo, deve sempre ser função das variáveis de projeto, e muitas vezes, está relacionada com a questão financeira, por exemplo, quando o funcional a ser minimizado é o volume da estrutura, está-se minimizando o material gasto, que por sua vez, pode acarretar uma diminuição nos custos.

Neste capítulo, será apresentado o Método de Otimização Evolucionária (ESO) tendo como base o critério de máxima tensão da estrutura, pois esse método apresenta algumas vantagens devido a sua heurística evolutiva, uma vez que apresenta uma base teórica simples, possui fácil implementação, possibilita otimizar forma, topologia e dimensão, simultaneamente, e ainda se contrapõem ao rigor matemático dos métodos de otimização clássicos como BFGS, Lagrangiano Aumentado e Newton Raphson, Nocedal e Wright (1999).

A principal vantagem do ESO, quando comparado com os métodos estocásticos mais populares Algoritmo Genético (AG) e Simulated Annealing (AS), é a convergência mais rápida, já que os métodos estocásticos por serem algoritmos de

ordem zero, também, possuem fácil implementação, mas demandam um número muito grande de iterações para convergir.

Finalmente, em relação ao método de homogeneização que é extremamente dependente da geometria da célula unitária utilizada, por isso, apresenta muitos parâmetros a serem otimizados, proporcionando um alto custo computacional. O método ESO foi escolhido por apresentar todas as vantagens citadas acima e ainda apresentar uma formulação matemática que proporciona robustez e eficiência ao método, tal formulação pode ser encontrada em Querin (1997).

3.2 O Método Convencional ESO

O método de otimização estrutural evolucionária ESO foi desenvolvido a partir de observações das estruturas na natureza tais como ossos, árvores e conchas, numa tentativa de se analisar como essas estruturas adquiriram forma ao longo do processo de evolução natural, Xie e Steven (1993).

O método ESO é um método de otimização de forma e topologia baseado no conceito de remoção do material “ineficiente”, sendo que o material não removido tende a se comportar como uma estrutura melhor adaptada as suas funções, Xie e Steven (1997). É um processo heurístico que para remover os elementos de forma gradual e iterativa, necessita da criação de um critério de rejeição. Este critério é uma maneira de avaliar a contribuição de cada elemento na estrutura de modo a determinar quais elementos serão removidos e quais permanecerão a cada iteração.

O método convencional ESO tem um procedimento que é conhecido como “hard-kill” (mata todos os elementos que atendem a inequação 2.4) e pode ser interpretado como segue:

$$D(j) = \begin{cases} D_0 & \text{se } j \in \Gamma \\ 0 & \text{se } j \in \bar{\Gamma} \end{cases} \quad (3.1)$$

onde $D(j)$ é a matriz constitutiva do ponto $j \in \Omega$, D_0 é a matriz constitutiva inicial do projeto, $\Omega = \Gamma + \bar{\Gamma}$ é o domínio da estrutura e $\Gamma = \left\{ \Omega / \left(\frac{\sigma_e}{\sigma_{VM}^{MAX}(\Omega)} \right) \geq RR \right\}$ é o conjunto

dos elementos que não serão removidos da estrutura (sólido)

$$\bar{\Gamma} = \Omega - \Gamma = \left\{ \Omega / \left(\frac{\sigma_e^{VM}}{\sigma_{VM}^{MAX}(\Omega)} \right) < RR \right\} \text{ é o conjunto dos elementos que serão removidos}$$

da estrutura (vazio).

O ESO é um processo de otimização estrutural, onde a forma e a topologia são determinadas, simultaneamente, Xie e Steven (1997). A Otimização de Forma (“*Shape Optimization*”) pode ser entendida como uma classe restrita da otimização topológica. Ela determina os limites ótimos de uma estrutura para a topologia física dada. Nesse modelo de otimização, o objetivo é modificar os contornos de uma estrutura para alcançar economia de peso e melhoria no desempenho estrutural. A figura 3.1 mostra um problema típico de otimização de forma.

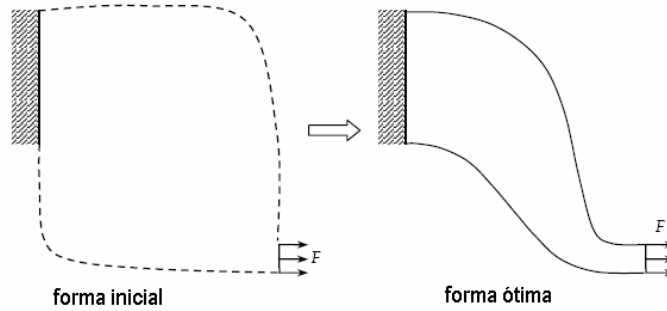


Figura 3.1 – Ilustração de Otimização de Forma

Sonmez (2008).

A Otimização Topológica (“*Topology Optimization*”) pode ser explicada como o processo que define a relação da topologia em uma estrutura. O resultado otimizado da estrutura pode ser amplamente diferente do projeto inicial e, portanto, independente do mesmo. A implicação disso é que não existe qualquer restrição sobre a forma definitiva da estrutura em relação à forma inicial a não ser o domínio fixo estendido. A figura 3.2 mostra uma ilustração de um problema de otimização topológica.

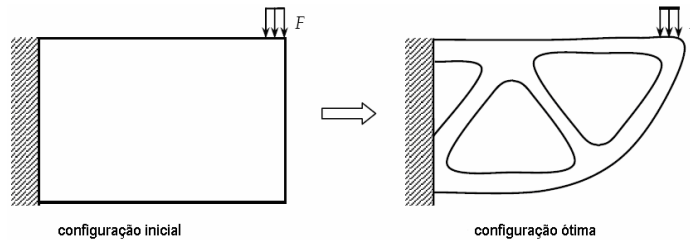


Fig. 3.2 – Ilustração de Otimização Topológica

Sonmez (2008).

3.3 O Método ESO em Tensão de Von Mises

Entre os muitos métodos de otimização que tem sido desenvolvido, um continua muito atrativo devido à sua simplicidade e vem se desenvolvendo cada vez mais nos últimos anos. É o método de Otimização Estrutural Evolucionário (ESO). Desde a sua criação em 1992 por Xie e Steven, ESO é um método de otimização que usa um critério de remoção de elementos baseado em tensões (Von Mises) de cada elemento em componentes estruturais. Neste caso, os elementos finitos sujeitos aos menores valores de tensão são removidos da malha, ver figura 3.3, a estrutura é novamente analisada e o processo repetido. Este procedimento prossegue até que se atinja uma saturação no campo de tensões da estrutura, ou seja, o valor de tensão atuante em todo domínio seja, praticamente constante e muito próximo da tensão admissível do material ou que seja atingido o limite de remoção de material.

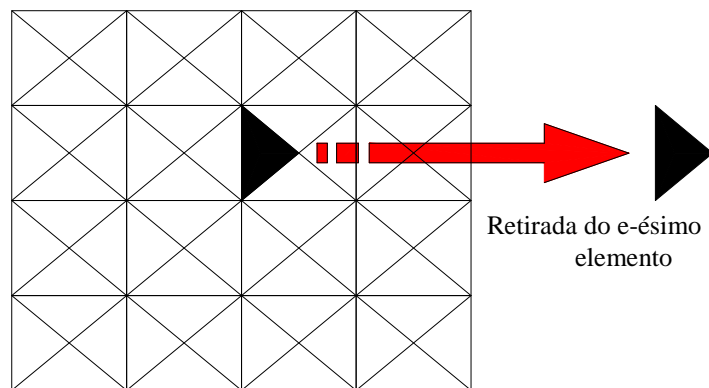


Fig. 3.3 – Algoritmo Evolucionário: baseado na retirada de elemento da malha

O critério de rejeição é usado para selecionar os elementos com os menores valores de tensão em toda a estrutura. Para o caso de estado plano de tensão, bidimensional e material isotrópico, a tensão utilizada é a tensão equivalente de Von Mises, calculada no centróide de cada elemento e é dada pela expressão:

$$\sigma_{\max}^{\text{vm}} = \sqrt{\sigma_x^2 - \sigma_x \sigma_y + \sigma_y^2 + 3\tau_{xy}^2} \quad (3.2)$$

Onde σ_x e σ_y são respectivamente, as componentes normais do tensor de tensões nas direções x e y e τ_{xy} é a componente de tensão de cisalhamento.

A determinação dos elementos a serem removidos foi feita comparando a tensão de Von Mises de cada elemento σ_e^{vm} à tensão de Von Mises máxima que existe em toda a estrutura σ_{max}^{vm} . No fim de cada análise, todos os elementos que satisfazem a inequação (3.3), serão removidos. A forma de retirada dos elementos que foi implementada neste trabalho foi a de inutilizar o elemento alterando as suas propriedades estruturais. Assim foi imposto um módulo de Young $E = 10^{-12}$, valor bem próximo de zero, tal que a contribuição desses elementos na rigidez do sistema passa a ser desprezível, ou seja, os elementos são considerados desativados estruturalmente, mas não sendo retirados do sistema para que não haja necessidade de remalhamento.

$$\sigma_e^{vm} < RR \cdot \sigma_{max}^{vm} \quad (3.3)$$

Aqui, RR é a atual razão de rejeição. Ela é usada para retardar o processo da remoção do elemento e está restrita à condição $(0,0 \leq RR \leq 1,0)$. O mesmo ciclo de remoção dos elementos usados pela desigualdade (3.3) é repetido até que os elementos não possam mais ser removidos (com o RR dado). Quando esta situação ocorre, um estado de equilíbrio é alcançado. O processo evolucionário é definido adicionando a RR_0 uma razão de evolução ER. Assim, um novo ciclo de evolução inicia-se, até que não existam mais elementos a serem eliminados com esta nova razão de rejeição $(RR = RR_0 + ER)$. A razão de rejeição será atualizada conforme a equação 3.4, até a obtenção de uma configuração otimizada.

$$RR_{i+1} = RR_i + ER \quad i = 0,1,2,3,... \quad (3.4)$$

Os valores escolhidos para RR e ER devem ser pequenos, aproximadamente 1%, para que se tenha uma melhor convergência e não seja retirado muito material a cada iteração, à semelhança do que ocorre no processo evolutivo natural, Querin (1997) e

Pross (2002). A cada etapa evolutiva de RR é possível observar a nova forma e topologia determinada. O processo evolutivo em tensão pode ser determinado como segue:

- 1) Discretizar o domínio de análise com uma malha refinada de elementos finitos, de modo a circunscrever o domínio que cubra todas as condições de contorno em deslocamento e ações;
- 2) Calcular as tensões principais e de Von Mises em cada elemento (σ_e^{vm}) ;
- 3) Remover os elementos que satisfazem a inequação $\sigma_e^{vm} < RR \cdot \sigma_{max}^{vm}$ dentro de um limite prescrito (p%) do volume;
- 4) Repetir os passos 2 e 3 até que seja atingido o equilíbrio “steady state”;
- 5) Atualizar RR, conforme a equação 3.4, e iniciar nova retirada de elementos repetindo os passos 2,3 e 4.

Este método foi implementado e os resultados obtidos serão apresentados nos capítulos 3, 4 e 5. O fluxograma a seguir ilustra o procedimento ESO avaliado para otimizar sobre a tensão de Von Mises.

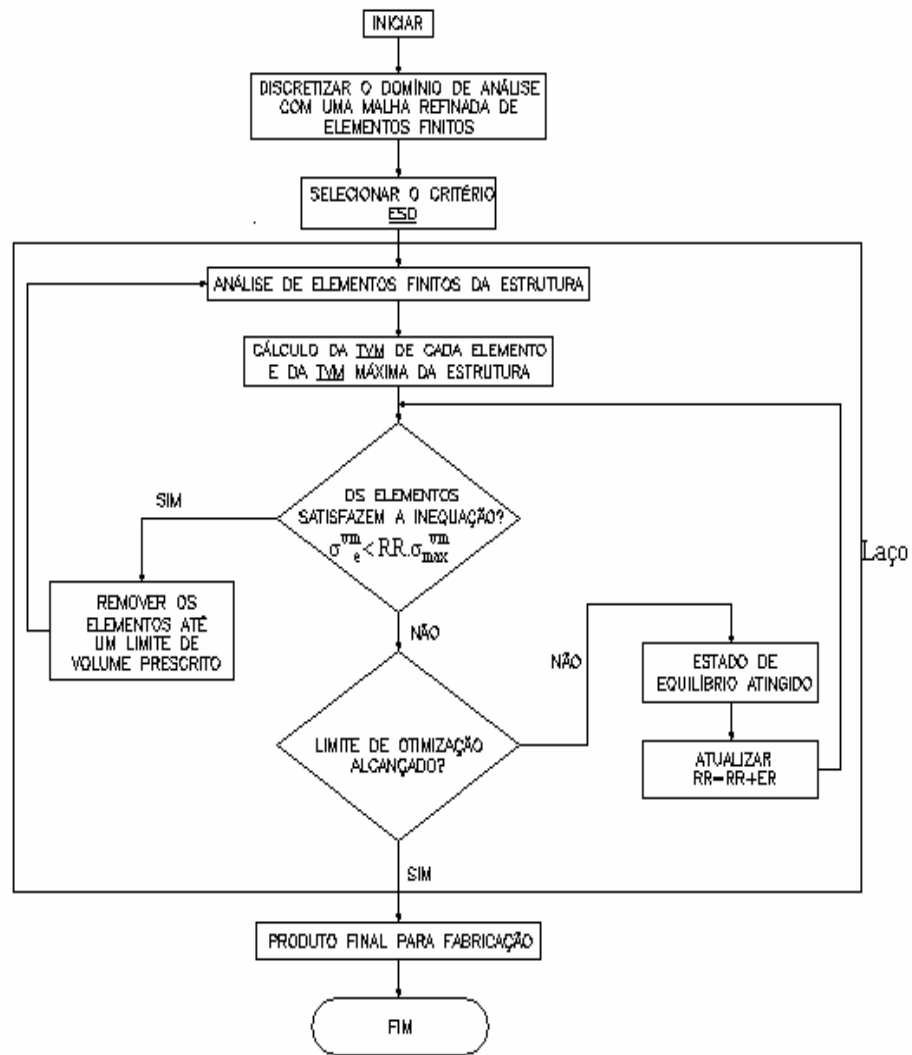


Figura 3.4 – Procedimento ESO em tensão de Von Mises

Para facilitar e automatizar o processo de geração de malhas foi desenvolvido e acoplado ao programa computacional, um gerador automático de malha triangular, uma vez que o elemento finito a ser usado para os problemas de otimização nesta dissertação é o denominado de Formulação Livre, Bergan e Felippa (1985), com geometria plana triangular, o qual possui três nós, um em cada vértice, com três graus de liberdade em cada nó, a saber: deslocamento horizontal, vertical e rotação azimutal (u, v e θ_z).

3.4 – Nibbling

O método ESO, por sua natureza, criará cavidades ou “buracos” dentro do domínio em função do procedimento de retirada de elementos de modo a atender a inequação (3.2). Pode haver estágios em que a presença de “buracos” pode ser desvantajosa ou inapropriado para o processo de otimização. Assim, com o objetivo de prevenir que o ESO gere estes “buracos”, uma restrição chamada Nibbling, Xie et al. (1993), deve ser incorporada ao processo de otimização ESO.

O limite imposto ao Nibbling permite ao método ESO agir, similarmente, ao método de Otimização de Forma, alterando forma/perímetro da topologia da estrutura. Assim, uma declaração do tipo: “Se um elemento satisfaz a inequação (3.3) do ESO, aquele elemento só poderá ser removido se ao menos uma de suas bordas ou lados, não estiver conectados a nenhum outro elemento da estrutura”, Querin (1997). Este procedimento é esquematizado na figura 3.5.

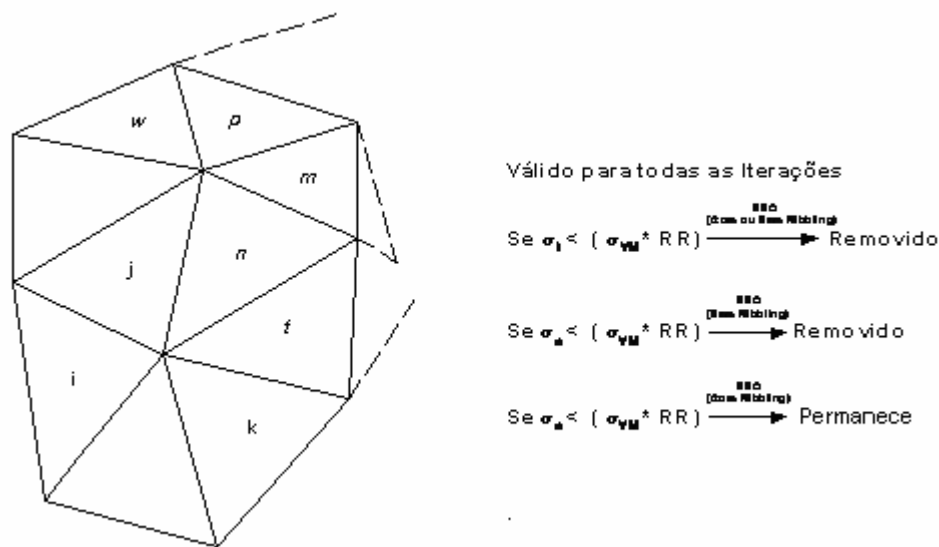


Figura 3.5 – Atuação do Nibbling Convencional

O Nibbling é um algoritmo utilizado para otimizar os contornos de uma estrutura. No fim de cada iteração os valores de tensão dentro da estrutura são examinados para determinar a “necessidade” de criar uma cavidade (vazio). Se uma região de baixa tensão for observada dentro da estrutura e o valor da tensão estiver abaixo da tensão definida, inicialmente, então isto significa que há a necessidade da

cavidade. Neste caso, a forma original do ESO é aplicada para iniciar a cavidade interna. Depois de criada a nova cavidade o Nibbling ESO continua modificando a forma e o tamanho da nova cavidade assim como os contornos existentes até haver uma “necessidade” para outra cavidade.

Neste trabalho, foi proposto um limite superior e um inferior para atuação do Nibbling, com o objetivo de controlar o seu momento de atuar criando vazio, dentro de uma região de baixa tensão do domínio fixo estendido, evitando, portanto, que ocorra uma instabilidade na estrutura, como verificado quando o Nibbling convencional esta atuando. Estes limites serão prescritos pelo usuário que define em qual intervalo de iterações o Nibbling pode atuar, ver figura 3.6, proporcionando uma estrutura mais robusta e com uma melhor performance, conforme percebido nas análises numéricas avaliadas.

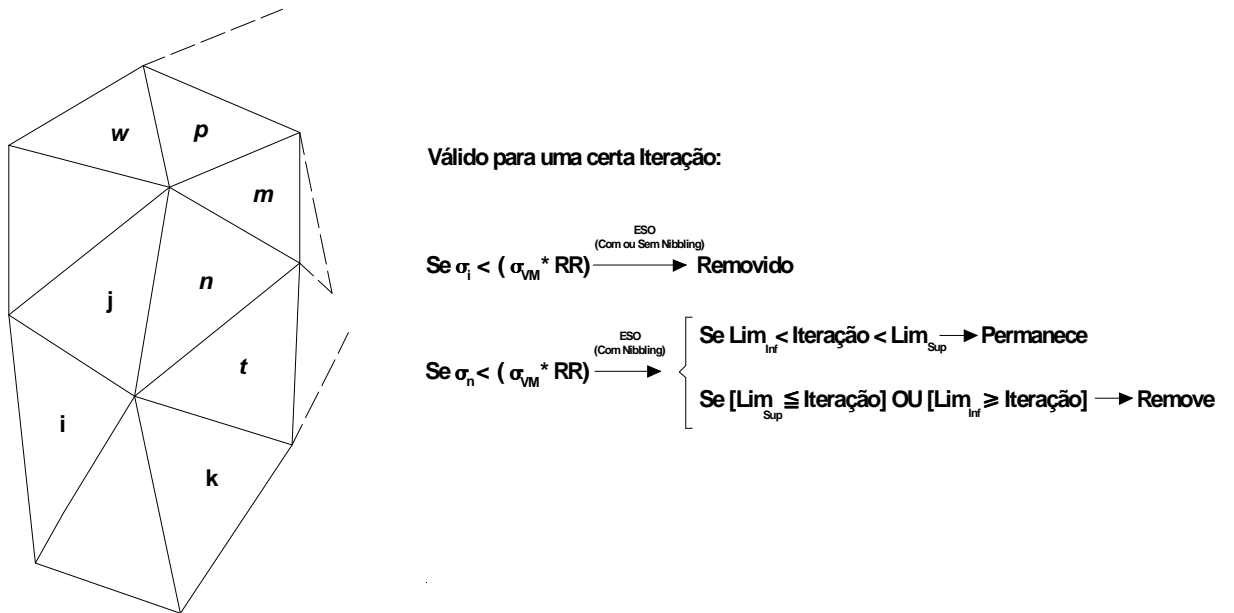


Figura 3.6 – Atuação do Nibbling neste trabalho

3.5 Índice de Performance

O método Performance-Based Optimization (PBO), foi recentemente desenvolvido para projetos de topologia de estruturas do contínuo com restrição de tensão, deslocamento e média “compliance”. O método PBO incorpora a análise de elementos finitos, teoria moderna da otimização estrutural e conceitos de performance de projeto, dentro de um esquema único, para gerar, automaticamente, uma configuração ótima da estrutura do contínuo.

Índices de performance são usados para monitorar o histórico da performance da otimização estrutural enquanto o critério ótimo de *performance-based* é aplicado para identificar o ótimo no processo de otimização. Assim, as características da performance da estrutura, em um processo de otimização, são inteiramente capturadas.

O índice de performance (IP) é incorporado no método ESO para monitorar o processo de otimização identificando a topologia ótima da estrutura do contínuo. Este índice pode ser usado para comparar a eficiência da topologia estrutural gerada por diferentes métodos de otimização. O índice de performance é dado matematicamente pela equação 3.5.

$$IP = \frac{\sigma_0^{VM} \cdot V_0}{\sigma_i^{VM} \cdot V_i} \quad (3.5)$$

onde IP representa o índice de performance da estrutura, V_i indica o volume do elemento i na i -ésima iteração, V_0 volume da estrutura na primeira iteração (volume inicial), σ_0^{VM} tensão máxima de Von Mises na primeira iteração (tensão inicial) e σ_i^{VM} tensão de Von Mises máxima do elemento i na i -ésima iteração.

O procedimento de otimização evolucionária usando índice de performance segue os passos abaixo:

- 1) Discretizar a estrutura com uma malha refinada de elementos finitos
- 2) Analise de elementos finitos da estrutura

- 3) Calcular o índice de performance
- 4) Calcular a tensão de Von Mises ou (número de sensibilidade).
- 5) Remover os elementos com menores tensões ou (número de sensibilidade)
- 6) Repetir os passos de 2 a 6 até que o índice de performance seja menor que 1 ou constante nas próximas iterações.

O fluxograma abaixo ilustra o procedimento do índice de performance incorporado no método ESO e na técnica SESO em tensão de Von Mises.

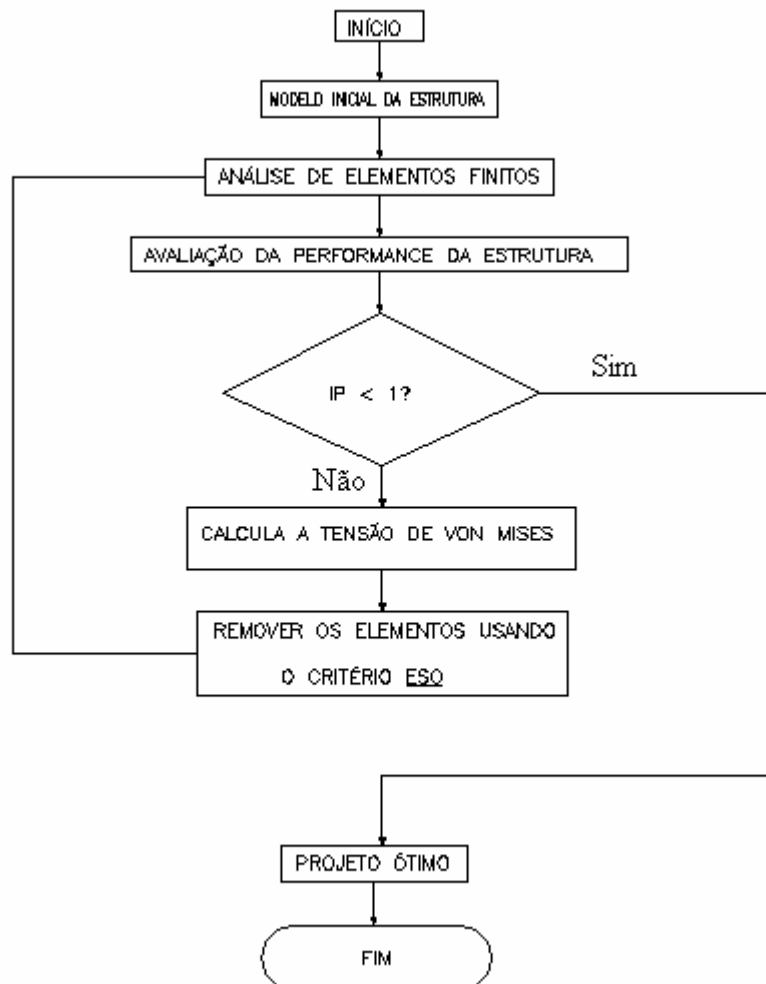


Figura 3.7 – Procedimento do Índice de Performance

3.6 Elemento Finito – Estado Plano de Tensões

Para proceder a análise de estruturas bidimensionais estática-lineares, utilizou-se o Método dos Elementos Finitos, onde a formulação do elemento finito bem como testes são apresentados em Almeida e Paiva (2007). Destaca-se que o elemento finito empregado é o proposto por Bergan e Felippa (1985), que utilizam o modelo de formulação livre. A geometria deste elemento é triangular com os três nós localizados nos seus vértices, possuindo três graus de liberdade por nós: translação horizontal e vertical e rotação. Apresenta-se um desenho esquemático do elemento com seus graus de liberdade na figura 3.8.

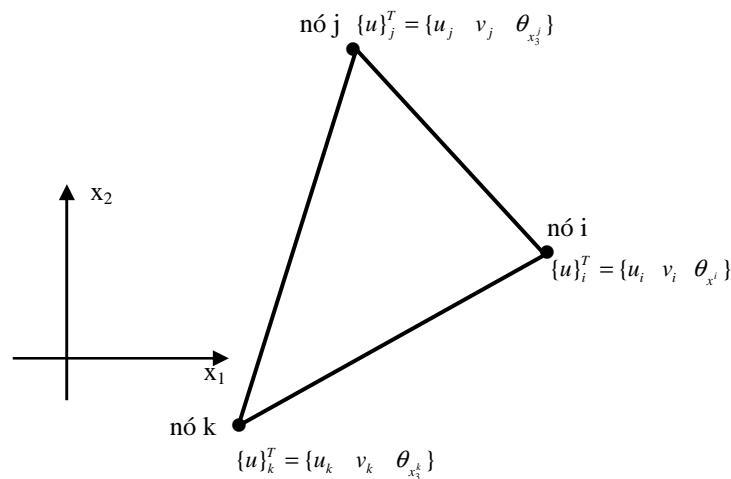


Figura 3.8 - Geometria e os 9 graus de liberdade do elemento de chapa no sistema local Ox_1x_2 .

Com este programa já desenvolvido por Almeida e Paiva (2007), foi implementado um módulo de geração de malha triangular automatizada, usando a técnica clássica de triangularização de Delaunay, de modo a criar um retângulo que circunscreve a estrutura, levando-se em consideração as condições de restrição em deslocamentos e forças atuantes.

Aplica-se um procedimento de mapeamento de todos os elementos, caracterizando-os como elementos que podem sair ou não da estrutura, ou os elementos que nunca podem sair da estrutura, uma vez que são regiões de projeto, quer seja por interesse peculiar, ou por estarem vinculados aos apoios ou que neles atuem as ações. Para o caso de ações devidas ao peso próprio, o programa gera automaticamente a força

concentrada equivalente para cada nó do elemento, já computando seu volume e peso específico o qual é indicado nos dados de entrada do problema. Para este tipo de ação, os elementos não são caracterizados como elementos de suporte, podendo ser retirados da estrutura ao longo do processo iterativo do ESO.

Dessa forma, o programa segue o fluxograma conforme apresentado na figura 3.4.

3.7 – Estudos de Caso

Para ilustrar o conceito de otimização topológica (ESO) para problemas de elasticidade plana linear, serão apresentados, nesta seção, dois exemplos de estruturas planas modeladas como estado plano de tensões. Portanto, considere um componente estrutural plano, caracterizado num espaço R^2 e por uma espessura no domínio R . Os exemplos utilizados foram retirados da literatura para validação do algoritmo implementado.

Nas figuras que representam a configuração ótima RRI representa a razão de rejeição inicial, VI o volume na iteração i, VRI o volume retirado por iteração.

3.7.1 – Problema de duas Barras

O exemplo, a seguir, visa simular uma viga curta biapoiada. As geometrias bem como as condições de contorno aplicadas podem ser vistas na figura 3.9. O material isotrópico utilizado é o aço, com módulo de elasticidade valendo $E = 2,1 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$ e um coeficiente de Poisson valendo $\nu = 0,3$. O domínio foi discretizado com uma malha refinada de (25x60) com 2998 elementos finitos.

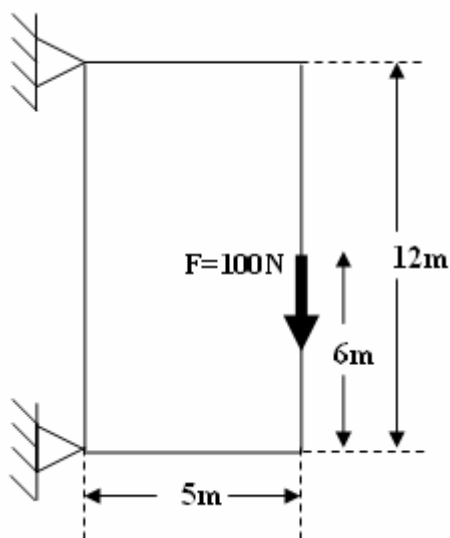


Figura 3.9 – Problema de duas barras

O processo evolucionário começou com uma razão de rejeição (RR) igual 1% e uma razão evolucionária de 0,75%. O volume desejado igual a 30% do volume inicial. O volume retirado por iteração foi de 10%.

Aplicando o algoritmo ESO obteve-se a evolução da estrutura para a seguinte forma otimizada, com um tempo computacional de 131 segundos. Veja figuras 3.10 a 3.12 que indicam a convergência do processo ESO.



Figura 3.10 - RR= 1,5%, RRI=1%,ER=0,75%,VI=78%
VRI=10%, 2998 elementos triangulares,
Iteração 32 - malha (25x60) - ESO.



Figura 3.11 - $RR= 5,25\%$, $RRI=1\%$, $ER=0,75\%$, $VI=47,5\%$,
 $VRI=10\%$, 2998 elementos triangulares,
 Iteração 87 - malha (25x60) - ESO.



Figura 3.12 - $RR= 8,25\%$, $RRI=1\%$, $ER=0,75\%$, $VI=30\%$
 $VRI=10\%$, 2998 elementos triangulares,
 Iteração 132 - malha (25x60) - ESO.

Para comparar os resultados acima obtidos com algoritmo ESO tem-se os exemplos propostos por Silva (2001) e Porto (2006), onde foi abordado, respectivamente, o método de otimização evolucionária sob critério de tensão e o método de homogeneização. Os resultados obtidos podem ser vistos nas figuras 3.13 e 3.14 a seguir.

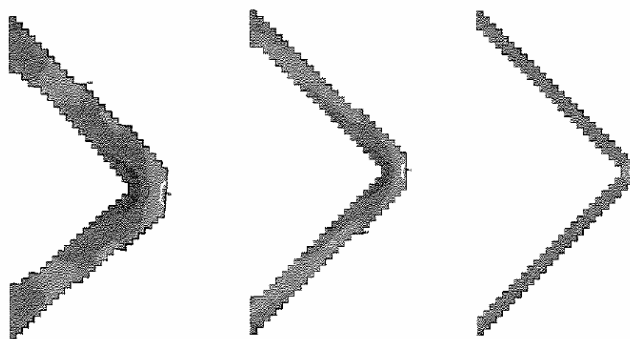


Figura 3.13 – Problema de duas barras
 Silva (2001).

