



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E DO DESPORTO
Universidade Federal de Ouro Preto
Escola de Minas – Departamento de Engenharia Civil
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil



OTIMIZAÇÃO DE ESTRUTURAS TRELIÇADAS PLANAS E ESPACIAIS SOB CARREGAMENTOS ESTÁTICOS E DINÂMICOS, USANDO ALGORITMOS GENÉTICOS E REDES NEURAIS

Autor: Marcelo da Fonseca

Orientador: Prof. Dr. Francisco de Assis das Neves

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação do Departamento de Engenharia Civil da Escola de Minas da Universidade Federal de Ouro Preto, como parte integrante dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil, área de concentração: Construção Metálica.

Ouro Preto, agosto de 2007.

**OTIMIZAÇÃO DE ESTRUTURAS TRELIÇADAS
PLANAS E ESPACIAIS SOB CARREGAMENTOS
ESTÁTICOS E DINÂMICOS, USANDO
ALGORITMOS GENÉTICOS E REDES NEURAIS**

Autor: Marcelo da Fonseca

Esta dissertação foi apresentada em sessão pública e aprovada em 30 de agosto de 2007, pela Banca Examinadora composta pelos seguintes membros:

Prof. Dr. Francisco de Assis das Neves (Orientador/UFOP)

Prof. Dr. João Batista Marques de Sousa Júnior (UFOP)

Prof. Dr. Marcílio Sousa da Rocha Freitas (UFOP)

Prof. Dr. Hélio José Corrêa Barbosa (LNCC)

F676o Fonseca, Marcelo da.
Otimização de estruturas treliçadas planas e espaciais sob carregamentos estáticos e dinâmicos, usando algoritmos genéticos e redes neurais [manuscrito] /Marcelo da Fonseca. - 2007.

xxvii, 184f.: il. color., graf., tabs.

Orientador: Prof. Dr. Francisco de Assis das Neves.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Ouro Preto. Escola de Minas. Departamento de Engenharia Civil. Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil.

Área de concentração: Construção Metálica.

1. Otimização estrutural - Teses. 2. Dinâmica estrutural - Teses.
3. Algoritmos genéticos - Teses. I. Universidade Federal de Ouro Preto.
II. Título.

Catálogo: sisbin@sisbin.ufop.br

Dedico este trabalho a Deus, por estar sempre ao meu lado, em todos os momentos,
amparando-me e guiando-me.

Aos meus Pais — José e Maria —, a quem não tenho palavras para expressar minha
gratidão pelos esforços de toda uma vida.

Aos meus amigos e ao meu irmão — Alex — que sempre acreditaram em mim, mesmo
a distância, nestes últimos momentos.

Agradeço a Deus, por ter sempre me amparado e guiado.

Aos meus Pais, Irmão e a todos que estiveram perto de mim durante essa jornada agradeço o carinho, a ajuda e a compreensão: sem vocês eu jamais conseguiria.

Ao Prof. Francisco de Assis agradeço as lições, as oportunidades e a paciência.

Obrigado por tudo.

À Fapemig por diversos auxílios outorgados e pela bolsa de pesquisa concedida para a investigação que aqui se apresenta.

Agradeço aos meus Colegas e Amigos que me ajudaram a passar por todos os momentos difíceis deste Mestrado, em especial àqueles da República K-Zona.

A Daniele, cujo humor só medra onde há coisas a corrigir.

*O aspecto mais triste da vida atual é que
a ciência ganha em conhecimento
mais rapidamente que
a sociedade em sabedoria*

Isaac Asimov

RESUMO

O processo de elaboração de um projeto estrutural envolve a realização de um ciclo de tarefas que são repetidas por meio da técnica de espiral de projeto. O número de vezes em que este ciclo é repetido, na maioria das vezes, depende da experiência do engenheiro projetista ou da inovação presente no projeto. Recentemente, têm surgido, na engenharia, várias técnicas modernas que tentam minimizar essa dependência. Essa nova área do conhecimento dentro da engenharia é referida como Engenharia da Informação e incorpora conhecimentos de vários campos, tais como, sistemas especialistas, heurísticas, inteligência artificial etc.

Neste trabalho, desenvolveu-se um procedimento computacional para a otimização de estruturas treliçadas planas e espaciais submetidas a carregamentos estáticos e dinâmicos, em que são aplicadas as técnicas dos algoritmos genéticos e das redes neurais artificiais, juntamente com o método dos elementos finitos.

Além do problema de otimização dimensional, considerou-se, também, a otimização topológica e de forma e outra abordagem, simultânea, em que se combinou a otimização dimensional e de forma.

O problema da otimização incorporou às suas restrições tradicionais, as restrições normativas. Essa inclusão propiciou que as respostas do problema estivessem mais próximas à realidade do projeto, pois as restrições normativas são justamente os critérios prescritos nas normas de dimensionamento.

Como ferramenta de aceleração da convergência dos algoritmos genéticos, adotaram-se os parâmetros genéticos adaptativos e técnicas alternativas para a avaliação da função aptidão.

As técnicas de aceleração, as redes neurais como simuladores da função aptidão e o método da aptidão baseada em similaridade da função aptidão permitiram que grandes estruturas fossem otimizadas, garantindo a aplicabilidade desse procedimento em projetos reais.

ABSTRACT

The process of developing a structural project involves the carrying out of a cycle of tasks which are repeated in a sort of spiral during the project. The number of times that this cycle must be repeated, in the majority of cases, depends on the experience of the planning engineer, or on the innovation present in the project. Recently various modern techniques have been developed in engineering which try to minimize this dependence. This new area of knowledge in engineering is referred to as Information Engineering, and incorporates knowledge from various fields, such as systems specialists, heuristics and artificial intelligence.

In this study, it was developed a computational procedure for the optimization of planar and space trusses, subjected to static and dynamic loading, in which techniques from genetic algorithms and artificial neural networks are applied, together with the finite elements method.

In addition to the problem of size optimization, topology and shape optimization was considered, as well as another simultaneous approach, which combined size and shape optimization.

The problem of optimization incorporated normative restrictions along with traditional restrictions. This inclusion made it possible for the answers to the problem to be closer to the reality of the project, since the normative restrictions are exactly those criteria prescribed for the norms of dimensioning.

As a tool for accelerating the convergence of the genetic algorithms, we adopted adaptive genetic parameters and alternative techniques for evaluating the fitness function.

The acceleration techniques, neural networks as simulators of the fitness function, and the fitness method based on similarity to the fitness function allowed for large structures to be optimized, guaranteeing the applicability of this procedure in real design.

ÍNDICE

RESUMO	VI
ABSTRACT	VII
ÍNDICE	VIII
LISTA DE FIGURAS	XI
LISTA DE TABELAS	XIV
LISTA DE SÍMBOLOS	XVII
CAPÍTULO 2	XVII
CAPÍTULO 3	XIX
CAPÍTULO 4	XX
CAPÍTULO 5	XX
CAPÍTULO 6	XXI
CAPÍTULO 7	XXII
SEÇÃO 7.1	XXII
SEÇÃO 7.2	XXIV
SEÇÃO 7.3	XXV
SEÇÃO 7.4	XXV
SEÇÃO 7.5	XXVI
SEÇÃO 7.6	XXVII
CAPÍTULO 8	XXVII
1. INTRODUÇÃO	1
1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS	1
1.2 OBJETIVOS	3
1.2.1 OBJETIVO GERAL	3
1.2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	3
1.3 MOTIVAÇÃO	4
1.4 METODOLOGIA	4
1.5 CARACTERIZAÇÃO DO PROBLEMA	6
1.6 ESCOPO DA DISSERTAÇÃO	7
2. TORRES DE LINHAS DE TRANSMISSÃO	8
2.1 CLASSIFICAÇÃO	8
2.2 NORMAS E ESPECIFICAÇÕES	10
2.3 CARGAS ATUANTES	11
2.4 HIPÓTESES DE CÁLCULO	11
2.5 MODELAGEM	12
2.6 DIMENSIONAMENTO	12
2.6.1 CARGAS APLICADAS	13
2.7 CONSIDERAÇÕES FINAIS	19
3. OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL	20
3.1 TIPOS DE OTIMIZAÇÃO	21
3.1.1 OTIMIZAÇÃO DIMENSIONAL	21
3.1.2 OTIMIZAÇÃO DE FORMA	21
3.1.3 OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA	22
3.1.4 OTIMIZAÇÃO SIMULTÂNEA	22
3.1.5 OTIMIZAÇÃO COM MULTIOBJETIVOS	23
3.2 ALGORITMOS GENÉTICOS	24
3.2.1 HISTÓRICO	25
3.2.2 DEFINIÇÕES	25
3.2.3 CODIFICAÇÃO	26
3.2.4 POPULAÇÃO INICIAL	29
3.2.5 FUNÇÃO APTIDÃO	29
3.2.6 SELEÇÃO	30
3.2.7 REPRODUÇÃO	33
3.2.8 OPERADORES GENÉTICOS	35

3.2.8.1	CRUZAMENTO (<i>CROSSOVER</i>)	36
3.2.8.2	MUTAÇÃO	39
3.2.9	PARÂMETROS GENÉTICOS	39
3.2.10	CRITÉRIOS DE CONVERGÊNCIA	41
3.2.11	ESTRATÉGIAS DE CONVERGÊNCIA PARA MELHORAR O DESEMPENHO DOS ALGORITMOS GENÉTICOS	42
3.2.12	CONSIDERAÇÕES FINAIS	48
4.	REDES NEURAIS ARTIFICIAIS	50
4.1	HISTÓRICO	51
4.2	ESTRUTURA DE UMA REDE NEURAL ARTIFICIAL	53
4.3	FUNÇÕES DE ATIVAÇÃO	55
4.4	TIPOS DE APRENDIZADO	59
4.5	ALGORITMO DE TREINAMENTO	60
4.6	ARQUITETURA DAS REDES NEURAIS ARTIFICIAIS	61
4.7	ESTRATÉGIAS CONSTRUTIVAS	63
4.9	CONSIDERAÇÕES FINAIS	65
5.	DINÂMICA ESTRUTURAL	66
5.1	EQUAÇÃO DO MOVIMENTO	66
5.2	MÉTODO DA SUPERPOSIÇÃO MODAL	67
5.3	FORMULAÇÃO MATEMÁTICA	68
5.3.1	PROPRIEDADES ESTRUTURAIS DINÂMICAS	69
5.3.2	ORTOGONALIDADE DOS MODOS DE VIBRAÇÃO	70
5.3.3	GRANDEZAS GENERALIZADAS	70
5.3.4	CÁLCULO DA RESPOSTA – SUPERPOSIÇÃO MODAL	71
5.3.5	SOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES DIFERENCIAIS	72
5.4	PROBLEMAS COM CONDIÇÕES INICIAIS DIFERENTES DE ZERO	76
6.	IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL	78
6.1	TORRES DE TRANSMISSÃO	78
6.1.1	BARRAS COMPRIMIDAS	79
6.1.2	BARRAS TRACIONADAS	84
6.2	ALGORITMO GENÉTICO	88
6.2.1	DADOS DE ENTRADA	90
6.2.2	POPULAÇÃO INICIAL	90
6.2.3	ANÁLISE ESTRUTURAL	92
6.2.4	AVALIAÇÃO DA POPULAÇÃO	92
6.2.5	SELEÇÃO	94
6.2.5	OPERADORES GENÉTICOS	96
6.2.6	DECODIFICAÇÃO	98
6.2.7	SOLUÇÃO	98
6.3	REDES NEURAIS	98
6.3.1	PROPAGAÇÃO	98
6.3.2	CÁLCULO DO ERRO	100
6.3.3	RETRO-PROPAGAÇÃO	100
6.3.4	ATUALIZAÇÃO DOS PESOS SINÁPTICOS	101
6.4	DINÂMICA ESTRUTURAL	102
6.4.1	SUB-ROTINA DE DADOS GERAIS	102
6.4.2	SUB-ROTINA GERAMAT	103
6.4.3	SUB-ROTINA JACOBI	105
6.4.4	SUB-ROTINA GENERALIZA	106
6.4.5	SUB-ROTINA FREQUÊNCIA	107
6.4.6	SUB-ROTINA DUHAMEL	109
6.4.7	SUB-ROTINA NEWMARK	110
6.5	OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL	112
6.5.1	OTIMIZAÇÃO DIMENSIONAL	112
6.5.2	OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA	112
6.5.3	OTIMIZAÇÃO DE FORMA	113
6.5.4	OTIMIZAÇÃO SIMULTÂNEA	113

6.6	ALGORITMO ROBUSTO	114
6.6.1	ALGORITMO GENÉTICO ROBUSTO	114
6.5.2.	REDES NEURAIS COMO SIMULADORES ESTRUTURAIIS	116
6.5.3	REDES NEURAIS COMO SIMULADORES DA FUNÇÃO APTIDÃO	117
6.5.4	APTIDÃO APROXIMADA BASEADA EM SIMILARIDADE	117
7.	APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS	119
7.1	OTIMIZAÇÃO DIMENSIONAL	119
7.1.1	RESTRICÇÕES CLÁSSICAS	119
7.1.2	RESTRICÇÕES NORMATIVAS	127
7.2	OTIMIZAÇÃO DE FORMA	129
7.2.1	RESTRICÇÕES CLÁSSICAS	129
7.2.2	RESTRICÇÕES NORMATIVAS	135
7.3	OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA	137
7.3.1	RESTRICÇÕES CLÁSSICAS	137
7.4	OTIMIZAÇÃO SIMULTÂNEA	139
7.4.1	RESTRICÇÕES CLÁSSICAS	139
7.4.2	RESTRICÇÕES NORMATIVAS	143
7.5	OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO – MAXIMIZAÇÃO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS DA ESTRUTURA... 146	
7.5.1	RESTRICÇÕES CLÁSSICAS	146
7.5.2	RESTRICÇÕES NORMATIVAS	151
7.6	OTIMIZAÇÃO DE UMA TORRE DE GRANDES DIMENSÕES	154
7.6.1	OTIMIZAÇÃO DIMENSIONAL	154
7.6.2	OTIMIZAÇÃO DE FORMA	157
7.6.3	OTIMIZAÇÃO SIMULTÂNEA	161
7.6.4	MAXIMIZAÇÃO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS	163
7.7	OTIMIZAÇÃO ROBUSTA	166
7.7.1	APTIDÃO APROXIMADA BASEADA NA SIMILARIDADE	166
7.7.2	REDES NEURAIS COMO SIMULADORES ESTRUTURAIIS	169
7.7.3	ALGORITMO GENÉTICO ROBUSTO	171
7.8	ANÁLISE DOS RESULTADOS	172
8.	CONCLUSÕES E SUGESTÕES	176
8.1	CONCLUSÕES	176
8.2	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	179
9.	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	180