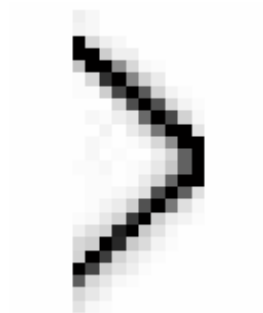


Figura 3.14 – Problema de duas barras

Porto (2006).

Com o objetivo de avaliar a dependência do método de otimização implementado com relação ao refino da malha e o volume desejado, o exemplo de duas barras foi discretizado com as seguintes malhas (40x96) e (50x120) e volume desejado igual a 25%. Os demais parâmetros e condições de contorno foram mantidos iguais. Os resultados obtidos com o código implementado nesta dissertação serão apresentados a seguir.



Figura 3.15 - $RR=6,0\%$, $RRI=1\%$, $ER=0,75\%$, $VI=25\%$
 $VRI=10\%$, 7680 elementos triangulares,
 Iteração 119 - malha (40x96).- ESO



Figura 3.16 - $RR=5,0\%$, $RRI=1\%$, $ER=0,75\%$, $VI=25\%$
 $VRI=25\%$, 12000 elementos triangulares,
 Iteração 121 - malha (50x120) – ESO

Com o objetivo de analisar a influência da geometria inicial na configuração ótima final, no problema de duas barras, foram alteradas as dimensões do domínio inicial como podem ser observadas na figura 3.17.

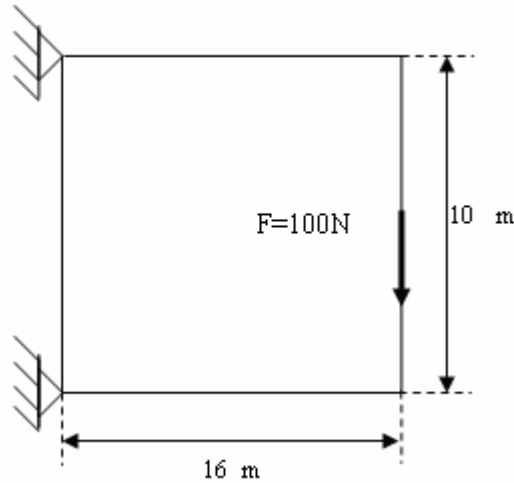


Figura 3.17 – Viga curta biapoiada com carga concentrada.

As propriedades do material foram mantidas iguais ao exemplo anterior, foram alteradas a razão de evolução $ER=0,5\%$, o volume desejado igual a 40% do volume inicial e o volume retirado por iteração 1,75%.

Verificou-se que a estrutura convergiu para uma estrutura de domínio, diferente do exemplo anterior, ver figura 3.18, onde se pode observar que a estrutura convergiu para uma forma de treliça de duas barras, isto mostra que a OT é extremamente dependente da configuração inicial do projeto.

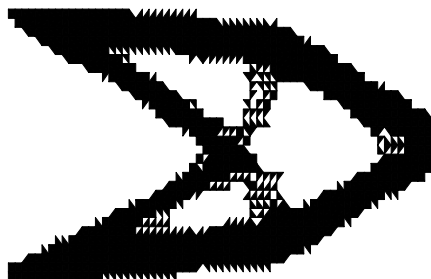


Figura 3.18 - $RR= 6,5\%$, $ER=0,5\%$, $VI=40\%$,
 $VRI=1,75\%$, 4798 elementos triangulares,
 Iteração 152 - malha (64x30) - ESO

3.7.2 Mão-francesa

Este exemplo é um problema clássico da literatura da OT, a geometria, as condições de contorno e as ações do problema está representada na figura 3.19. Usou-se uma malha refinada de (80x40) com 6400 elementos triangulares.

A espessura considerada para chapa foi de 1 mm. O processo evolucionário começou com uma razão de rejeição inicial (RRI) igual 1% e uma razão evolucionária $ER=1\%$. As propriedades do material utilizado são: coeficiente de Poisson $\nu=0,33$, módulo de Young $E = 210 \text{ GPa}$ e volume desejado igual a 40% e 15% do volume inicial e volume retirado por iteração igual a 5%.

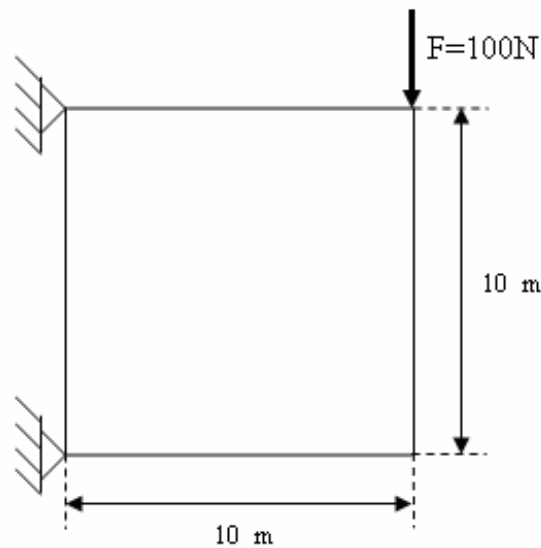


Figura 3.19 – Mão-francesa

Aplicando o algoritmo ESO, obteve-se a evolução da estrutura para a seguinte forma otimizada, veja figuras 3.20 e 3.21.

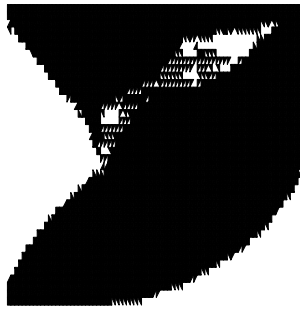


Figura 3.20 - $RR= 2\%$, $RRI=1\%$, $ER=1\%$, $VI=72\%$
 $VRI=5\%$, 2998 elementos triangulares,
 Iteração 42 - malha (80x40) - ESO.

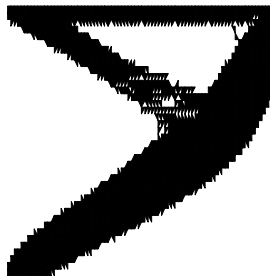


Figura 3.21 - $RR= 3\%$, $RRI=1\%$, $ER=1\%$, $VI=40\%$
 $VRI=5\%$, 2998 elementos triangulares,
 Iteração 77 - malha (25x60) - ESO.

Estes resultados podem ser comparados com os resultados obtidos por Marczak (2006) e Labanowski (2004), respectivamente, usando Método de Elementos de Contorno e ESO com critério de rigidez. A configuração ótima apresentada pelos autores citados acima pode ser observada nas figuras 3.22 e 3.23. A figura 3.24 ilustra a configuração ótima obtida com o algoritmo ESO, implementado neste trabalho, em critério de tensão máxima da estrutura.



Figura 3.22 – Viga curta bi-apoiada – MEC - $\bar{A} = 40\% A$
Marczak (2006).

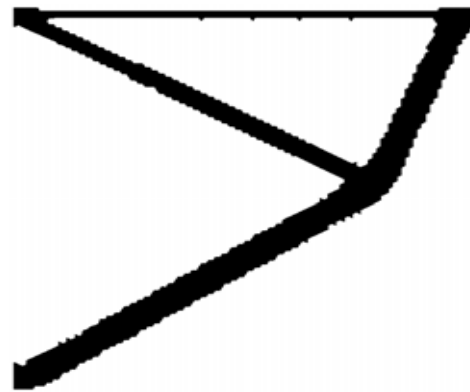


Figura 3.23– Mão-francesa – $\bar{V} = 15\% V$, ESO – Energia Interna.
Labanowski (2004).

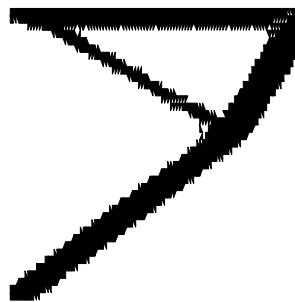


Figura – 3.24 – Mão-francesa - $\bar{V} = 15\% V$
ESO – Tensão

Analizando o problema proposto acima, com uma malha refinada de (80x40) e alterando o volume desejado para 35% do volume inicial, mantendo os demais

parâmetros e condições de contorno, observa-se que a presença do tabuleiro de xadrez aumentou, mas a estrutura ficou mais robusta. Os resultados obtidos são apresentados a seguir.



Figura 3.25 - $RR=5,0\%$, $RRI=1\%$, $ER=1\%$, $VI=35\%$,
 $VRI=1,75\%$, 4800 elementos triangulares,
Iteração 98 - malha (60x40).

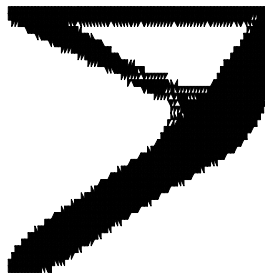


Figura 3.26 - $RR=6,0\%$, $RRI=1\%$, $ER=1\%$, $VI=35\%$,
 $VRI=1,75\%$ 6400 elementos triangulares,
Iteração 90 - malha (80x40).

Como era esperado, diferenças entre as soluções obtidas, para diferentes valores de restrições de volume, são evidentes. Entretanto, não mudam, para este exemplo, a topologia, apenas as larguras das barras. Observa-se, também, que o modelo comparado mantém, aproximadamente, a mesma inclinação das barras, isto é, estão convergindo para mínimos locais parecidos.

Capítulo 4

Otimização Estrutural Evolucionária Suavizada (SESO)

4.1 Introdução

Durante as últimas três décadas, muitos métodos matemáticos e heurísticos de otimização foram desenvolvidos, podendo citar: Bendsøe e Kikuchi (1988), Zhou e Rozvany (1991), Xie e Steven (1993), Xie e Steven (1997). Entre eles, o método de Otimização Estrutural Evolucionária (ESO) que usa o conceito de gradualmente remover (“hard-kill”) material ineficiente de uma estrutura, para que a estrutura resultante evolua na direção ótima.

Ao se estudar e avaliar os exemplos pelo método ESO, notou-se que a remoção dos elementos em cada iteração que satisfizesse a inequação (3.3), levava a retirada, muitas vezes, precipitada ou precoce de um elemento que não deveria ser retirado. Isto se dava, muitas vezes, pelo fato de que no processo evolutivo, certo elemento que não deveria sair acabava sendo retirado para atender a inequação de tensões máximas, gerando a uma solução forçada, não-ótima e com a criação, fortemente, acentuada do problema do “checkerboard”, o qual é um dos maiores problemas do ESO.

Como alternativa, neste trabalho é proposto uma técnica - denominada de SESO (Smoothing ou Suavização do ESO) - que representa uma suavização do ESO, de modo que ao invés de retirar o elemento que atenda a inequação (3.3), conforme procedimento do ESO atribui-se a cada elemento um valor de rigidez menor, reduzindo assim sua matriz constitutiva (D) ao longo do processo evolutivo, seguindo uma função de ponderação.

A filosofia do novo procedimento se baseou na observação de que se o elemento não for realmente necessário à estrutura, naturalmente sua contribuição de rigidez vai diminuindo progressivamente, até que ele não tenha influência na estrutura. Caso contrário, se ele é imprescindível para a estrutura, mas em um certo ponto sua tensão ficou abaixo do limite da tensão máxima de Von Mises, ao invés de retirá-lo, diminui-se sua rigidez e o mantém na estrutura. Esse procedimento evita a retirada

precoce de algum elemento, mas também, gera um maior tempo computacional no processo evolutivo.

O SESO foi desenvolvido, inicialmente, organizando em um grupo os elementos que atendem a inequação (3.3), de modo que é estabelecido a priori uma porcentagem de permanência (p%) dos elementos desse grupo, de modo que os demais elementos do grupo são devolvidos à estrutura (1-p%). Esta devolução é realizada por uma função reguladora, que pondera os elementos com maiores tensões como um procedimento (“soft-kill”). Esta técnica mostrou-se eficiente e capaz de suavizar um dos principais problemas da otimização topológica que é a formação de tabuleiro de xadrez (“checkerboard”), conforme comentado.

Neste capítulo, será feita uma abordagem teórica da técnica SESO, sendo apresentados os resultados numéricos de alguns exemplos clássicos da literatura da OT usando esta técnica. Também será feito um breve comentário sobre os filtros de densidade e de vizinhança fixa, assim como, a formulação do filtro utilizado neste trabalho.

4.2 Otimização Estrutural Evolucionária Suavizada (SESO)

A técnica de otimização topológica proposta nesta dissertação é uma suavização do ESO, pois apresenta um procedimento (“soft-kill”), isto é, o material que deveria ser removido pelo ESO, num procedimento (“hard-kill”), é dividido em n grupos, tal que p% destes n grupos são removidos e (1-p%) devolvidos a estrutura, proporcionando uma suavização do ESO. Esta remoção e devolução de elementos à estrutura é feita por uma função, linear ou hiperbólica, que pondera a razão $\frac{\sigma_e^{VM}}{\sigma_{VM}^{MAX}}$ dentro do domínio $\bar{\Gamma}$, isto é, permite que elementos com alta tensão (próximos σ_{VM}^{MAX} , mas que atendem a restrição do ESO) sejam reintegrados a estrutura a cada iteração. Isto proporciona um bom condicionamento do novo sistema de equações que será resolvido na iteração seguinte, pois estes elementos são importantes para a estrutura.

O procedimento “soft-kill”, usado na técnica SESO, pode ser interpretado assim:

$$D(j) = \begin{cases} D_0 & \text{se } j \in \Gamma \\ D_0 \eta_j(\bar{\Gamma}) & \text{se } j \in \bar{\Gamma} \end{cases} \quad (3.6)$$

onde $0 \leq \eta_j(\bar{\Gamma}) \leq 1$ é uma função reguladora que pondera o valor da razão $\frac{\sigma_e^{VM}}{\sigma_{VM}^{MAX}}$ dentro do domínio $\bar{\Gamma}$ e pode eliminar o problema do tabuleiro.

A suavização proposta pode ser realizada através do termo $\eta(\bar{\Gamma})$ usando uma função linear do tipo $\eta(\bar{\Gamma}) = \alpha j + \beta$ ou uma função trigonométrica do tipo $\eta(\bar{\Gamma}) = \sin(\alpha j)$, pois estas funções são contínuas, portanto, diferenciáveis em todo o domínio $\bar{\Gamma}$ e tem imagem variando de 0 a 1.

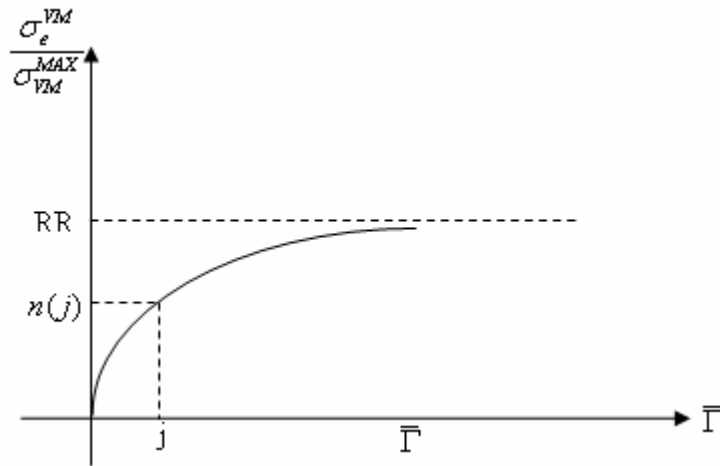


Figura 4.1 – Ilustração da suavização do volume de elementos retirados na iteração i

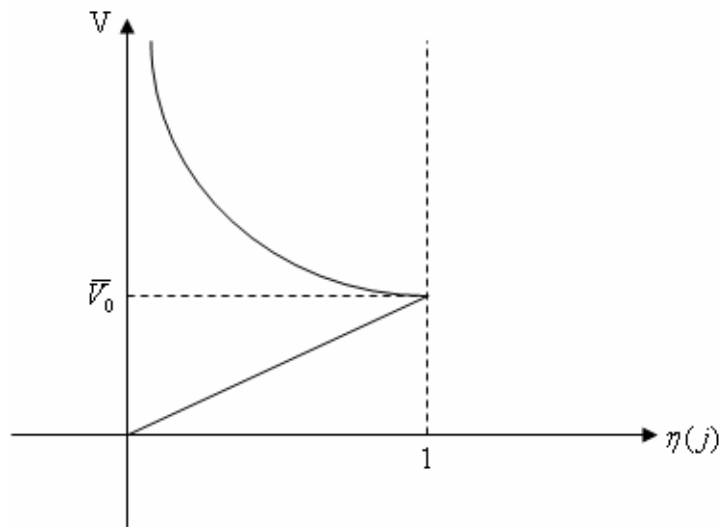


Figura 4.2 – Ilustração da evolução do volume com a variação da função reguladora $\eta(j)$

4.3 – Filtros

Em Cardoso (2000) é descrito que o procedimento de filtrar consiste em aplicar um operador matemático sobre uma função não regular, capaz de obter uma função nova, mais suave. Estes métodos de filtragem apresentam a vantagem de serem mais fáceis de programar e, computacionalmente, mais barato. Sigmund (1994) e Sigmund (1997) comentam que os filtros são capazes de alcançar a independência da malha quando aplicado sobre os gradientes da função objetivo. Bourdin (2001) verificou que os filtros de densidade têm capacidade de controlar o gradiente das variáveis de projeto, portanto apresenta bons resultados com relação ao problema de dependência da malha.

Desse modo, existem na literatura diversos trabalhos que apresentam técnicas de filtro, onde se destacam os dois mais comuns.

4.3.1 – Filtros de Densidade

Na Otimização Topológica os filtros espaciais de densidade, Cardoso e Fonseca (1999), Cardoso e Fonseca (2003) conseguiram bons resultados quanto à dependência da malha. A idéia deste método é transformar um problema mal posto em um problema

bem condicionado, pois considera os centróides de um conjunto de elementos finitos da malha contido num círculo cujo centro coincide com o centróide de um elemento finito central, deste modo todos os elementos vizinhos localizados no interior do círculo influenciam diretamente na densidade deste último elemento.

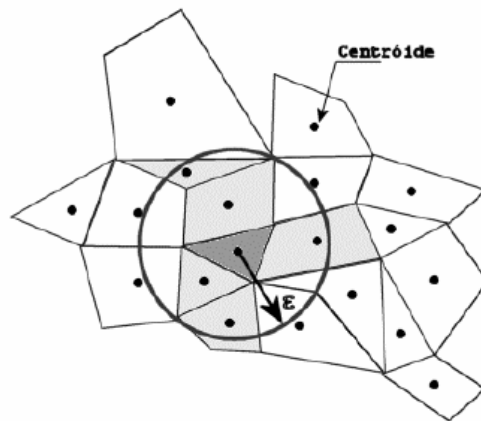


Figura 4.3 – Abrangência do filtro espacial em malha irregular.

Sant’Anna (2002)

Este filtro suaviza a distribuição espacial das variáveis de projeto ao longo do domínio estendido fixo, através de uma transformação matemática a cada variável do problema de otimização.

O filtro espacial com raio de abrangência variável, adotado nesta dissertação, é aplicado no campo das tensões, calculado no centróide de cada elemento, mas como estas tensões são variáveis, atualizadas a cada iteração durante o processo de otimização, ao aplicar esse filtro modifica-se os valores ótimos encontrados para essas variáveis. No entanto, como o filtro é aplicado no centróide dos elementos, isto permite um controle simplificado da complexidade da OT.

4.3.2 – Filtros de Vizinhaça Fixa

Nos filtros de vizinhaça fixa, o conceito é um pouco diferente, já que o elemento central sofre influência, apenas, dos elementos vizinhos adjacentes (vizinho de lados e nós). Estes filtros foram propostos por Swan e Kosoka (1997a) e não resolve o

problema de dependência da malha, mas tem a capacidade de solucionar a instabilidade de tabuleiro.

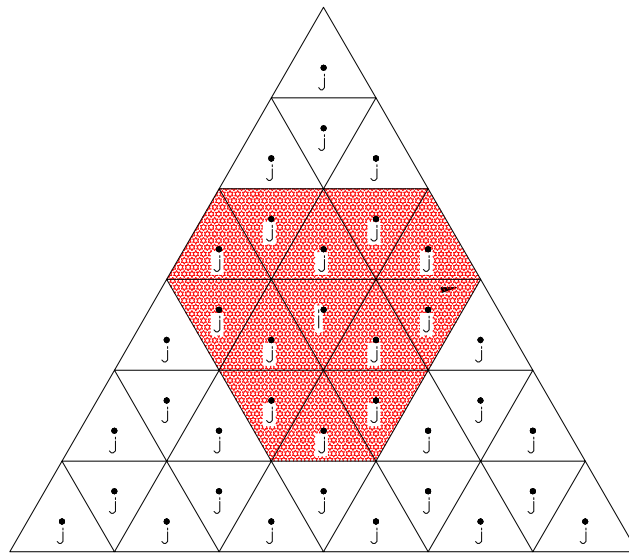


Figura 4.4 – Elemento central i sofrendo influência dos elementos vizinhos de lados e nós

Nota-se que, havendo um refinamento da malha inicial representada pela Figura 4.4, o filtro por vizinhança fixa agirá em uma área menor, se considerado sobre o ponto de vista de um único elemento finito. Este comportamento explica a ineficiência deste tipo de filtro em adequar solução independente do nível de refinamento da malha.

4.4 Eliminação do Tabuleiro de Xadrez

Sabe-se que, quanto mais discretizado o domínio inicial do projeto melhor o contorno da topologia ótima, além de descrever melhor o campo de deslocamentos e consequentemente o campo das deformações e tensões. Entretanto, o aumento desta discretização no domínio inicial do projeto provoca a formação do “tabuleiro de xadrez”. Neste item será verificada a evolução do código computacional implementado neste trabalho capaz de lidar com malhas finas e evitar a formação do indesejado “tabuleiro de xadrez”.

Depois da implementação da rotina do ESO, num procedimento “hard-kill”, verifica-se a formação do tabuleiro e a grande dependência desta técnica da discretização do domínio inicial do projeto. A partir disso, foi implementado um filtro espacial de tensão que tem capacidade de evitar a formação do tabuleiro. Este filtro suaviza a distribuição espacial das variáveis de projeto (tensão de Von Mises de cada elemento) ao longo do domínio inicial do projeto.

O filtro utilizado neste trabalho minimiza, também, a dependência da malha de elementos finitos e permite o controle da complexidade da topologia.

O parâmetro de controle do filtro é o raio de abrangência e quanto maior for o raio maior será a suavização da distribuição das tensões de Von Mises do elemento central no interior do domínio inicial. Porém não se deve usar um valor pequeno, pois corre-se o risco de voltar ao problema da formação do tabuleiro de xadrez, e não se deve usar um valor grande, uma vez que culmina numa quantidade muito grande de elementos para calcular as tensões intermediárias de Von Mises, já que esta é calculada observando a distância entre os centróides do elemento central e os vizinhos de nós e arestas, e os elementos cujos centróides estiverem dentro do círculo de raio r , ver figura 4.5.

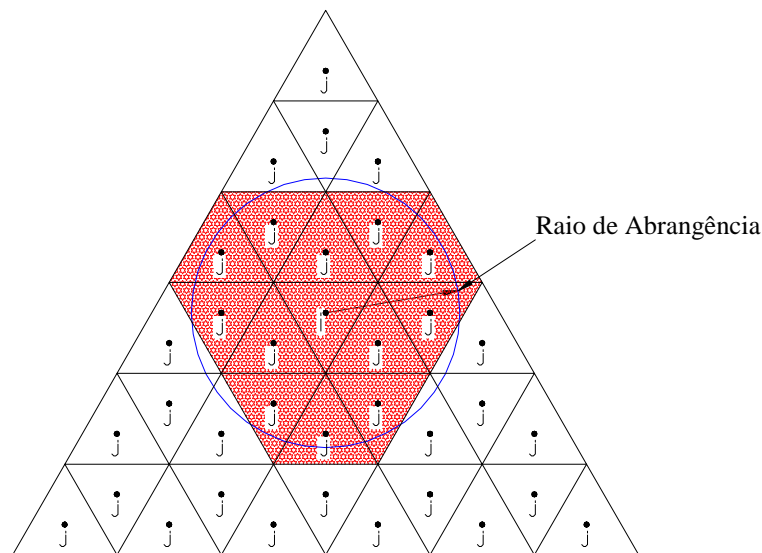


Figura 4.5 – Elemento central i sofrendo influência dos elementos vizinhos dentro de um círculo de raio r

A maneira pela qual a tensão do elemento i sofre influência das tensões dos elementos j dentro de uma circunferência de raio r é dada pela equação:

$$\sigma_i^{\text{ponderado}} = \frac{\sigma_i^{\text{vm}} \cdot A_i + \bar{w} \cdot \sum_j^{NV} \sigma_j^{\text{vm}} \cdot A_j}{A_i + \bar{w} \cdot \sum_j^{NV} A_j} \quad (3.7)$$

o termo $\sigma_i^{\text{ponderado}}$ é a tensão de Von Mises ponderada do elemento i , que, inicialmente, apresenta tensão de Von Mises σ_i^{vm} , A_i é a área do elemento i , A_j área do elemento j e σ_j^{vm} a tensão de Von Mises do elemento j . O peso \bar{w} é escrito através da equação:

$$\bar{w} = \frac{\sum_{j=1}^{NV} w_j}{NV} \quad (3.8)$$

onde:

$$w_j = \frac{R_{\max} - R_{ij}}{R_{\max}} \quad (3.9)$$

Na equação 3.8, NV representa o número de elementos finitos cujos centróides estão no interior da circunferência de raio de abrangência R_{\max} . Na equação 3.9, R_{ij} é a distância entre os centróides dos elementos i e j . Assim, mesmo que haja um refinamento da malha, mas o raio seja mantido, a região delimitada pelo círculo será a mesma agora com mais elementos triangulares que influenciam a tensão do elemento central, isso justifica a redução da dependência da solução com relação ao nível de discretização da malha de EF, adicionalmente, é possível diminuir também a instabilidade de tabuleiro.

Em termos matemáticos, os filtros espaciais, é uma restrição adicional à formulação do problema de otimização. Com o aumento do raio, os gradientes ficam restritos a valores menores, logo, a transição entre sólido (material) e vazio (sem material) torna-se mais suave, gerando mais elementos com tensões intermediárias. Percebe-se, fortemente, a sensibilidade da formulação do elemento finito utilizado à escolha do raio de abrangência, quando este assume um valor muito grande, pois os gradientes das variáveis de projeto podem ficar restritos a taxas de variações bem

pequenas tais que o problema de otimização pode não ter solução para a condição inicial proposta.

O algoritmo do filtro de tensões, implementado neste trabalho, será apresentado a seguir:

- 1) Calcular as coordenadas do CG do elemento i ;
- 2) Determinar as coordenadas do CG dos elementos j em relação aos eixos coordenados de referência;
- 3) Definir o raio da circunferência, neste trabalho, dado pela média aritmética dos lados dos elementos finitos triangulares, multiplicado por um escalar;
- 4) Calcular a distância do CG do elemento i ao CG dos elementos j e comparar com o raio, se esta distância for menor que o raio, o elemento j terá o CG. dentro do círculo de raio r ;
- 5) Calcular a média ponderada da tensão do elemento i , usando a equação 3.7.

Nas análises numéricas realizadas, verificou-se que a suavização imposta ao ESO, combinada com o filtro, proporciona a eliminação do tabuleiro de xadrez além de tornar a estrutura menos dentada e mais robusta.

4.5 – Algoritmo da Suavização

O algoritmo do SESO é semelhante ao algoritmo do método ESO, mas alterado nos seguintes pontos: 1) Remoção dos elementos (os elementos são divididos em grupos e $p\%$ é removido e $(1-p\%)$ é devolvido a estrutura); 2) Atuação do Nibbling, nesta técnica é definido um intervalo de iterações, isto é, um limite inferior e outro superior, para controlar a sua atuação. Deste modo, é possível descrever em forma de Fluxograma o procedimento do SESO, que é descrito na figura 4.6.

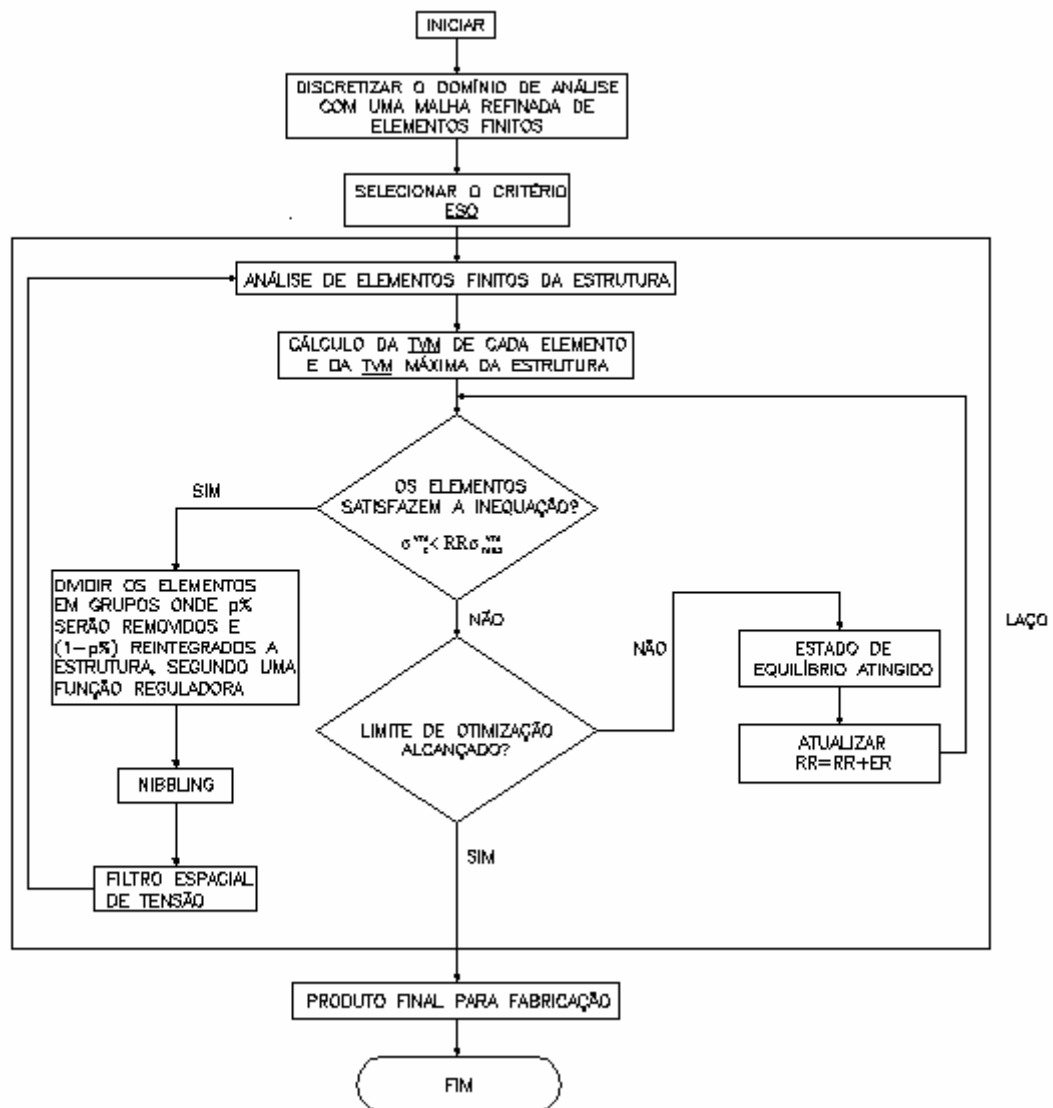


Figura 4.6 – Fluxograma do SESO

4.6 Estudos de Caso

Para ilustrar o conceito de otimização topológica (SESO) para problemas de elasticidade plana linear, serão apresentados, nesta seção, três exemplos de estruturas planas modeladas com estado plano de tensões. Portanto, considere um componente estrutural plano, caracterizado num espaço R^2 e por uma espessura no domínio R . Os exemplos utilizados foram retirados da literatura para validação do algoritmo implementado.

Para o terceiro exemplo é apresentado o gráfico volume, tensão e razão de rejeição (RR) por número de iterações das duas técnicas, respectivamente, ESO e SESO.

4.6.1 Problema de duas Barras

O problema de duas barras foi analisado para avaliar a implementação da técnica SESO. Assim, as propriedades do material não foram alteradas e nem a geometria inicial do projeto, ver figura 3.9, proporcionando uma comparação mais precisa com o procedimento de otimização usando o método ESO.

Aplicando o algoritmo SESO implementado obteve-se a evolução da estrutura para a seguinte forma otimizada.



Figura 4.6.1 - RR= 3%, 2998 elementos triangulares,
Iteração 31 - malha (25x60) - SESO.



Figura 4.6.2 - $RR= 6,75\%$, 2998 elementos triangulares,
Iteração 87 - malha (25x60) - SESO.



Figura 4.6.3 - $RR= 10,5\%$, 2998 elementos triangulares,
Iteração 132 - malha (25x60) - SESO.

Com o objetivo de avaliar a dependência da técnica de otimização (SESO) implementada neste trabalho, com relação ao refinamento da malha e a fração de volume desejado, o exemplo de duas barras foi discretizado com as seguintes malhas: (40x96) e (50x120). O volume desejado igual a 25%. Os demais parâmetros e condições de contorno foram mantidos iguais. Os resultados obtidos serão apresentados a seguir.



Figura 4.6.4- $RR=8,25\%$, 7680 elementos triangulares,
Iteração 182 - malha (40x96).



Figura 4.6.5-RR=5,25%, 12000 elementos triangulares,
Iteração 182 - malha (50x120).

O gráfico a seguir mostra uma relação inversa entre RR e o número de elementos da malha. Nesta análise verificou-se que quanto mais refinada a malha, maior será a tensão de Von Mises Máxima e menor o valor de RR. Assim o produto de RR pela tensão máxima da estrutura tem uma variação pequena em relação à malha menos refinada proporcionando a cada iteração a retirada de um número maior de elementos e consequentemente menos passos de RR para atingir o estado de equilíbrio.

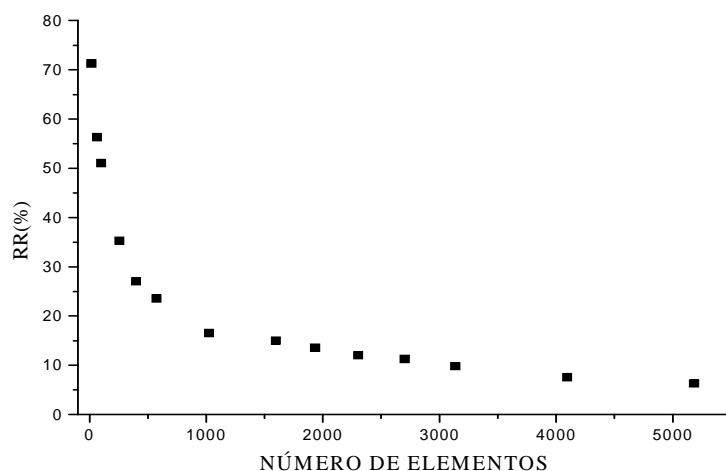


Figura 4.6.6 – RR (%) por número de elementos
da malha – SESO

4.6.2 Mão-francesa

Neste, exemplo, para fazer uma comparação com o método ESO, não foram alteradas as variáveis de projeto, apenas os limites de atuação do Nibbling. Assim, as

dimensões do domínio e as condições de contorno podem ser verificadas no capítulo anterior, ver figura 3.19. O material isotrópico utilizado é o aço, com módulo de elasticidade valendo $E = 2,1 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$ e um coeficiente de Poisson valendo $\nu = 0,3$. O domínio foi discretizado numa malha fina de (80×40) com 6400 elementos.

Aplicando o algoritmo, obteve-se a evolução da estrutura para a seguinte forma otimizada, veja figuras 4.6.7 e 4.6.8.



Figura 4.6.7-RR=2%,RRI=1%,ER=1%,VI=72%,
VRI=5%, 8000 elementos triangulares,
Iteração 32 - malha (80×40) - SESO.



Figura 4.6.8-RR=3%,RRI=1%,ER=1%,VI=40%,
VRI=5%, 8000 elementos triangulares,
Iteração 88 - malha (80×40) – SESO

Com o objetivo de avaliar a dependência do método de otimização implementado com relação ao refinamento da malha, fração de volume desejado e razão de evolução, o exemplo de mão-francesa, foi discretizado com as seguintes malhas (60×40) e (100×40) . O volume desejado igual a 35% e $ER=0,75\%$. Os demais

parâmetros e condições de contorno foram mantidos iguais. Os resultados obtidos serão apresentados a seguir, veja figuras 4.6.9 e 4.6.10.

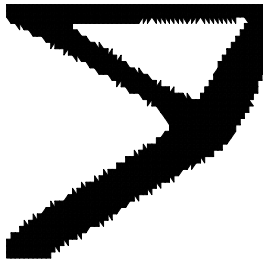


Figura 4.6.9-RR=6,0%,RRI=1%,ER=0,75%,VI=35%,
VRI=5%,4800 elementos triangulares,
Iteração 128 - malha (60x40) - SESO.

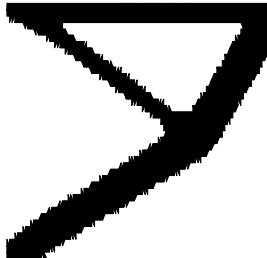


Figura 4.6.10-RR=6,0%, RRI=1%, ER=0,75%,VI=35%,
VRI=5%,8000 elementos triangulares,
Iteração 143 - malha (100x40) - SESO.

Como era esperado, o custo computacional da técnica SESO, é um pouco mais caro que o método ESO, respectivamente, 255 e 267 segundos, isto ocorre devido à suavização, uma vez que o volume retirado por iteração (VRI), foi mantido o mesmo. Entretanto, os resultados apresentados pela técnica SESO são melhores do que os apresentados pelo ESO, uma vez que não apresenta problemas indesejados como o tabuleiro de xadrez, e ainda, determina uma suavidade no contorno da estrutura.

4.6.3 Viga Curta bi-apoiada com Carga Concentrada

Este exemplo foi resolvido usando o método ESO e a técnica SESO para fazer uma comparação entre as variáveis de projeto envolvidas. Assim, são apresentados alguns gráficos que mostram a evolução da solução nos dois processos de otimização.

A geometria, condições de contorno e ações do problema são indicadas na figura 4.6.11, e a espessura considerada para chapa foi de 1 mm. O domínio foi discretizado numa malha refinada de (100x40) com 8000 elementos finitos triangulares.

O processo evolucionário começou com uma razão de rejeição (RR) igual 1% e uma razão evolucionária de 1%. As propriedades do material utilizado são coeficiente de Poisson $\nu = 0,33$, módulo de Young $E = 210$ GPa e volume desejado igual a 40% do volume inicial, volume retirado por iteração igual a 1,75%.

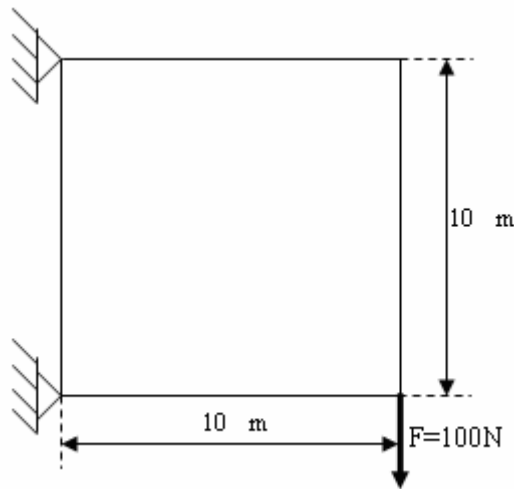


Figura 4.6.11 – Viga curta biapoiada com carga pontual

Aplicando o algoritmo ESO, implementado neste trabalho, obteve-se a evolução da estrutura para a seguinte forma otimizada, observe as figuras 4.6.12 e 4.6.13.



Figura 4.6.12 - RR=2%,RRI=1%, ER=1%, VI=64%
VRI=1,75%, 8000 elementos triangulares,
Iteração 60 - malha (100x40) - ESO.

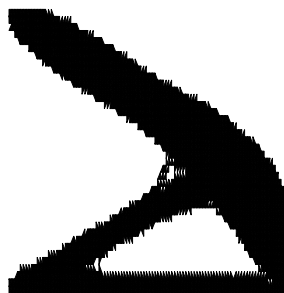


Figura 4.6.13 - RR=4%,RRI=1%, ER=1%, VI=40%
 VRI=1,75%, 8000 elementos triangulares,
 Iteração 142 - malha (100x40) - ESO.

Para mostrar a evolução do volume, índice de performance, tensão de Von Mises e razão de rejeição com número de iterações, foram plotados os seguintes gráficos:

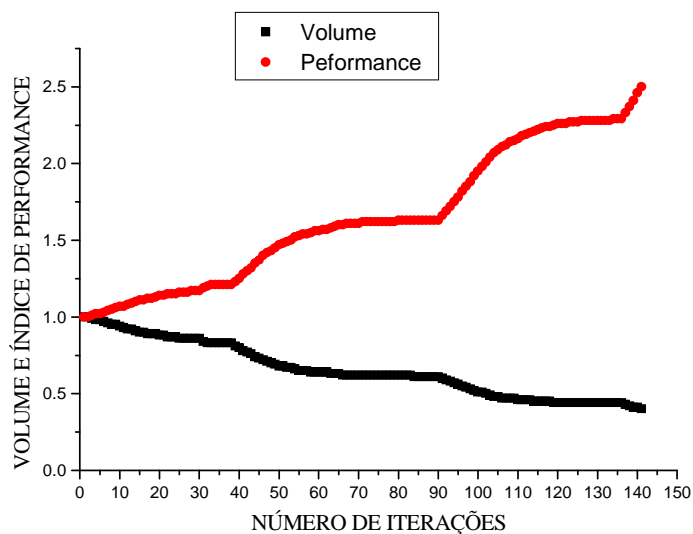


Figura 4.6.14 – Evolução do volume e índice de performance
 por número de iterações usando o método ESO

Na figura 4.6.14 nota-se que o índice de performance monitora, a cada iteração, o desempenho da estrutura quando o seu volume tende para o critério de ótimo desejado. Durante o processo evolucionário a degeneração do domínio fixo estendido

pode causar uma instabilidade numérica que, neste caso, poderia ser detectada pelo índice de performance.

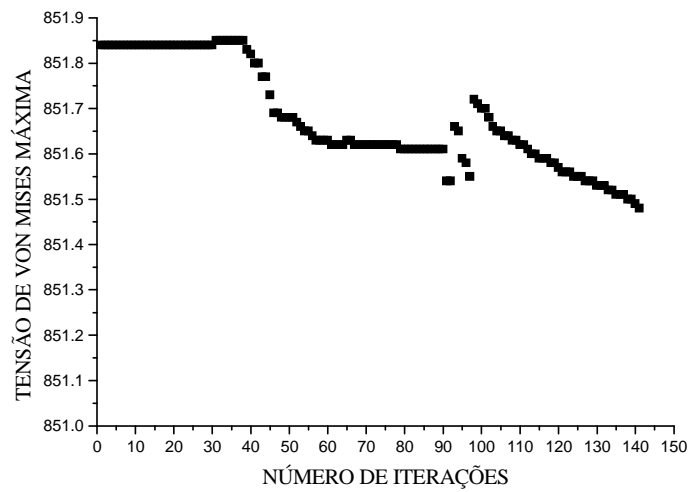


Figura 4.6.15 – Evolução da tensão de Von Mises por número de iterações usando o método ESO

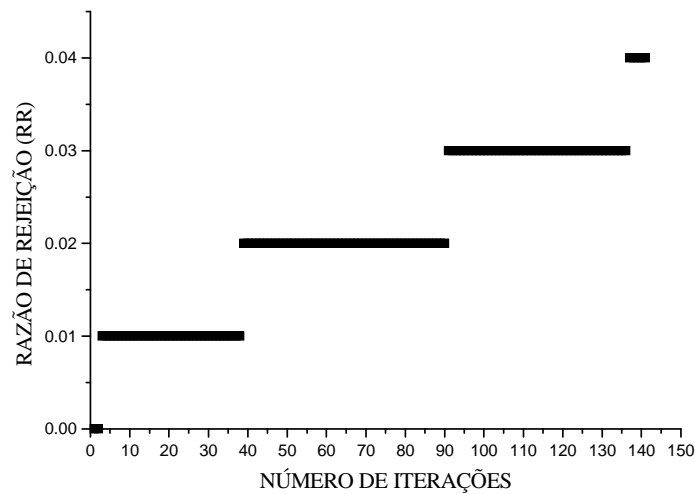


Figura 4.6.16 – Evolução da Razão de Rejeição (RR) por número de iterações usando o método ESO

Com o objetivo de analisar como as grandezas mencionadas acima variam durante o processo evolutivo, este exemplo foi resolvido usando a técnica SESO

mantendo os mesmos parâmetros usados no ESO, mudando apenas os limites de atuação do nibbling. A estrutura, então, evoluiu para a seguinte forma ótima, conforme figura 4.6.18.



Figura 4.6.17 - $RR=3\%$, $RRI=1\%$, $ER=1\%$, $VI=64\%$.

$VRI=1,75\%$, 8000 elementos triangulares,
Iteração 60 - malha (100x40) - SESO.



Figura 4.6.18 - $RR=6\%$, $RRI=1\%$, $ER=1\%$, $VI=40\%$.

$VRI=1,75\%$, 8000 elementos triangulares,
Iteração 125 - malha (100x40) - SESO.

Os gráficos a seguir relacionam as variáveis índice de performance, volume, número de iterações e tensão de Von Mises Máxima e como elas se comportam durante o processo evolutivo.

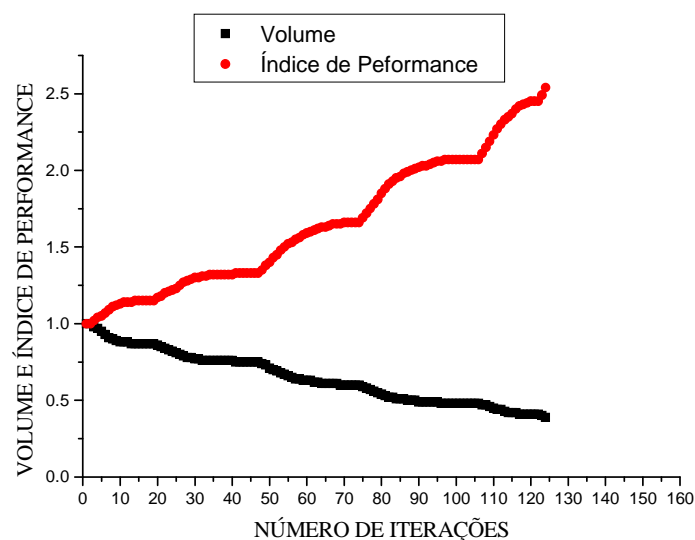


Figura 4.6.19 – Evolução do volume e índice de performance por número de iterações usando a técnica SESO

Durante as análises numéricas realizadas, pode-se observar que o índice de performance mede a eficiência da topologia da estrutura, monitorando o critério de ótimo. Assim, à medida que o volume tende para um volume limite prescrito, o índice de performance, calculado em cada iteração, aumenta, capturando todas as informações de desempenho da estrutura.

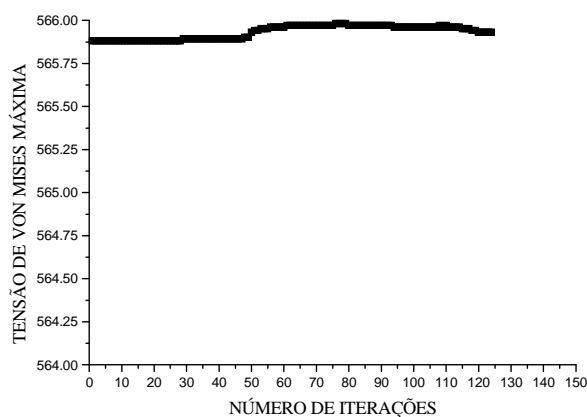


Figura 4.6.20 – Evolução da tensão de Von Mises por número de iterações usando a técnica SESO

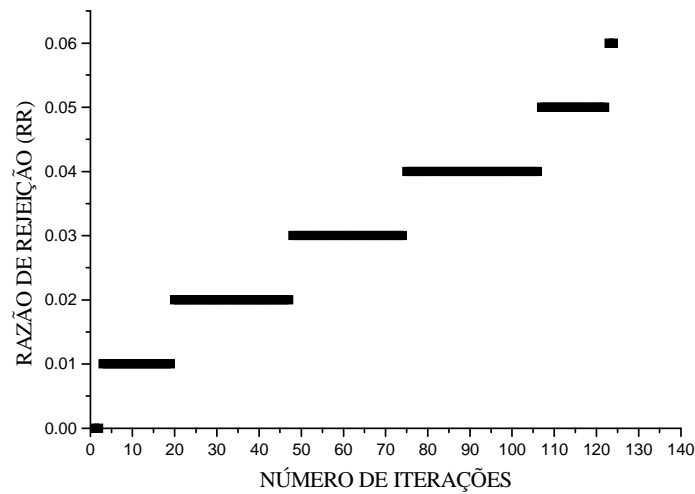


Figura 4.6.21 – Evolução da Razão de Rejeição (RR)
por número de iterações usando o método ESO

Como já era esperado, durante o processo evolucionário, a tensão de Von Mises na técnica SESO é suavizada, mantendo-se menor do que no método ESO, como pode ser observado nos gráficos 4.6.15 e 4.6.20. Como as variáveis de projeto foram mantidas iguais, a justificativa para este fato é que a devolução dos elementos com maiores tensões, que seriam removidos por ser considerados ineficientes, funcionam como “escoras” atenuando as tensões.

Nas análises numéricas realizadas constatou-se que, durante o processo evolutivo, a atualização da razão de rejeição (RR) no método ESO é mais rápida do que na técnica SESO, isto é fácil de explicar, pois o processo de remoção dos elementos considerados ineficientes no método ESO é mais radical, (“hard-kill”) enquanto na técnica SESO é mais moderado, (“soft-kill”), o que provoca um atraso na atualização da razão de rejeição, isto é, são necessários mais passos de RR para atingir a configuração ótima final.

Capítulo 5

Resultados Numéricos

5.1 Introdução

O objetivo deste capítulo é apresentar as investigações feitas através da Otimização Estrutural Evolucionária baseada na implementação de uma rotina com critério de projeto em tensão máxima da estrutura. O método ESO (Evolutionary Structural Optimisation) implementado, neste trabalho, para resolução de alguns problemas tradicionais da OT em regime linear, visando à validação e sua potencialidade. É importante ressaltar que para facilitar o processo de geração de malha desenvolveu-se rotinas de geração de malha triangular baseado na triangularização de Delaunay, Lee e Schachter (1980), uma vez que para realizar a análise elastostática linear do problema de estado plano de tensões usou-se o Método dos Elementos Finitos, de modo que o elemento empregado é denominado de Formulação Livre, com geometria triangular, conforme formulação apresentado em Bergan e Felippa (1985). Além disso, os exemplos apresentam todas as dimensões no SI (Sistema Internacional). O material isotrópico utilizado é o aço, com módulo de elasticidade valendo $E = 2,1 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$ e um coeficiente de Poisson valendo $\nu = 0,3$. Os módulos de elasticidades de valores diferentes do citado foram retirados de exemplos da literatura. Todas as figuras retiradas de Liang et al. (2000) tem suas medidas em milímetros.

Uma suavização do ESO, aqui denominada, SESO também foi implementada neste trabalho. Os exemplos apresentados serão resolvidos com as duas técnicas e os resultados comparados para mostrar a eficiência e robustez da técnica SESO.

Para cada exemplo foi especificado o domínio inicial do projeto, o valor de RR (razão de rejeição), o valor de ER (razão evolucionária), volume desejado, volume retirado por iteração, volume da iteração, a malha de elementos finitos e o número da iteração. Além disso, será apresentado em alguns exemplos etapas do processo evolutivo e uma análise desses resultados.

Este capítulo está dividido em cinco partes, assim distribuídas: 1) exemplos com cargas concentradas, 2) múltiplos casos de cargas, 3) topologia com buracos, 4) peso próprio, 5) aplicações em engenharia civil e mecânica.

5.2 Exemplos com cargas concentradas

5.2.1 – Estrutura de Michel

O primeiro exemplo foi o mesmo resolvido em Xie e Steven (1993) e apresenta a solução analítica, que será usada para validação do algoritmo evolucionário proposto neste trabalho.

A estrutura considerada neste exemplo foi estudada em 1904, por Michell. A figura 5.1 mostra a solução analítica dessa estrutura.

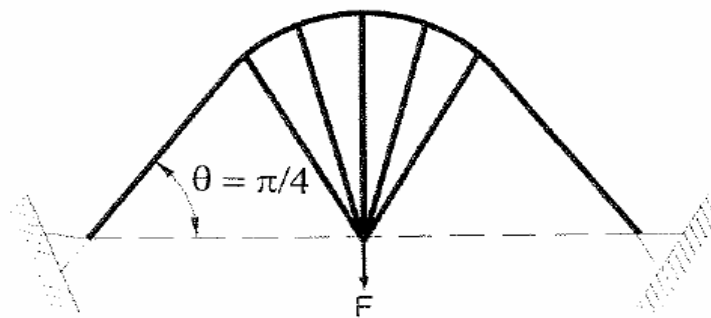


Figura 5.1 – Estrutura de Michell

O algoritmo utilizado parte de um domínio inicial especificado, e através do algoritmo evolucionário de otimização estrutural mostrado no capítulo 3 determina a estrutura otimizada. Na figura 5.2, são indicadas as dimensões do domínio, condições de contorno e ações do problema, a espessura considerada para a chapa foi de 1 mm. Este domínio foi discretizado numa malha refinada de (96x40) com 7680 elementos finitos triangulares.

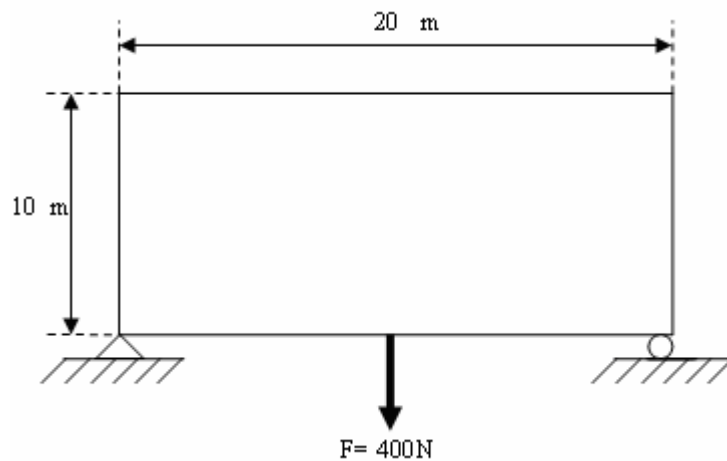


Figura 5.2 – Domínio inicial para a estrutura de Michell

O processo evolucionário começou com uma razão de rejeição (RR) igual 1% e uma razão evolucionária de 0,75%. Módulo de Young $E = 200 \text{ GPa}$ e volume desejado igual a 40% do volume inicial e o volume retirado por iteração de 1,75%. A estrutura evoluiu para a seguinte forma otimizada, veja figuras 5.3 a 5.5.

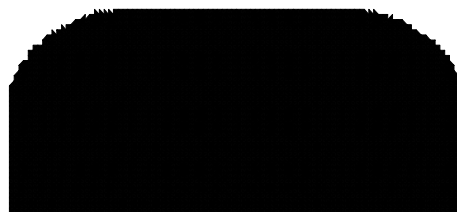


Figura 5.3 - RR=1,5%,RRI=1%,ER=0,75%,
VRI=1,75%, 7680 elementos triangulares,
Iteração 21 - malha (96x40) - ESO

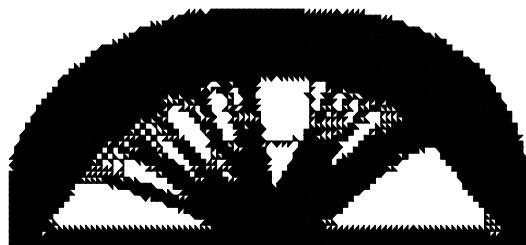


Figura 5.4 - RR=3,75%,RRI=1%,ER=0,75%,
VRI=1,75%, 7680 elementos triangulares,
Iteração 69 - malha (96x40) - ESO

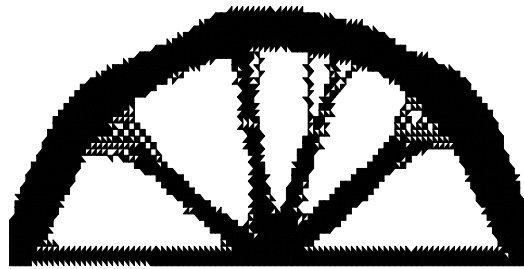


Figura 5.5 - $RR= 6,0\%$, $RRI=1\%$, $ER=0,75\%$,
 $VRI=1,75\%$, 7680 elementos triangulares,
 Iteração 230 - malha (96x40) – ESO

O exemplo anterior foi resolvido com a técnica SESO, mostrando-se mais robusta e eliminando a presença do checkboard (tabuleiro de xadrez) que pode ser observado na figura 5.5.

O processo evolucionário começou com uma razão de rejeição (RR) igual 1% , uma razão evolucionária de 1,1% e volume retirado por iteração de 5% proporcionando uma convergência mais rápida que o método ESO. A estrutura de Michell usando a técnica SESO evoluiu para a seguinte forma otimizada, veja figuras 5.6 a 5.8.

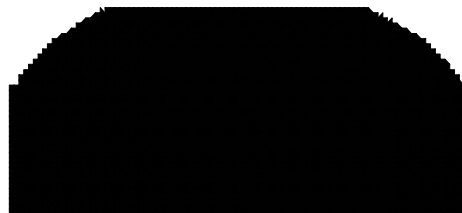


Figura 5.6 - $RR= 2,2\%$, $RRI=1\%$, $ER=1,1\%$,
 $VRI=5\%$, 7680 elementos triangulares,
 Iteração 21 - malha (96x40) - SESO



Figura 5.7 - $RR= 5,5\%$, $RRI=1\%$, $ER=1,1\%$,
 $VRI=5\%$, 7680 elementos triangulares,
 Iteração 69 - malha (96x40) - SESO



Figura 5.8 - RR= 8,8%, RRI=1%, ER=1,1%,
VRI=5%, 7680 elementos triangulares,
Iteração 129 - malha (96x40) – SESO

O gráfico, a seguir, mostra o processo evolutivo do exemplo 1, em que o índice de performance, monitora o desempenho da estrutura, enquanto o volume tende para o volume desejado.

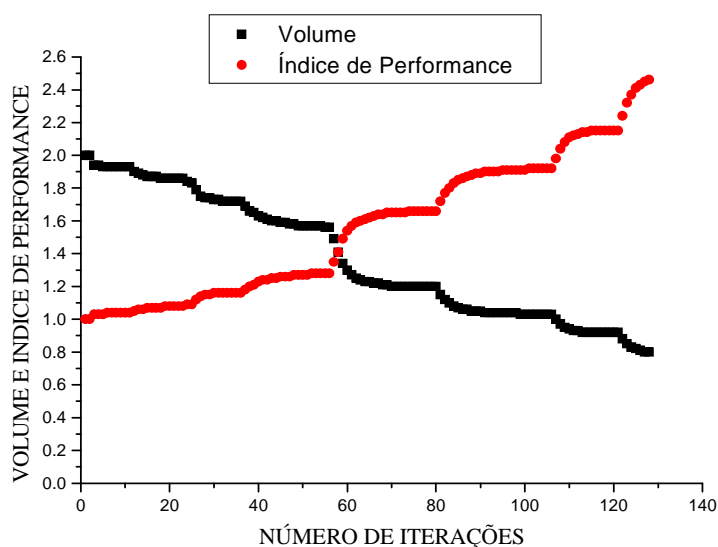


Figura 5.9 – Evolução do volume e índice de performance
por número de iterações usando a técnica SESO

O gráfico a seguir mostra que a razão entre a tensão de Von Mises atual pela tensão de Von Mises inicial cresce com o número de iterações devido a remoção do elementos em cada iteração, no entanto, nas análises realizadas este crescimento não ultrapassou o valor de 2% da tensão inicial.

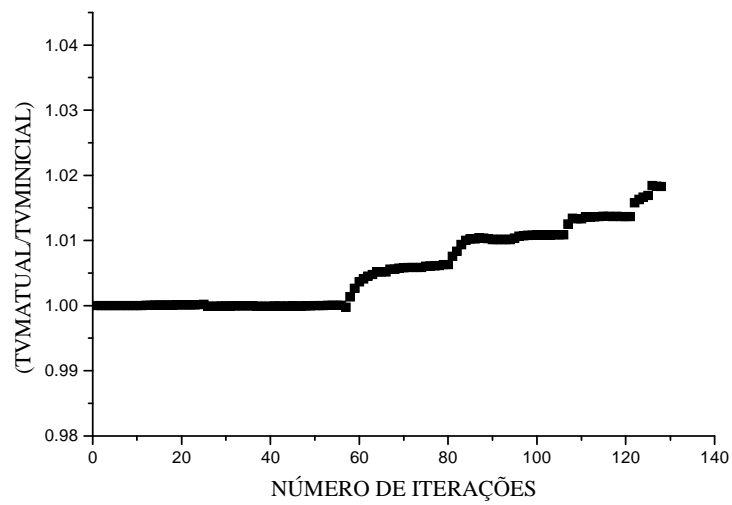


Figura 5.10 – Razão da tensão de Von Mises Máxima atual pela Inicial por número de iterações usando a técnica SESO

Os resultados podem ser comparados com o resultado obtido por Liang (2005), Querin (1997), respectivamente, usando PBO (Performance-based Optimization) e Performance Index. A configuração ótima apresentada pode ser vista nas figuras 5.11 e 5.12.

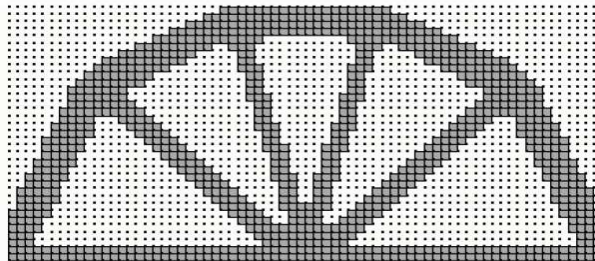


Figura 5.11 – Configuração obtida por Liang (2005)

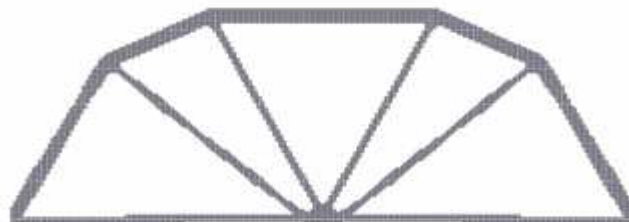


Figura 5.12 – Configuração obtida por Querin (1997)

Neste exemplo, constatou-se que o método ESO, apresentou a instabilidade numérica do tabuleiro de xadrez, e teve um custo computacional de, aproximadamente, 12 minutos. A técnica SESO apresentou um custo computacional de 8 minutos, e não apresentou a instabilidade do tabuleiro, além de apresentar-se mais robusta e mais “limpa”, que no método ESO. Os parâmetros alterados, ER e volume retirado por iteração, proporcionaram à técnica SESO melhor desempenho computacional.

5.2.2 - Viga biengastada com carga concentrada

Este exemplo visa simular uma viga biengastada sob estado plano de tensão. A geometria e as condições de contorno são mostradas na figura 5.13. A estrutura contínua é discretizada em um modelo de elementos finitos, com 3600 elementos triangulares. As unidades de todas as grandezas envolvidas são compatíveis entre si, a espessura considerada para esta viga foi de 1 mm. O resultado encontrado usando o método ESO e a técnica SESO pode ser comparado com o apresentado por Wang (2003), ver figura 5.17, usando o Método de Homogeneização.