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Elementos básicos de uma torre de transmissão (Rao e Kalyanaraman, 2001).	8
Figura 2.2 – Tipos de torres quanto à arquitetura (Gontijo, 1994).	9
Figura 2.3 – Ponto de aplicação das cargas (Gabrielli, 2004).	13
Figura 2.4 – Vão gravante e vão de vento (Gabrielli, 2004).	14
Figura 2.5 – Fator de efetividade (Gabrielli, 2004).	15
Figura 2.6 – Ângulo de incidência (NBR 5422:1985).	15
Figura 2.7 – Velocidade básica do vento (NBR 5422:1985).	17
Figura 2.8 – Relação das velocidades médias a 10 m de altura (NBR 5422:1985).	17
Figura 2.9 – Relação coeficiente de arrasto (NBR 5422:1985).	18
Figura 3.1 – Otimização dimensional.	21
Figura 3.2 – Otimização de forma.	22
Figura 3.3 – Otimização topológica.	22
Figura 3.4 – Otimização simultânea.	23
Figura 3.5 – Seleção por roleta.	32
Figura 3.6 – Pseudocódigo algoritmo genético geracional.	34
Figura 3.7 – Pseudocódigo algoritmo genético <i>steady-state</i> .	35
Figura 3.8 – <i>Crossover</i> de ponto único.	36
Figura 3.9 – <i>Crossover</i> de dois pontos.	37
Figura 3.10 – <i>Crossover</i> de uniforme.	37
Figura 3.11 – <i>Crossover</i> por variável.	38
Figura 3.12 – <i>Crossover</i> vários pais.	38
Figura 3.13 – Mutação.	39
Figura 4.1 – Exemplo de rede neural artificial.	50
Figura 4.2 – Modelo do neurônio artificial de McCulloch e Pitts.	51
Figura 4.3 – Rede neural perceptron.	52
Figura 4.4 – Neurônio biológico.	54
Figura 4.5 – Função degrau.	56
Figura 4.6 – Função linear.	56
Figura 4.7 – Função rampa.	57
Figura 4.8 – Função sinal.	57
Figura 4.9 – Função sigmoidal.	58
Figura 4.10 – Função tangente hiperbólica.	58
Figura 4.11 – Modelo <i>backpropagation</i> .	60
Figura 4.12 – Rede <i>single-layer feedforward</i> .	61
Figura 4.13 – Rede <i>single-layer backward</i> .	62
Figura 4.14 – Rede <i>multi-layer feedforward</i> .	62
Figura 4.15 – Rede <i>multi-layer backward</i> .	63
Figura 5.1 – a) Sistema de vários graus de liberdade; b) Diagrama de corpo livre (Mendonça, 2004).	66
Figura 5.2 – Funções de forma.	69
Figura 6.1 – Compacidade dos perfis cantoneiras e tubulares (Gabrielli, 2004).	79
Figura 6.2 – Determinação da área líquida da cantoneira (Gontijo, 1994).	84
Figura 6.3 – Fluxograma para dimensionamento de torres em perfil cantoneira (Gabrielli, 2004).	86
Figura 6.4 – Fluxograma para dimensionamento de torres em perfil tubular (Gabrielli, 2004).	87
Figura 6.5 – Pseudocódigo do algoritmo genético.	88
Figura 6.6 – Treliça de duas barras.	89
Figura 6.7 – Exemplo de Cromossomo.	91
Figura 6.8 – <i>Crossover</i> de dois pontos.	97
Figura 6.9 – Decodificação.	98
Figura 6.10 – Fluxograma de análise dinâmica.	103
Figura 6.11 – Fluxograma geramat.	104
Figura 6.12 – Fluxograma Jacobi.	105
Figura 6.13 – Fluxograma Generaliza.	106
Figura 6.14 – Fluxograma Frequência.	108

Figura 6.15 – Fluxograma Duhamel.....	110
Figura 6.16 – Fluxograma Newmark.....	111
Figura 6.17 – Fluxograma de otimização dimensional.....	112
Figura 6.18 – Fluxograma de otimização topológica.....	113
Figura 6.19 – Cromossomo utilizado na otimização simultânea.....	114
Figura 6.20 – Fator de penalidade.....	115
Figura 6.21 – Fluxograma de redes neurais como simuladores estruturais.....	117
Figura 6.22 – Rede neural com simulador da função aptidão.....	117
Figura 6.23 – Fluxograma da aptidão aproximada baseada em similaridade.....	118
Figura 7.1 – Treliza de dez barras (coordenadas em metros).....	120
Figura 7.2 – Evolução da solução (peso) – Otimização dimensional – Treliza de dez barras clássica.....	121
Figura 7.3 – Treliza de 25 barras (coordenadas em centímetros).....	122
Figura 7.4 – Evolução da solução (peso) – Otimização dimensional – Treliza de 25 barras clássica.....	124
Figura 7.5 – Carregamento dinâmico.....	125
Figura 7.6 – Espectro do carregamento.....	125
Figura 7.7 – Evolução da solução (peso) – Otimização dimensional – Treliza de 25 barras clássica – Carregamento dinâmico.....	126
Figura 7.8 – Deslocamento Nodal (nó 1, direção x).....	126
Figura 7.9 – Evolução da solução (peso) – Otimização dimensional – Treliza de 25 barras clássica e normativa.....	128
Figura 7.10 – Evolução da solução (peso) – Otimização de forma – Treliza de dez barras clássica.....	131
Figura 7.11 – Comparação forma – Otimização de forma – Treliza de dez barras clássica.....	131
Figura 7.12 – Evolução da solução (peso) – Otimização de forma – Treliza de 25 barras clássica.....	133
Figura 7.13 – Comparação forma – Otimização de forma – Treliza de 25 barras clássica.....	134
Figura 7.14 – Evolução da solução (peso) – Otimização de forma – Treliza de 25 barras clássica e normativa.....	135
Figura 7.15 – Comparação forma – Otimização de forma – Treliza de 25 barras clássica.....	136
Figura 7.16 – Comparação forma – Otimização de forma – Treliza de 25 barras normativa.....	136
Figura 7.17 – Evolução da solução (peso) – Otimização topológica – Treliza de dez barras clássica.....	138
Figura 7.18 – Comparação topologia – Otimização topológica – Treliza de dez barras clássica.....	138
Figura 7.19 – Evolução da solução (peso) – Otimização simultânea – Treliza de dez barras clássica.....	140
Figura 7.20 – Comparação forma – Otimização simultânea – Treliza de dez barras clássica.....	140
Figura 7.21 – Evolução da solução (Peso) – Otimização Simultânea – Treliza 25 barras clássica.....	142
Figura 7.22 – Comparação forma – Otimização simultânea – Treliza de 25 barras clássica.....	142
Figura 7.23 – Evolução da solução (peso) – Otimização simultânea – Treliza de 25 barras clássica e normativa.....	144
Figura 7.24 – Comparação forma – Otimização simultânea – Treliza de 25 barras clássica.....	144
Figura 7.25 – Comparação forma – Otimização simultânea – Treliza de 25 barras normativa.....	145
Figura 7.26 – Evolução da solução (peso) – Max. frequência – Forma – Treliza de dez barras clássica.....	147
Figura 7.27 – Evolução da solução (frequência) – Max. frequência – Forma – Treliza de dez barras clássica.....	147
Figura 7.28 – Comparação forma – Max. frequência – Forma – Treliza de dez barras clássica.....	148
Figura 7.29 – Evolução da Solução (peso) – Max. frequência – Simultânea – Treliza de dez barras clássica.....	149
Figura 7.30 – Evolução da solução (frequência) – Max. frequência – Simultânea – Treliza de dez barras clássica.....	150
Figura 7.31 – Comparação forma – Max. frequência – Simultânea – Treliza de dez barras clássica.....	151
Figura 7.32 – Evolução da solução (peso) – Max. frequência – Simultânea – Treliza de 25 barras normativa.....	152
Figura 7.33 – Evolução da solução (frequência) – Max. frequência – Simultânea – Treliza de 25 barras normativa.....	152
Figura 7.34 – Comparação forma – Max. frequência – Simultânea – Treliza de 25 barras normativa.....	153
Figura 7.35 – Torre de 47 barras (coordenadas em metros).....	156
Figura 7.36 – Evolução da solução (peso) – Otimização dimensional – Torre de 47 barras clássica e normativa.....	157
Figura 7.37 – Evolução da solução (peso) – Otimização forma – Torre de 47 barras normativa.....	159
Figura 7.38 – Comparação forma – Otimização forma – Torre de 47 barras normativa.....	159

Figura 7.39 – Evolução da solução (peso) – Otimização simultânea – Torre de 47 barras normativa. ...	161
Figura 7.40 – Comparação forma – Otimização simultânea – Torre de 47 barras normativa.....	162
Figura 7.41 – Evolução da solução (peso) – Max. frequência – Simultânea – Torre de 47 barras normativa.....	164
Figura 7.43 – Comparação forma – Max. frequência – Simultânea – Torre de 47 barras normativa.	165
Figura 7.44 – Comparação de desempenho – Otimização dimensional – Similaridade – Treliça de 25 barras clássica.	167
Figura 7.45 – Comparação de desempenho – Otimização dimensional – Similaridade – Torre de 47 barras — Restrição normativa.	168
Figura 7.46 – Erro médio treinamento da rede neural.....	169
Figura 7.47 – Comparação de desempenho– Otimização dimensional – Simulação – Treliça de 25 barras clássica.	170
Figura 7.48 – Comparação de desempenho – Otimização dimensional – Algoritmo genético robustos – Treliça de 25 barras clássica.	171

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Coeficiente de rugosidade do terreno (NBR 5422:1985).....	18
Tabela 2.2 – Coeficiente de correção n (NBR 5422:1985).....	18
Tabela 3.1 – Código binário usual e código de <i>Gray</i>	28
Tabela 6.1 – Valores de Ct (Gontijo, 1994).....	84
Tabela 6.2 – População inicial.....	91
Tabela 6.3 – Esforços e deslocamentos.....	92
Tabela 6.4 – Resultados da função de avaliação.....	94
Tabela 6.5 – Número de cópias.....	96
Tabela 6.6 – <i>Mating pool</i>	96
Tabela 6.7 – Casais reprodutores.....	97
Tabela 6.8 – Nova população.....	97
Tabela 6.9 – Coordenadas nodais.....	102
Tabela 6.10 – Incidência dos elementos.....	102
Tabela 6.11 – Cargas nodais.....	103
Tabela 6.12 – Condições de contorno.....	103
Tabela 6.13 – Frequências discretas.....	107
Tabela 7.1 – Incidência – Treliça de dez barras.....	120
Tabela 7.2 – Carregamento – Treliça de dez barras.....	120
Tabela 7.3 – Espaço de busca (áreas) – Treliça de dez barras.....	120
Tabela 7.4 – Resultados (áreas) – Otimização dimensional – Treliça de dez barras clássica.....	121
Tabela 7.5 – Análise estatística – Otimização dimensional – Treliça de dez barras clássica.....	121
Tabela 7.6 – Carregamento – Treliça de 25 barras.....	122
Tabela 7.7 – Grupo de elementos – Treliça de 25 barras.....	122
Tabela 7.8 – Espaço de busca (áreas) – Treliça de 25 barras.....	123
Tabela 7.9 – Incidência – Treliça de 25 barras.....	123
Tabela 7.10 – Resultados (áreas) – Otimização dimensional – Treliça de 25 barras clássica.....	123
Tabela 7.11 – Análise estatística – Otimização dimensional – Treliça de 25 barras clássica.....	124
Tabela 7.12 – Resultados (áreas) – Otimização dimensional – Treliça de 25 barras clássica e normativa.....	127
Tabela 7.13 – Análise estatística – Otimização dimensional – Treliça de 25 barras clássica e normativa.....	127
Tabela 7.14 – Espaço de busca (áreas) – Treliça de 25 barras (V&M Brasil).....	128
Tabela 7.15 – Resultados (áreas) – Otimização dimensional – Treliça de 25 barras clássica e normativa.....	129
Tabela 7.16 – Análise estatística – Otimização dimensional – Treliça de 25 barras clássica e normativa.....	129
Tabela 7.17 – Espaço de busca (coordenadas) – Treliça de dez barras.....	130
Tabela 7.18 – Coordenadas nodais – Treliça de dez barras.....	130
Tabela 7.19 – Resultados (coordenadas) – Otimização de forma – Treliça de dez barras clássica.....	131
Tabela 7.20 – Resultados (áreas) – Otimização de forma – Treliça de dez barras clássica.....	132
Tabela 7.21 – Análise estatística – Otimização de forma – Treliça de dez barras clássica.....	132
Tabela 7.22 – Espaço de busca (coordenadas) – Treliça de 25 barras.....	132
Tabela 7.23 – Coordenadas nodais – Treliça de 25 barras.....	133
Tabela 7.24 – Resultados (coordenadas) – Otimização de forma – Treliça de 25 barras clássica.....	134
Tabela 7.25 – Resultados (áreas) – Otimização de forma – Treliça de 25 barras clássica.....	134
Tabela 7.26 – Análise estatística – Otimização de forma – Treliça de 25 barras clássica.....	134
Tabela 7.27 – Especificações do perfil – Treliça de 25 barras.....	136
Tabela 7.28 – Resultados (coordenadas) – Otimização de forma – Treliça de 25 barras clássica e normativa – Melhor run.....	136
Tabela 7.29 – Resultados (coordenadas) – Otimização de forma – Treliça de 25 barras clássica e normativa – Pior run.....	137
Tabela 7.30 – Resultados (áreas) – Otimização de forma – Treliça de 25 barras clássica e normativa... ..	137
Tabela 7.31 – Análise estatística – Otimização de forma – Treliça de 25 barras clássica e normativa... ..	137