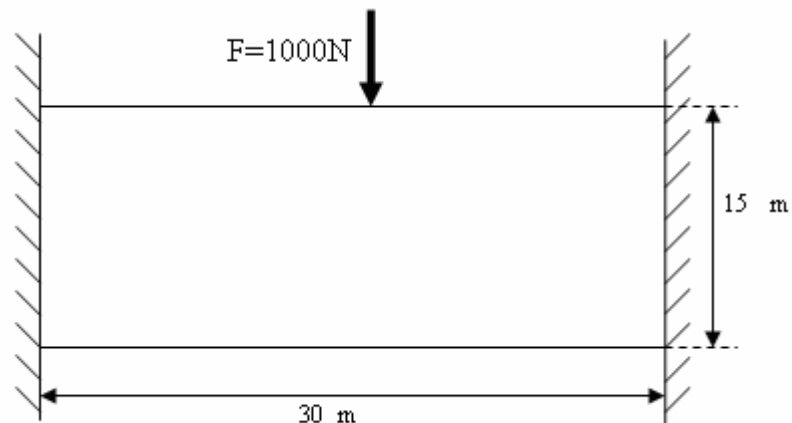


Figura 5.13 – Viga curta
biengastada com carga concentrada

O processo evolucionário começou com uma razão de rejeição (RR) igual 1% e uma razão evolucionária de 0,5%. As propriedades do material utilizado são coeficiente

de Poisson $\nu = 0,30$, módulo de Young $E = 100$ GPa e volume desejado igual a 53% do volume inicial, o volume retirado por iteração foi de 1%.

Aplicando o algoritmo implementado obteve-se a evolução da estrutura para a seguinte forma otimizada, veja figuras 5.14 a 5.16.

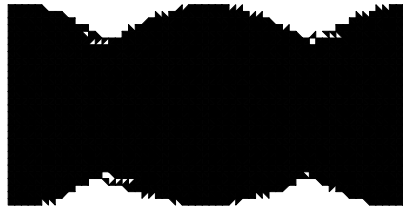


Figura 5.14 – RR=2,5%,RRI=1%,ER=0,5%,
VRI=1%, 3600 elementos triangulares,
Iteração 35 – malha (60x30) – ESO

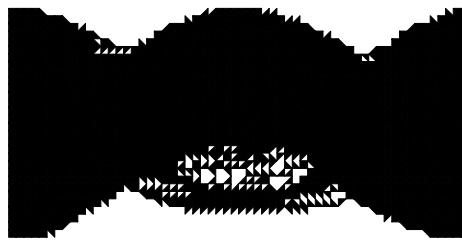


Figura 5.15 – RR=3,0%, RRI=1%,ER=0,5%,
VRI=0,5%,3600 elementos triangulares,
Iteração 75 – malha (60x30) – ESO

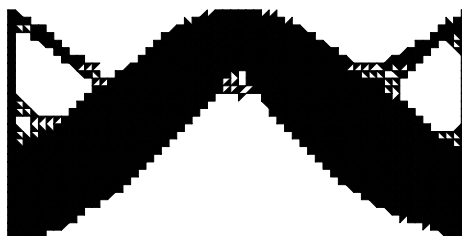


Figura 5.16 – RR=4,5%, RRI=1%,ER=0,5%,
VRI=1%,3600 elementos triangulares,
Iteração 140 – malha (60x30) - ESO

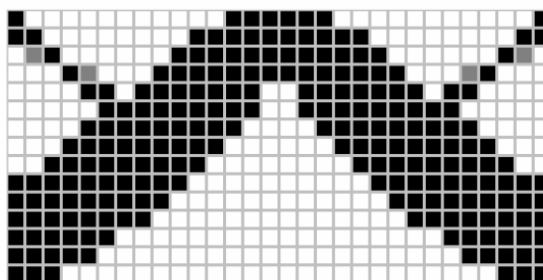


Figura 5.17 - Viga curta biengastada com carga pontual
Wang (2003)

O processo evolucionário, usando a técnica SESO, começou com uma razão de rejeição (RR) igual 1% , razão evolucionária de 1,25% e o volume retirado por iteração de 10%. A estrutura otimizada usando a técnica SESO converge com uma velocidade maior que o ESO, pois apesar da suavização imposta é possível retirar mais elementos de uma só vez, sem provocar uma instabilidade numérica durante o processo evolutivo. Assim, a estrutura evoluiu para da seguinte forma, veja as figuras de 5.18 a 5.20.

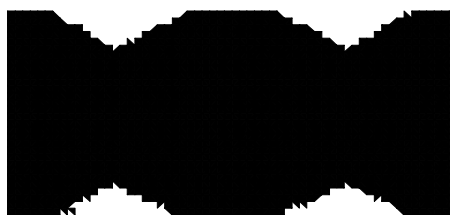


Figura 5.18 – RR=3,75%,RRI=1%,ER=1,25%,
VRI=10%, 3600 elementos triangulares,
Iteração 15 – malha (60x30) – SESO

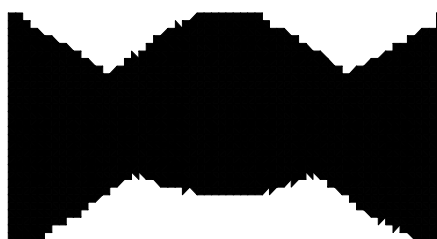


Figura 5.19 – RR=5,0%, RRI=1%,ER=1,25%,
VRI=10% 3600 elementos triangulares,
Iteração 45 – malha (60x30) – SESO

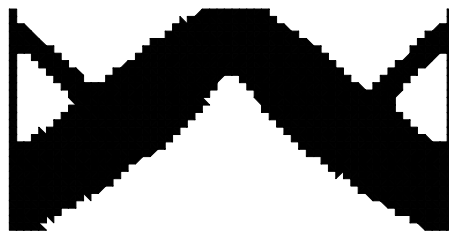


Figura 5.20 – $RR=6,25\%$, $RRI=1\%$, $ER=1,25\%$,
 $VRI=10\%$ 3600 elementos triangulares,
 Iteração 73 – malha (60x30) – SESO

A diferença da configuração ótima apresentada nas figuras 5.16 e 5.20 em comparação com a figura 5.17 ocorre devido às condições de contorno empregada na implementação dos algoritmo.

5.3 – Exemplos com vários casos de cargas concentradas

5.3.1 - Exemplo 1 - Viga biapoiada

Neste exemplo, o modelo é representado por um domínio inicial, conforme ilustrado na figura 5.3.1. As variáveis são compatíveis, e todas no SI de unidades de medidas. Para discretizar o problema foi utilizado uma malha refinada de (32x20) com 1280 elementos triangulares. Além disso, foi considerado como critério de parada o volume igual a 35% do volume inicial. A espessura considerada para a chapa foi de 1 mm e o módulo da força concentrada igual a 1000N. A topologia final foi atingida após 113 iterações do algoritmo de otimização topológica descrito no capítulo 3, com volume retirado por iteração igual a 1,75%.

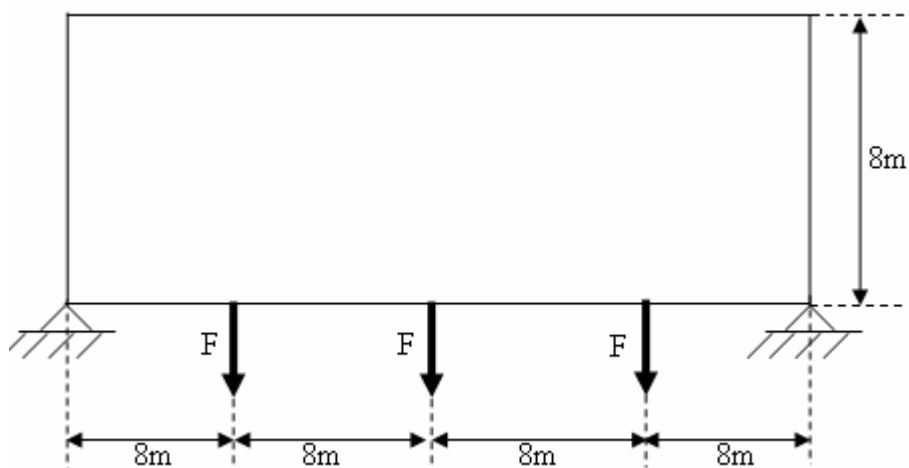


Figura 5.3.1 – Viga curta biapoiada com três cargas concentradas

O processo evolucionário começou com uma razão de rejeição (RR) igual 1% e uma razão evolucionária de 0,75%. Assim, a estrutura evoluiu para a seguinte forma otimizada.

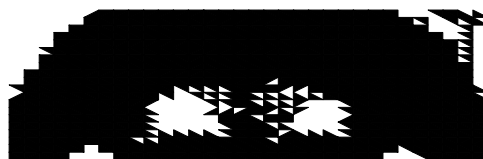


Figura 5.3.2 – RR = 4,5%, RRI=1%, ER=0,75%,
VRI=1,75%, 1280 elementos triangulares,
Iteração 28 – malha (32x20) – ESO

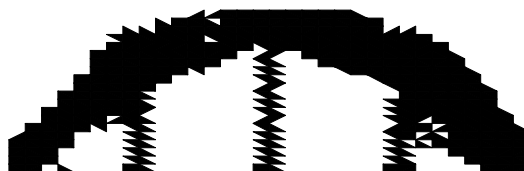


Figura 5.3.3 – RR = 9,0%, RRI=1%, ER=0,75%,
VRI=1,75%, 1280 elementos triangulares,
Iteração 79 – malha (32x20) – ESO

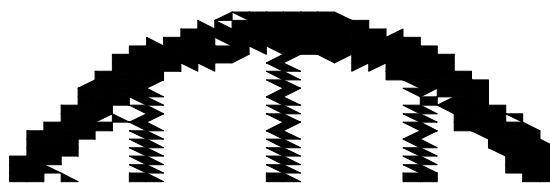


Figura 5.3.4 – $RR = 12,75\%$, $RRI=1\%$, $ER=0,75\%$,
 $VRI=1,75\%$, 1280 elementos triangulares,
 Iteração 113 – malha (32x20) - ESO

O resultado acima pode ser comparado com o exemplo resolvido em Arantes (2003), usando a técnica de otimização topológica com refino h-adaptativo e o resultado apresentado na figura 5.3.5 a seguir:

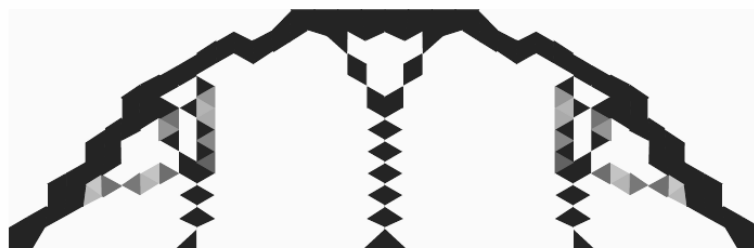


Figura 5.3.5 – Viga curva biapoiada com três cargas concentradas
 Arantes (2003)

Este exemplo foi analisado usando a técnica SESO alterando os limites de atuação do nibbling, a razão de evolução para 1,25% e o volume retirado por iteração para 5%. A topologia final foi atingida após 93 iterações do algoritmo de otimização topológica descrito no capítulo quatro (4). A estrutura otimizada usando a técnica SESO evoluiu para da seguinte forma, veja figuras 5.3.6 a 5.3.8.

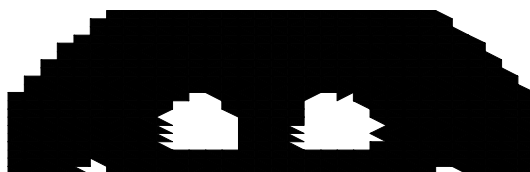


Figura 5.3.6 – $RR = 7,5\%$, $RRI=1\%$, $ER=1,25\%$,
 $VRI=5\%$, 1280 elementos triangulares,
 Iteração 31 – malha (32x20) - SESO

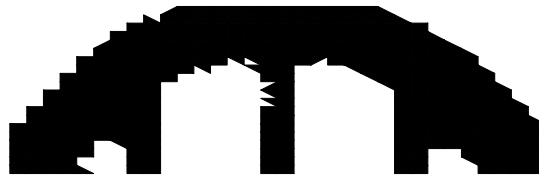


Figura 5.3.7 – $RR = 11,25\%$, $RRI=1\%$, $ER=1,25\%$,
 $VRI=1,25$ 1280 elementos triangulares,
 Iteração 64 – malha (32x20) - SESO

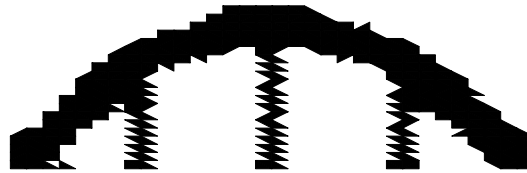


Figura 5.3.8 – $RR = 18,75\%$, $RRI=1\%$, $ER=1,25\%$,
 $VRI=5\%$, 1280 elementos triangulares,
 Iteração 93 – malha (32x20) - SESO

Com o objetivo de mostrar a influência da discretização na topologia da estrutura, isto é, o aparecimento de mais membros na forma otimizada este exemplo foi rodado com uma malha refinada de 160x50 totalizando 16000 elementos finitos triangulares. A geometria, condições de contorno e as ações do problema foram mantidas iguais, alterando-se apenas os limites de atuação do nibbling. Assim, a estrutura evoluiu para a seguinte forma otimizada, veja figuras 5.3.9 a 5.3.11.



Figura 5.3.9 – $RR = 3,75\%$, $RRI=1\%$, $ER=1,25\%$,
 $VRI=5\%$, 16000 elementos triangulares,
 Iteração 44 – malha (160x50) – SESO



Figura 5.3.10 – $RR = 6,25\%$, $RRI=1\%$, $ER=1,25\%$,
 $VRI=5\%$, 16000 elementos triangulares,
 Iteração 99 – malha (160x50) - SESO

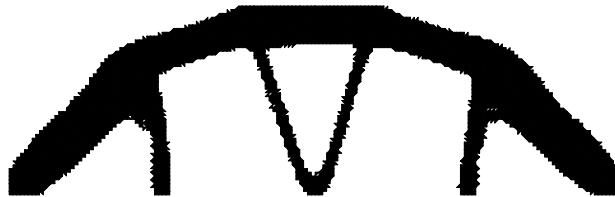


Figura 5.3.11 – $RR = 11,25\%$, $RRI=1\%$, $ER=1,25\%$,
 $VRI=5\%$, 16000 elementos triangulares,
 Iteração 172 – malha (160x50) - SESO

O resultado acima pode ser comparado com o exemplo resolvido em Arantes (2003), usando a técnica de otimização topológica com refino h-adaptativo e o resultado apresentado na figura 5.3.12 a seguir:

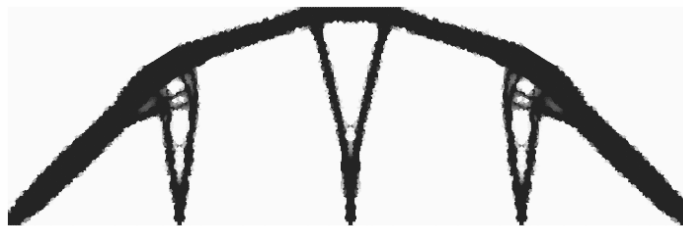


Figura 5.3.12 – Viga curta biapoiada com três cargas concentradas
 Arantes (2003)

5.3.2 - Exemplo 2 - Viga biapoiada

A geometria, condições de contorno e ações do problema são indicadas na figura 5.3.13, e a espessura considerada para esta chapa é de 10 mm. Para discretizar o domínio foi usado uma malha refinada de (60x30) com 3600 elementos.

O processo evolucionário começou com uma razão de rejeição (RR) igual 1% e uma razão evolucionária de 1%. As propriedades do material utilizado são coeficiente de Poisson $\nu = 0,30$, módulo de Young $E = 200$ GPa e volume desejado igual a 44% do volume inicial, volume retirado por iteração igual a 10%. Os valores das cargas são iguais a $P_1 = 40$ KN e $P_2 = 20$ KN.

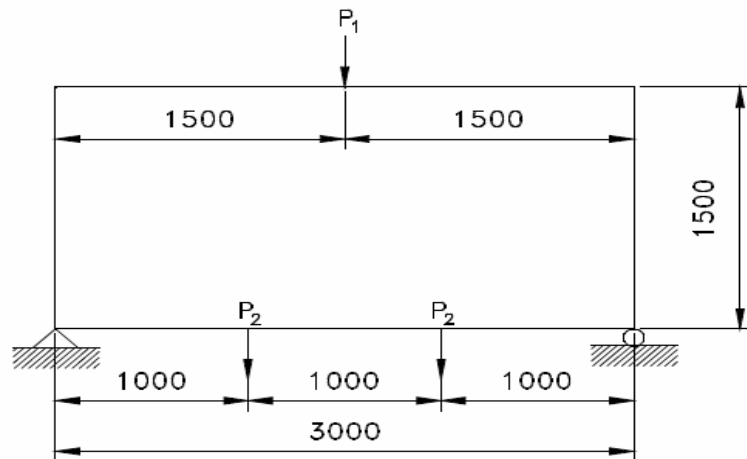


Figura 5.3.13 – viga biapoiada sujeita a ação de várias cargas

Liang (2007)

A topologia final foi atingida após 96 iterações do algoritmo de otimização topológica descrito no capítulo quatro, com custo computacional de 149 segundos. A estrutura otimizada usando a técnica SESO evoluiu para da seguinte forma.

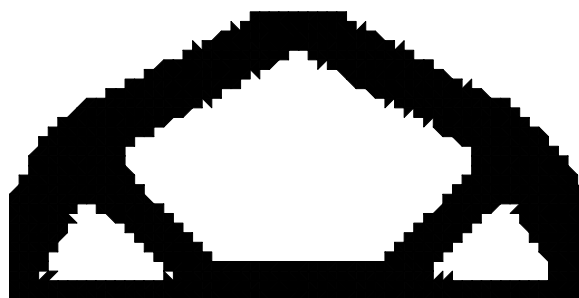


Figura 5.3.14 – RR = 9%, RRI=1%, ER=1%,
VRI=10%, 3600 elementos triangulares,
Iteração 96 – malha (60x30) – SESO

Este resultado pode ser comparado com o resultado proposto por Liang (2007), conforme ilustrado na figura 5.3.15, a seguir.

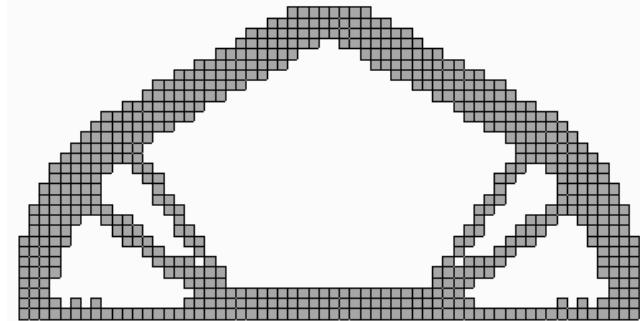


Figura 5.3.15 – Configuração ótima
Liang (2007)

5.4 Estruturas com “vazios” no domínio

5.4.1 – Aspectos Gerais

O objetivo desta sessão é apresentar as investigações feitas através da Otimização Estrutural Evolucionária baseada na implementação de uma rotina com critério de tensão máxima da estrutura. O método ESO e a técnica SESO foram implementados neste trabalho para resolução de exemplos com buracos, visando a sua validação e potencialidade.

Para cada exemplo tem-se a especificação da malha de elementos finitos para o qual se inicia a otimização evolucionária estrutural, o valor de RR (razão de rejeição), ER (razão de evolução), volume prescrito desejado. Além disso, foi implementado um critério de controle no qual é permitido ao algoritmo a retirada de i % dos elementos em cada iteração, assim podemos controlar a retirada de muito material numa só iteração que poderia causar uma instabilidade numérica ou colapso na estrutura antes de atingir o ótimo. Serão apresentadas também algumas etapas do processo evolucionário e uma análise desses resultados.

5.4.2 Exemplo 1 – Problema de duas Barras

Com relação ao problema de duas barras foi feito um estudo da influência do domínio inicial na resposta otimizada.

A figura 5.4.1, ilustra a geometria, as condições de contorno e as ações do problema. A espessura considerada para esta chapa foi de 0.1 cm. Para discretizar o domínio foi utilizado uma malha refinada de (25x60) com 2824 elementos finitos triangulares. Foi introduzido um furo quadrado cujo centro é o centróide da chapa e sua área é igual 4 cm^2 .

O processo evolucionário começou com uma razão de rejeição (RR) igual 1% e uma razão evolucionária de 0,75%. As propriedades do material utilizado foi coeficiente de Poisson $\nu = 0,3$, módulo de Young $E = 100 \text{ GPa}$ e volume desejado igual a 30% do volume inicial, volume retirado por iteração igual 1,75%.

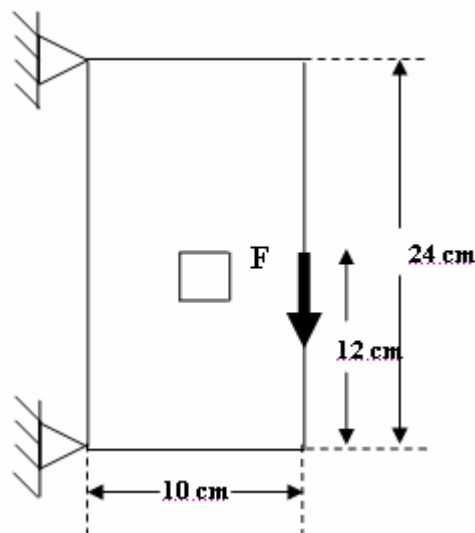


Figura 5.4.1 – Domínio de projeto com buraco -
Problema de duas barras

Este exemplo foi proposto por Silva (2001) e o resultado está ilustrado na figura 5.4.2, usando o método de otimização estrutural evolucionária (ESO) e será usado para comparar e validar os algoritmos implementados neste trabalho.

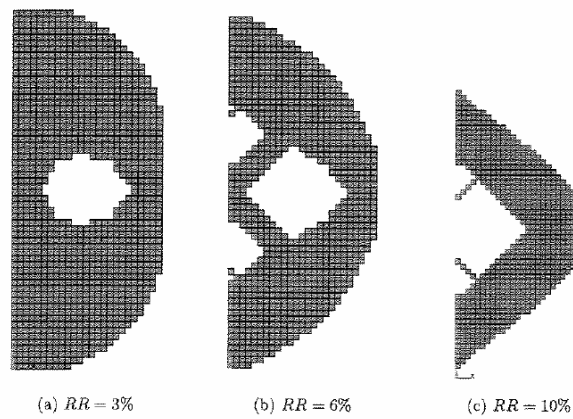


Figura 5.4.2 – Problema de duas barras

Silva (2001)

Aplicando o algoritmo ESO com critério de tensão máxima a estrutura evoluiu para a seguinte forma otimizada, veja figuras 5.4.3 a 5.4.5.



Figura 5.4.3 – $RR=2,25\%$, $RRI=1\%$, $ER=0,75$,
 $VRI=1,75\%$, 2824 elementos triangulares,
 Iteração 36 – malha (25x60) - ESO

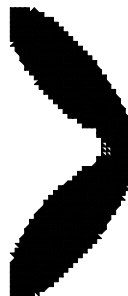


Figura 5.4.4 – $RR=3,75\%$, $RRI=1\%$, $ER=0,75\%$,
 $VRI=1,75\%$, 2824 elementos triangulares,
 Iteração 66 – malha (25x60) - ESO



Figura 5.4.5 – $RR=9,0\%$, $RRI=1\%$, $ER=0,75\%$,
 $VRI=1,75\%$, 2824 elementos triangulares,
 Iteração 136 – malha (25x60) - ESO

Conclui-se que a alteração feita no domínio inicial não modificou o ótimo desta estrutura. Isso pode ser explicado pelo fato de que após a iteração 27 todos os elementos do contorno do furo foram removidos, tornando o problema igual ao original. Se o buraco fosse introduzido na região viável este resultado seria bastante modificado.

Este exemplo foi resolvido usando a técnica SESO, mantendo as mesmas variáveis de projeto, mudando apenas limites inferior e superior de atuação do nibbling. Assim a estrutura evoluiu para a seguinte forma otimizada, veja figuras 5.4.6 a 5.4.8.



Figura 5.4.6 – $RR=3,0\%$, $RRI=1\%$, $ER=0,75\%$,
 $VRI=1,75\%$, 2824 elementos triangulares,
 Iteração 36 – malha (25x60) - SESO



Figura 5.4.7 – $RR=6,0\%$, $RRI=1\%$, $ER=0,75\%$,
 $VRI=1,75\%$, 2824 elementos triangulares,
 Iteração 89 – malha (25x60) - SESO



Figura 5.4.8– $RR=12,0\%$, $RRI=1\%$, $ER=0,75\%$,
 $VRI=1,75\%$, 2824 elementos triangulares,
 Iteração 164 – malha (25x60) - SESO

5.4.3 Exemplo 2 – Viga biapoiada

A figura 5.4.9, ilustra a geometria, as condições de contorno e as ações do problema. Para discretizar o problema foi utilizado uma malha refinada de (100x25) com 4688 elementos. As unidades são compatíveis e todas no SI de unidades de medidas, sendo que a espessura considerada para a chapa igual a 1 mm como todas as medidas indicadas na figura 5.4.9 que também estão em milímetros. A topologia final foi atingida após 121 iterações do algoritmo de otimização topológica ESO, descrito no capítulo três, com volume retirado por iteração igual a 1,75%.

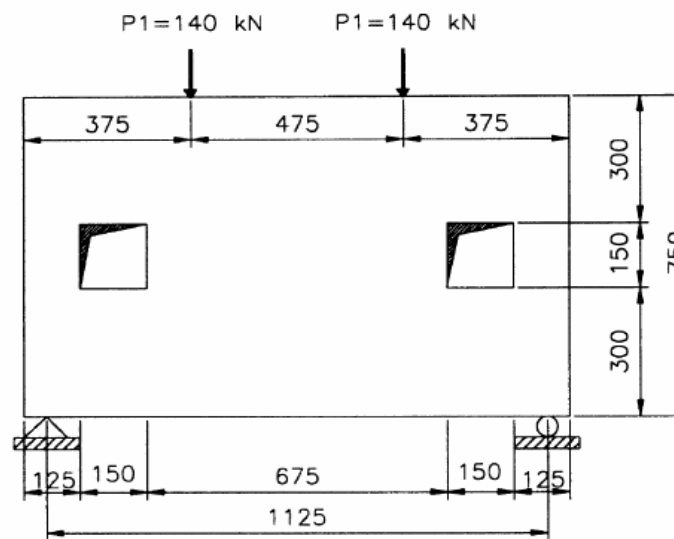


Figura 5.4.9 – Viga biapoiada com dois buracos
Liang et al. (2000)

O processo evolucionário começou com uma razão de rejeição (RR) igual 1% e uma razão evolucionária de 1%. As propriedades do material utilizado são coeficientes de Poisson $\nu = 0,15$, módulo de Young $E = 30088 \text{ MPa}$ e volume desejado igual a 38% do volume inicial. A taxa de retirada de material por iteração foi de 1,75% caso ocorra uma uniformidade de tensão antes do estado de equilíbrio ser alcançado. Este problema foi resolvido com um procedimento otimização estrutural evolucionária (ESO) sobre critério de tensão máxima da estrutura e esta evoluiu para a seguinte forma ótima, veja figuras 5.4.10 a 5.4.12.

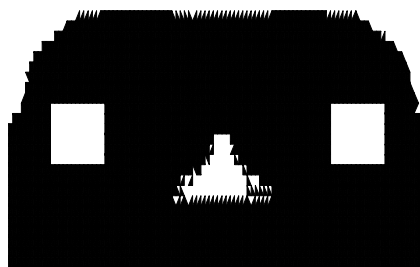


Figura 5.4.10 – RR=2%, RRI=1%,ER=1%,
VRI=1,75%,4688 elementos triangulares,
Iteração 27 – malha (100x25) - ESO

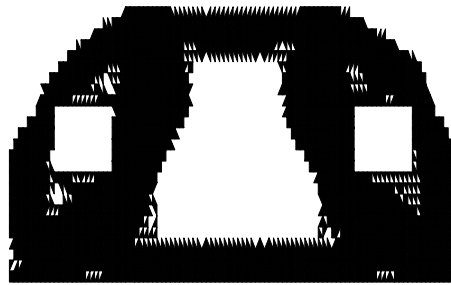


Figura 5.4.11 – $RR=3\%$, $RRI=1\%$, $ER=1\%$,
 $VRI=1,75\%$, 4688 elementos triangulares,
 Iteração 67 – malha (100x25) - ESO

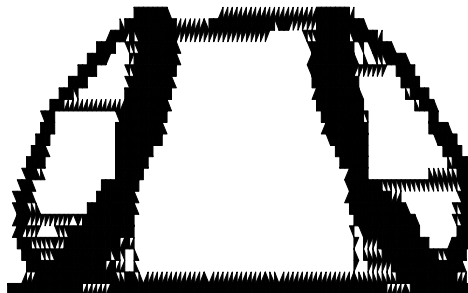


Figura 5.4.12 – $RR=5\%$, $RRI=1\%$, $ER=1\%$,
 $VRI=1\%$, 4688 elementos triangulares,
 Iteração 121 – malha (100x25) - ESO

Este problema é novamente considerado, neste caso, fazendo uso da técnica SESO e mantendo as mesmas variáveis de projeto, mudando apenas o intervalo de atuação do nibbling. Assim, a estrutura evoluiu para a seguinte forma otimizada, veja figuras 5.4.13 a 5.4.15.

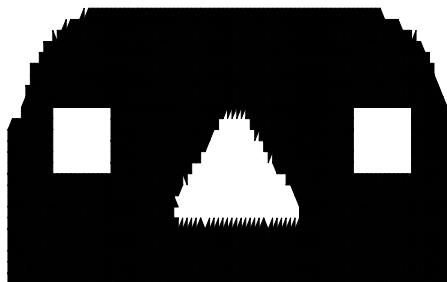


Figura 5.4.13 – $RR=4,0\%$, $RRI=1\%$, $ER=1\%$,
 $VRI=1,75\%$, 4688 elementos triangulares,
 Iteração 35 – malha (100x25) - SESO

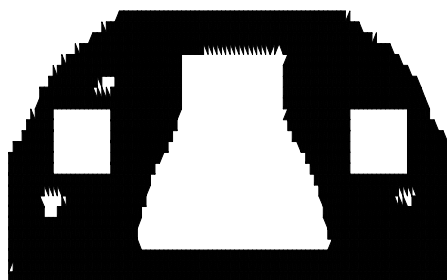


Figura 5.4.14 – $RR=9\%$, $RRI=1\%$, $ER=1\%$,
 $VRI=1,75\%$, 4688 elementos triangulares,
 Iteração 110 – malha (100x25) - SESO



Figura 5.4.15 – $RR=17\%$, $RRI=1\%$, $ER=1\%$,
 $VRI=1,75\%$, 4688 elementos triangulares,
 Iteração 202 – malha (100x25) - SESO

Este exemplo foi proposto por Liang et al. (2000). Sua forma ótima está ilustrada na figura 5.4.16 e será usado para comparação e validação das técnicas implementadas nesta dissertação.

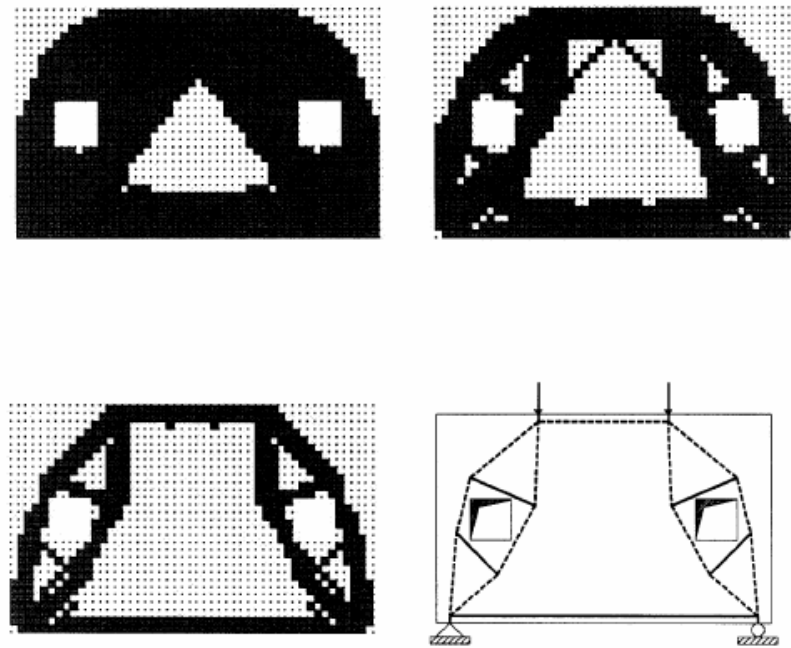


Figura 5.4.16 – Viga bi-apoiada com dois buracos - Configurações ótimas
Liang et al. (2000)

5.4.4 Exemplo 3 – Viga biapoiada

Esta estrutura foi modelada conforme mostra a figura 5.4.17. Ao todo o modelo numérico possui 13200 elementos finitos triangulares.