Tabela 7.32 – Resultados (áreas) – Otimização topológica – Treliça de dez barras clássica.....	139
Tabela 7.33 – Análise estatística – Otimização topológica – Treliça de dez barras clássica.....	139
Tabela 7.34 – Resultados (coordenadas) – Otimização simultânea – Treliça de dez barras clássica.....	140
Tabela 7.35 – Resultados (áreas) – Otimização simultânea – Treliça de dez barras clássica.....	141
Tabela 7.36 – Análise estatística – Otimização simultânea – Treliça de dez barras clássica.....	141
Tabela 7.37 – Resultados (áreas) – Otimização simultânea – Treliça de 25 barras clássica.....	142
Tabela 7.38 – Resultados (coordenadas) – Otimização simultânea – Treliça de 25 barras clássica.....	143
Tabela 7.39 – Análise estatística – Otimização simultânea – Treliça de 25 barras clássica.....	143
Tabela 7.40 – Resultados (coordenadas) – Otimização simultânea – Treliça de 25 barras clássica e normativa – Melhor run.....	145
Tabela 7.41 – Resultados (coordenadas) – Otimização simultânea – Treliça de 25 barras clássica e normativa – Pior run.....	146
Tabela 7.42 – Resultados (áreas) – Otimização simultânea – Treliça de 25 barras clássica e normativa.....	146
Tabela 7.43 – Análise estatística – Otimização simultânea – Treliça de 25 barras clássica e normativa.....	146
Tabela 7.44 – Resultados (coordenadas) – Max. frequência – Forma – Treliça de dez barras clássica... 148	148
Tabela 7.45 – Resultados (áreas) – Max. frequência – Forma – Treliça de dez barras clássica.....	148
Tabela 7.46 – Análise estatística – Max. frequência – Forma – Treliça de dez barras clássica.....	149
Tabela 7.47 – Resultados (coordenadas) – Max. frequência – Simultânea – Treliça de dez barras clássica.....	150
Tabela 7.48 – Resultados (áreas) – Max. frequência – Simultânea – Treliça de dez barras clássica.....	151
Tabela 7.49 – Análise estatística – Max. frequência – Simultânea – Treliça de dez barras clássica.....	151
Tabela 7.50 – Resultados (coordenadas) – Max. frequência – Simultânea – Treliça de 25 barras normativa.....	153
Tabela 7.51 – Resultados (áreas) – Max. frequência – Simultânea – Treliça de 25 barras normativa.....	154
Tabela 7.52 – Análise estatística – Max. frequência – Simultânea – Treliça de 25 barras normativa.....	154
Tabela 7.53 – Incidência – Torre de 47 barras.....	155
Tabela 7.54 – Carregamento – Torre de 47 barras.....	155
Tabela 7.55 – Espaço de busca (áreas) – Torre de 47 barras.....	155
Tabela 7.56 – Grupo de elementos – Torre de 47 barras.....	156
Tabela 7.57 – Resultados (áreas) – Otimização dimensional – Torre de 47 barras clássica e normativa.....	157
Tabela 7.58 – Análise estatística – Otimização dimensional – Torre de 47 barras clássica e normativa.....	157
Tabela 7.59 – Especificações do perfil – Torre de 47 barras.....	158
Tabela 7.60 – Coordenadas nodais – Torre de 47 barras.....	158
Tabela 7.61 – Espaço de busca (coordenadas) – Torre de 47 barras.....	159
Tabela 7.62 – Resultados (áreas) – Otimização forma – Torre de 47 barras normativa.....	160
Tabela 7.63 – Resultados (coordenadas) – Otimização dimensional – Torre de 47 barras normativa.....	160
Tabela 7.64 – Análise estatística – Otimização forma – Torre de 47 barras normativa.....	160
Tabela 7.65 – Resultados (áreas) – Otimização simultânea – Torre de 47 barras normativa.....	162
Tabela 7.66 – Resultados (coordenadas) – Otimização dimensional – Torre de 47 barras normativa.....	162
Tabela 7.67 – Análise estatística – Otimização simultânea – Torre de 47 barras normativa.....	163
Tabela 7.68 – Resultados (coordenadas) – Max. frequência – Simultânea – Torre de 47 barras normativa.....	165
Tabela 7.69 – Resultados (áreas) – Max. frequência – Simultânea – Torre de 47 barras normativa.....	165
Tabela 7.70 – Análise estatística – Max. frequência – Simultânea – Torre de 47 barras normativa.....	166
Tabela 7.71 – Resultados (áreas) – Otimização dimensional – Similaridade – Treliça de 25 barras clássica.....	166
Tabela 7.72 – Análise estatística – Otimização dimensional – Similaridade – Treliça de 25 barras clássica.....	167
Tabela 7.73 – Resultados (áreas) – Otimização dimensional – Similaridade – Torre de 47 barras — Restrição normativa.....	168
Tabela 7.74 – Análise estatística – Otimização dimensional – Similaridade – Torre de 47 barras — Restrição normativa.....	168
Tabela 7.75 – Resultados (áreas) – Otimização dimensional – Simulação – Treliça de 25 barras clássica.....	170
Tabela 7.76 – Análise estatística – Otimização dimensional – Simulação – Treliça de 25 barras clássica.....	171

Tabela 7.77 – Resultados (áreas) – Otimização dimensional – Algoritmos genéticos robustos – Treliça de 25 barras clássica.	172
Tabela 7.78 – Análise estatística – Otimização dimensional – Algoritmos genéticos robustos – Treliça de 25 barras clássica.	172
Tabela 7.79 – Análise dos resultados – Treliça de dez barras clássica.	173
Tabela 7.80 – Análise dos resultados – Treliça de 25 barras clássica.	174
Tabela 7.81 – Análise dos resultados – Treliça de 25 barras clássica e normativa.	174
Tabela 7.82 – Análise dos resultados – Torre de 47 barras clássica e normativa.	175

LISTA DE SÍMBOLOS

CAPÍTULO 2

A_e	– Área líquida efetiva da seção
A_e	– Área líquida efetiva da seção
A_g	– Área bruta da seção
A_n	– Área líquida da seção
Alt	– Altitude média da região de implantação de linha
C_{ai}	– Coeficiente de arrasto i
C_t	– Coeficiente de redução da área líquida
D	– Diâmetro externo do perfil tubular
d	– Diâmetro nominal do furo
d_c	– Diâmetro do cabo condutor ou pára-raios
E	– Módulo de elasticidade
F_{cr}	– Tensão crítica de flambagem
F_u	– Tensão limite de tração do aço
F_y	– Tensão limite de escoamento do aço
G	– Espaçamento entre furos na direção perpendicular à força de tração
H	– Altura do local em que se encontra o elemento estudado
K	– Parâmetro que leva em consideração o tipo da condição de extremidade
K_d	– Coeficiente de correção do período de integração
K_g	– Coeficiente de ponderação
k_l	– Coeficiente de ponderação para cargas longitudinais
K_r	– Coeficiente de rugosidade
K_{t1}	– Coeficiente de ponderação para as cargas transversais sujeitas à ação do vento
K_{t2}	– Coeficiente de ponderação para as cargas transversais sujeitas ao componente transversal da força de tração nos cabos
l	– Carga longitudinal
L	– Comprimento do elemento

n	– Coeficiente de correção da velocidade do vento em função da altura (H)
N_c	– Resistência à compressão
N_{cf}	– Número de cabos por fase
N_t	– Resistência à tração
P_c	– Peso do cabo ou pára-raios, por unidade de comprimento
P_{cf}	– Peso das cadeias de isoladores e das ferragens de fixação dos cabos
P_p	– Peso próprio do painel
Q	– Fator de área efetiva
q_o	– Pressão dinâmica do vento
r	– Raio de giração do perfil
s	– Espaçamento entre furos na direção paralela à força de tração
S_i	– Área da cadeia de isoladores, projetada ortogonalmente sobre um plano vertical
T	– Força transversal
t	– Espessura do perfil
T_c	– Tensão de compressão
T_o	– Valor máximo de tração
V	– Carga vertical
V_b	– Velocidade básica do vento
V_g	– Vão gravante ou vão do peso da estrutura
V_p	– Velocidade de vento de projeto
V_v	– Vão de vento
w	– Comprimento reto da aba da cantoneira
α	– Fator de efetividade
φ	– Ângulo de incidência do vento em relação à direção da linha
γ	– Valor do ângulo de mudança de direção da linha da torre
λ_e	– Índice de esbeltez efetivo
θ	– Ângulo de incidência do vento
ρ	– Massa específica do vento

CAPÍTULO 3

a	– Parâmetro da equação da reta
b	– Parâmetro da equação da reta
b^i	– Melhor indivíduo até a geração i
C	– Constante definida entre os valores 1,2 e 2,0
DG	– Medida de diversidade genética
$D_{offline}$	– Desempenho <i>off line</i> da iteração i
D_{online}	– Desempenho <i>on line</i> da iteração i
F	– Função aptidão
F'	– Valor da função aptidão escalonada
F''	– Maior valor da função desempenho entre os dois membros do <i>crossover</i>
$F_{aptidão}$	– Função aptidão
F_{max}	– Aptidão máxima da população
$F_{max}(i)$	– Aptidão máxima da população atual
$F_{max}(i-1)$	– Aptidão máxima da população anterior
F_{med}	– Aptidão média
$F_{med}(i)$	– Aptidão média da iteração i
F'_{max}	– Aptidão máxima escalonada
$F'_{max}(i)$	– Melhor aptidão até a iteração i
$F_{objetivo}$	– Função objetivo
F_{penal}	– Função penalidade
F_T	– Aptidão total da população
L	– Tamanho do cromossomo
n_b	– Número de <i>bits</i> necessários para a representação das variáveis
np	– Número de variáveis de projeto
n_v	– Número de variáveis existentes no espaço de busca
N_{pop}	– Tamanho da população de indivíduos
P_c	– Probabilidade de <i>crossover</i>
P_m	– Probabilidade de mutação

P_n	– Probabilidade associada ao n-ésimo indivíduo do <i>rank</i>
R_n	– Posição n-ésimo indivíduo no <i>rank</i>
x^u	– Limite superior do espaço de busca
x^v	– Limite inferior do espaço de busca
ε	– Precisão desejada
λ	– Parâmetro de penalidade
ρ	– Limite de estagnação

CAPÍTULO 4

T	– <i>Threshold</i>
w_i	– Peso sináptico
y_i	– Saída da rede
α	– Escalar
η	– Taxa de aprendizado
λ	– Parâmetro que define a inclinação da curva
v_i	– Entrada do neurônio

CAPÍTULO 5

c	– Amortecimento
C	– Matriz de amortecimento
\mathbf{C}	– Matriz diagonal de amortecimentos generalizados
\mathbf{C}_i	– Amortecimentos generalizados
f_D	– Forças de amortecimento
f_s	– Forças elásticas
f_I	– Forças inerciais
k	– Rigidez
K	– Matriz de rigidez

K	– Matriz diagonal de rigidez generalizada
K_i	– Rigidez generalizada
<i>m</i>	– Massa
M	– Matriz de massa
M	– Matriz diagonal de massas generalizadas
M_i	– Massas generalizadas
<i>p(t)</i>	– Forças externas
P	– Vetor de carga generalizado
Y	– Vetor das coordenadas generalizadas
v	– Vetor das coordenadas nodais
ϕ	– Ângulo de fase
Φ	– Matriz dos modos de vibração
<i>v</i>	– Deslocamento
\dot{x}	– Velocidade
\ddot{x}	– Aceleração
ρ	– Amplitude do movimento
ω_0	– Frequência natural de vibração (Hz)
ω_{ai}	– Frequência natural amortecida
ξ_i	– Taxa de amortecimento

CAPÍTULO 6

<i>F</i>	– Frequência natural de vibração (Hz)
<i>T</i>	– Período de vibração

CAPÍTULO 7

SEÇÃO 7.1

A_e	– Área líquida efetiva da seção
A_e	– Área líquida efetiva da seção
A_g	– Área bruta da seção
A_n	– Área líquida da seção
Alt	– Altitude média da região de implantação de linha
C_{ai}	– Coeficiente de arrasto i
C_t	– Coeficiente de redução da área líquida
D	– Diâmetro externo do perfil tubular
d	– Diâmetro nominal do furo
d_c	– Diâmetro do cabo condutor ou pára-raios
E	– Módulo de elasticidade
F_{cr}	– Tensão crítica de flambagem
F_u	– Tensão limite de tração do aço
F_y	– Tensão limite de escoamento do aço
g	– Espaçamento entre furos na direção perpendicular à força de tração
H	– Altura do local em que se encontra o elemento estudado
K	– Parâmetro que leva em consideração o tipo da condição de extremidade
K_d	– Coeficiente de correção do período de integração
K_g	– Coeficiente de ponderação
k_l	– Coeficiente de ponderação para cargas longitudinais
K_r	– Coeficiente de rugosidade
K_{t1}	– Coeficiente de ponderação para as cargas transversais sujeitas à ação do vento
K_{t2}	– Coeficiente de ponderação para as cargas transversais sujeitas ao componente transversal da força de tração nos cabos
l	– Carga longitudinal
L	– Comprimento do elemento
n	– Coeficiente de correção da velocidade do vento em função da altura (H)

N_c	– Resistência à compressão
N_{cf}	– Número de cabos por fase
N_t	– Resistência à tração
P_c	– Peso do cabo ou pára-raios por unidade de comprimento
P_{cf}	– Peso das cadeias de isoladores e das ferragens de fixação dos cabos
P_p	– Peso próprio do painel
Q	– Fator de área efetiva
q_o	– Pressão dinâmica do vento
r	– Raio de giração do perfil
s	– Espaçamento entre furos na direção paralela à força de tração
S_i	– Área da cadeia de isoladores projetada ortogonalmente sobre um plano vertical
T	– Força transversal
t	– Espessura do perfil
T_c	– Tensão de compressão
T_o	– Valor máximo de tração
V	– Carga vertical
V_b	– Velocidade básica do vento
V_g	– Vão gravante ou vão do peso da estrutura
V_p	– Velocidade de vento de projeto
V_v	– Vão de vento
w	– Comprimento reto da aba da cantoneira
α	– Fator de efetividade
φ	– Ângulo de incidência do vento em relação à direção da linha
γ	– Valor do ângulo de mudança de direção da linha da torre
λ_e	– Índice de esbeltez efetivo
θ	– Ângulo de incidência do vento
ρ	– Massa específica do vento