Os parâmetros materiais e geométricos, assim como os carregamentos aplicados, utilizados neste exemplo são: coeficiente de Poisson $\nu = 0,15$, módulo de Young $E = 20820 \text{ MPa}$, espessura de 1 mm, volume desejado igual a 48% do volume inicial e o volume retirado por iteração igual 1,75%. O processo evolucionário ocorreu com uma razão de rejeição de 1% e uma razão de evolução de 1%. O “buraco” inserido no domínio tem área de 225 dm^2 e seus vértices têm coordenadas (5,5), (20,5), (20,20) e (5,20).

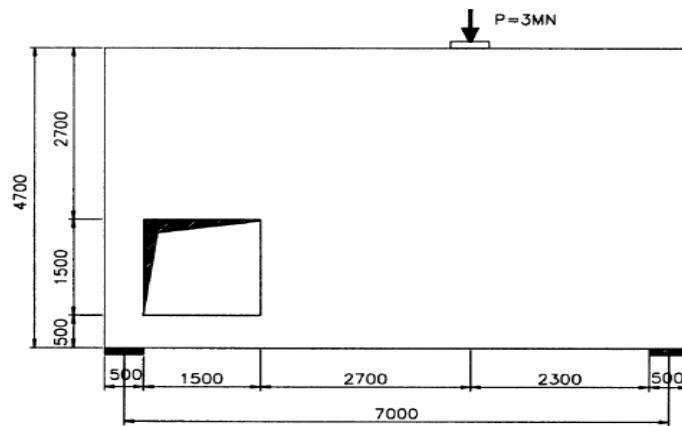


Figura 5.4.17 – Viga biapoiada com um buraco
Liang et al. (2000)

Observa-se que o algoritmo baseado no método ESO, neste exemplo, teve um custo computacional menor do que o algoritmo baseado na técnica SESO, o primeiro apresentou uma configuração ótima na iteração 91 enquanto o segundo na iteração 116. Usando o algoritmo ESO a estrutura evoluiu para a seguinte forma, veja figuras 5.4.18 a 5.4.20, enquanto o algoritmo SESO proporcionou uma evolução para a seguinte configuração, veja figuras 5.4.21, 5.4.22a e 5.4.22b.

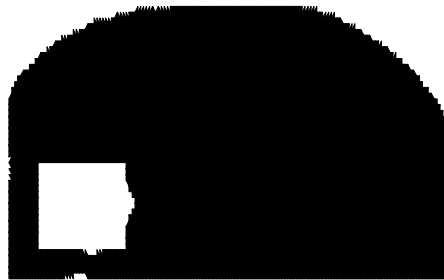


Figura 5.4.18 – RR=1%, RRI=1%, ER=1%,
VRI=1,75%, 13200 elementos triangulares,
Iteração 31 – malha (150x47) – ESO

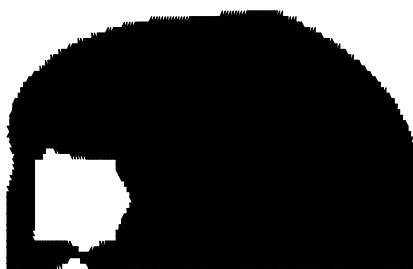


Figura 5.4.19 – $RR=2\%$, $RRI=1\%$, $ER=1\%$,
 $VRI=1,75\%$, 13200 elementos triangulares,
 Iteração 58 – malha (150x47) - ESO

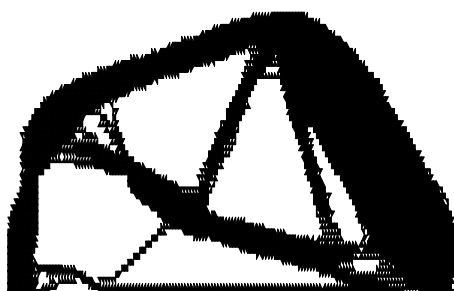


Figura 5.4.20 – $RR=3\%$, $RRI=1\%$, $ER=1\%$,
 $VRI=1,75\%$, 13200 elementos triangulares,
 Iteração 91 – malha (150x47) – ESO



Figura 5.4.21 – $RR=3\%$, $RRI=1\%$, $ER=1\%$,
 $VRI=1,75\%$, 13200 elementos triangulares,
 Iteração 34 – malha (150x47) – SESO



Figura 5.4.22a – $RR=3\%$, $RRI=1\%$, $ER=1\%$,
 $VRI=1,75\%$, 13200 elementos triangulares,
 Iteração 65 – malha (150x47) – SESO



Figura 5.4.22b – $RR=5\%$, $RRI=1\%$, $ER=1\%$,
 $VRI=1,75\%$, 13200 elementos triangulares,
 Iteração 116 – malha (150x47) – SESO

Este exemplo foi proposto por Liang (2000). Sua forma ótima está ilustrada na figura 5.4.23 e será usado para comparação e validação das técnicas implementadas nesta dissertação.

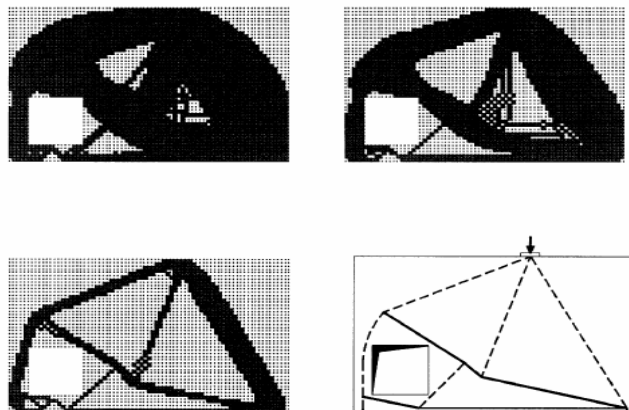


Figura 5.4.23 – Viga biapoiada com um buraco
 Liang (2000)

5.4.5 Exemplo 4 – Chapa Parafusada

As figuras 5.4.24 e 5.4.25, ilustram a geometria, as condições de contorno e as ações do problema. As unidades são compatíveis e todas no SI de unidades de medidas, sendo que a espessura considerada para a chapa igual a 1 mm. Os exemplos contém uma chapa com um furo hexagonal, e outra com um furo octogonal, com restrições x, y no contorno do buraco. O valor da carga foi distribuído em três nós, sendo um terço para cada nó. Assim, a carga foi distribuída nos nós de coordenadas (5,5;1,9), (5,5;2,0) e (5,5;2,1) cujo valor absoluto é $F = 3,33333 \times 10^6 \text{ N}$.

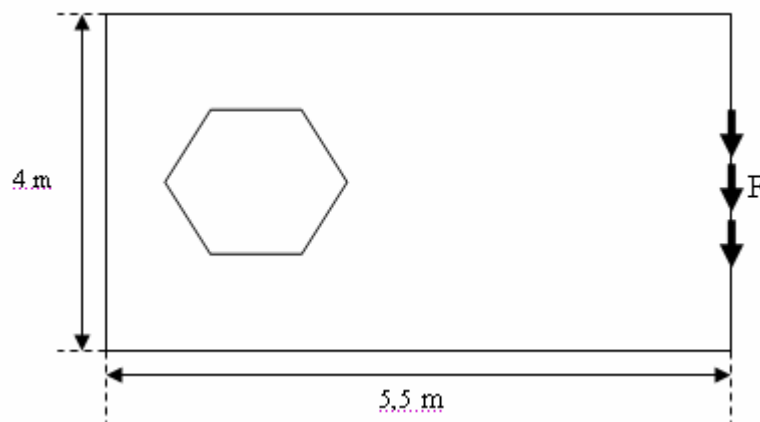


Figura 5.4.24 – Chapa retangular com buraco hexagonal

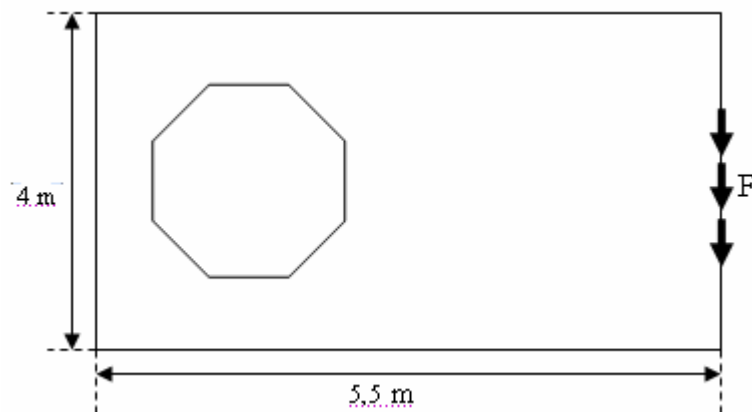


Figura 5.4.25 – Chapa retangular com buraco Octogonal

O problema foi analisado com poligonais diferentes: o primeiro caso foi analisado uma poligonal de seis segmentos com todos os contornos restritos. No modelo, utilizou-se uma malha refinada de (55x40) com 3795 elementos finitos

triangulares. O segundo caso foi analisado com a mesma malha, mas uma poligonal de oito segmentos, com isso o número de elementos finitos triangulares passou para 3696.

O processo evolucionário de otimização estrutural ESO sobre critério de tensão máxima da estrutura evoluiu para a seguinte forma ótima:

Primeiro Caso: O processo evolucionário começou com uma razão de rejeição (RR) igual 1% e uma razão evolucionária de 0,5%. Foram adotados neste exemplo como parâmetros do material $E = 215 \text{ GPa}$, coeficiente de Poisson $\nu = 0,30$, espessura igual 1 mm. O volume desejado igual a 15% do volume inicial, a taxa de retirada de material por iteração foi de 5% caso ocorra uma uniformidade de tensão antes do estado de equilíbrio.

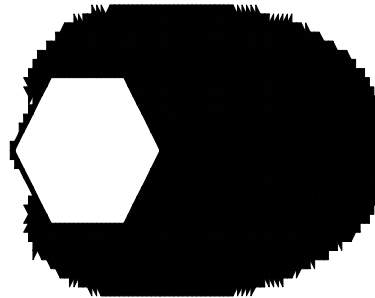


Figura 5.4.26 – RR=5,5%,RRI=1%, ER=0,5%,
VRI=5%, 3795 elementos triangulares,
Iteração 163 – malha (55x40) - ESO

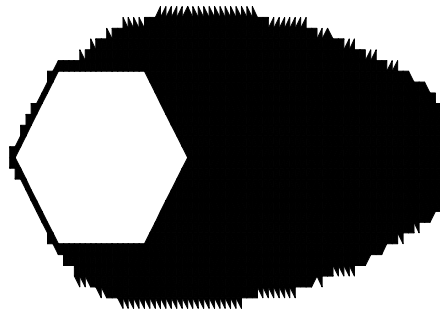


Figura 5.4.27 – RR=10,25%,RRI=1%, ER=0,5%,
VRI=5%, 3795 elementos triangulares,
Iteração 333 – malha (55x40) - ESO

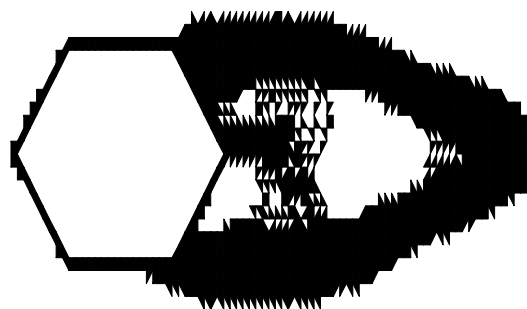


Figura 5.4.28 – $RR=5,5\%$, $RRI=1\%$, $ER=0,5\%$,
 $VRI=5\%$, 3795 elementos triangulares,
 Iteração 614 – malha (55x40) - ESO

Este exemplo foi proposto por Marczak (2006) usando o Método de Elementos de Contorno. Sua forma ótima está ilustrada na figura 5.4.32 e será usado para comparação e validação das técnicas implementadas nesta dissertação.

Pode-se constatar que, o algoritmo SESO, convergiu com 308 iterações enquanto o ESO com 614 iterações, provavelmente isto se deve ao aumento dado à razão de evolução, uma vez que, as demais variáveis envolvidas no processo evolucionário foram mantidas iguais.

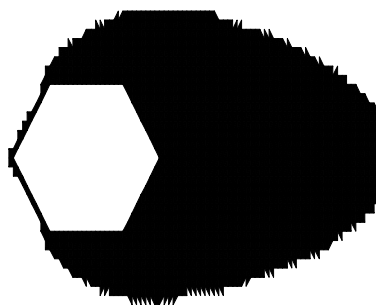


Figura 5.4.29 – $RR=6,6\%$, $RRI=1\%$, $ER=1,1\%$,
 $VRI=5\%$, 3795 elementos triangulares,
 Iteração 87 – malha (55x40) - SESO

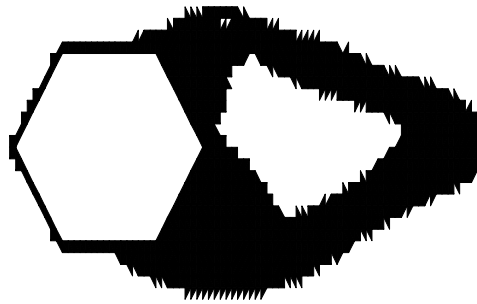


Figura 5.4.30 – $RR=15,4\%$, $RRI=1\%$, $ER=1,1\%$,
 $VRI=5\%$, 3795 elementos triangulares,
 Iteração 178 – malha (55x40) - SESO

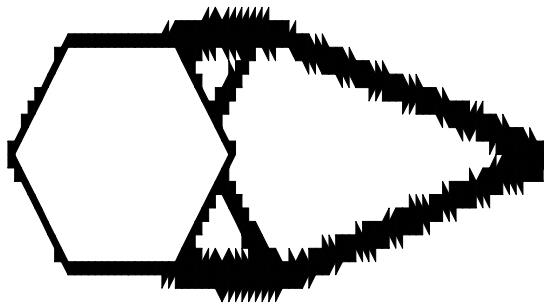


Figura 5.4.31 – $RR=36,3\%$, $RRI=1\%$, $ER=1,1\%$,
 $VRI=5\%$, 3795 elementos triangulares,
 Iteração 308 – malha (55x40) - SESO

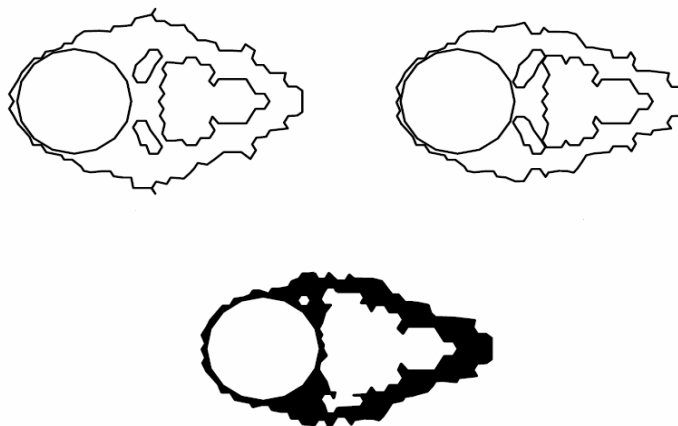


Figura 5.4.32 – Michell truss
 Marczak (2006)

Segundo Caso: Neste caso, o volume retirado por iteração foi o mesmo do caso anterior, isto é, 5% e o volume final 25% do volume inicial, diferente do aplicado no primeiro caso. As demais condições não foram alteradas, verificando-se que a estrutura evolui para a seguinte configuração ótima.

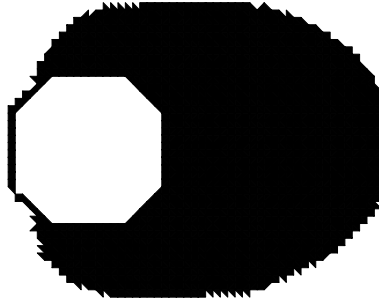


Figura 5.4.33 – $RR=8\%$, $RRI=1\%$, $ER=0,5\%$,
 $VRI=5\%$, 3795 elementos triangulares,
 Iteração 118 – malha (55x40) - ESO

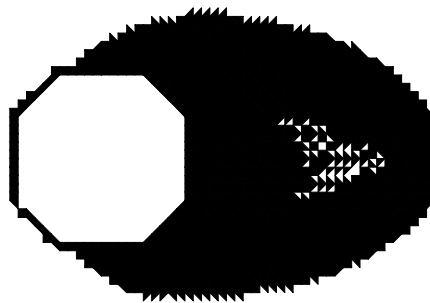


Figura 5.4.34 – $RR=14,0\%$, $RRI=1\%$, $ER=0,5\%$,
 $VRI=0,5\%$, 3696 elementos triangulares,
 Iteração 260 – malha (55x40) - ESO

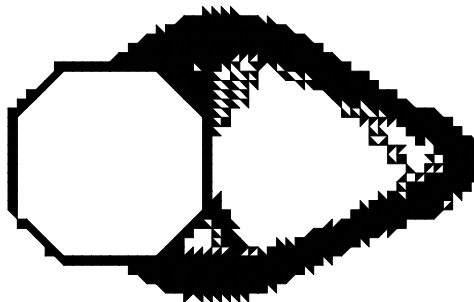


Figura 5.4.35 – $RR=33,5\%$, $RRI=1\%$, $ER=0,5\%$,
 $VRI=5\%$, 3696 elementos triangulares,
 Iteração 475 – malha (55x40) - ESO

Constata-se que, o algoritmo SESO, neste caso, convergiu com 607 iterações, conforme já era esperado, pois a razão de evolução diminuiu em 0,6%, e as demais variáveis de projeto foram mantidas iguais. Assim, a estrutura evoluiu para a seguinte forma otimizada, veja figuras 5.4.36 a 5.4.38.

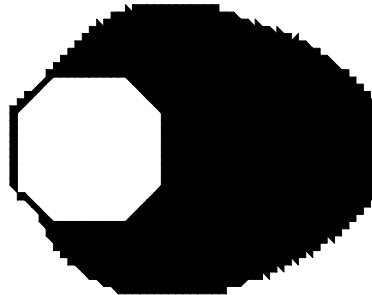


Figura 5.4.36 – $RR=13,5\%$, $RRI=1\%$, $ER=0,5\%$,
 $VRI=5\%$, 3696 elementos triangulares,
Iteração 206 – malha (55x40) - SESO

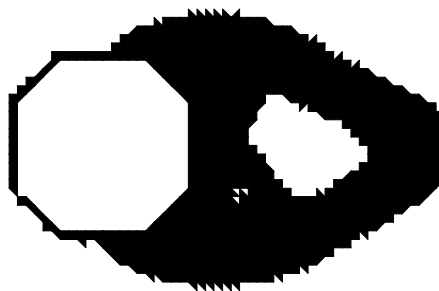


Figura 5.4.37 – $RR=23,5\%$, $RRI=1\%$, $ER=0,5\%$,
 $VRI=5\%$, 3696 elementos triangulares,
Iteração 416 – malha (55x40) - SESO

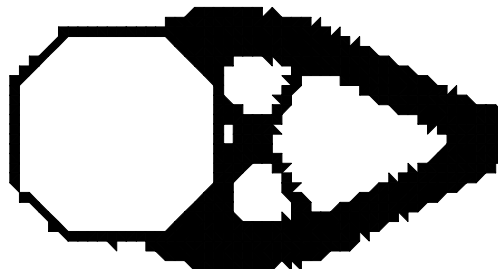


Figura 5.4.38 – $RR=38,0\%$, $RRI=1\%$, $ER=0,5\%$,
 $VRI=5\%$, 3696 elementos triangulares,
Iteração 607 – malha (55x40) - SESO

A figura 5.4.39 pode ser usada como comparação dos resultados obtidos no segundo caso, esta figura foi retirada do artigo de Marczak (2006).

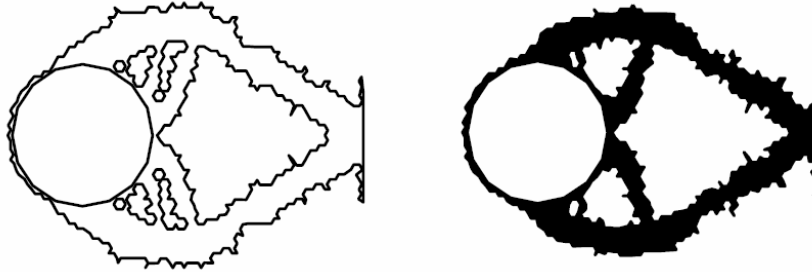


Figura 5.4.39 – Michell truss – usando MEC
Marczak (2006)

Nestes exemplos, verifica-se que o controle sobre as variáveis de projeto da técnica ESO, tais como, ER (razão de evolução), volume retirado por iteração e os limites de atuação do nibbling são muito sensíveis a discretização da malha e a geometria do elemento, enquanto a técnica SESO, não tem apresentado tais deficiências. O método ESO, em seu processo evolucionário, não converge para o volume desejado, encontra um mínimo local e não é capaz de contorná-lo, isto é, durante o processo de otimização o índice de performance torna-se menor do que 1, então o algoritmo não converge, já que a estrutura não é viável para projeto.

5.4.6 Exemplo 5 – Chapa Retangular

Este exemplo foi resolvido usando o método ESO e a técnica SESO para fazer uma comparação entre as variáveis de projeto envolvidas. A geometria, condições de contorno e ações do problema são indicadas na figura 5.4.40, e a espessura considerada para chapa foi de 1 mm. O domínio foi discretizado numa malha refinada de (60x40) com 4768 elementos finitos triangulares. Foi introduzido um furo quadrado cujo centro é o centróide da chapa e sua área igual 1cm^2 .

O processo evolucionário começou com uma razão de rejeição (RR) igual 1% e uma razão evolucionária de 0,5%. As propriedades do material utilizado são coeficiente de Poisson $\nu = 0,3$, módulo de Young $E = 100 \text{ GPa}$ e volume desejado igual a 20% do volume inicial, volume retirado por iteração igual a 5%.

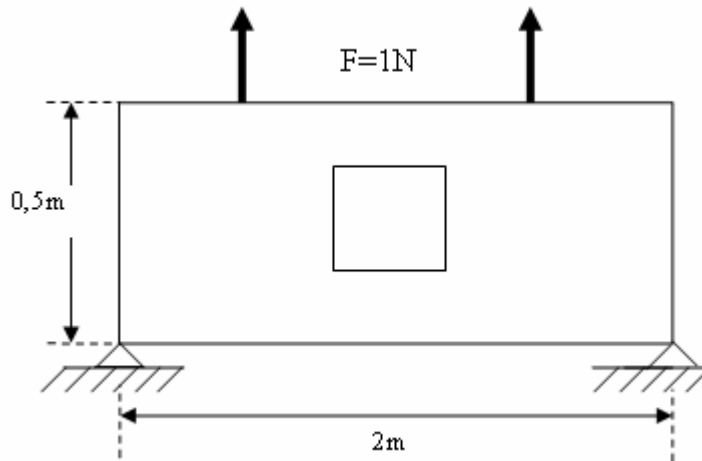


Figura 5.4.40 – Chapa biapoiada com buraco central

Este exemplo foi proposto por D. Tcherniak e O. Sigmund (2001). Sua forma ótima está representada na figura 5.4.41 e será usada para comparação e validação das técnicas implementadas nesta dissertação.

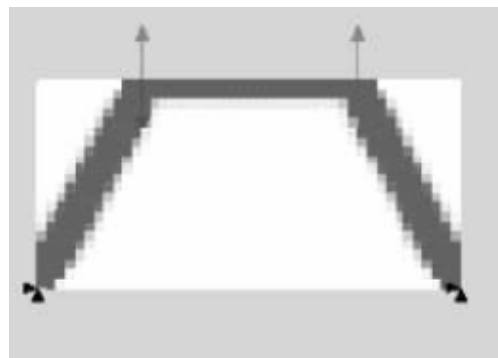


Figura 5.4.41 – Chapa biapoiada com buraco central

D. Tcherniak e O. Sigmund (2001)

Usando a técnica ESO, a estrutura evoluiu para a seguinte forma otimizada, observe as figuras 5.4.42 a 5.4.44.

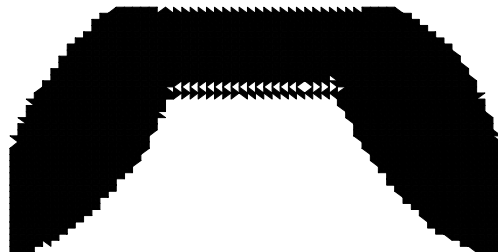


Figura 5.4.42 – $RR=3,0\%$, $RRI=1\%$, $ER=0,5\%$,
 $VRI=5\%$, 4768 elementos triangulares,
Iteração 74 – malha (60x40) - ESO

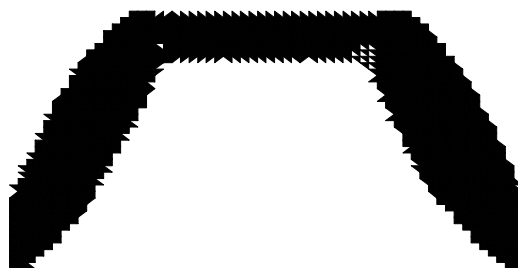


Figura 5.4.43 – $RR=5,5\%$, $RRI=1\%$, $ER=0,5\%$,
 $VRI=5\%$, 4768 elementos triangulares,
Iteração 136 – malha (60x40) - ESO

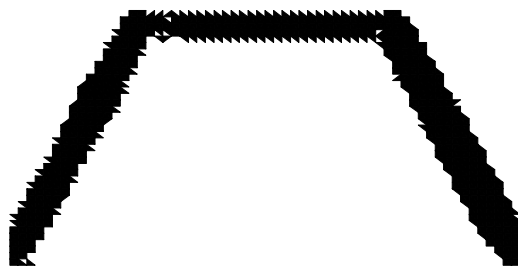


Figura 5.4.44 – $RR=11,5\%$, $RRI=1\%$, $ER=0,5\%$,
 $VRI=5\%$, 4768 elementos triangulares,
Iteração 233 – malha (60x40) - ESO

Constata-se que o algoritmo SESO, neste caso, convergiu com o mesmo número de iterações que o algoritmo ESO, isto ocorreu porque houve um aumento de 0,25% na razão de evolução, já que as demais variáveis de projeto não foram alteradas. Assim, a estrutura evoluiu para a seguinte forma otimizada, veja figuras 5.4.45 a 5.4.47.

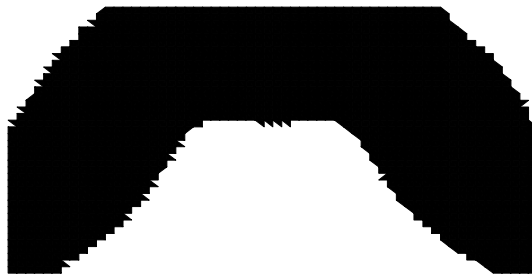


Figura 5.4.44 – $RR=3\%$, $RRI=1\%$, $ER=0,75\%$,
 $VRI=5\%$, 4768 elementos triangulares,
Iteração 52 – malha (60x40) - SESO



Figura 5.4.45 – $RR=6,75\%$, $RRI=1\%$, $ER=0,75\%$,
 $VRI=5\%$, 4768 elementos triangulares,
Iteração 130 – malha (60x40) – SESO

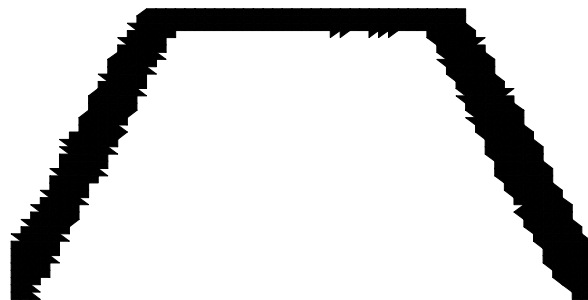


Figura 5.4.46 – $RR=15\%$, $RRI=1\%$, $ER=0,75\%$,
 $VRI=0,75\%$, 4768 elementos triangulares,
Iteração 233 – malha (60x40) - SESO

5.5 Peso próprio

Para o caso de ações devidas ao peso próprio, o programa gera automaticamente a força concentrada equivalente para cada nó do elemento, já computando seu volume e peso específico o qual é indicado nos dados de entrada do problema. Para este tipo de ação, os elementos não são caracterizados como elementos de suporte, podendo ser retirados da estrutura ao longo do processo iterativo do ESO ou SESO.

5.5.1 – Maçã

Uma das questões mais intrigantes na natureza ou em estruturas naturais é: *"Porque elas são do jeito que são?"* em um exercício para revelar a resposta desta pergunta, o método ESO foi aplicado ao projeto/otimização de uma fruta. Especificamente, a intenção era ver se o algoritmo ESO e o SESO poderiam produzir a mesma forma criada pela natureza de uma maçã ou cereja, verificando assim, se seu formato foi determinado por uma perspectiva genética ou estrutural.

A geometria, condições de contorno e ações do problema são indicadas na figura 5.5.1, a espessura considerada para chapa foi de 1 mm. O módulo de Young igual $E = 70 \times 10^3$ MPa e um coeficiente de Poisson igual a $\nu = 0,3$. Utilizou-se uma razão de rejeição igual 0,1%, uma razão evolucionária de 0,1%, o volume desejado igual 76% do volume inicial e o volume retirado por iteração igual a 1,75%. O domínio foi discretizado numa malha refinada de (81x27) totalizando 4309 elementos finitos triangulares.

A estrutura foi submetida à ação de seu próprio peso. A atuação do nibbling ocorreu com limite inferior e superior iguais a 0 e 50, respectivamente. Todas as variáveis de projeto foram mantidas iguais, para efeito de comparação das técnicas. Assim, a estrutura evoluiu naturalmente para a forma de uma maçã como pode ser verificado nas configurações ótimas, veja figuras 5.5.2 e 5.5.3 para o algoritmo ESO e as figuras 5.5.5 e 5.5.6 para o algoritmo SESO.

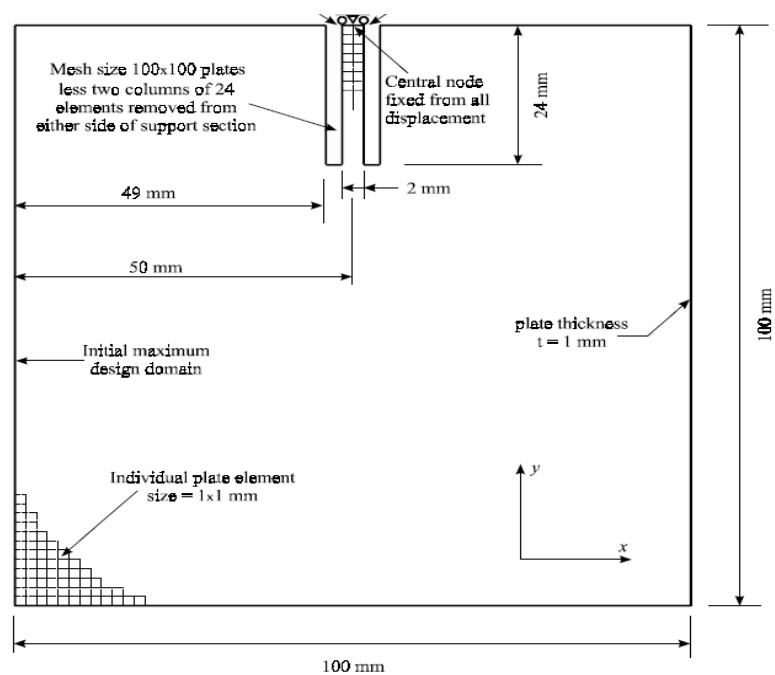


Figura 5.5.1 - Maçã – Peso Próprio

Querin (1997)

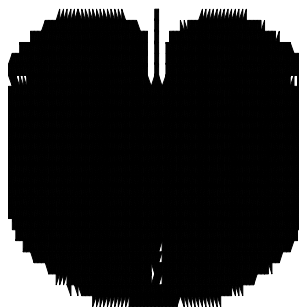


Figura 5.5.2 - $RR=0,2\%$, $RRI=0,1\%$, $ER=0,1\%$, $VI=87\%$.

$VRI=1,75\%$, 4309 elementos triangulares,

Iteração 29 - malha (81x27) - ESO.

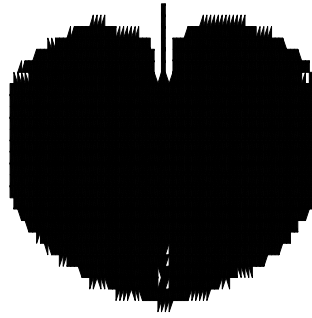


Figura 5.5.3 - $RR=0,3\%$, $RRI=0,1\%$, $ER=0,1\%$, $VI=76\%$.

$VRI=1,75\%$, 4309 elementos triangulares,

Iteração 45 - malha (81x27) - ESO.

O gráfico, a seguir, mostra o procedimento evolucionário do algoritmo ESO no exemplo da maçã. O custo computacional, neste exemplo, foi de 104 segundos.

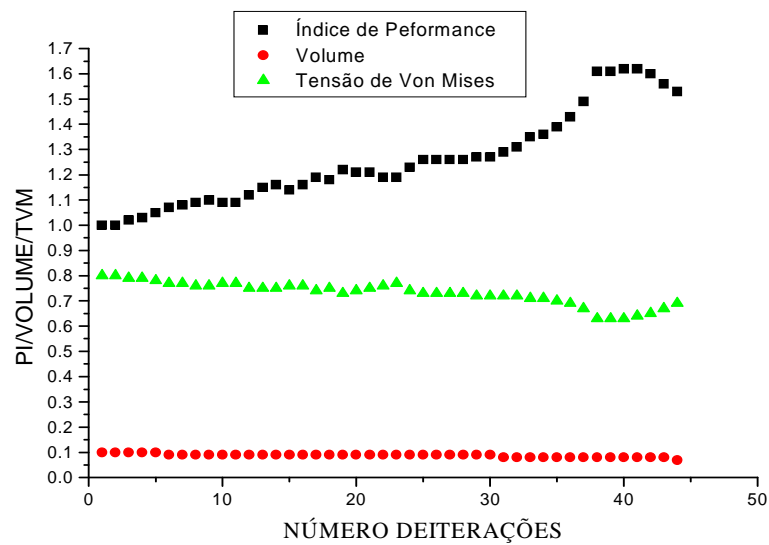


Figura 5.5.4 – Processo evolucionário ESO

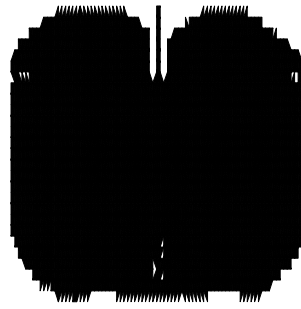


Figura 5.5.5 - $RR=0,2\%$, $RRI=0,1\%$, $ER=0,1\%$, $VI=89\%$,
 $VRI=1,75\%$, 4309 elementos triangulares,
 Iteração 27 - malha (81x27) - SESO.

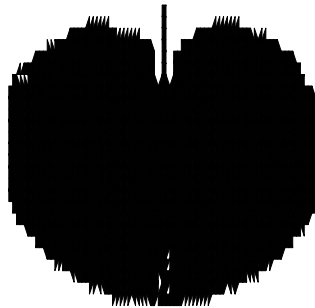


Figura 5.5.6 - $RR=0,3\%$, $RRI=0,1\%$, $ER=0,1\%$, $VI=76\%$,
 $VRI=1,75\%$, 4309 elementos triangulares,
 Iteração 40 - malha (81x27) - SESO.

O gráfico, a seguir, mostra o procedimento evolucionário do algoritmo SESO no exemplo da maçã. O custo computacional, neste exemplo, foi de 97 segundos.

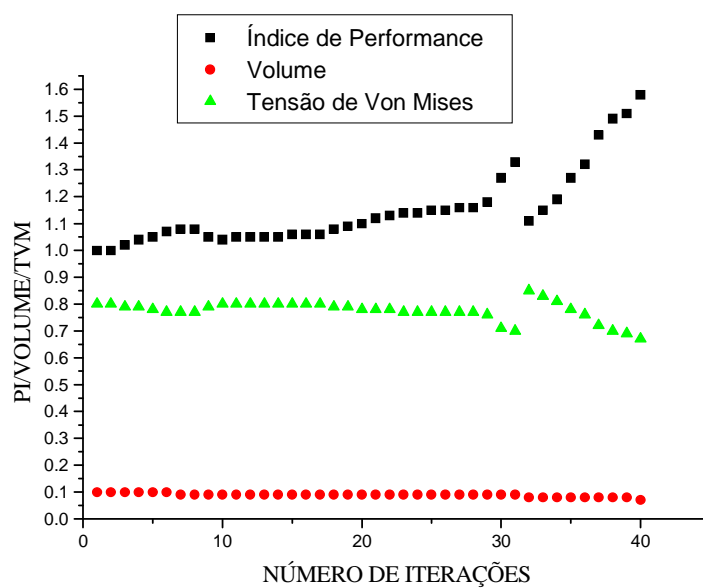


Figura 5.5.7 – Processo Evolucionário SESO

Este exemplo foi proposto por Querin (1997) e Xie et al. (2005), usando ESO. Sua forma ótima está ilustrada na figura 5.5.8, e será usado para comparação e validação das técnicas implementadas nesta dissertação.

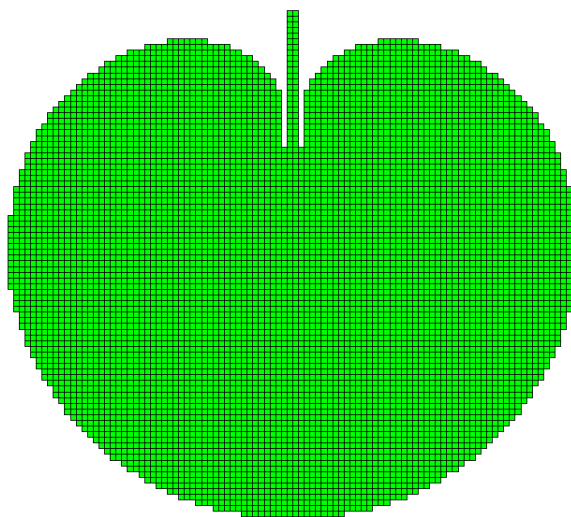


Figura 5.5.8 – Topologia semelhante a uma maçã
Querin (1997)

Pode-se constatar que o algoritmo SESO, convergiu com 40 iterações, enquanto o ESO com 45 iterações. O custo computacional para a técnica SESO foi de 97

segundos e no ESO 104 segundos. Apesar da suavização, a técnica SESO, tem um custo computacional menor. Provavelmente, isto se deve ao aumento das tensões de Von Mises, durante o processo evolucionário, permitindo que sejam retirados mais elementos pelo algoritmo SESO, que no algoritmo ESO, uma vez que o critério de remoção dos elementos é igual.

Pode-se observar na figura 5.5.9 o fluxo de tensão durante o processo de otimização usando as duas técnicas propostas neste trabalho.

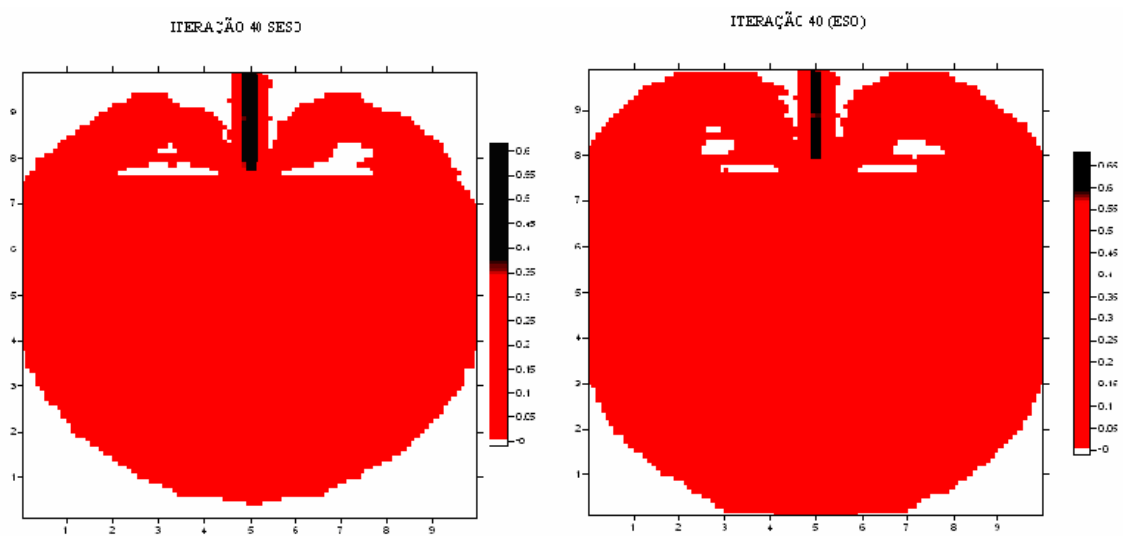


Figura 5.5.9 – Fluxo de tensão usando o
SESO e ESO

5.5.2 – Exemplo 1 - Viga Biapoiada

Este exemplo foi resolvido em Porto (2006), utilizando o modelo SIMP. A figura 5.5.10 representa a topologia ótima apresentada por Bruyneel e Duysinx, apud Porto, (2006).

Bruyneel e Duysinx



Figura 5.5.10 – Viga biapoiada – Peso próprio
Porto (2006)

A geometria, condições de contorno e ações do problema são indicadas na figura 5.5.10, a espessura considerada para chapa foi de 1 mm. O domínio foi discretizado numa malha refinada de (100x40) com 8000 elementos finitos triangulares.

As propriedades do material utilizado são coeficiente de Poisson $\nu = 0,3$, módulo de Young $E = 10^5$ MPa e volume desejado igual a 15% do volume inicial. O volume retirado por iteração foi de 10%.

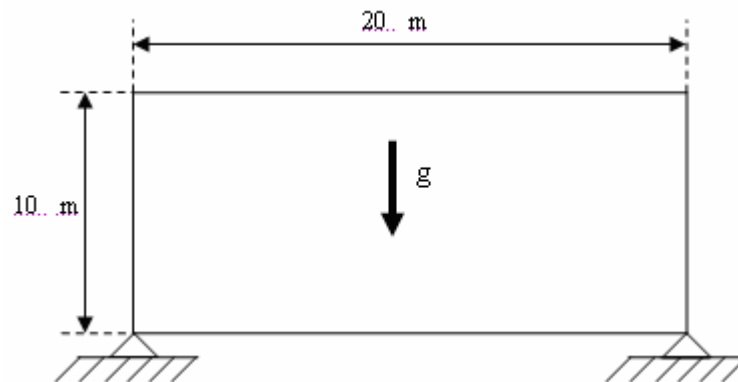


Figura 5.5.11 – Viga curta biapoiada sujeita à
ação de seu próprio peso

A viga está sujeita à ação de seu peso próprio e começou o processo evolucionário com uma razão de rejeição (RR) igual 1% e uma razão evolucionária de 1,25%. Aplicando o algoritmo ESO, obteve-se a evolução da estrutura para a seguinte forma otimizada, veja figuras 5.5.12 a 5.5.14.

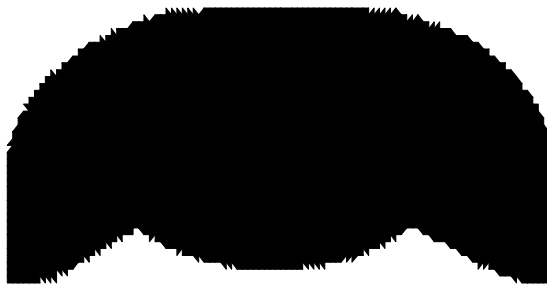


Figura 5.5.12 – $RR=2,5\%$, $RRI=1\%$, $ER=1,25\%$,
 $VRI=10\%$, 8000 elementos triangulares,
 Iteração 40 – malha (100x40) - ESO

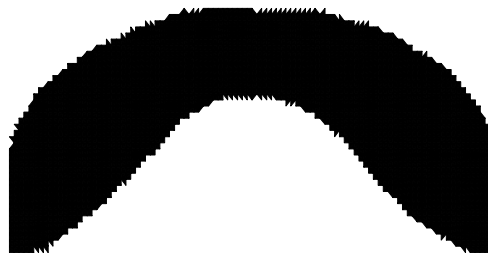


Figura 5.5.13 – $RR=2,5\%$, $RRI=1\%$, $ER=1,25\%$,
 $VRI=10\%$, 8000 elementos triangulares,
 Iteração 109 – malha (100x40) - ESO



Figura 5.5.14 – $RR=8.75\%$, $RRI=1\%$, $ER=1,25\%$,
 $VRI=10\%$, 8000 elementos triangulares,
 Iteração 223 – malha (100x40) – ESO

Neste exemplo, todas as variáveis foram mantidas iguais, inclusive os limites de atuação do nibbling. Observa-se que o algoritmo baseado no método ESO, neste exemplo, teve um custo computacional maior do que o algoritmo baseado na técnica SESO, o primeiro apresentou uma configuração ótima na iteração 223, enquanto o

segundo na iteração 190. Os resultados apresentados pelo algoritmo SESO podem ser observados nas figuras a seguir:



Figura 5.5.15 – $RR=3,75\%$, $RRI=1\%$, $ER=1,25\%$,
 $VRI=10\%$, 8000 elementos triangulares,
Iteração 36 – malha (100x40) – SESO



Figura 5.5.16 – $RR=6,25\%$, $RRI=1\%$, $ER=1,25\%$,
 $VRI=10\%$, 8000 elementos triangulares,
Iteração 110 – malha (100x40) – SESO



Figura 5.5.17 – $RR=13,75\%$, $RRI=1\%$, $ER=1,25\%$,
 $VRI=10\%$, 8000 elementos triangulares,
Iteração 190 – malha (100x40) – SESO

5.5.3 – Exemplo 2 – Viga Biapoiada

Este exemplo foi resolvido por Xie et al. (2005), utilizando ESO com critério de tensão, a figura 5.5.18 ilustra a topologia ótima apresentada pelos autores. Esta configuração será usada para comparação e validação das técnicas implementadas.

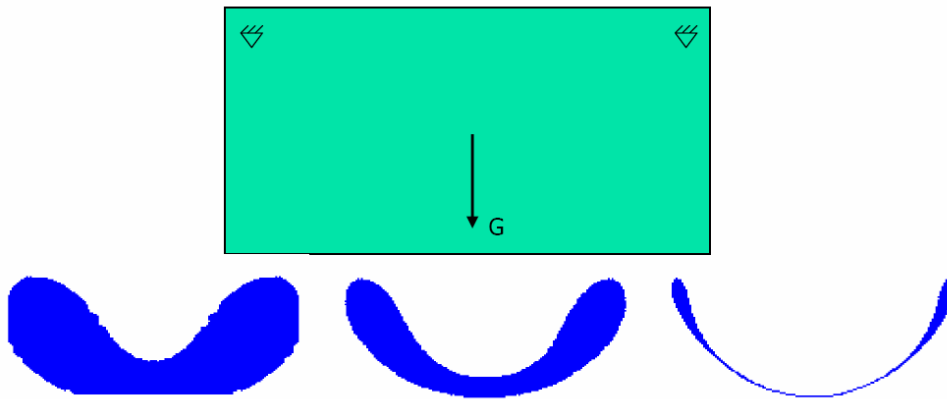


Figura 5.5.18 – Viga biapoiada sujeita a ação do peso próprio
Xie et al. (2005)

A geometria, condições de contorno e ações do problema são indicadas na figura 5.5.18, a espessura considerada para chapa foi de 1 mm. As dimensões indicadas nesta figura estão no SI de unidades de medidas e todas compatíveis entre si. O domínio foi discretizado numa malha refinada de (90x36) com 6478 elementos finitos triangulares.

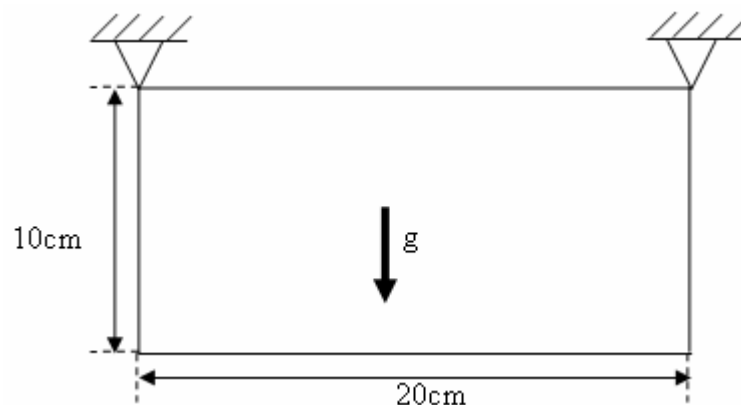


Figura 5.5.19 – Viga curta biapoiada sujeita à ação de seu próprio peso

O processo evolucionário começou com uma razão de rejeição (RR) igual 1% e uma razão evolucionária de 1,0%. As propriedades do material utilizado são coeficiente

de Poisson $\nu = 0,3$, módulo de Young $E = 100000\text{Pa}$ e volume desejado igual a 15% do volume inicial. O volume retirado por iteração foi de 10% e a estrutura submetida à ação de seu próprio peso.

Aplicando o algoritmo ESO obteve-se a evolução da estrutura para a seguinte forma otimizada:



Figura 5.5.20 – RR=2%, RRI=1%,ER=1%,
VRI=10%,6478 elementos triangulares,
Iteração 86 – malha (90x36) - ESO



Figura 5.5.21 – RR=3%, RRI=1%,ER=1%,
VRI=10%,6478 elementos triangulares,
Iteração 129 – malha (90x36) – ESO

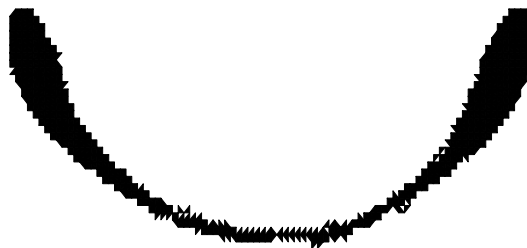


Figura 5.5.22 – RR=6%, RRI=1%,ER=1%,
VRI=10%,6478 elementos triangulares,
Iteração 199 – malha (90x36) - ESO

Este exemplo foi resolvido neste trabalho, fazendo uso da técnica SESO. As variáveis de projeto permaneceram iguais às utilizadas no algoritmo ESO. Assim, a estrutura foi submetida à ação de seu próprio peso convergindo para um arco conforme pode ser observado nas figuras a seguir.

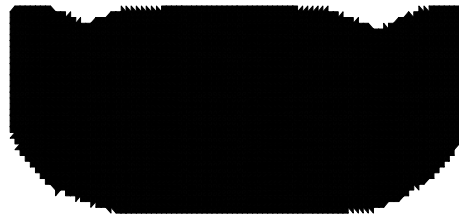


Figura 5.5.23 – RR=1%, RRI=1%, ER=1%,
VRI=10%, 6478 elementos triangulares,
Iteração 30 – malha (90x36) - SESO

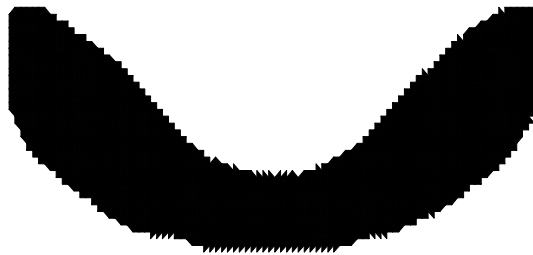


Figura 5.5.24 – RR=3%, RRI=1%, ER=1%,
VRI=10%, 6478 elementos triangulares,
Iteração 108 – malha (90x36) - SESO



Figura 5.5.25 – RR=6%, RRI=1%, ER=1%,
VRI=10%, 6478 elementos triangulares,
Iteração 199 – malha (90x36) - SESO

5.5.4 – Viga MBB

Este exercício foi proposto por Bruyneel e Duysinx (2004) em nota sobre otimização topológica de estruturas do contínuo incluindo peso próprio, utilizando o modelo SIMP e BGMMMA (Gradient Based Method of Moving Asymptotes), a topologia ótima pode ser observada na figura 5.5.27. A denominação deste problema tem como origem o nome da empresa aeronáutica alem

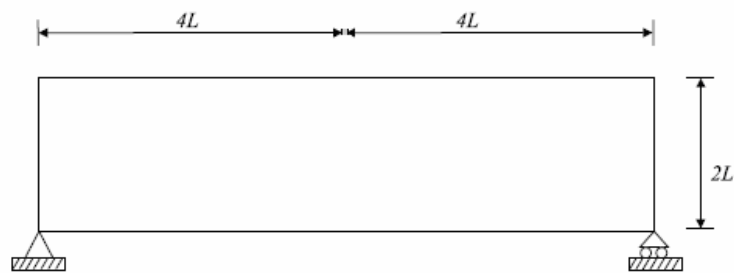


Figura 5.5.26 – Domínio e tipos de suporte viga MBB
Bruyneel e Duysinx (2004).



Figura 5.5.27 – Variação de uma viga MBB
Bruyneel e Duysinx (2004).

A geometria, as condições de contorno e ações do problema estão ilustradas na figura 5.5.26. Este exemplo foi resolvido neste trabalho, fazendo uso da técnica SESO, foi utilizada uma malha refinada (100x40) com 8000 elementos. A viga MBB esta sujeita à ação de seu próprio peso. O módulo de Young igual $E = 100 \text{ N/m}^2$ e um coeficiente de Poisson igual a $\nu = 0,3$, espessura de 1 mm.

No processo evolucionário, utilizou-se uma razão de rejeição de 1,0% e uma razão de evolução de 1,25%. O volume desejado igual 28% do volume inicial e o

volume retirado por iteração igual a 10%. Nestas condições, a estrutura evoluiu para a seguinte forma otimizada, observe as figuras 5.5.28 a 5.5.30.



Figura 5.5.28 – $RR=6,25\%$, $RRI=1\%$, $ER=1,25\%$,
 $VRI=10\%$, 8000 elementos triangulares,
Iteração 41 – malha (100x40) – SESO

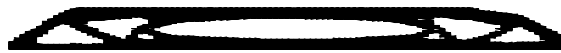


Figura 5.5.29 – $RR=8,75\%$, $RRI=1\%$, $ER=1,25\%$,
 $VRI=10\%$, 8000 elementos triangulares,
Iteração 79 – malha (100x40) – SESO



Figura 5.5.30 – $RR=16,25\%$, $RRI=1\%$, $ER=1,25\%$,
 $VRI=10\%$, 8000 elementos triangulares,
Iteração 140 – malha (100x40) – SESO

5.6 Aplicações em engenharia civil e mecânica

O objetivo desta seção é mostrar a robustez e validar a técnica SESO (suavização do ESO), proposta nesta dissertação, com critério de tensão máxima da estrutura, mostrando o seu desempenho ao resolver um conjunto de exemplos no campo da engenharia civil e mecânica. Nos exemplos resolvidos nesta seção, as hipóteses assumidas são: material linear, isotrópico e homogêneo, com propriedades definidas por: Módulo de Young $E = 210 \text{ GPa}$ e coeficiente de Poisson $\nu = 0,33$, exceto quando

citado no texto. Serão ilustrados os estados ótimos intermediários e alguns gráficos para comparar algumas das variáveis de projeto durante o processo evolutivo.

5.6.1 – Braçadeira de formato U

Com a finalidade de avaliar o algoritmo de otimização SESO implementado nesta dissertação, o problema de braçadeira em U, com várias cargas concentradas, proposto por Abdalla (2004), usando um procedimento de otimização baseado em “células automatas” (CA), será usado para comparação de resultados.

A figura 5.6.1 mostra a geometria, as condições de contorno e as ações do problema. Este domínio foi discretizado com uma malha refinada de (90x60) elementos finitos triangulares.

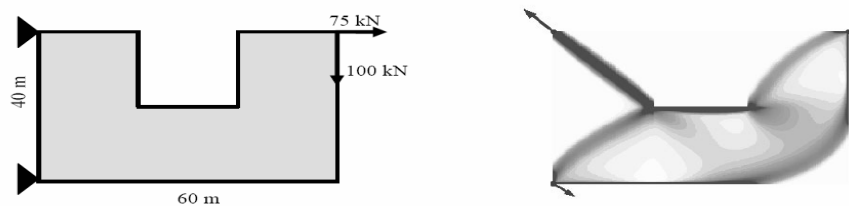


Figura 5.6.1 - Braçadeira em formato U

Abdalla (2004)

A espessura considerada para chapa foi de 1 mm. O processo evolucionário começou com uma razão de rejeição (RR) igual 1% e uma razão evolucionária de 1%. O volume desejado igual a 40% do volume inicial, o volume retirado por iteração foi de 5%. Assim, a estrutura evoluiu para a seguinte forma otimizada, veja figuras 5.6.2 a 5.6.4.

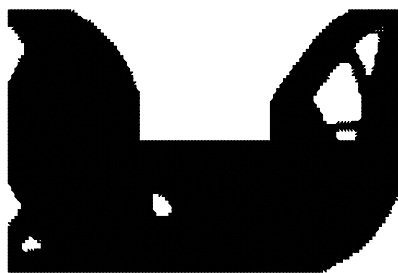


Figura 5.6.2 - $RR=3\%$, $RRI=1\%$, $ER=1\%$,
 $VRI=5\%$, 16000 elementos triangulares,
 Iteração 40 - malha (90x60). – SESO

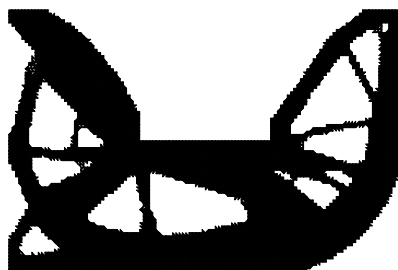


Figura 5.6.3 - $RR=5\%$, $RRI=1\%$, $ER=1\%$,
 $VRI=5\%$, 16000 elementos triangulares,
 Iteração 81 - malha (90x60). – SESO



Figura 5.6.4 - $RR=8\%$, $RRI=1\%$, $ER=1\%$,
 $VRI=5\%$, 16000 elementos triangulares,
 Iteração 140 - malha (90x60). – SESO

Têm-se, a seguir, os gráficos de volume e tensão por número de iterações. Estes gráficos ilustram o comportamento destas variáveis durante o processo de otimização usando o algoritmo SESO.

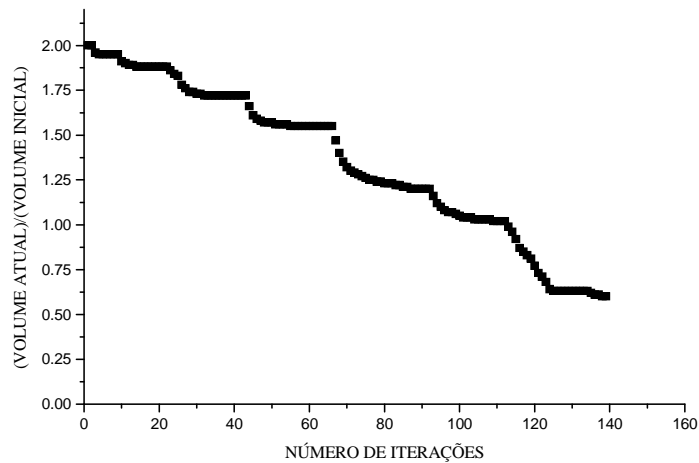


Figura 5.6.5 – Evolução do Volume por número de iterações usando o método SESO

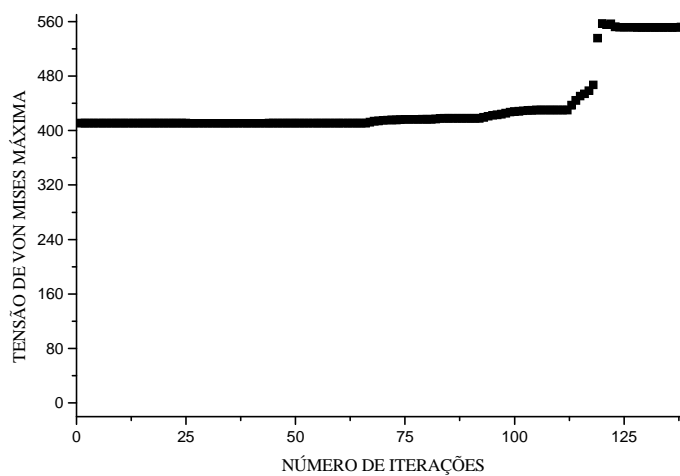


Figura 5.6.6 – Evolução da tensão por número de iterações usando o método SESO

5.6.2 – Viga em Balanço

Neste modelo, tem-se a geometria, as condições de contorno e as ações do problema, conforme ilustrado na figura 5.6.7. A estrutura foi discretizada usando uma

malha refinada de (160x60) totalizando 19200 elementos. Este exemplo foi proposto por Abdalla (2004) com um procedimento de otimização baseado em “células automatas” (CA), cujo processo iterativo demanda 908 segundos, aproximadamente, quinze minutos.

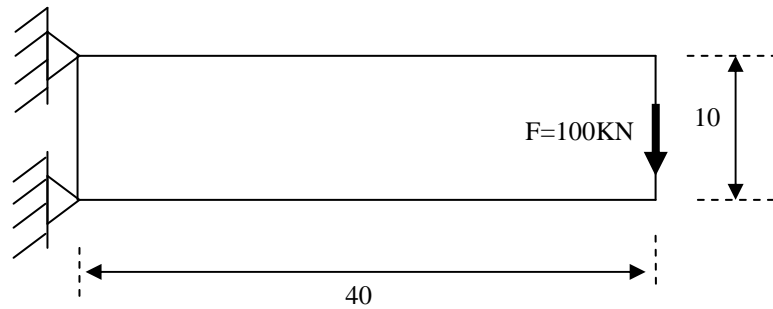


Figura 5.6.7 – Viga em balanço

A espessura considerada para chapa foi de 10 mm . O processo evolucionário começou com uma razão de rejeição (RR) igual 1% e uma razão evolucionária de 1,25%. Utilizou-se um material com propriedades do aço, coeficiente de Poisson $\nu = 0,33$ e módulo de Young $E = 210\text{ GPa}$. O volume desejado igual a 43% do volume inicial, o volume retirado por iteração foi de 5%.

A configuração ótima obtida por Abdalla (2004) está ilustrada na figura 5.6.8 e será usada para comparar o resultado com o obtido pelo algoritmo de otimização evolucionária SESO.



Figura 5.6.8 – Viga em balanço

Abdalla (2004)

Este exemplo foi resolvido utilizando a técnica SESO e a estrutura evoluiu para a seguinte forma otimizada, veja figuras 5.6.9 a 5.6.11, cujo processo iterativo demandou 1190 segundos, aproximadamente, vinte minutos.



Figura 5.6.9 - $RR=2,5\%$, $RRI=1\%$, $ER=1,25\%$,
 $VRI=5\%$, 19200 elementos triangulares,
Iteração 19 - malha (160x60). – SESO



Figura 5.6.10 - $RR=3,75\%$, $RRI=1\%$, $ER=1,25\%$,
 $VRI=5\%$, 19200 elementos triangulares,
Iteração 58 - malha (160x60). – SESO



Figura 5.6.11 - $RR=6,25\%$, $RRI=1\%$, $ER=1,25\%$,
 $VRI=5\%$, 19200 elementos triangulares,
Iteração 95 - malha (160x60) – SESO

Têm-se, a seguir, os gráficos de volume e tensão por número de iterações. Estes gráficos ilustram o comportamento destas variáveis durante o processo de otimização usando o algoritmo SESO.