SEÇÃO 7.2

A_i	– Área da seção transversal do elemento i
C	– Coeficiente total de violação
c_i	– Coeficiente de violação da restrição i
$F(x)$	– Função objetivo
$Ft(x)$	– Função aptidão (<i>fitness</i>)
$\dot{Ft}(x)$	– Qualidade do indivíduo
\overline{Ft}	– Função aptidão média
$g_i(x)$	– Restrições normalizadas
L	– Tamanho de cromossomo
l_i	– Comprimento do elemento i
N	– Tamanho da população
n	– Número de violações
nb	– Número de <i>bits</i> necessários para a representação das variáveis
nv	– Número de variáveis existentes no espaço de busca
P_c	– Probabilidade de <i>crossover</i>
P_m	– Probabilidade de mutação
U_i	– Deslocamentos nodais
α	– Fator de ponderação
$\phi(x)$	– Função objetivo modificada
$\phi(x)_{\max}$	– Valor máximo da função objetivo modificada
$\phi(x)_{\min}$	– Valor mínimo da função objetivo modificada
ρ	– Densidade do material
σ_i	– Tensão no elemento i
σ_{adm}	– Tensão admissível nos elementos

SEÇÃO 7.3

$d_j(n)$	– Saída desejava da rede
E	– Módulo de elasticidade
$e_j(n)$	– Erro apresentado pela rede
F_i	– Cargas nodais
I_i	– Momento de inércia dos elementos
R_i	– Condições de contorno
X_i	– Nó inicial
$x_j(n)$	– Dados de entrada da rede
Y_i	– Nó final
$y_j^{(i)}(n)$	– Saída das camadas
$y_j^{*(i)}(n)$	– Saída transformada
$w_{ji}^{(k)}(n)$	– Pesos sinápticos atuais
$w_{ji}^{(k)}(n+1)$	– Pesos sinápticos atualizados
α	– Fator de momento
$\delta_i^3(n)$	– Gradiente local
Δw_{ji}^k	– Variação dos pesos sinápticos
η	– Taxa de aprendizagem
$v_i^{(i)}(n)$	– Campo local induzido

SEÇÃO 7.4

c	– Amortecimento
C	– Matriz de amortecimento
\mathbf{C}	– Matriz diagonal de amortecimentos generalizados
\mathbf{C}_i	– Amortecimentos generalizados
f_D	– Forças de amortecimento

f_s	– Forças elásticas
f_I	– Forças inerciais
k	– Rigidez
K	– Matriz de rigidez
\mathbf{K}	– Matriz diagonal de rigidez generalizada
\mathbf{K}_i	– Rigidez generalizada
m	– Massa
M	– Matriz de massa
\mathbf{M}	– Matriz diagonal de massas generalizadas
\mathbf{M}_i	– Massas generalizadas
$p(t)$	– Forças externas
\mathbf{P}	– Vetor de carga generalizado
\mathbf{y}	– Vetor das coordenadas generalizadas
\mathbf{v}	– Vetor das coordenadas nodais
ϕ	– Ângulo de fase
Φ	– Matriz dos modos de vibração
v	– Deslocamento
\dot{v}	– Velocidade
\ddot{v}	– Aceleração
ρ	– Amplitude do movimento
ω_0	– Freqüência natural de vibração (Hz)
ω_{ai}	– Freqüência natural amortecida
ξ_i	– Taxa de amortecimento

SEÇÃO 7.5

A_i	– Áreas das seções transversais
C_i	– Coordenadas dos pontos nodais

SEÇÃO 7.6

$d(x^h, x^i)$	– Distância <i>hamming</i> existente entre o indivíduo x^h e o indivíduo x^i
F	– Função aptidão para indivíduo
F'	– Maior valor da função desempenho entre os dois membros do <i>crossover</i>
$\hat{f}(x^h)$	– Função aptidão do indivíduo x^h
$f(x^i)$	– Função aptidão do indivíduo x^i , calculada por meio do método convencional
F_{max}	– Função aptidão máxima população
F_{med}	– Função da aptidão média da população
P_c	– Probabilidade de <i>crossover</i>
P_m	– Probabilidade de mutação
x	– Iteração
α	– Fator penalidade
α_{max}	– Valor máximo do fator de penalidade

CAPÍTULO 8

A_i	– Áreas das seções transversais
C_i	– Coordenadas dos pontos nodais
D	– Diâmetro externo do perfil tubular
F_i	– Cargas nodais
MIter	– Número máximo de iterações
P_c	– Probabilidade de <i>crossover</i>
P_m	– Probabilidade de mutação
r	– Raio de giração
Sizepop	– Tamanho da população
t	– Espessura do perfil tubular
α	– Fator de penalização
λ_e	– Índice de esbeltez limite
Σ Frequência	– Somatório das três primeiras frequências naturais da estrutura

1. INTRODUÇÃO

Vive-se, hoje, em uma sociedade extremamente competitiva, onde os conceitos como eficiência, produtividade, desempenho, redução de custos etc. têm ocupado um lugar de destaque. Essa nova preocupação atinge também os engenheiros que buscam sempre a maior eficiência de seus projetos. No entanto, a obtenção de um projeto eficiente passa por uma fase de tentativa e erro, em que as soluções propostas são verificadas quanto às prescrições normativas. A duração dessa recorrência está ligada diretamente à experiência do projetista, que pode partir de uma proposta inicial melhor ou pior.

Esta busca por projetos mais econômicos, motivada pelo mercado cada vez mais competitivo, deu novo ânimo às pesquisas em otimização estrutural. Ferramenta que vem se mostrando hábil e eficaz na identificação das melhores soluções para o problema.

1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Encontrar a melhor solução pelo método da tentativa e do erro é praticamente impossível, mesmo que o projetista possua grande experiência, já que existem diversas combinações de possíveis soluções para o problema. Uma alternativa é a utilização de algoritmos capazes de solucionar o problema com menos dispêndio de tempo e ou recursos computacionais. A otimização estrutural se mostrou uma ferramenta útil neste processo, pois realiza de forma automática a busca da melhor solução por meio de técnicas que direcionam a busca dentro do espaço factível.

Existem diversos algoritmos usados nos processos de otimização estrutural, dentre os quais se destacam os algoritmos genéticos. Um método classificado como

heurístico, cujo princípio funcional segue a Teoria da Evolução das Espécies de Charles Darwin (1859). Ou seja, baseia-se no princípio da seleção natural, na qual sobrevive o indivíduo mais adaptado. A utilização deste princípio como técnica de otimização foi proposta por John Holland (1975).

Neste trabalho foram implementadas técnicas para o melhor desempenho dos algoritmos genéticos tradicionais, tornando-os mais eficientes. Além de estratégias que agilizem a avaliação da função aptidão, como as redes neurais artificiais e aptidão baseada na similaridade da função aptidão.

As redes neurais artificiais são uma estrutura computacional que simula o comportamento do cérebro humano. Elas têm sido utilizadas na solução de problemas particulares, que dependem de uma capacidade de aprendizagem onde os algoritmos computacionais tradicionais têm se mostrado ineficientes. A utilização das redes neurais como ferramenta no processo de otimização estrutural já foi adotada por Mendonça (2004). No entanto, a sua utilização, neste trabalho, segue a metodologia usada por Barbosa (2004), quando ele as utilizou para simular o comportamento da estrutura, evitando a análise estrutural pelo método dos elementos finitos.

As torres de linhas de transmissão são estruturas treliçadas, constituídas de perfis metálicos, cujas ligações são aparafusadas ou soldadas por meio de chapas de topo (*gusset plates*). Na literatura técnico-científica existem poucos trabalhos relativos à utilização de torres de transmissão em perfis tubulares. Gabrielli (2004) propõe uma metodologia para o dimensionamento dessas estruturas. Como elas são fabricadas em série, ou seja, com padrões de repetição, é importante que se busquem procedimentos de projeto que impliquem a obtenção de uma estrutura otimizada.

A inclusão das restrições normativas propicia uma resposta mais próxima da realidade, garantindo que a solução possa ser utilizada na prática após pequenos ajustes construtivos, ainda não incorporados ao processo de otimização. Esse enfoque já foi utilizado por Xu et al (2003), quando ele adotou como restrições: frequências naturais, tensão, deslocamento e coeficiente de flambagem. Neste trabalho, a exemplo de Xu et al (2003), o processo de otimização de torres utilizou como solicitações as combinações usuais de carregamento baseadas nas normas nacionais e internacionais e, como restrições, os mesmos quesitos considerados no processo de dimensionamento dos elementos, ou seja, o Índice de Esbeltez Limite e a Resistência às solicitações.

Segundo Alves (2003), até o momento, problemas envolvendo carregamento dinâmico e otimização estrutural foram pouco estudados. Visando uma abordagem desse tipo, ou seja, otimização de estruturas submetidas a cargas dinâmicas, desenvolveu-se um algoritmo para a análise dinâmica das estruturas. Nele as respostas podem ser obtidas no domínio do tempo ou da frequência. Nestes casos é necessário garantir que as frequências naturais da estrutura e do carregamento estejam distantes, evitando, deste modo, a ressonância da estrutura.

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 OBJETIVO GERAL

Desenvolver um procedimento para a otimização de estruturas planas e espaciais submetidas a carregamentos estáticos e dinâmicos, em que serão aplicados os algoritmos genéticos e as redes neurais, juntamente com o método dos elementos finitos. Pretende-se abordar, além do problema de otimização de área dos elementos, o problema relativo à otimização de forma e topológica, levando-se em consideração os carregamentos estáticos e dinâmicos e um conjunto de restrições de ordem prática, contidos nas normas nacionais e internacionais.

1.2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Otimização de modelos tridimensionais de torres de linhas de transmissão.
- Aplicação dos algoritmos genéticos numa forma robusta (eficiente).
- Uso das redes neurais artificiais.
- Consideração de restrições normativas, além das frequências naturais da estrutura.
- Consideração de cargas estáticas e dinâmicas.
- Otimização de peso (dimensões), de forma e topológica.
- Análise dinâmica no domínio do tempo e da frequência.

1.3 MOTIVAÇÃO

Construir um algoritmo capaz de gerar um pré-projeto de uma torre de transmissão em que características como economia, segurança, aplicabilidade e eficiência estejam presentes. Isto tudo realizado automaticamente, de modo a despender o menor tempo possível do projetista. Além de o produto estar próximo às suas características ótimas, em função da qualidade e aplicabilidade do projeto.

1.4 METODOLOGIA

A metodologia adotada na elaboração desta dissertação pode ser dividida em cinco módulos distintos, de acordo com os objetivos específicos de cada algoritmo implementado. O produto final é um conjunto de sub-rotinas que compõem o algoritmo de otimização estrutural, capaz de otimizar estruturas treliçadas planas e espaciais, especialmente as torres de linhas de transmissão constituídas de perfis tubulares.

Em todas as implementações, utilizou-se a linguagem de programação *Fortran 90* e, como compilador, o *Microsoft Developer Studio*.

1 – Módulo dinâmica das estruturas: consiste na ampliação do programa Vibres, no qual é possível a análise não-linear geométrica e de vibrações livres de modelos tridimensionais, discretizados em elementos finitos de barras, numa implementação eficiente, incorporando rotinas que visem a análise dinâmica das estruturas.

Fase realizada como trabalho da disciplina Dinâmica das Estruturas I, no programa de pós-graduação em engenharia civil – Propec, da Universidade Federal de Ouro Preto, quando foram implementados os métodos: integração numérica (*Duhamel* e *Newmark*) e o método da superposição modal, com respostas nos domínios do tempo e da frequência.

2 – Módulo algoritmos genéticos: desenvolvimento de um algoritmo para otimização de estruturas treliçadas via algoritmos genéticos.

Realizado durante Projeto de Iniciação Científica, financiado pela Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais (Fapemig). Neste Projeto foi implementado o algoritmo genético tradicional. Durante a elaboração da dissertação, propõe-se o aperfeiçoamento deste algoritmo mediante estratégias que melhorem sua eficiência, viabilizando sua utilização em processos de otimização de grandes estruturas, especialmente em torres de linhas de transmissão.

3 – Módulo redes neurais artificiais: desenvolvimento e implementação das redes neurais artificiais como simuladores estruturais.

O desenvolvimento deste módulo começou durante o Projeto de Iniciação Científica e, apesar dos resultados promissores, a rede desenvolvida necessitava de alguns aprimoramentos, que foram realizados durante a elaboração desta dissertação.

A rede desenvolvida foi utilizada como estratégias para melhorar a eficiência dos algoritmos genéticos, por meio da simulação estrutural (tensão e deslocamentos) e também da simulação da função aptidão. Reduzindo, desta forma, o custo computacional empregado no processo de análise estrutural.

4 – Módulo torres de linhas de transmissão: implementação de um procedimento para o dimensionamento de torres de linhas de transmissão.

Trata-se da implementação do procedimento de dimensionamento proposto por Gabrielli (2004), onde as estruturas constituídas de perfis tubulares estão submetidas a várias combinações de carregamentos.

5 – Módulo otimização estrutural: desenvolvimento e implementação de algoritmos para otimização dimensional, topológica, de forma e simultânea, de estruturas treliçadas.

Implementação de algoritmos específicos para cada tipo de otimização, a serem inseridos no módulo algoritmo genético, responsável pelo processo de otimização.

1.5 CARACTERIZAÇÃO DO PROBLEMA

O problema que se pretende estudar é a otimização de estruturas treliçadas planas e espaciais, especialmente torres de linhas de transmissão com perfis tubulares, submetidas a carregamentos estáticos e dinâmicos. Além de considerar a ação de cargas dinâmicas, propõe-se também incorporar restrições de ordem prática, prescritas nas normas nacionais e internacionais. O espaço de busca utilizado no processo de otimização, incorporando as restrições normativas, é composto pela tabela de tubos de seções circulares da V&M do Brasil, compreendendo um número de seções variando de 30 a 40 tipos.