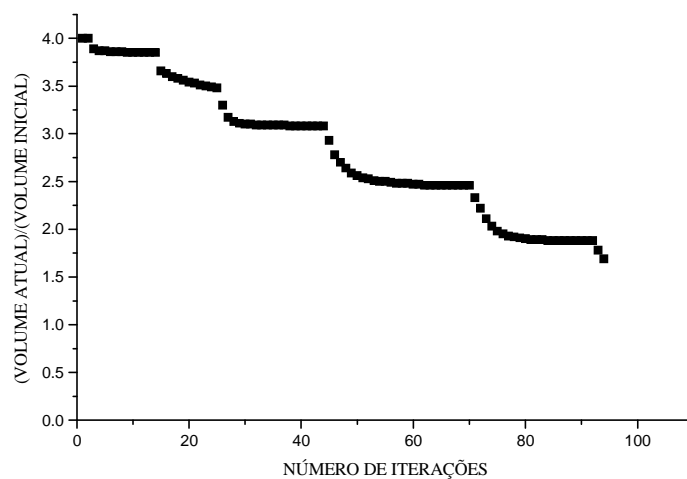


Figura 5.6.12 – Evolução do Volume durante o processo evolucionário - SESO

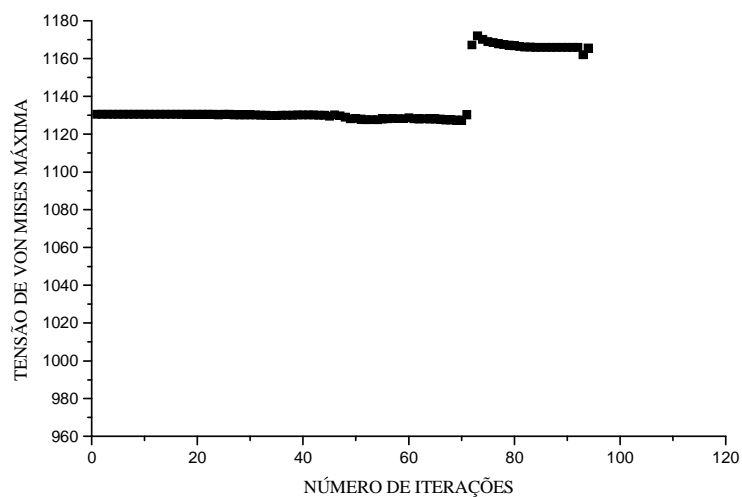


Figura 5.6.13 – Evolução da Tensão de Von Mises durante o processo evolucionário - SESO

5.6.3 – Estrutura de Ponte

Neste modelo, tem-se a geometria, as condições de contorno e as ações do problema, conforme ilustrado na figura 5.6.14. A estrutura foi discretizada usando uma malha refinada de (128x40) totalizando 10240 elementos finitos triangulares. Este

exemplo foi proposto por Querin (1997), usando o Método ESO de otimização com o critério de tensão máxima de Von Mises, baseado em Performance Index.

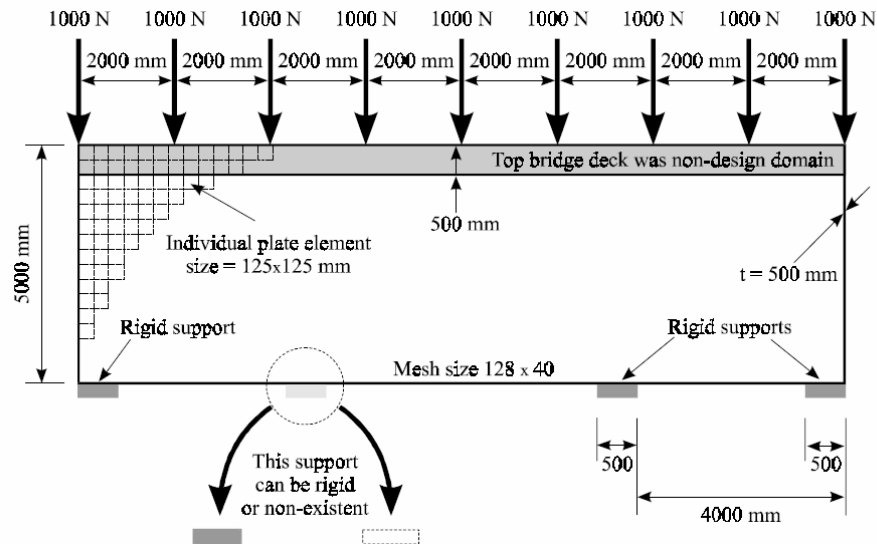


Figura 5.6.14 – Domínio de projeto inicial com suporte fixo

A espessura considerada para a estrutura de ponte foi de 500 mm Querin (1997). O processo evolucionário começou com uma razão de rejeição (RR) igual 1% e uma razão evolucionária de 1,25%. Utilizou-se um material com propriedades do aço, coeficiente de Poisson igual $\nu = 0,30$, módulo de Young $E = 210 \text{ GPa}$. O volume desejado igual a 35% do volume inicial, o volume retirado por iteração foi de 5%.

A estrutura de ponte considerando o suporte rígido evoluiu para a seguinte configuração ótima, veja figuras 5.6.15 a 5.6.17.



Figura 5.6.15 - RR=3,75%, RRI=1, ER=1,25%,
VRI=5%, 10240 elementos triangulares,
Iteração 50 - malha (128x40) - SESO



Figura 5.6.16 - $RR=6,25\%$, $RRI=1\%$, $ER=1,25\%$,
 $VRI=5\%$, 10240 elementos triangulares,
 Iteração 90 - malha (128x40). – SESO

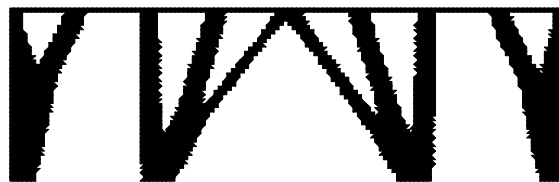


Figura 5.6.17 - $RR=12,5\%$, $RRI=1\%$, $ER=1,25\%$,
 $VRI=5\%$, 10240 elementos triangulares,
 Iteração 163 - malha (128x40). – SESO

Na figura 5.6.18, tem-se a configuração ótima proposta por Querin (1997) usando MSES (Moving Support Evolutionary Structural Optimisation Method). Esta técnica de otimização tem um procedimento semelhante ao convencional ESO na medida em que tenta minimizar o Índice de Performance. Portanto não podemos comparar na íntegra a forma ótima proposta por Querin (1997), pois usa um método diferente do implementado neste trabalho.

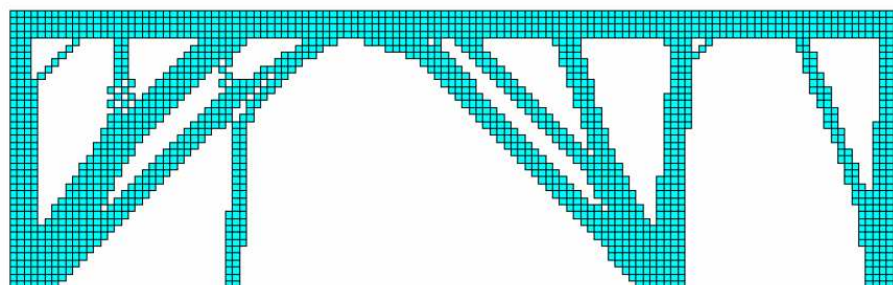


Figura 5.6.18 – Estrutura de ponte
 Querin (1997)

Nota-se que, a topologia usando o algoritmo SESO, figura 5.6.17, é, relativamente, mais simples do que a topologia apresentada por Querin, figura 5.6.18. Percebe-se, ainda, a existência de uma tendência de aparecimento de linhas de transmissão de esforços mais finas na configuração ótima apresentada por Querin. No entanto, ressalta-se que os resultados apresentados buscam uma comparação entre a técnica SESO e o MSES0 e não de resolver este problema, especificamente. Constata-se, também, a existência de quatro pilares nos dois métodos.

A seguir, têm-se as topologias sem o suporte rígido, acompanhadas de um conjunto de quatro gráficos de convergência que registram a evolução do processo de otimização. Os gráficos correspondem a volume, índice de desempenho, tensão máxima de Von Mises e razão de rejeição (RR), todos em relação ao número de iterações.

Observa-se que a configuração ótima com o algoritmo SESO, ilustrada na figura 5.6.21, não possui quatro pilares, isto se deve às condições de contorno que foram alteradas devido ao suporte móvel proposto por Querin (1997).



Fig.5.6.19 - RR=3,75%, RRI=1%, ER=1,25%,
VRI=5%, 10240 elementos triangulares,
Iteração 50 - malha (128x40).- SESO



Fig.5.6.20 - RR=6,25%, RRI=1%, ER=1,25%,
VRI=5%, 10240 elementos triangulares,
Iteração 80 - malha (128x40).- SESO



Fig.5.6.21 - RR=13,75%,RRI=1%, ER=1,25%,
VRI=5%,10240 elementos triangulares,
Iteração169 - malha (128x40).- SESO

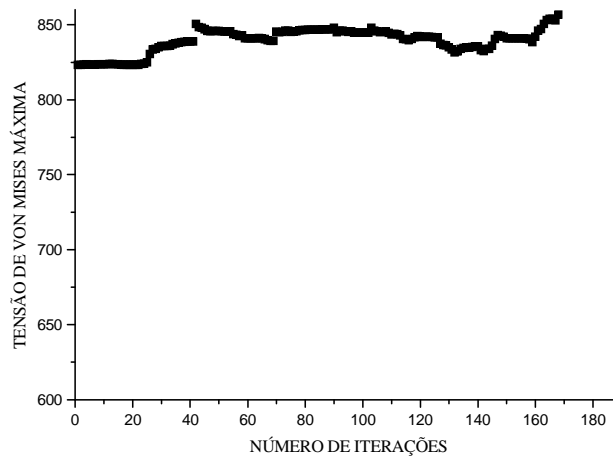


Figura 5.6.22 – Evolução da tensão de Von Mises durante o
processo evolucionário usando a técnica SESO

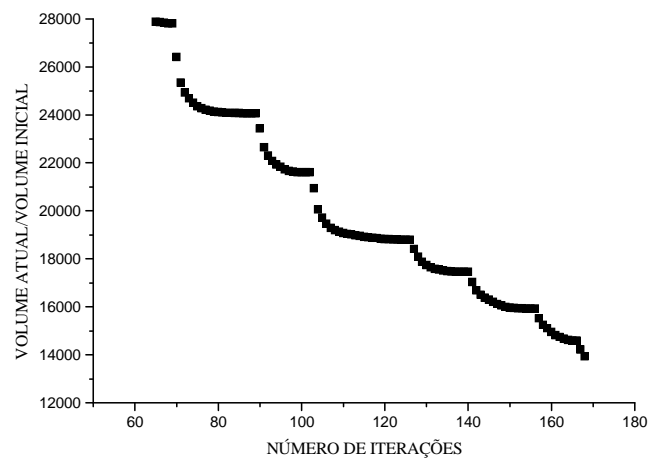


Figura 5.6.23 – Evolução do volume durante o processo
evolucionário usando a técnica SESO

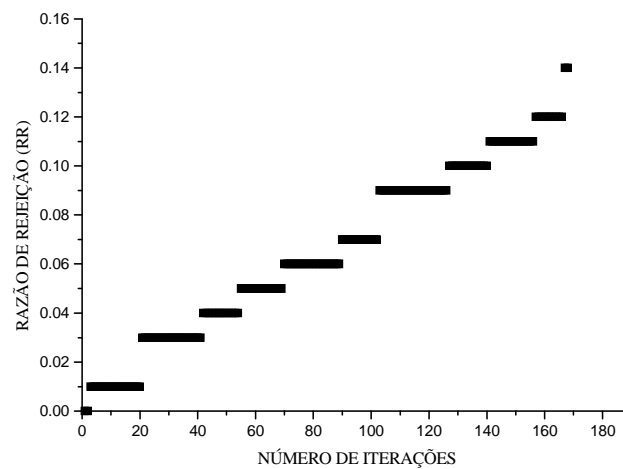


Figura 5.6.24 – Evolução da razão de rejeição (RR) durante o processo evolucionário usando a técnica SESO

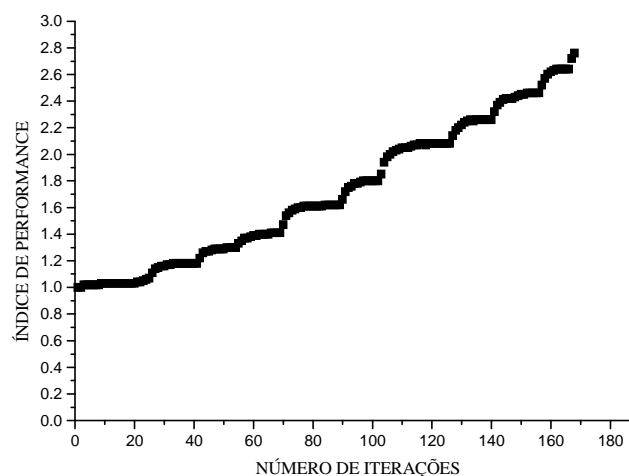


Figura 5.6.25 – Evolução do índice de performance durante o processo evolucionário usando a técnica SESO

5.6.4 – Estrutura bidimensional de uma bicicleta

A estrutura bidimensional de uma bike, proposta por Lin e Hsu (2008), cujo domínio de projeto, condições de contorno e topologia podem ser observados na figura 5.6.26.

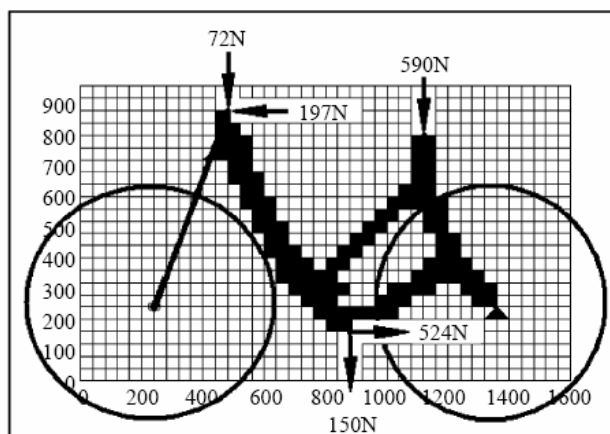


Figura 5.6.26 – Domínio inicial de projeto e condições de contorno da bike

Lin e Hsu (2008)

Neste modelo, a otimização é realizada com um algoritmo adaptativo com restrição de volume (AVC), cuja obtenção da topologia da estrutura é capaz de satisfazer, simultaneamente, as restrições de tensão e deslocamento. O algoritmo é desenvolvido, usando o método da Homogeneização, com minimização da “compliance” e volume fixo restringido.

A estrutura bidimensional de uma “bike” foi analisada usando a técnica SESO com critério de tensão máxima de Von Mises. A geometria, condições de contorno e ações do problema podem ser observadas na figura 5.6.26. O processo evolucionário começou com uma razão de rejeição (RR) igual 1% e uma razão evolucionária de 1,25%. As propriedades do material utilizado são coeficiente de Poisson $\nu=0,30$, módulo de Young $E=1MPa$ e volume desejado igual a 15% do volume inicial, o volume retirado por iteração foi de 25%. O volume retirado em cada iteração foi dividido em 10 grupos sendo 80% removido da estrutura e 20% devolvido.

A seguir, têm-se as topologias obtidas com o algoritmo SESO, mostrando que a convergência ocorre na iteração 278 com custo computacional de 854 segundos.

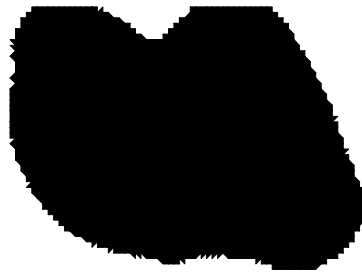


Figura 5.6.27 - $RR=3,75\%$, $RRI=1\%$, $ER=1,25\%$,
 $VRI=25\%$, 7680 elementos triangulares,
 Iteração 46 - malha (80x48).

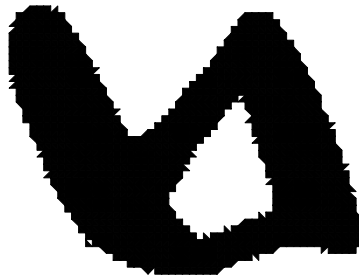


Figura 5.6.28 - $RR=12,5\%$, $RRI=1\%$, $ER=1,25\%$,
 $VRI=25\%$, 7680 elementos triangulares,
 Iteração 183 - malha (80x48).

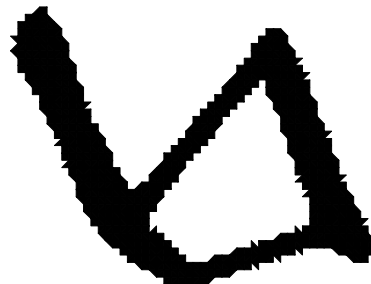


Figura 5.6.29 - $RR=23,75\%$, $RRI=1\%$, $ER=1,25\%$,
 $VRI=25\%$, 7680 elementos triangulares,
 Iteração 278 - malha (80x48).

5.6.5 – Modelo de Strut-and-Tie - Formato T

A geometria, condições de contorno e ações do problema são indicadas na figura 5.6.30, a espessura considerada para esta estrutura é de $1,5 \cdot 10^{-3}$ mm as demais dimensões estão expressas em milímetros. O processo evolucionário começou com uma razão de rejeição (RR) igual 1% e uma razão evolucionária de 0,5% no ESO, enquanto no SESO a razão evolucionária usada foi de 1,5%. As propriedades do material isotrópico utilizado são coeficiente de Poisson $\nu = 0,15$ e módulo de Young $E = 286$ GPa. O volume desejado igual a 38% do volume inicial, volume retirado por iteração igual a 1,75% no algoritmo ESO e 5% no algoritmo SESO. O domínio foi discretizado numa malha refinada de (179x60) com 12040 elementos finitos triangulares.

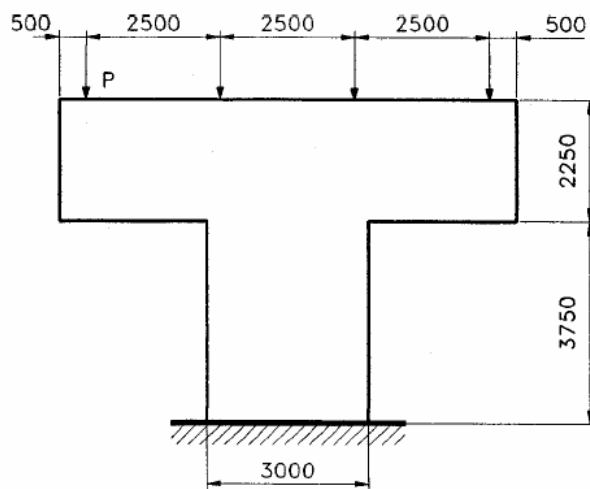


Figura 5.6.30 – Modelo de Strut-and-Tie

Liang et al. (2002)

Este exemplo foi proposto por Liang (2002), onde a otimização é realizada via minimização da energia de deformação. Tem-se na figura 5.6.31 a evolução da estrutura e a sua configuração ótima.

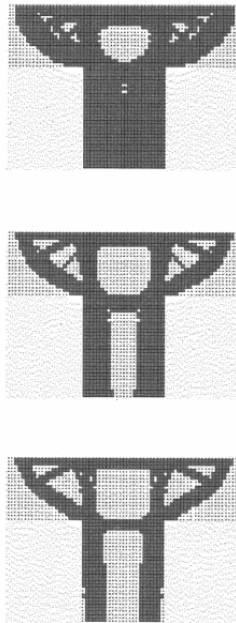


Figura 5.6.31 – Modelo de Strut-and-Tie
Topologias proposta por
Liang et al. (2002)

Aplicando o algoritmo ESO, implementado neste trabalho, obteve-se a evolução da estrutura para a seguinte forma otimizada, veja figuras 5.6.32 a 5.6.34.

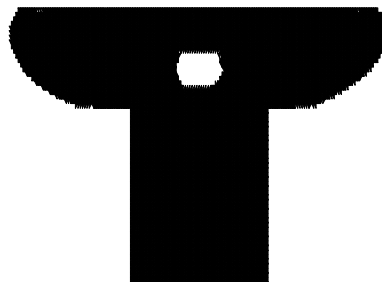


Figura 5.6.32 – $RR=4,5\%$, $RRI=1\%$, $ER=0,5\%$,
 $VRI=1,75\%$, 12040 elementos triangulares,
Iteração 91 – malha (170x60) – ESO

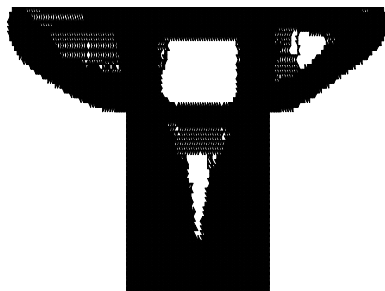


Figura 5.6.33 – $RR=8,5\%$, $RRI=1\%$, $ER=0,5\%$,
 $VRI=1,75\%$, 12040 elementos triangulares,
 Iteração 208 – malha (170x60) - ESO

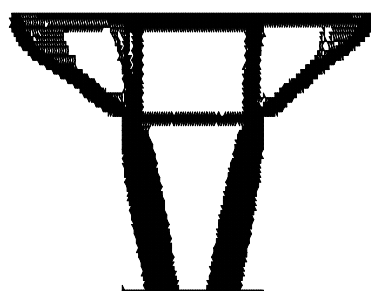


Figura 5.6.34 – $RR=14,5\%$, $RRI=1\%$, $ER=0,5\%$,
 $VRI=1,75\%$ 12040 elementos triangulares,
 Iteração 387 – malha (170x60) - ESO

No processo evolucionário, usando a técnica SESO, foram alteradas as seguintes variáveis de projeto: razão evolucionária, os limites de atuação do nibbling e o volume retirado por iteração. Como já era previsto, com o aumento no volume retirado por iteração e o aumento da razão de evolução o algoritmo SESO tem menor custo computacional.

Na configuração ótima proposta por Liang, verifica-se uma diferença no “alicerce” da estrutura, isto é, os elementos situados na base da estrutura são removidos apesar da configuração inicial, ver figura 5.6.30, ilustrar uma base engastada. Nos algoritmos ESO e SESO, implementados neste trabalho, existe uma restrição nas condições de contorno que não permite a remoção destes elementos, veja figuras 5.6.34 e 5.6.37.

Nas análises numéricas realizadas, verifica-se que a calibragem das variáveis de projeto usando o método ESO são mais sensíveis do que na técnica SESO. Por isso, no

processo evolucionário ESO é muito importante que a razão de evolução (ER), seja um valor entre $0\% < ER \leq 1\%$, devido à heurística do método, este parâmetro é um controlador, pois evita que o raio de rejeição (RR) evolua de forma rápida o que pode provocar uma instabilidade à estrutura, isto é, removendo uma grande quantidade de material (elementos) capaz de provocar um mau condicionamento no sistema.

Usando o algoritmo SESO a estrutura evoluiu para a seguinte forma otimizada, veja figuras 5.6.35 a 5.6.37.

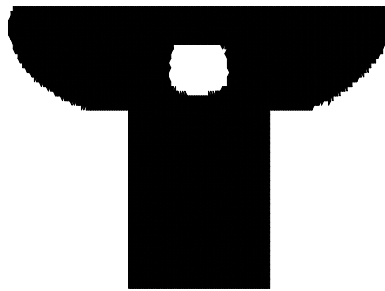


Figura 5.6.35 – RR=9,0%,RRI=1%,ER=1,5%,
VRI=5%, 12040 elementos triangulares,
Iteração 69 – malha (170x60) – SESO

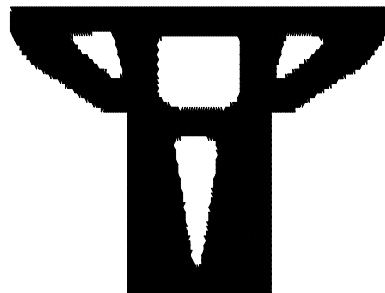


Figura 5.6.36 – RR=12,0%, RRI=1%,ER=1,5%,
VRI=5%,12040 elementos triangulares,
Iteração 136 – malha (170x60) - SESO

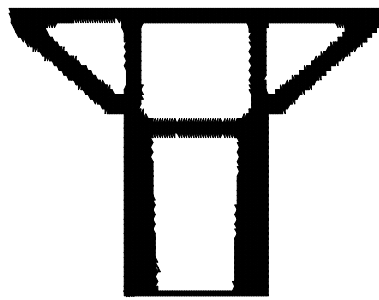


Figura 5.6.37 – RR=19,5%, RRI=1%,ER=1,5%,
VRI=5%,12040 elementos triangulares,
Iteração 282 – malha (170x60) - SESO

5.6.6 – Modelo de Strut-and-Tie - Console

A geometria, condições de contorno e ações do problema são indicadas na figura 5.6.38, a espessura considerada para esta estrutura é de $1,5 \cdot 10^{-3}$ mm as demais dimensões estão expressas em milímetros. O processo evolucionário começou com uma razão de rejeição (RR) igual 1% e uma razão evolucionária de 0,5%. As propriedades do material isotrópico utilizado são coeficiente de Poisson $\nu = 0,15$ e módulo de Young $E = 286$ GPa . O volume desejado igual a 40% do volume inicial, volume retirado por iteração igual a 1,75% no algoritmo ESO e 5% no algoritmo SESO. O domínio foi discretizado numa malha refinada de (88x216) com 22656 elementos finitos triangulares.

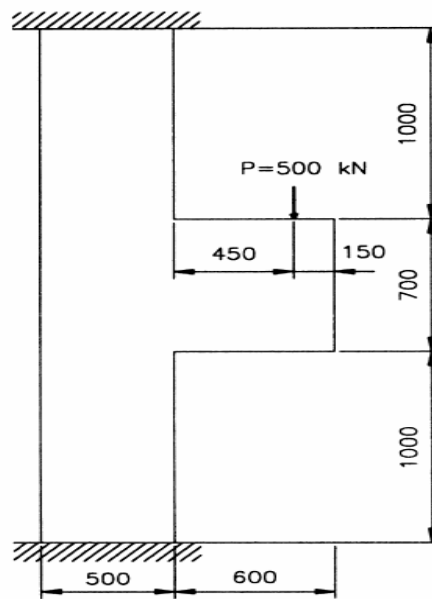


Figura 5.6.38 – Modelo de Strut-and-Tie
Liang et al. (2000)

Este exemplo foi proposto por Liang et al. (2000), usando um procedimento evolucionário com critério de parada em PI (índice de performance) da estrutura para “strut-and-tie molds”. A figura 5.6.39 apresenta uma seqüência do processo evolucionário e a configuração ótima proposta pelos autores.

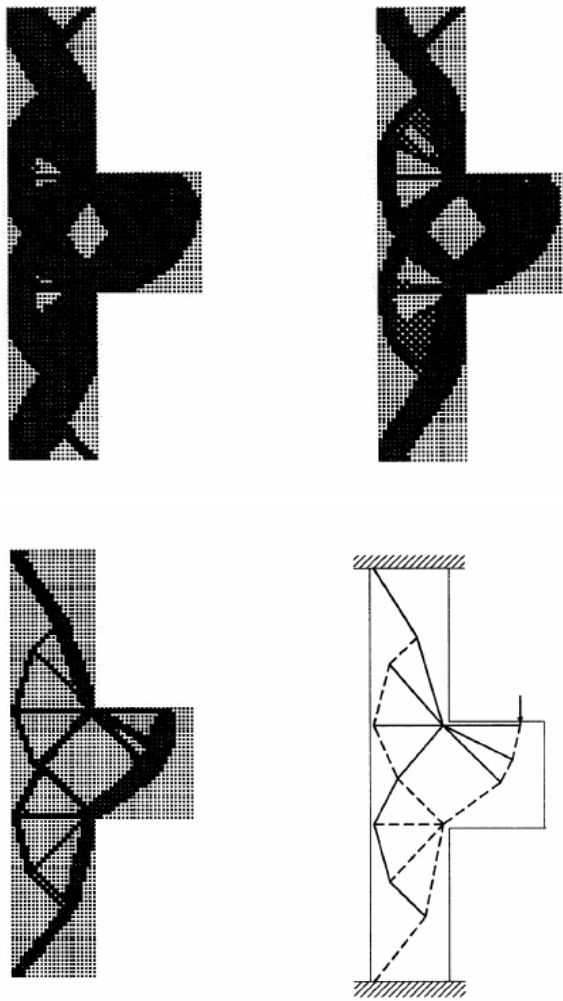


Figura 5.6.39 – Modelo de Strut-and-Tie

Liang et al. (2000)

As figuras a seguir ilustram o processo evolucionário e configuração ótima da estrutura com uso do algoritmo ESO.



Figura 5.6.40 – $RR=2,5\%$, $RRI=1\%$, $ER=0,5\%$,
 $VRI=1,75\%$, 22656 elementos triangulares,
 Iteração 80 – malha (88x216) - ESO



Figura 5.6.41 – $RR=3,0\%$, $RRI=1\%$, $ER=0,5\%$,
 $VRI=1,75\%$, 22656 elementos triangulares,
 Iteração 107 – malha (88x216) - ESO



Figura 5.6.42 – $RR=4,5\%$, $RRI=1\%$, $ER=0,5\%$,
 $VRI=1,75\%$, 22656 elementos triangulares,
 Iteração 199 – malha (88x216) - ESO

No processo evolucionário usando a técnica SESO alterou-se apenas os limites de atuação do nibbling. Assim, como já era previsto, mantendo o volume de retirada por iteração igual ao usado no ESO a estrutura otimizada usando a técnica SESO convergiu com uma velocidade menor que a técnica ESO, uma vez que, esta remove de uma só vez todos os elementos que atendem o critério ESO, usando um procedimento “hard-kill”, a técnica SESO devolve a estrutura (1-p%) dos p% elementos retirados na iteração (i) que contribuirão como uma “escora” na iteração (i+1), usando um procedimento “soft-kill”, isto provavelmente mantém o fluxo de tensão mais suavizado e o sistema melhor condicionado. Assim a estrutura evoluiu para da seguinte forma, veja figuras 5.6.43 a 5.6.45.



Figura 5.6.43 – $RR=3\%$, $RRI=1\%$, $ER=0,5\%$,
 $VRI=1,75\%$, 22656 elementos triangulares,
 Iteração 102 – malha (88x216) – SESO



Figura 5.6.44 – $RR=4\%$, $RRI=1\%$, $ER=0,5\%$,
 $VRI=1,75\%$, 22656 elementos triangulares,
 Iteração 178 – malha (88x216) – SESO

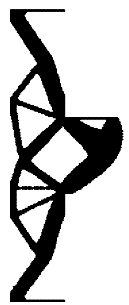


Figura 5.6.45 – $RR=6,5\%$, $RRI=1\%$, $ER=0,5\%$,
 $VRI=1,75\%$, 22656 elementos triangulares,
 Iteração 286 – malha (88x216) - SESO

5.6.7 – Viga de Formato L

A geometria, condições de contorno, as ações do problema estão ilustradas na figura 5.6.46, a espessura considerada para esta estrutura é de 1,0 mm. O processo evolucionário começou com uma razão de rejeição (RR) igual 1% e uma razão evolucionária de 0,5%. As propriedades do material isotrópico utilizado são coeficiente de Poisson $\nu = 0,30$ e módulo de Young $E = 215 \text{ GPa}$. O volume desejado igual a 40% do volume inicial, volume retirado por iteração igual a 1,75% no algoritmo ESO e 5% no algoritmo SESO. O domínio foi discretizado numa malha refinada de (80x40) com 6400 elementos finitos triangulares.

Este exemplo foi proposto por Arantes (2003), onde a otimização topológica é realizada com refino H-adaptativos. Tem-se na figura 5.6.46 a evolução da estrutura e a sua configuração ótima.