Durante o processo de otimização, valer-se-á de suas possíveis variações: otimização dimensional, quando as variáveis de projeto são as áreas das seções transversais dos elementos; otimização de forma, em que as variáveis são as coordenadas dos pontos nodais; topológica, onde se eliminam os elementos desnecessários da estrutura; e otimização simultânea, em que se trabalha com todas essas variáveis ao mesmo tempo.

Como técnica de otimização, propõe-se a utilização dos algoritmos genéticos, pois, segundo Silva (2005), os “algoritmos genéticos são as mais difundidas e estudadas técnicas de computação evolucionária, pela sua flexibilidade, relativa simplicidade de implementação, e eficácia em realizar busca global em ambientes adversos. Vista de forma global, a evolução natural implementa mecanismos adaptativos de otimização embora estejam longe de serem uma forma de busca aleatória. Os algoritmos genéticos tentam dirigir a busca para regiões do espaço onde é provável que os pontos ótimos estejam. Os algoritmos genéticos possuem um paralelismo implícito decorrente da avaliação independente de cada um dos candidatos à solução, ou seja, pode-se avaliar a viabilidade de um conjunto de parâmetros para solução de problemas de otimização”.

Os algoritmos genéticos exigem uma grande capacidade computacional devido à necessidade de muitas avaliações da função aptidão. O problema se agrava na otimização estrutural, pois, exige-se a utilização do método dos elementos finitos durante a avaliação da função aptidão, o que demanda altos custos computacionais. Como alternativa, propõe-se a utilização de técnicas que realizem de maneira indireta

essa avaliação da função de aptidão. As técnicas escolhidas para isto são: redes neurais artificiais e aptidão aproximada baseada em similaridade da função aptidão.

1.6 ESCOPO DA DISSERTAÇÃO

De uma forma sucinta a dissertação esta organizada da seguinte maneira:

No Capítulo 2 é feita uma apresentação sobre as torres de linhas de transmissão, foco do presente trabalho, destacando o procedimento sugerido por Gabrielli (2004) para o dimensionamento de torres constituídas de perfis tubulares.

No Capítulo 3 apresenta os diversos tipos de otimização estrutural, destacando as suas respectivas formulações. E também o algoritmo de otimização utilizado, o método dos algoritmos genéticos. Bem como a sua descrição, ressaltando o seu funcionamento, possíveis variações e estratégias utilizadas para torná-los mais eficientes.

No Capítulo 4 apresentam-se as redes neurais artificiais. Sua história, estrutura interna, tipos de aprendizado, treinamento, arquitetura e estratégias construtivas.

O Capítulo 5 apresenta-se a solução para estruturas submetidas a carregamentos dinâmicos, com respostas no domínio do tempo e da frequência, com condições iniciais diferentes de zero.

No Capítulo 6 encontra-se uma descrição detalhada de todos os procedimentos implementados e a validação dessas implementações encontra-se no Capítulo 8.

Os resultados para os problemas propostos, a evolução das soluções e a análise estatística das mesmas encontram-se no Capítulo 7, bem como uma análise dos resultados encontrados.

No Capítulo 8 são apresentadas as conclusões obtidas com o desenvolvimento do presente trabalho e também sugestões de outros trabalhos que dêem continuidade a este estudo.

2. TORRES DE LINHAS DE TRANSMISSÃO

As torres de linhas de transmissão são estruturas projetadas por grupos de família, apresentando, portanto, padrões de repetição. Estes padrões são ideais para que se busque a aplicação de procedimentos de otimização na fase do pré-projeto, de forma a se obter uma estrutura segura e econômica. São estruturas treliçadas, geralmente constituídas de perfis metálicos, cujas ligações são aparafusadas ou soldadas por meio de chapas de topo (*gusset plates*).

2.1 CLASSIFICAÇÃO

A maioria das torres apresenta arquitetura padrão, composta por alguns elementos básicos, conforme mostra a Figura 2.1. Esses elementos são: pernas principais, contraventamentos verticais primários e secundários e contraventamentos horizontais.

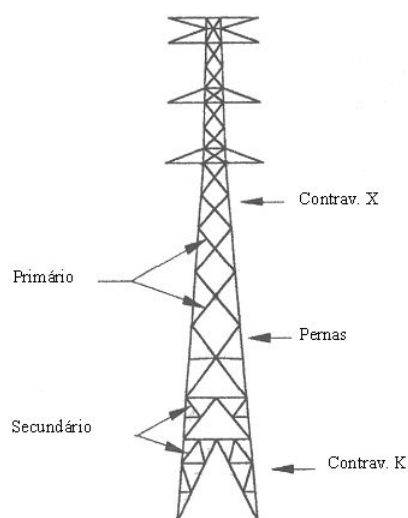


Figura 2.1 – Elementos básicos de uma torre de transmissão (Rao e Kalyanaraman, 2001).

Existem vários tipos de classificações para as torres de linhas de transmissão. Abaixo, seguem as classificações mais usuais.

➤ Quanto à forma de resistência das estruturas:

- torres autoportantes;
- torres estaiadas.

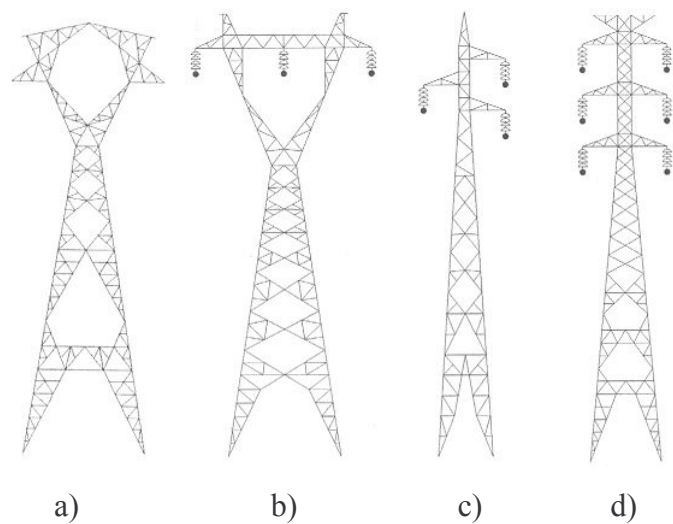


Figura 2.2 – Tipos de torres quanto à arquitetura (Gontijo, 1994).

➤ Quanto à arquitetura:

- tronco piramidal de circuito simples (Figura 2.2c);
- tronco piramidal de circuito duplo (Figura 2.2d);
- delta (Figura 2.2b);
- delta cara-de-gato (Figura 2.2a).

➤ Quanto à disposição dos condutores:

- triangulares (Figura 2.2c);
- verticais (Figura 2.2d);
- horizontais (Figura 2.2b).

➤ Quanto ao número de circuitos:

- único (Figura 2.2 a, b, c);
- duplo (Figura 2.2 d).

➤ Quanto à função da linha:

- Torre de sustentação: funcionam como estrutura de sustentação dos cabos condutores e pára-raios.
- Torre de ancoragem: utilizada na ancoragem dos cabos, como pontos de tensionamento e evitando o efeito cascata. Podem ser classificadas como terminais e intermediárias.
- Torre ângulo: utilizada na mudança de direção das linhas de transmissão.
- Torre de derivação: utilizada em pontos onde há necessidade de derivação da linha.
- Torre de transposição: tem a função de garantir a simetria elétrica da linha obtida com a rotação das fases.

➤ Quanto à voltagem, as mais comuns no Brasil são:

- 69 kV;
- 138 kV;
- 230 kV;
- 345 kV;
- 500 kV;
- 765 kV.

2.2 NORMAS E ESPECIFICAÇÕES

O projeto das linhas de transmissão segue as prescrições de normas brasileiras, normas estrangeiras e especificações estabelecidas pelo contratante.

Quanto às normas brasileiras temos:

- NBR 5422:1985 – *Projetos de linha de transmissão de energia elétrica*: aborda as condições básicas para linhas de transmissão dentro do intervalo de 35 kV e 800 kV

no que se refere, por exemplo, aos parâmetros meteorológicos, às hipóteses de cálculo para condutores e pára-raios, ao isolamento, às ferragens, às estruturas, às fundações, aos esforços mecânicos, às distâncias de segurança, ao aterramento, às travessias, às faixas de segurança etc.

- NBR 8842:1985 – *Suporte metálico para linhas de transmissão*: especifica as condições de ensaio para os suportes metálicos utilizados nas linhas de transmissão.
- NBR 8850:1985 – *Execução de suportes metálicos treliçados para linhas de transmissão*: estabelece condições para a execução de suportes metálicos para uso em linhas de transmissão.

A Norma estrangeira utilizada é o Manual 52:1991 — *Guide for design of latticed steel transmission structures*, da *American Society of Civil Engineers (ASCE)*.

As normas citadas acima, referem-se às torres constituídas de perfis cantoneiras. Para perfis tubulares utilizar-se-á, conforme sugerido por Gabrielli (2004), as prescrições da NBR 8800:1986 – *Projeto e execução de estruturas de aço de edifícios e do LRFD:2000 – Load and resistance factor design specification for steel hollow structural sections*, do *American Institute of Steel Construction (AISC)*.

2.3 CARGAS ATUANTES

A NBR 5422:1985 define as seguintes cargas atuantes, que devem ser consideradas no dimensionamento das torres:

- peso próprio da estrutura;
- peso próprio dos cabos, das ferragens e dos isoladores;
- cargas especiais de manutenção e construção;
- ação do vento sobre a estrutura, os isoladores, os cabos condutores e os pára-raios.

2.4 HIPÓTESES DE CÁLCULO

As hipóteses de cálculo conjugam as várias combinações de ações, regiões das instalações, direções do vento, funções das linhas, números dos cabos etc. As hipóteses

a seguir foram sugeridas por Gabrielli (2004) e referem-se às torres com função estrutural implantadas em regiões onde não há neve.

- Hipótese 1: consideram-se os cabos com vento máximo em qualquer direção. Geralmente, consideram-se ventos longitudinais, transversais e a 45°.
- Hipótese 2: considera-se a ruptura de cada um dos cabos pára-raios. O número de hipóteses, geralmente, é igual à quantidade de cabos pára-raios da torre.
- Hipótese 3: considera-se a ruptura de cada um dos cabos condutores. O número de hipóteses, geralmente, é igual à quantidade de cabos condutores da torre.
- Hipótese 4: cargas devido à construção.

2.5 MODELAGEM

Cada elemento da torre possui um comportamento estrutural distinto. Por exemplo, as pernas funcionam como elemento de pórtico, os contraventamentos como treliça etc. Entretanto, as torres são, geralmente, modeladas como treliças espaciais.

Gabrielli (2004) destaca que na modelagem como treliça espacial, os contraventamentos secundários não devem ser considerados, pois geram mecanismos hipoestáticos, tornando o sistema de equações singular. A presença desses mecanismos não indica, necessariamente, uma estrutura instável. Mas, sim, a necessidade de identificação e restrição automática dos mesmos.

2.6 DIMENSIONAMENTO

Em virtude da modelagem adotada, o dimensionamento dos elementos refere-se às cargas axiais, mesmo a estrutura possuindo elementos de pórticos espaciais. Por causa dessa diferença, as normas já consideram as disparidades entre os dois modelos (pórtico espacial e treliça espacial) nas especificações de dimensionamento.

O procedimento de dimensionamento das torres em perfis cantoneiras segue as prescrições normativas existentes. Como não existe norma específica para torres em perfis tubulares adotar-se-á as prescrições sugeridas por Gabrielli (2004), que considera uma combinação das normas NBR 8800:1986 e NBR 5422:1985.

2.6.1 CARGAS APLICADAS

a) Peso próprio da estrutura: é determinado subdividindo a estrutura em painéis. O peso de cada painel é calculado e multiplicado por um coeficiente de ponderação, de acordo com a Equação 2.1, e aplicado na extremidade inferior do painel. Onde: P_p = peso próprio de cada painel; K_g = coeficiente de ponderação ($K_g = 1,0$, carga vertical reduzida, vão gravante mínimo; $K_g = 1,3$, valor sugerido pela empresa de referência).

$$P_g = P_p \cdot K_g \quad (2.1)$$

b) Carga nos pontos de fixação dos cabos: nestes pontos há transferência de carga em três direções. A Figura 2.3 mostra o ponto de aplicação delas.

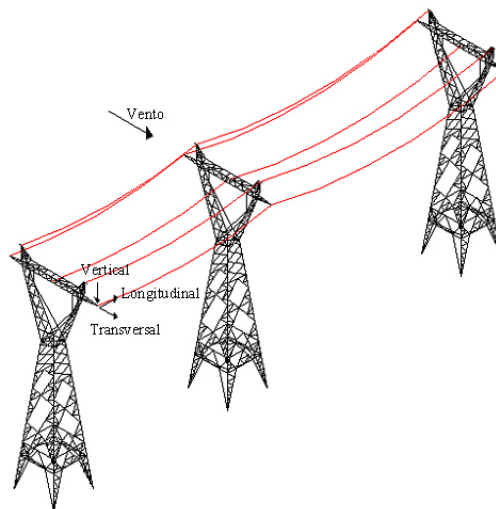


Figura 2.3 – Ponto de aplicação das cargas (Gabrielli, 2004).

Carga vertical: por causa do peso dos cabos. Calculada de acordo com a Equação 2.2. Onde: V = carga vertical; P_c = peso do cabo ou pára-raios por unidade de comprimento; N_{cf} = número de cabos por fase; V_g = vão gravante ou vão do peso da estrutura; P_{cf} = peso das cadeias de isoladores e das ferragens de fixação dos cabos; K_v =

1,5 para vão gravante máximo e 1,0 para vão gravante mínimo; vão gravante = maior distância entre os pontos, com tangente horizontal das catenárias dos vãos adjacentes à torre; vão gravante mínimo = menor distância medida para situação análoga à anterior; e vão de vento é a média aritmética entre os vãos 1 e 2, de acordo com a Figura 2.4.

$$V = (P_c \cdot N_{cf} \cdot V_g + P_{cf})K_v \quad (2.2)$$

Definições:

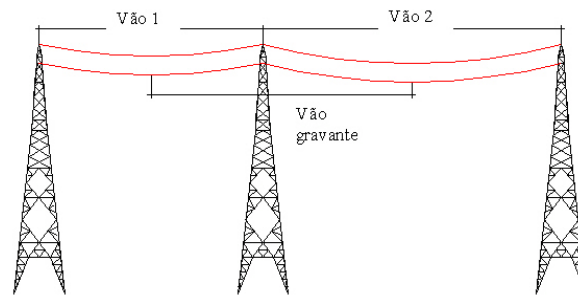


Figura 2.4 – Vão gravante e vão de vento (Gabrielli, 2004).

Carga transversal: em consequência da ação do vento nos cabos, nos isoladores e nas ferragens e, também, por causa dos componentes transversais das forças de tração nos cabos de torres em ângulo. Calculada de acordo com a Equação 2.3. Onde: T = força transversal; q_o = pressão do vento; N_{cf} = número de cabos por fase, no caso de pára-raios, geralmente, é igual a uma unidade; α = fator de afetividade, que pode ser obtido por meio da Figura 2.5; d_c = diâmetro do cabo condutor ou pára-raios; V_v = vão de vento da torre; φ = ângulo de incidência do vento em relação à direção da linha, veja Figura 2.6; S_i = área da cadeia de isoladores, projetada ortogonalmente sobre um plano vertical; K_{t1} = coeficiente de ponderação para as cargas transversais, em função da ação do vento; T_o = valor máximo de tração no cabo durante a vida útil da linha; $w = 1,0$ para torres em ângulo nas extremidades da linha e $0,5$ para torres em ângulo no meio da linha; γ = valor do ângulo de mudança de direção da linha da torre; K_{t2} = coeficiente de ponderação para as cargas transversais devidas à componente transversal da força de tração nos cabos.

$$T = (1.2 \cdot q_o \cdot S_i)K_{t1} + (q_o \cdot N_{cf} \cdot \alpha \cdot d_c \cdot V_v \cdot \text{sen}^2(\varphi))K_{t1} + T_o \cdot \text{sen}(w\gamma)K_{t2} \quad (2.3)$$

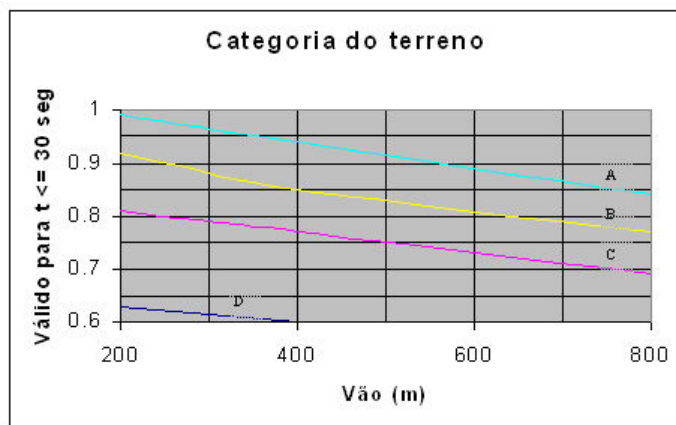


Figura 2.5 – Fator de efetividade (Gabrielli, 2004).

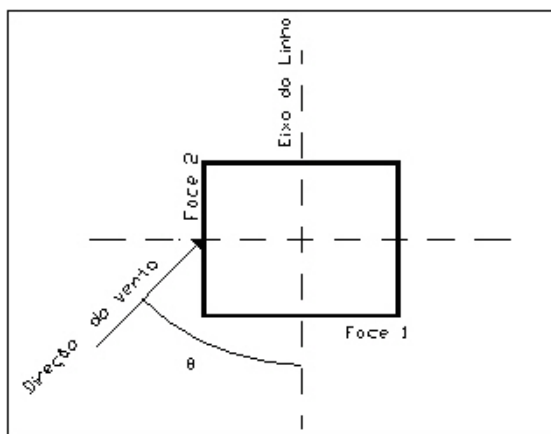


Figura 2.6 – Ângulo de incidência (NBR 5422:1985).

Carga longitudinal: por causa do rompimento dos cabos ou da tração dos cabos condutores e pára-raios em torres de fim de linha. Calculada de acordo com a Equação 2.4. Onde: L = carga longitudinal; $z = 0,7$, no caso de rompimento do cabo condutor em torres de suspensão, ou $z = 1,0$, no caso de rompimento do cabo pára-raios em torres de suspensão e ancoragem, ou do cabo condutor em torres de ancoragem, ou de tração dos cabos em torres de fim de linha; T_o = valor máximo de tração no cabo durante a vida útil da linha; k_l = coeficiente de ponderação para cargas longitudinais.

$$L = z \cdot T_o \cdot k_l \tag{2.4}$$

c) Carga de vento: para cálculo da ação do vento na estrutura e nos cabos, calcula-se primeiramente a pressão dinâmica do vento, por meio das Equações 2.5 à 2.7. Onde: q_o = pressão dinâmica do vento (N/m^2); ρ = massa específica do vento (kg/m^3); T_c = temperatura coincidente em °C (temperatura média diária e suposto coincidente com a ocorrência da velocidade do vento de projeto); Alt = altitude média da região de implantação da linha (m); V_p = velocidade de vento de projeto (m/s); K_r = coeficiente de rugosidade, conforme Tabela 2.1; K_d = coeficiente de correção do período de integração (t). É a relação entre os valores médios de vento a dez metros de altura do solo, para diferentes períodos de integração e rugosidade do terreno. É obtido a partir da Figura 2.7; H = altura do local em que se encontra o elemento estudado; n = coeficiente de correção da velocidade do vento em função da altura (H). Esse valor depende da rugosidade do terreno e do período de integração (t), conforme a Tabela 2.2; V_b = velocidade básica do vento. É a velocidade de uma rajada de vento, referente a um período de retorno de 50 anos, a 10 metros de altura do solo, com um período de integração de 10 minutos e medida em um terreno com grau de rugosidade (B). O valor de V_b pode ser obtido na Figura 2.8.

$$q_o = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_p^2 \quad (2.5)$$

$$\rho = \frac{1,293}{1 + 0,00367} \left(\frac{16000 + 64 \cdot T_c - Alt}{16000 + 64 \cdot T_c + Alt} \right) \quad (2.6)$$

$$V_p = K_r \cdot K_d \left(\frac{H}{10} \right)^{1/n} \cdot V_b \quad (2.7)$$



Figura 2.7 – Velocidade básica do vento (NBR 5422:1985).

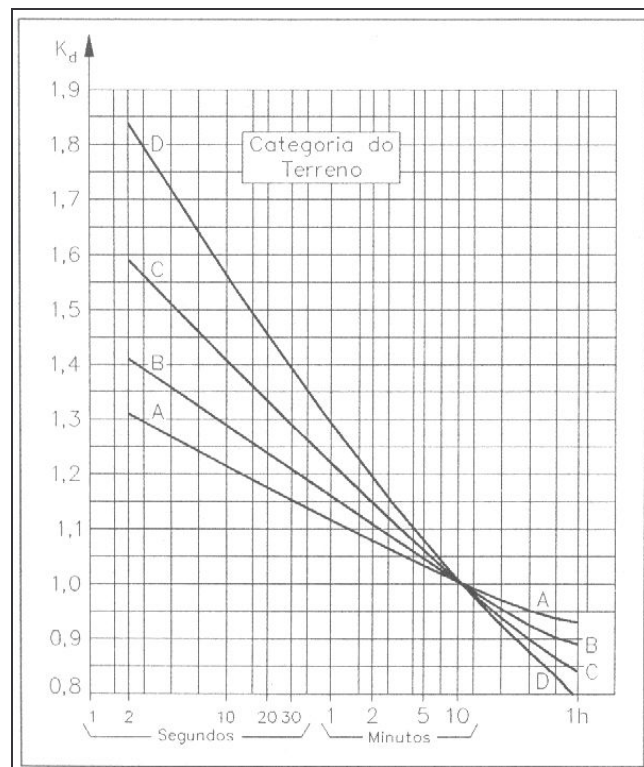


Figura 2.8 – Relação das velocidades médias a 10 m de altura (NBR 5422:1985).

Tabela 2.1 – Coeficiente de rugosidade do terreno (NBR 5422:1985).

<i>Categoria do terreno</i>	<i>Características do terreno</i>	<i>Coeficiente de rugosidade K_r</i>
<i>A</i>	Vastas extensões de água; áreas costeiras e desertas planas.	1,08
<i>B</i>	Terreno aberto com poucos obstáculos.	1,00
<i>C</i>	Terreno com obstáculos numerosos e pequenos.	0,85
<i>D</i>	Áreas urbanizadas; terrenos com muitas árvores altas.	0,67

Tabela 2.2 – Coeficiente de correção n (NBR 5422:1985).

<i>Categoria do terreno</i>	<i>n (t= 2 segundos)</i>	<i>n (t= 30 segundos)</i>
<i>A</i>	13	12
<i>B</i>	12	11
<i>C</i>	10	9,5
<i>D</i>	8,5	8

A carga aplicada na estrutura em função da ação do vento e dada pela Equação 2.8, onde: θ = ângulo de incidência do vento, conforme Figura 2.6; S_1 , S_2 = área líquida total da face projetada ortogonalmente sobre o plano vertical situado na direção da face 1 (S_1) ou 2 (S_2); C_{a1} , C_{a2} = coeficiente de arrasto, obtido na Figura 2.9, para as faces 1 e 2 para um vento perpendicular a cada face, tomando, conforme a Figura 2.6, as faces à sotavento e à barlavento, já levadas em conta.

$$A_t = q_o \left(1 + 0,2 \cdot \text{sen}^2 2\theta \right) \left(S_1 \cdot C_{a1} \cdot \text{sen}^2 \theta + S_2 \cdot C_{a2} \cdot \text{cos}^2 \theta \right) \quad (2.8)$$

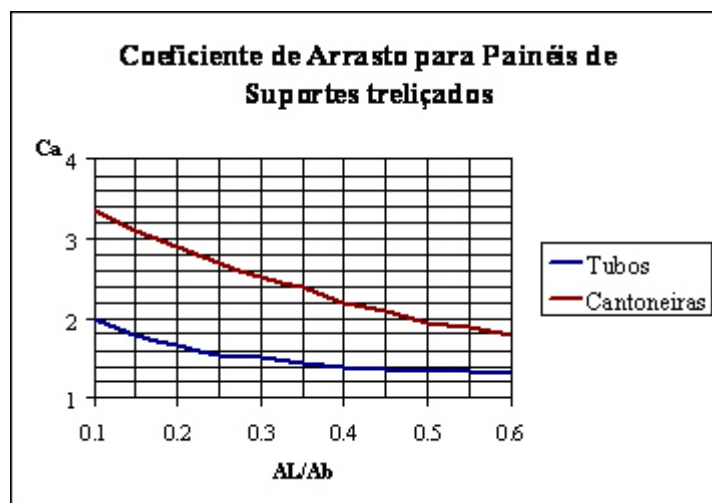


Figura 2.9 – Relação coeficiente de arrasto (NBR 5422:1985).

2.7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Após analisar o comportamento dos dois tipos de perfis utilizados, Gabrielli (2004) fez as seguintes considerações:

- Em virtude do seu melhor desempenho aerodinâmico, a força atuante nos perfis tubulares é inferior a atuante em uma torre semelhante com perfis cantoneiras.
- As ligações em torres em perfis cantoneiras são feitas em uma aba, causando excentricidade na ligação, além de a carga ser aplicada fora do centro de cisalhamento. Esses problemas estruturais não acontecem nas torres em perfis tubulares, porém as ligações em perfis tubulares são mais trabalhosas.
- Como nos perfis cantoneiras o centro de cisalhamento se encontra fora da seção, mesmo a carga sendo aplicada no centro de gravidade surgirá o momento fletor. O que não acontece nos perfis tubulares e demais perfis com dupla simetria, onde o centro de cisalhamento coincide com o centro de gravidade.
- Por causa da sua geometria, na maioria dos casos, mesmo com área iguais, os perfis tubulares apresentam maior inércia. O que gera maior resistência à compressão. Em função dessa maior rigidez, as estruturas com perfis tubulares também apresentam menor deslocamento.
- Em consequência desse melhor desempenho, as seções dos elementos tubulares serão menores para suportar as mesmas solicitações, reduzindo, dessa forma, o consumo de aço.
- Contudo, não se pode afirmar que o sistema tubular seja mais econômico, pois é preciso considerar a influência das formas de ligação, do processo construtivo e do custo de montagem.

3. OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL

Os conceitos de otimização estão presentes em vários eventos da natureza, por exemplo, quando Darwin (1859) afirma na sua Teoria da Evolução das Espécies que somente os indivíduos que melhor se adaptarem ao meio ambiente sobreviverão. Ou nos critérios de mínima energia, presentes em vários fenômenos físicos e químicos.

Na maneira convencional, o projeto estrutural é realizado por meio do método de tentativa e erro, em que a determinação da melhor solução passa unicamente pela experiência do engenheiro projetista. A otimização estrutural busca desvincular a escolha da melhor solução dessa experiência, incorporando novos critérios que permitam uma avaliação matemática da qualidade da solução. Segundo Lemonge (1999), esses critérios podem ser, por exemplo: escolha do material (custo); a melhor combinação das peças estruturais disponíveis no mercado (perfis metálicos para treliça ou elementos pré-moldados para uma edificação civil); topologia; durabilidade; confiabilidade; funcionabilidade; eficiência; capacidade e tempo de execução; recursos para análise (plataformas computacionais e testes de laboratório) etc.

Na engenharia estrutural, o primeiro registro da utilização dos conceitos de otimização datam de 1638, quando Galileu determinou a melhor forma de uma estrutura baseada em sua resistência.

A otimização estrutural permite a busca da melhor solução por meio de um modelo matemático, em que estão inseridos os objetivos e as restrições do problema. Assim sendo, a melhor solução é obtida mediante um conjunto de análises, onde serão avaliadas diversas combinações de possíveis soluções.