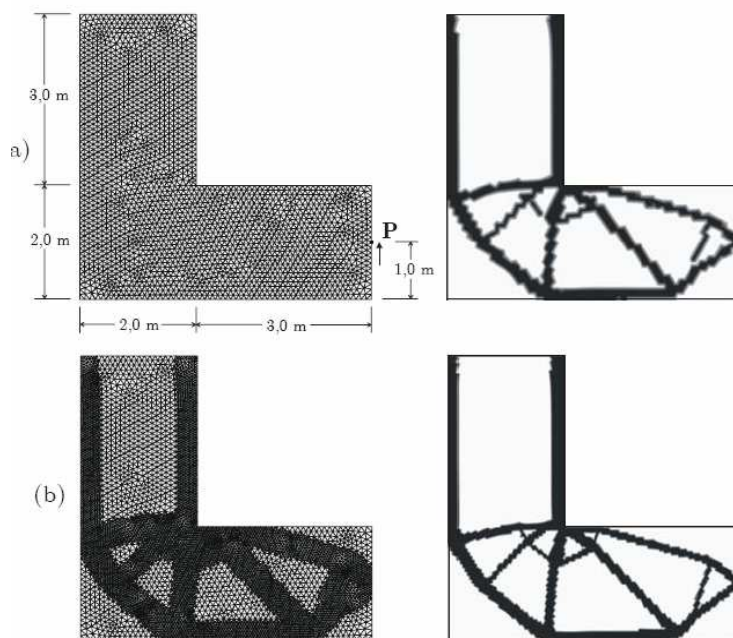


Figura 5.6.46 – Viga de formato L – Microestrutura SIMP
Arantes (2003)

A evolução ótima dessa estrutura utilizando o algoritmo ESO implementado, neste trabalho, será apresentada a seguir:

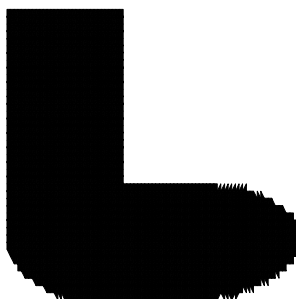


Figura 5.6.47 – $RR=6\%$, $RRI=1\%$, $ER=0,5\%$,
 $VRI=1,75\%$, 6400 elementos triangulares,
Iteração 28 – malha (80x40) - ESO

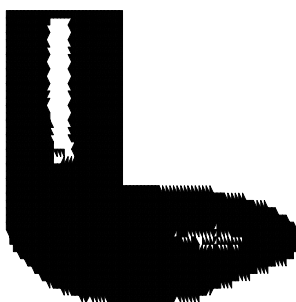


Figura 5.6.48 – $RR=6\%$, $RRI=1\%$, $ER=0,5\%$,
 $VRI=1,75\%$, 6400 elementos triangulares,
Iteração 65 – malha (80x40) – ESO

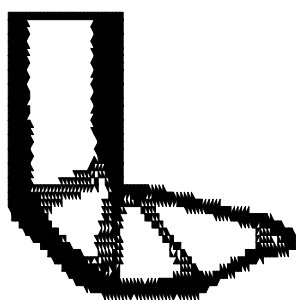


Figura 5.6.49 – $RR=6\%$, $RRI=1\%$, $ER=0,5\%$,
 $VRI=1,75\%$, 6400 elementos triangulares,
Iteração 136 – malha (80x40) – ESO

No processo evolucionário usando a técnica SESO foram alteradas as seguintes variáveis de projeto: razão evolucionária igual 1%, os limites de atuação do nibbling e o volume retirado por iteração. Neste exemplo mesmo estas variáveis sendo alteradas o algoritmo SESO teve um custo computacional mais caro. Isto se deve ao fato de que essa geometria, em especial, introduz uma dificuldade no ponto de vista da otimização, pois o “canto vivo” é um concentrador de tensões, que apesar de dificultar a captação numérica do valor das tensões, exige uma malha mais refinada para captar corretamente o comportamento das tensões próximo ao “canto vivo”. Por isso, optou-se por utilizar uma malha mais refinada mostrando que a formulação utilizada funciona, obtendo resultados semelhantes aos da literatura pesquisada ver figura 5.6.46. Assim, a geometria de formato L evoluiu para a seguinte forma otimizada, veja figuras 5.6.50 a 5.6.52.

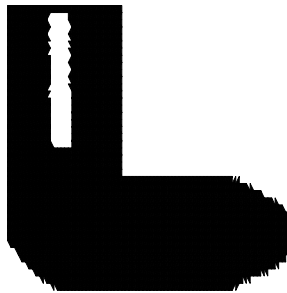


Figura 5.6.50 – RR=9%,RRI=1%,ER=1%,
VRI=5%, 6400 elementos triangulares,
Iteração 61 – malha (80x40) – SESO

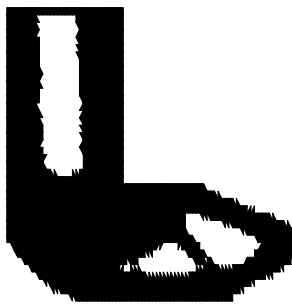


Figura 5.6.51 – RR=14%,RRI=1%,ER=0,5%,
VRI=5%, 6400 elementos triangulares,
Iteração 125 – malha (80x40) – SESO

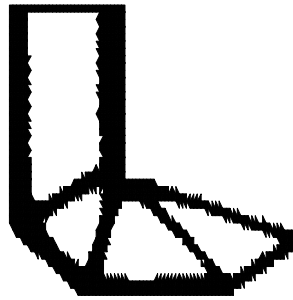


Figura 5.6.52 – RR=23%,RRI=1%,ER=1%,
VRI=5%, 6400 elementos triangulares,
Iteração 233 – malha (80x40) – SESO

Tem-se a seguir três figuras que mostram o fluxo de tensão dos algoritmos ESO e SESO para este problema de OT.

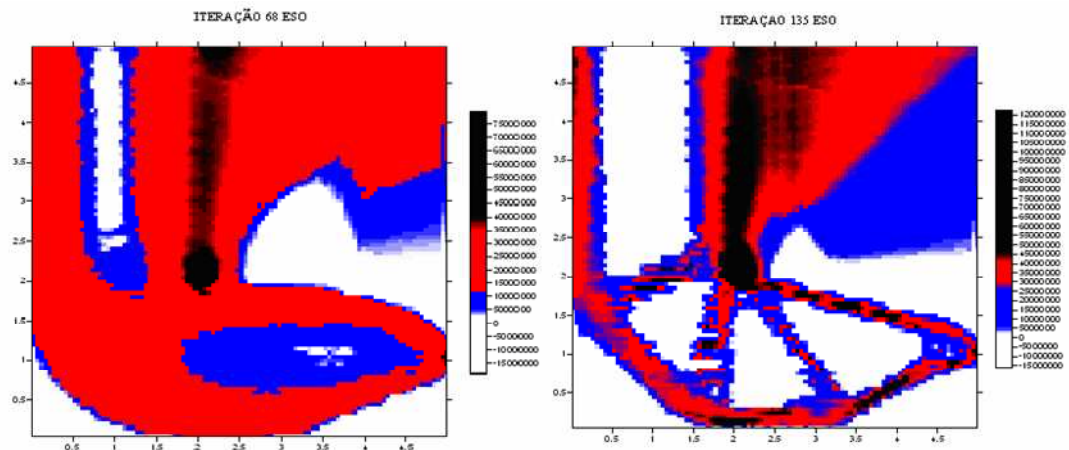


Figura 5.6.53 – Fluxo de tensões usando
o algoritmo ESO

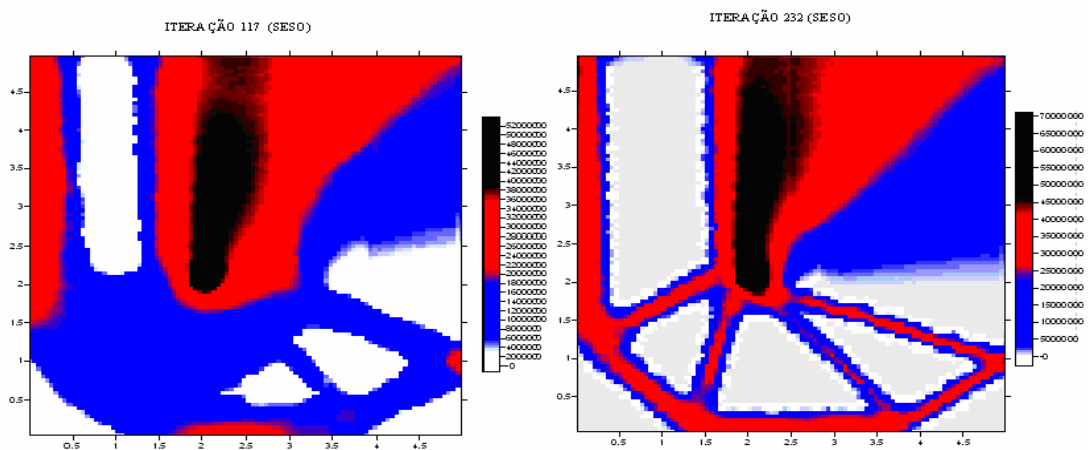


Figura 5.6.54 - Fluxo de tensões usando o
algoritmo SESO

Capítulo 6

Conclusões e Sugestões

6.1 – Introdução

Este trabalho basicamente possui dois objetivos principais: o primeiro consiste em desenvolver um programa que resolve o problema da minimização do volume de estruturas contínuas submetidas a restrições de tensão máxima da estrutura, criando para tal um algoritmo computacional. O outro objetivo consiste na apresentação de resultados que comprovassem a validade do método desenvolvido. Ambos os objetivos foram cumpridos.

Qualquer método de solução escolhido, seja o trabalho numérico ou experimental, naturalmente possuirá prós e contras. No caso específico deste trabalho, foi desenvolvido um programa em FORTRAN que calcula as variáveis de projeto que representam um projeto ótimo. Para tal, as estruturas usadas como exemplo são discretizadas utilizando uma malha de elementos finitos triangulares. A partir do valor dos deslocamentos nodais, a resposta estrutural desse sistema em termos de tensão é calculada.

Em todos os problemas analisados obteve-se resultados satisfatórios quando comparados com problemas similares encontrados na literatura. O principal objetivo do trabalho foi cumprido, ou seja, a partir de uma estimativa inicial para as variáveis de projeto, obteve-se estruturas com um menor gasto na quantidade de material. O algoritmo desenvolvido distribuiu esse material da maneira mais eficiente possível com o intuito de respeitar as restrições de projeto impostas, neste caso.

6.2 – Conclusões

O procedimento proposto neste trabalho para otimização topológica de estruturas bidimensionais usando o método ESO e a técnica SESO mostrou-se eficiente e apto a

capturar o comportamento evolucionário e a determinar a forma ótima sobre critério de tensão máxima da estrutura com restrições de volume. Assim sendo, dentre as principais conclusões obtidas, destacam-se:

- A otimização topológica em tensão máxima mostrou-se capaz de ser aplicada em problemas reais de engenharia. No entanto, é importante observar a discretização da malha para ficar atento ao tamanho e forma do elemento finito, pois quanto mais uniforme for o elemento mais suavidade na forma e na topologia poderá ser alcançada.
- Na otimização topológica via ESO para melhor calibração dos parâmetros RR e ER devem-se realizar testes numéricos preliminares, pois elevados valores de RR e ER provocam singularidade à estrutura. Esta calibração não é complexa na técnica SESO quanto notado em alguns exemplos usando o método ESO.
- Tanto no ESO quanto no SESO quanto mais discretizada for a malha mais membros podem aparecer na sua configuração ótima, mostrando que em alguns exemplos existe uma grande dependência da malha de elementos finitos, entretanto a técnica SESO é menos sensível a esta discretização.
- A técnica SESO apresenta um custo computacional mais baixo que o ESO. Isto se deve ao fato de que a suavização no campo das tensões permite uma retirada maior de elementos do que na técnica ESO. Assim mesmo exigindo mais passos de RR devido a sua heurística de remoção de elementos a técnica SESO mostrou-se mais eficiente computacionalmente.
- Os problemas de instabilidade numérica “checkerboard” (tabuleiro de xadrez) e da dependência da malha, foram resolvidos com implementação de um filtro de densidade de tensão, entretanto o parâmetro de controle deste filtro é o raio de abrangência que não deve ser muito pequeno, pois corre-se o risco de voltar ao problema do tabuleiro e não deve ser muito grande, já que extrapolaria o domínio de projeto e o algoritmo não consegue buscar uma solução ótima. O ESO mesmo com

o filtro em alguns exemplos apresentou o tabuleiro e o SESO não apresentou em nenhum exemplo o tabuleiro.

6.3 – Sugestões

Embora a otimização topológica de estruturas bidimensionais com critério de tensão máxima da estrutura usando ESO, ou em especial o SESO, nossa grande contribuição, seja uma importante ferramenta para a otimização de estruturas bidimensionais, muitas questões ainda permanecem em aberto. Portanto, ficam as seguintes sugestões para trabalhos futuros:

- Incorporar no processo de otimização topológica dos métodos apresentados neste trabalho um método de otimização clássico como o BGMMA (Gradient Based Method of Moving Asymptotes).
- Estudar o comportamento de uma Otimização Evolucionária Multiobjetiva onde a remoção dos elementos atenda a mais de um critério de projeto simultaneamente.
- Incorporar no processo de otimização topológica SESO critérios de rigidez, frequência e temperatura.
- Desenvolver um algoritmo de modo que nos pontos de singularidade o ER (razão de evolução) decresça automaticamente isto pode permitir que o algoritmo contorne o problema e evolua para a forma ótima desejada.
- Desenvolver um critério formal como critério de parada para garantir que o ótimo realmente seja atingido.
- Incorporar no algoritmo desenvolvido um critério de restrição para uma região no domínio projeto.

- Aplicar o SESO para a resolução de estruturas tridimensionais, considerando fenômenos elastoplásticos.
- Desenvolver um critério de parada consistente para o SESO e realizar testes para casos bi e tridimensionais.
- Testar outro tipo de elemento finito de chapa.
- Testar a otimização em regime não linear.

Referências Bibliográficas

- Abdalla, M. M. (2004). Applications of the Cellular Automata Paradigm in Structural Analysis and Design, Dissertation Doctor, Faculty of Engineering, Cairo University, Egypte.
- Almeida, V. S. ; Paiva, João Batista de . A mixed BEM-FEM formulation for layered soil-superstructure interaction. *Cadernos de Engenharia de Estruturas*, v. 9, p. 63-82, 2007.
- Arantes, C. J. (2003). Otimização Topológica com Refinos H-adaptativos, Dissertação de Doutorado, UFSC, Brasil.
- Bahia, M. T. (2005). “Otimização Topológica Aplicada ao Projeto de Mecanismos Flexíveis”, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, Brasil.
- Bathe, K.J. (1996). Finite element procedures. New Jersey, Prentice-Hall.
- Bathe, K.J. (1982). Finite element procedures in engineering analysis. Englewood Cliffs, Prentice-Hall.
- Batoz, J.L. (1980). A study of three–node triangular plate bending elements. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, v. 15, p. 1771-1812.
- Bendsøe, M.P. and Kikuchi, N. (1988). “Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 71, pp. 197-224.
- Bendsøe, M.P. e Sigmund, O. (2002). *Topology Optimization*, Springer, Berlin.
- Bendsøe, M.P. e Sigmund, O. (2003). *Topology optimization: theory, methods and applications*. Berlin, Springer-Verlag, ISBN 3-540-42992-1.
- Bendsøe, M.P. e Sigmund, O. (2004). *Topology optimization: theory, methods and applications*. Berlin, Springer, p. 370.
- Bendsøe, M.P., (1989). Optimal Shape design as a material distribution problem, *Structural Optimization*, v. 1, pp. 193-202.
- Bergan, P.G. e Felippa, C.A. (1985). A triangular membrane element with rotational degrees of freedom. *Comp. Meths. in Appl. Mech. Eng.*, v.50, p.25-69.
- Bourdin, B. (2001). Filters in topology optimization, *International Journal for Numerical Methods In Engineering*, v. 50, n. 9, pp. 3143-2158.

- Bruyneel, M. e Duysinx, P. (2004) Note on topology optimization of continuum structures including self-weight. *Structural Optimization*.
- Canfield, S. e Frecker, M.(2000). Topology Optimization of Compliant Mechanical Amplifiers for Piezoelectric Actuators, *Struct Multidisc Optim*, p.269-279.
- Cardoso, E. L. e Fonseca, J. S. O. (1999). “Intermediate Density Reduction and Complexity Control in the Topology Optimization”, 20th Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering (CILAMCE 99), Brasil.
- Cardoso, E. L. e Fonseca, J.S.O. (2003) Complexity controls in the topology optimization of continuum structure. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, Vol. 25(3), 293-301, 2003.
- Cardoso, E.L. (2000). Controle de Complexidade na Otimização Topológica de Estruturas Contínuas, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul.
- Chen, B. C. e Kikuchi, N. (2001).Topology optimization with design-dependent loads. *Finite Elements in Analysis and Design*, v.37, pp.57-70.
- Cheng, G. e Guo, X. (1997) Epsilon-relaxed approach in structural topology optimization, *Structural Optimization*, v. 13, n. 4, pp. 258-266.
- Cheng, G. e Jiang, Z. (1992). Study on topology optimization with stress constraints, *Engineering Optimization*, v. 20, pp. 129-148.
- Cheng, K. T. e Olhoff, N. (1981). “An investigation concerning optimal design of solid elastic plates”, *International Journal of Solids Structures*, v.17, pp. 305-323.
- Cheng, T.K. e Olhoff, N. (1982). Regularized Formulation for Optimal Design of Axisymmetric Plates”, *International Journal of Solids Structures*, 18-2, pp. 153-169.
- Cho, S. e Choi, J. (2005). Efficient Topology Optimization of Thermo-Elasticity Problems Using Coupled Field Adjoint Sensitivity Analysis Method, *Finite Element in Analysis and Design*.
- Christie, W. C. , Bettess, P. e Bull, J. W. (1998). Self-Designing Structures: A Practical Approach, *Engineering Computations*, v. 15, n. 1, p. 35-48.
- Chu, D.N., Xie, Y.M., Hira, A. and Steven, G.P. (1996). “Evolutionary structural optimization for problems with stiffness constraints”, *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol. 21, pp. 239-251.

- Coutinho, K. D. (2006). Método de Otimização Topológica em Estruturas Tridimensionais, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, Rio Grande do Norte.
- Cox, H.L. (1958). The Theory of Design, Aeronaut. Res. Council Rep. No. 19791.
- Díaz, A. e Sigmund, O. (1995). “Checkerboard Patterns in Layout Optimization”, *Structural Optimization*, v. 10, pp. 40-45.
- Eschenauer, H. A., Olhoff, N. (2001) Topology optimization of continuum structures. *Applied Mechanics Review*, v.54, n.4, pp 331-390.
- Fancello, E.A. (1993). Análise de sensibilidade, geração adaptativa de malhas e o Método dos Elementos Finitos na otimização de forma em problemas de contato e mecânica da fratura. Tese de Doutorado, COPPE-UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil.
- Garreau, S., Guillaume, P. , Masmoudi, M. (2001). The topological asymptotic for PDE systems: The elasticity case. *SIAM Journal on Control and Optimization*, v. 39, p. 1756–1778.
- Goodman, J., Kohn, R.V. e Reyna, L. (1986). “Numerical Study of Relaxed Variational Problem from Optimal Design”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 57, pp. 107-127.
- Guzmán, M.A., Delgado, A. e De Carvalho, J. (2008). Topology Optimization With Algorithm Base don Bacterial Chemotaxis, 5th. European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering (ECCOMAS).
- Haber, R.B., Jog, C.S. e Bendsøe, M.P. (1996). A new approach to variable topology shape design using a constraint on perimeter, *Structural Optimization*, v.11, n. 1, pp. 1-12.
- Haftka, R.T. e Gandhi, R.V. (1986). “Structural Shape Optimization – A survey”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v. 57, pp. 91-106
- Haug, E.J, Choi, K.K. e Komkov, V. (1986). Design sensitivity analysis of structural systems. Academic Press, Orlando, FL, U.S.A..
- Hemp, W. S. (1973). *Optimum Structures*, Oxford: Clarendon , p. 123.
- Hinton, E. and Sienz, J. (1995). “Fully stressed topological design of structures using an Evolutionary Procedure. *Engineering Computations*, v. 12, p. 229-44.

- Jog, C.S. e Haber, R.B. (1996). Stability of finite element models for distributed parameter optimization and topology design, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v. 130, n. 3-4, pp. 203-226.
- Kim, H., Querin, O.M., Steven, G.P, e Xie, Y.M. (2002). Determination of an Optimal Topology with a Predefined Number of Cavities, *AIAA Journal*, Vol. 40, n. 4, pp. 739-744.
- Kikuchi, N., Cheng, H. C. e Ma, Z. D. (1995). Optimal shape and topology design of vibrating structures, *Advances in Structural Optimization*, Netherlands: Kluwer Academic Publishers, p. 189-222.
- Kirsch, U. (1990). On the relationship between optimum structural topologies and geometries. *Struct. Optim.*, v. 2, p. 39–45.
- Kohn, R.V. e Strang, G. (1986a) Optimal-design and relaxation of variational problems.1. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, v.39, n.1,pp.112-137.
- Kohn, R.V. e Strang, G. (1986b) Optimal-design and relaxation of variational problems.2. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, v.39, n.2,pp.139-182.
- Kohn, R.V. e Strang, G. (1986c) Optimal-design and relaxation of variational problems.3. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, v.39, n.3,pp.353-377.
- Labanowski, A. J. e Fancello, E. A e Novotny, A.A. (2004). *Simp, Eso e Tsa: Uma Análise Comparativa de Métodos de Otimização Topológica para Elasticidade 2D*, CILAMCE.
- Labanowski, A.J. (2004) *Análise comparativa de métodos de otimização topológica em elasticidade 2D e 3D*, Dissertação de Mestrado, GRANTE-UFSC, Florianópolis, Brasil.
- Lee, D.T. e Schachter, B.J. (1980) Two Algorithms for Constructing the Delaunay Triangulation *Int. J. Comput. Inf. Sci.*
- Li Q., Steven G. P., Querin O. M., Xie Y. M. (1999). Shape and topology design for heat conduction by evolutionary structural optimization. *Int. J. Heat Mass Transfer*, v. 42, 3361-71.

- Liang, Q.Q. (2005). Performance-based Optimization of Structures: Theory and applications, Spon Press, London.
- Liang, Q.Q. (2007) Automated performance-based optimal design of continuum structures under multiple load cases, 5th Australasian Congress on Applied Mechanics, Austrália.
- Liang, Q.Q. e Steven, G.P. (2002) Performance-Based Optimization for Strut-Tie modeling of Structural Concrete, Journal of Structural Engineering, v.128, n. 6, pp. 815-823.
- Liang, Q.Q., Xie, Y.M. and Steven, G.P. (2000). “Topology optimization of strut-and-tie models in reinforced concrete structures using an evolutionary procedure”, ACI Structural Journal, Vol. 97, No. 2, pp. 322-330.
- Lima, C. R. (2002). Projeto de Mecanismos Flexíveis usando o Método de Otimização Topológica, Dissertação de Mestrado, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo.
- Lin, C-Y e Hsu, F-M. (2008). An Efficient Algorithm to obtain the optimal topology of industrial structural design problems, Journal of the Chinese institute of Engineers, vol. 31, n.1, pp. 17-30.
- Lurie, K. A., Federov, A.V. e Cherkaev, A.V. (1982). “Regularization of Optimal Design Problems for Bar and Plates, Parts I e II”, Journal of optimizations and Theory and Applications, 37-4, pp. 499-521, 523-543.
- Manickarajah, D., Xie, Y. M. e Steven, G.P. (1998). Na evolutionary method for optimization of plate buckling resistance, Finite Elements in Analysis and Design, v. 29, pp. 205-230.
- Marczak, R. J. (2006). Optimal Topology Identification of 2D Elastic Structures with the Boundary Element Method, Mecánica Computacional, Argentina, vol xxv, pp.2769-2784
- Matsui, K. e Terada, K. (2004). Continuous approximation of material distribution for topology optimization. International Journal for Numerical Methods in Engineering, v. 59, n. 14, pp. 1925-1944.
- Nocedal, J. and Wright, S. J. (1960). Numerical Optimization, Springer -Verlag, New York, 1960, 651.p

- Novotny, A.A. (2003). Análise de sensibilidade topológica. Tese de Doutorado, LNCC/MCT, Petrópolis, Brasil.
- Novotny, A.A., Feijóo, R.A. e Taroco, E. (2003). Análise de sensibilidade contínua. LNCC/MCT, Petrópolis, Brasil.
- Oden, J.T., Kikuchi, N. e Song, Y.J. (1982). “On CAD-integrated Structural Topology and Design Optimization”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v. 89, pp. 259-279.
- Olhoff, N., Bendsøe, M.P. e Rasmussen, J. (1991). On cad-integrated structural topology and design optimization, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v. 89, n. 1-3, pp. 259-279.
- Pereira, C.E.L. (2006), Análise de Sensibilidade Topológica em Problemas de Não-Linearidade Geométrica e Hiperelasticidade Não-Linear Quase-Incompressível, Tese de Doutorado, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, São Paulo.
- Porto, E. D. e Pavanello, R. (2007). Influencia dos Parâmetros de Homogeneização sobre a solução estrutural topológica ótima, VIII Congresso Ibero Americano de Engenharia Mecânica, Peru.
- Porto, E.C.B. (2006). Método da homogeneização aplicado à otimização estrutural topológica, Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual de Campinas - Faculdade de Engenharia Mecânica, Campinas, São Paulo.
- Pousen, T. A. (2002). A simple scheme to prevent checkerboard patterns and one-node connected in topology optimization, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, v. 24, n. 5, pp.396-399.
- Prager, W. (1974). A note on discretized michell structures. *Comput. Meth. Appl. Mech.*, v. 3,p. 349–355.
- Proos, K.B.E. (2002). Evolutionary Structural Optimization as a Robust and Reliable Design Tool. School of Aeronautical, Mechatronic and Mechanical Engineering. The University of Sydney, Australia.
- Querin, O. M., Steven, G.P. e Xie, Y.M. (2000a) Evolutionary Structural Optimization using Additive Algorithm, *Finite Element Analysis and Design*, v. 34, p. 291-308.
- Querin, O. M., Young, V., Steven, G.P. e Xie, Y.M. (2001b). Computational Efficiency and Validation of Bi-Directional Evolutionary Structural Optimization, *Comput. Meth. Appl. Mech. Engng.*, v.189, p. 559-73.

- Querin, O.M. (1997). Evolutionary Structural Optimization stress based formulation and implementation. PhD dissertation, University of Sydney.
- Reynolds D., McConnachie J., Bettess P., Christie W. C, Bull J. W. (1999). Reverse adaptivity – a new evolutionary tool for structural optimization, *Int. J. Numer. Meth.Engrg.*, v. 45(5), p. 529-52.
- Rong, J.H., Xie, Y.M., Yang, X.Y. and Liang, Q.Q. (2000). “Topology optimization of structures under dynamic response constraints”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 234, No. 2, pp.177-189.
- Rozvany, G.I.N., Bendsøe, M.P., Kirsch, U. (1995) Layout optimization of structures, *Applied Mechanics Review*, v. 48, pp. 41-119.
- Rozvany, G.I.N., Olhoff, N., Cheng, K. e Taylor, J.E. (1982). “On the Solid Plate Paradox in Structural Optimization”, *Journal of Structural Mechanics*, 10-1, pp. 1-32.
- Rozvany, G.I.N., Zhou, M. e Birker, T. (1992). “Generalized shape optimization without homogenization”, *Structural Optimization*, Vol. 4, pp. 250-252.
- Sant’Anna, H. M. (2002) Otimização Topológica de Estruturas Bidimensionais Contínuas Submetidas a Restrições de Flexibilidade e Tensão, Dissertação de Mestrado, UFRS, Porto Alegre.
- Sienz, J. and Hinton, E. (1997). “Reliable structural optimization with error estimation adaptivity and robust sensitivity analysis”, *Computers and Structures*, Vol. 64, No. 1-4, pp. 31-63.
- Sigmund, O. e Petersson, J. (1998). Numerical instabilities in topology optimization: a survey on procedures dealing with checkerboards, mesh dependencies and local minima, *Structural Optimization*, v. 16, p. 68-75, 1998.
- Sigmund, O. (1994), “Design of Material Structures Using Topology Optimization”, PhD thesis, Department of Solid Mechanics, Technical University of Denmark.
- Sigmund, O. (1997). “On the Design of Compliant Mechanisms Using Topology Optmization”, *Mechanics of Structures and Machines*, v. 25, n.4, pp. 495-526.
- Silva, E.C.N. (2001). Técnicas de Otimização Aplicadas no Projeto de Peças Mecânicas, Apostila, Departamento de Engenharia Mecatrônica e de Sistemas Mecânicos, Escola Politécnica da USP, São Paulo, Brasil.

- Silva, J.A B. (2001). Investigação de um método evolucionário de otimização estrutural, Dissertação de Mestrado, Unicamp,. Campinas, Brasil.
- Sonmez, F.O. (2008). Structural Optimization Using Simulated Annealing, Departamento of Mechanical Engineering, Bogazici University, Turkey, pp. 282-306.
- Stolpe, M. e Svanberg, K. (2001). On the trajectories of penalization methods for topology optimization, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, v. 21, n. 2, pp. 128-139.
- Stump, F.V. (2006). Otimização Topológica Aplicada ao Projeto de Estruturas Tradicionais e Estruturas com Gradação Funcional sujeitas a Restrição de Tensão, Dissertação de Mestrado, Escola Politécnica da USP, São Paulo, Brasil.
- Swan, C.C. e Kosaka, I. (1997a). Voigt-reuss topology optimization for structures with linear elastic material behaviors. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, v. 40, n. 20, pp. 3785-3814.
- Swan, C.C. e Kosaka, I. (1997b). Voigt-reuss topology optimization for structures with linear elastic material behaviors. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, v. 40, n. 16, pp. 3033-3057.
- Tang, P.S. , Chang, K.H. (2001). Integration of topology and shape optimization for design of structural components. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, v.22, pp.65-82.
- Tanskanen, P. (2002). The evolutionary structural optimization method: theoretical aspects. *Comput Methods Appl Mech Eng* 191, pp.5485–5498.
- Tcherniak, D. e Sigmund, O. (2001) A Web-Based Topology Optimization Program, *Struct Multidisc Optim* 22, 179–187, Springer-Verlag.
- Tovar, A. (2005). Optimización topológica con la técnica de los autómatas celulares híbridos, *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*, v. 21,n.4, pp. 365-383, Bogotá, Colômbia.
- Vanderplaats, G. N. (1994). *Numerical Optimization Techniques for Engineering Design with Applications*, Boston: McGraw-Hill Book Company.
- Wang, M.Y., Wang, S. Y. e Lim, K. M. (2007) A Density Filtering Approach for Topology Optimization, 7 World Congress on Structural and Multidisciplinary Optimization, Korea.

- Wang, Y. (2003). A Study on Microstructures of Homogenization for Topology Optimization, Thesis Doctor, Victoria University of Technology Melbourne, Australia.
- Xie, Y.M. and Steven, G.P. (1993). "A simple evolutionary procedure for structural optimization", *Computers & Structures*, Vol. 49, No. 5, pp. 885-896.
- Xie, Y.M. and Steven, G.P. (1997). *Evolutionary Structural Optimization*, Springer-Verlag, Berlin.
- Xie, Y.M.; Steven, G.P. (1996). Evolutionary structural optimization for dynamic problems. *Comp. & Struct.* 58, 1067–1073.
- Xie, Y.M, X. Huang, J.W. Tang and P. Felicetti (2005) Recent Advances in Evolutionary Structural Optimization, Keynote Lecture for Frontiers of Computational Science Symposium, Nagoya University, Japan.
- Zhang, W. H. e Duysinx, P. (2003). Dual approach using a variant perimeter constraint and efficient sub-iteration scheme for topology optimization, *Computers e Structures*, v. 81, n. 22-23, pp. 2173-2181.
- Zhou, M and Rozvany, G.I.N. (2001). "On the validity of ESO type methods in topology optimization", *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 21, pp. 80-83.
- Zhou, M. , Rozvany, G. I. N. (1991). The COC algorithm, part II: topological, geometrical and generalized shape optimization. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v.89, pp.309-336.
- Zhou, M., Shyy, Y.K. and Thomas, H.L. (2001). "Checkerboard and minimum member size control in topology optimization", *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 21, pp. 152-158.