A definição das informações importantes no processo de otimização, bem como a elaboração da função objetivo, depende do tipo de problema em questão: otimização dimensional (*size optimization*), otimização de forma (*shape optimization*), otimização

topológica (*topology optimization*), otimização simultânea (dimensional + forma), etc. Neste trabalho também será considerado um abordagem multiobjetivos, onde propõe-se a consideração de otimização de peso juntamente com a maximização das frequências naturais da estrutura.

3.1 TIPOS DE OTIMIZAÇÃO

3.1.1 OTIMIZAÇÃO DIMENSIONAL

Na otimização dimensional (Figura 3.1), o domínio do problema é fixo, ou seja, não há alteração da malha de elementos finitos. No caso, as variáveis de projeto descrevem características da estrutura, como por exemplo, área da seção transversal, momentos de inércia etc. Busca-se, pela otimização dimensional, a melhor distribuição de áreas, visando a minimização ou maximização da função objetivo (peso, flexibilidade, tensão etc), concomitantemente com o respeito às restrições do problema. As restrições dependem do tipo de problema. Mas, basicamente, refere-se a um limite admissível para deslocamentos, tensões, frequências, comprimento de flambagem etc.

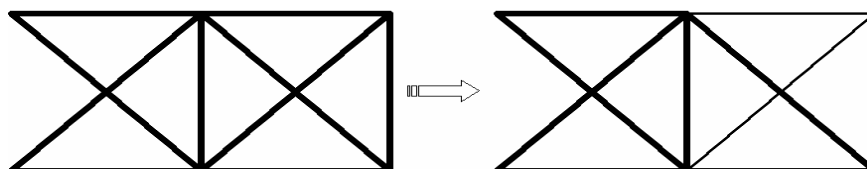


Figura 3.1 – Otimização dimensional.

3.1.2 OTIMIZAÇÃO DE FORMA

Na otimização de forma (Figura 3.2), o domínio do problema é variável, pois este é justamente o objetivo, determinar o seu domínio ótimo. Ou seja, a melhor forma da estrutura. As variáveis de projeto podem ser os pontos de controle do polinômio que definem o contorno da estrutura (problemas contínuos) ou as coordenadas dos pontos nodais (problemas discretos). Esse tipo de otimização é mais complexa, pois podem gerar distorções na malha de elementos finitos, levando à problemas de convergência da solução. No caso, além das restrições usuais (de deslocamento, tensões, frequências,

comprimento de flambagem etc.) devem-se incorporar restrições que evitem soluções hipoestáticas.

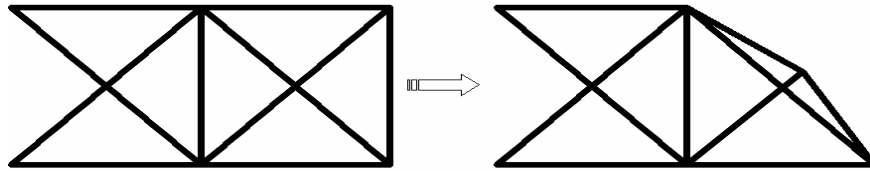


Figura 3.2 – Otimização de forma.

3.1.3 OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA

Na otimização topológica (Figura 3.3), o domínio do problema é fixo. Busca-se a melhor distribuição de material no domínio do projeto. No caso, a variável de projeto está associada à distribuição de material. Para problemas contínuos tem-se a inserção de furos e reforço de pontos. No caso de estruturas discretas, determina-se a presença ou ausência de determinados elementos. Nesse tipo de otimização, faz-se necessária a verificação de estabilidade física e numérica do problema, pois a ausência de determinados elementos pode tornar a estrutura hipoestáticas.

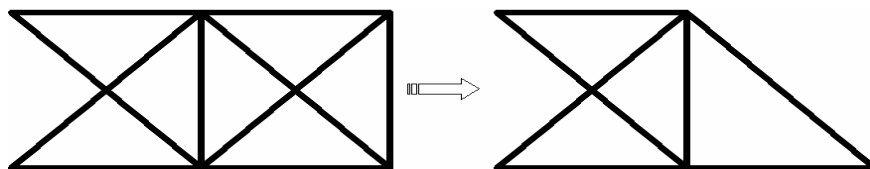


Figura 3.3 – Otimização topológica.

3.1.4 OTIMIZAÇÃO SIMULTÂNEA

Na otimização simultânea (Figura 3.4), o domínio do problema é variável, pois o objetivo é determinar o seu domínio ótimo e também a melhor distribuição de áreas. Trata-se da junção da otimização dimensional com otimização de forma. Ou seja, as variáveis de projeto são as coordenadas dos pontos nodais (problemas discretos) e as áreas das seções transversais dos elementos. É um tipo de otimização complexa, pois podem gerar distorções na malha de elementos finitos, levando a problemas de convergências da solução. No caso, além das restrições usuais (de deslocamento,

tensões, freqüências, comprimento de flambagem etc.) devem-se incorporar restrições que evitem soluções hipoestáticas.

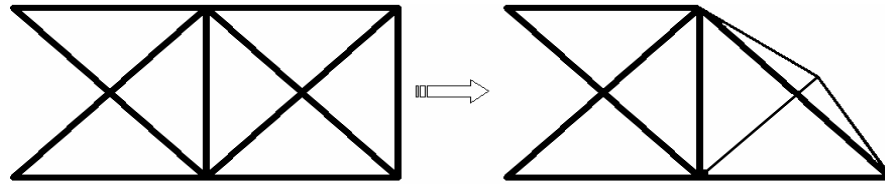


Figura 3.4 – Otimização simultânea.

3.1.5 OTIMIZAÇÃO COM MULTI OBJETIVOS

Nesta otimização, o objetivo é a maximização das freqüências naturais e também a minimização do peso da estrutura. Essa abordagem considerou as mesmas estratégias adotadas na otimização tradicional (dimensional, de forma ou simultânea), acrescentando-se à função objetivo original (peso) a parcela referente à maximização das freqüências, conforme esquematizada na Equação 3.1. Onde: $F_{Objetivo}$ = função objetivo; $Peso$ = peso da estrutura; β = fator de ponderação que garanta a mesma ordem de grandeza entre peso e somatório de freqüências; n = número das primeiras freqüências consideradas no processo de maximização.

$$F_{Objetivo} = Peso + \beta \left(\sum_{i=1}^n Freqüencias \right) \quad (3.1)$$

Contudo, os objetivos devem estar equiparados de modo que ambos possuam a mesma característica (maximização ou minimização). A Equação 3.2 apresenta a relação existente entre freqüência (F) e período (T), ou seja, a maximização das freqüências é equivalente à minimização dos períodos. Sendo assim, substitui-se, na função objetivo, a maximização das freqüências pela minimização dos períodos naturais.

$$F = \frac{1}{T} \quad (3.2)$$

3.2 ALGORITMOS GENÉTICOS

Os algoritmos genéticos são um grupo de estratégias utilizadas na resolução de problemas de otimização. Segundo Mendonça (2004), são caracterizados por algoritmos de busca global, devido a sua grande eficiência na exploração do espaço de busca. Foram idealizados por John Holland (1975) e baseiam-se nos princípios da genética, mais precisamente no processo evolutivo dos seres vivos, proposto por Charles Darwin (1859).

Os métodos convencionais, apesar do seu relativo sucesso na utilização em otimização estrutural, possuem algumas limitações que, segundo Castilho (2003), citando Lemonge (1999), Goldberg (1989) e Gen e Cheng (1997), são:

- dificuldades na identificação de soluções ótimas globais, em geral;
- dificuldades quando o problema envolve variáveis contínuas e discretas;
- não são aplicáveis à otimização multiobjetivos;
- não são indicados para programação em paralelo;
- têm domínio de aplicação restrito;
- necessidade de a função objetivo ser diferenciável.

Devido a essas dificuldades, novos métodos tais como *simulated annealing*, *tabu search*, *Grasp* e algoritmos genéticos têm sido utilizados na otimização estrutural. Estes métodos são conhecidos por serem mais simples, mais rápidos e eficientes na solução de diversos problemas de otimização.

Os algoritmos genéticos introduzem um novo conceito sobre os algoritmos de otimização: a simulação do processo evolutivo. Sua principal característica é a existência de dois espaços de busca: genotípico e fenotípico. O espaço genotípico é a representação codificada dos indivíduos e o espaço fenotípico é a representação física dos mesmos. O espaço genotípico facilita a troca de material genético entre os indivíduos, possibilitando melhor evolução da população.

Os algoritmos genéticos promovem a evolução da solução mediante a busca simultânea em diversas regiões do espaço de busca, utilizando uma população de possíveis soluções (indivíduos). A cada geração, a população é modificada por meio dos

operadores genéticos, permitindo que as soluções mais adaptadas ao meio se reproduzam, gerando descendentes, e, as menos adaptadas, sejam descartadas.

3.2.1 HISTÓRICO

O estudo dos algoritmos genéticos originou-se juntamente com os demais algoritmos tidos como evolucionistas: programação evolucionista e estratégias evolucionistas. Ambos se baseiam no conceito de população de candidatos à solução do problema. Esses candidatos são manipulados por meio de operadores de seleção, recombinação e mutação genética, de forma a promover a evolução dos indivíduos.

Não se pode precisar a origem dos estudos em computação evolucionista. Mas experimentos importantes foram realizados na década de 50. Entretanto, esses resultados não sensibilizaram o meio científico. O interesse surgiu somente após o trabalho de Holland (1975).

O objetivo de Holland (1975) era a elaboração de um modelo que representasse biologicamente a evolução das espécies e pudesse ser implementado computacionalmente. Pretendia também utilizá-lo como ferramenta para solução de problemas complexos.

Goldberg (1989) em seu livro *Genetic algorithms in search, optimization and machine learning*, descreve o funcionamento dos algoritmos genéticos. Neles a troca de informação gera um procedimento de busca, capaz de encontrar a melhor solução para uma série de problemas, por meio da combinação de conceitos de seleção natural e operadores genéticos.

3.2.2 DEFINIÇÕES

Os termos utilizados nos algoritmos genéticos têm origem na genética e nas técnicas de otimização.

- Espaço fenotípico: conjunto formado por todas as variáveis de projeto; por exemplo, áreas da seção transversal, coordenadas nodais etc.

- Espaço genotípico: representação codificada do espaço fenotípico, alfabeto binário.
- Gene: representação codificada das variáveis do problema, formado por um conjunto de caracteres que comporá o cromossomo.
- Cromossomo: formado por um conjunto de genes (cadeia de caracteres) que faz referência ao espaço de busca genotípico. Cada cromossomo representa uma possível solução do problema (indivíduo).
- Indivíduo: candidato à solução do problema. Na forma genotípica é representado pelo cromossomo e na fenotípica, pelas variáveis do problema.
- População: formada por um conjunto de indivíduos (cromossomos) que são analisados a cada geração (iteração).
- Operadores genéticos: mecanismos aplicados aos cromossomos para promover a evolução dos indivíduos.
- Espaço de busca: conjunto de todas as possíveis soluções do problema.
- Função objetivo: função matemática que armazena todas as informações relevantes do problema de otimização, ou seja, é a representação matemática do objetivo do problema.
- Função penalidade: expressão matemática que traduz as penalizações do indivíduo, quando as restrições do problema são violadas.
- Função aptidão: função matemática formada pela função objetivo, acrescida da função penalidade, indica a qualidade (adaptação) de cada indivíduo.

3.2.3 CODIFICAÇÃO

Uma das vantagens dos algoritmos genéticos encontra-se na sua estrutura de busca, que se baseia na codificação genotípica. Sendo assim, a representação dos indivíduos é crucial na elaboração do algoritmo genético, pois dela depende toda a eficiência do algoritmo. Os operadores genéticos, responsáveis pela estratégia de evolução, são aplicados sobre os indivíduos codificados (espaço genotípico).

Existem várias representações possíveis para os genótipos, que vão desde uma simples cadeia de 0s e 1s (alfabeto binário) até complexas estruturas de dados. A escolha deve passar por uma análise criteriosa, a fim de garantir uma codificação eficiente.

A representação mais utilizada, segundo Soares (1997), é a binária, em que há grande facilidade na busca de similaridades e na implementação.

A representação binária se aplica tanto a variáveis inteiras, quanto reais. No caso de variáveis reais, utiliza-se a conversão de valores numéricos de ponto flutuante para valores binários de comprimentos fixos.

Não obstante a grande utilização, a representação binária apresenta alguns problemas. O primeiro deles refere-se à representação das variáveis reais, quando há necessidade de grande precisão, gerando-se uma cadeia binária extensa. O outro problema refere-se às variáveis inteiras, que são a presença de *hamming cliffs*. Ou seja, valores adjacentes que possuem grandes diferenças na cadeia binária que os codificam.

O problema dos *hamming cliffs* pode ser mensurado por meio da distância *hamming*, que indica a quantidade de *bits* diferentes nas cadeias de caracteres. Como por exemplo, os valores sete e oito, codificados, respectivamente, pelas cadeias binárias 0111 e 1000. A distância *hamming* é quatro, pois todos os quatro *bits* são diferentes. A existência de *hamming cliffs* obsta a ação dos operadores genéticos, que terão dificuldades para vencer grandes distâncias *hamming*. Isto fica claro quando se analisa a perturbação necessária na cadeia 0111 para que represente o valor adjacente ‘oito’ (1000) será necessário trocar todos os *bits*.

Uma solução para o problema dos *hamming cliffs* é a utilização de códigos ciclos, também conhecidos como códigos *Gray*. Ele também utiliza o alfabeto binário, porém a distância de *hamming* para codificações adjacentes é sempre igual a um. Isto facilita a convergência do algoritmo, contudo pode levar a um ótimo local. Já a representação binária torna o algoritmo genético mais livre para explorar novas regiões e localizar o ótimo global. Mas o refinamento da solução torna-se mais difícil, como adverte Ávila (2002). A Tabela 3.1 apresenta alguns exemplos da codificação nos dois sistemas.

A codificação binária deve garantir a representatividade para todo o espaço de busca. O dimensionamento do número de *bits* necessário para representar cada variável

de projeto é que garante que todos os membros do espaço sejam codificados. O dimensionamento do número de *bits* segue a Equação 3.3 (variável inteira) e 3.4 (variável real), onde: n_b = número de *bits* necessários para a representação das variáveis; n_v = número de variáveis existentes no espaço de busca; np = número de variáveis de projeto; x^u e x^l = limites superior e inferior do espaço de busca, respectivamente; ε = precisão desejada.

Tabela 3.1 – Código binário usual e código de *Gray*.

<i>Inteiro</i>	<i>Binário</i>	<i>Gray</i>	<i>Inteiro</i>	<i>Binário</i>	<i>Gray</i>
0	0000	0000	8	1000	1100
1	0001	0001	9	1001	1101
2	0010	0011	10	1010	1111
3	0011	0010	11	1011	1110
4	0100	0110	12	1100	1010
5	0101	0111	13	1101	1011
6	0110	0101	14	1110	1001
7	0111	0100	15	1111	1000

O tamanho do cromossomo necessário para representar o indivíduo (solução do problema) depende do número de variáveis de projeto existentes, de acordo com a Equação 3.5, onde: n_b = número de *bits* necessários para a representação das variáveis; n_v = número de variáveis existentes no espaço de busca; np = número de variáveis de projeto; L = tamanho do cromossomo.

$$2^{n_b} = n_v \quad (3.3)$$

$$n_b = \log_2 \left(\frac{x^u - x^l}{\varepsilon} \right) \quad (3.4)$$

$$L = \sum_{i=1}^{np} n_{bi} \quad (3.5)$$

3.2.4 POPULAÇÃO INICIAL

O início do processo evolucionário acontece com a definição da população inicial, que indica as regiões do espaço de busca por onde começará a investigação. Por isso, deve-se apresentar uma grande diversidade genética, para que todas as regiões estejam representadas no início do processo.

A *priori*, a população inicial é gerada de forma aleatória. Mas aleatoriedade não garante uma representação uniforme do espaço de busca, por isso se torna necessário elaborar novas técnicas mais eficientes.

Uma alternativa para a obtenção de uma população uniformemente distribuída é a geração aleatória da população com base em distribuições uniformes. Pode-se também gerar somente a metade dos indivíduos da população de forma aleatória e a outra parte simplesmente invertendo os *bits* da primeira. Outra forma é utilizar uma população inicial maior do que as futuras populações, permitindo melhor representação do espaço de busca.

Outros métodos de geração da população inicial variam de acordo com o comportamento desejado no início do processo de busca. Lacerda e Carvalho (1999), citado em Silva (2005), sugerem que a população seja obtida mediante a geração de indivíduos, obedecendo as condições de contorno do problema, previamente estabelecidas. Bramlette (1991), citado em Castilho (2003), sugere realizar uma série de inicializações para cada indivíduo e escolher a de melhor desempenho. Já Coley (1999), citado em Castilho (2003), indica que estimativas podem ser feitas por outros métodos numa tentativa de localizar soluções aproximadas e, então, o algoritmo genético pode começar sua busca a partir de tais soluções.

3.2.5 FUNÇÃO APTIDÃO

A função de aptidão recebe, como entrada, as características do indivíduo (fenótipo) e fornece, como resultado, a sua aptidão. A função de aptidão (*fitness*)

representa a adaptabilidade do indivíduo ao meio, ou seja, indica a qualidade dos mesmos.

A função de aptidão é composta pela função objetivo e pela função penalidade, conforme expresso na Equação 3.6, onde: $F_{aptidão}$ = função aptidão; $F_{objetivo}$ = função objetivo do problema; F_{penal} = função de penalidade.

$$F_{aptidão} = F_{objetivo} + F_{penal} \quad (3.6)$$

Os algoritmos genéticos não possuem a habilidade de solucionar problemas com restrições, o que os torna limitados, pois a maioria dos problemas apresenta restrições. Uma alternativa é transformá-lo em um problema não restringido. Isto somente é possível com a adição de uma função de penalidade (F_{penal}) que incorpore todas as restrições do problema. Por esta função o indivíduo somente será penalizando quando alguma das restrições for violada.

A utilização da função de penalidade introduz nova dificuldade nos casos de problemas restringidos, conforme alerta Lemonge (1999). A dificuldade é encontrar a melhor forma de penetrar na região factível, pois a função penalidade tem relação direta com o próprio problema. Por exemplo, se a penalidade for pequena a população poderá evoluir para soluções não factíveis e, caso contrário, a população poderá convergir prematuramente para uma solução factível, mas não ótima.

Se o fator de penalidade for constante durante todo o processo evolutivo acarreta diferentes efeitos de penalidade ao longo do mesmo. Ou seja, ele pode penalizar demasiadamente soluções promissoras no início e beneficiar soluções decadentes no final. Uma alternativa é o emprego de uma função de penalidade adaptativa, de modo que fator de penalidade se ajuste automaticamente.

3.2.6 SELEÇÃO

Mecanismo por meio do qual ocorre a escolha dos indivíduos que participaram da formação da nova população. A escolha baseia-se no processo de seleção natural do

seres vivos, em que predomina a sobrevivência dos melhores indivíduos. Ou seja, os cromossomos com melhor aptidão recebem uma probabilidade maior de serem utilizados na reprodução.

Devido à natureza probabilística do processo de seleção, não se pode garantir que os melhores indivíduos serão sempre selecionados. Este aspecto é abordado por Coley (1999), citado em Castilho (2003): “A menos que o indivíduo mais apto seja muito, mas muito mais apto do que qualquer outro, ocasionalmente ele poderá não ser selecionado. Não ser selecionado, é ‘morrer’. Morrer significa deixar de transmitir seu material genético para as futuras gerações. Embora isto pareça contra-produtivo, pode ser vantajoso em alguns problemas, porque permite explorar mais o espaço de busca, antes da convergência. Este balanço entre exploração (*exploration*) do espaço de busca e exploração (*exploitation*) das descobertas é um tema recorrente de pesquisa em algoritmo genético. Em muitas aplicações a velocidade de busca pode ser melhorada consideravelmente quando o melhor indivíduo de uma geração (elite) é passado para a seguinte, com a garantia que ele não se modifique por meio de cruzamento ou mutação, conhecido como elitismo”.

Soares (1997) alerta sobre a necessidade de utilizar um processo de seleção que não favoreça sempre a seleção do indivíduo mais apto e também não seja um processo aleatório. Quando se escolhe sempre o mais apto, pode-se levar a uma convergência prematura e a pesquisa aleatória pode deixar de explorar as informações refinadas (*exploitation*). Vários métodos de seleção procuram equacionar esse dilema: diversificação (*exploration*) e refinamento (*exploitation*). A seguir são apresentados alguns métodos de seleção.

1. Seleção por posição (*rank*): os indivíduos são ordenados em função de sua aptidão (*fitness*) e é atribuída a eles uma probabilidade individual — Equação 3.7 —, onde: P_n = probabilidade associada ao n-ésimo indivíduo do *rank*; R_n = posição n-ésimo indivíduo no *rank*; N_{pop} = tamanho da população de indivíduos. Esse método não possui analogia com o processo de seleção natural dos seres vivos.

$$P_n = \frac{2R_n}{N_{pop}(N_{pop} - 1)} \quad (3.7)$$

2. Seleção por roleta (*roulette wheel*): método utilizado por Holland (1975) quando da formulação dos algoritmos genéticos.

O método foi concebido imaginando que cada indivíduo pudesse ser representado em uma roleta (Figura 3.5). Onde o espaço na roleta seria dividido de acordo a aptidão de cada indivíduo.

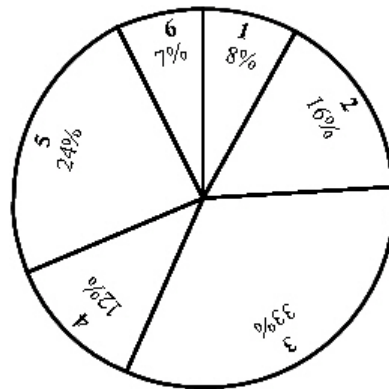


Figura 3.5 – Seleção por roleta.

O procedimento de escolha no método da roleta pode ser esquematizado por meio do seguinte algoritmo, citado em Lemonge (1999):

a) Some todas as aptidões da população, Equação 3.8, onde: F_T = aptidão total da população; N_{pop} = tamanho da população; F_i = aptidão do *i-ésimo* indivíduo.

$$F_T = \sum_{i=1}^{N_{pop}} F_i \quad (3.8)$$

b) Escolha um número aleatório n , entre 0 e F_T .

c) Retorne o primeiro elemento da população, cuja soma das aptidões dos elementos até ele, inclusive, é maior ou igual a n .

O método da roleta possui alguns problemas, entre eles destaca-se a grande variância na escolha dos indivíduos. Isso pode gerar várias cópias de um mesmo

indivíduo, levando a uma convergência prematura da solução. Pode, também, levar a uma estagnação do algoritmo, quando as aptidões estiverem concentradas nos extremos.

3. Seleção por torneio: baseado no princípio biológico de sobrevivência do mais forte, esse método escolhe o melhor indivíduo entre n indivíduos eleitos aleatoriamente. O processo se repete até que se complete a nova população.

O número de indivíduos que competem durante a seleção é, usualmente, igual a dois ($n = 2$), o que garante que não haja uma excessiva pressão sobre o processo de seleção ($n > 2$).

Castro (2001) destaca as vantagens da seleção por torneio:

- facilidade de implementação computacional;
- não acarreta convergência prematura;
- combate à estagnação;
- nenhum esforço computacional extra é necessário, tal como ordenamentos;
- aptidão explícita é desnecessária;
- inspiração biológica.

4. Seleção elitista: consiste em copiar os n melhores indivíduos da população corrente para a próxima geração, garantindo a preservação do melhor material genético. Trata-se de uma complementação aos outros métodos de seleção, buscando aumentar a velocidade de convergência do algoritmo.

Os métodos descritos acima são os mais utilizados. No entanto, outros métodos foram propostos, visando uma estratégia melhor de seleção. Como, por exemplo, os métodos citados por Soares (1997): *deterministic sampling*; *stochastic remainder sampling*; *stochastic universal sampling*. E os citados por Castro (2001): seleção estocástica remanescente sem substituição; seleção por ordenação: linear e exponencial.

3.2.7 REPRODUÇÃO

Segundo a Teoria da Evolução, de Charles Darwin (1809-1882), a evolução ocorre por meio do processo de seleção natural em que os indivíduos melhor adaptados ao meio têm maiores chances de sobrevivência e, conseqüentemente, de reprodução. O

mecanismo de reprodução garante, desta forma, que os sobreviventes transmitam, aos seus descendentes, os seus genes.

Os algoritmos genéticos simulam, computacionalmente, o processo evolutivo dos seres vivos, em que a reprodução tem uma importância considerável, pois os seres vivos transmitem suas características genéticas à medida que vão se reproduzindo, garantindo, assim, que as futuras gerações herdem as características que lhes proporcionaram melhor adaptação ao meio.

A reprodução nos algoritmos genéticos acontece em três etapas sucessivas. A primeira é seleção dos indivíduos aptos a se reproduzirem, seguida da formação aleatória dos casais. E na terceira etapa são aplicados os operadores genéticos de reprodução (cruzamento e mutação). Existem dois tipos de reprodução: geracional e *steady-state*; a única diferença entre eles é a forma como os novos indivíduos são incorporados à população.

3.2.7.1 GERACIONAL

```
Algoritmo Genético Geracional  
Inicialize a população P de cromossomos  
Avalie indivíduos na população P  
Repita  
    Repita  
        Selecione 2 indivíduos em P para reprodução  
        Aplique operador de recombinação, probabilidade  $P_c$   
        Aplique operador de mutação, probabilidade  $P_m$   
        Insira novo indivíduo em P'  
    Até população P' completa  
    Avalie indivíduos na população P'  
     $P \leftarrow P'$   
Até objetivo final ou máximo de gerações  
Fim
```

Figura 3.6 – Pseudocódigo algoritmo genético geracional.

O algoritmo genético geracional, proposto por Goldberg (1989), caracteriza-se pela geração dos novos indivíduos mediante aplicação dos operadores de reprodução sobre a população. A cada geração a população original é integralmente substituída por novos indivíduos, o que pode promover uma perda de material genético de boa qualidade. Uma estratégia para superação desta deficiência é a adoção da seleção elitista, que incorpora à nova população os *ns* melhores indivíduos da população

anterior. A Figura 3.6 exemplifica o processo de reprodução geracional, através de um pseudocódigo.

3.2.7.2 STEADY-STATE

Segundo Mendonça (2004), o algoritmo genético *steady-state* assemelha-se ao algoritmo proposto por De Jong (1975), no qual há uma superposição das populações. Nesse algoritmo há apenas a geração de um novo indivíduo a cada iteração e ele somente será incorporado à população atual se sua aptidão for melhor que a aptidão do pior indivíduo desta população. Caso ele seja pior, nada é alterado e passa-se a uma nova geração. A Figura 3.7 apresenta o pseudocódigo do algoritmo genético *steady-state*.

```
Algoritmo Genético Steady-State  
  Inicialize a população P de cromossomos  
  Avalie indivíduos na população P  
  Repita  
    Selecione operador genético  
    Selecione indivíduo(s) para reprodução  
    Aplique operador genético selecionado  
    Avalie indivíduo(s) gerados  
    Selecione indivíduo f para sobreviver  
    Se f é melhor que o pior elemento de P então  
      Insira f em P de acordo com sua ordem  
    Até objetivo final ou máximo de gerações  
Fim
```

Figura 3.7 – Pseudocódigo algoritmo genético *steady-state*.

3.2.8 OPERADORES GENÉTICOS

Os operadores genéticos transformam a população, gerando sempre novos indivíduos. Os operadores são aplicados sobre indivíduos, decodificados em cromossomos (espaço de busca genotípico). Eles são responsáveis pela manutenção da diversidade genética da população, permitindo novas explorações dentro do espaço de busca e, também, uma exploração refinada nas regiões factíveis. Essas propriedades de diversificação (*exploration*) e de intensificação (*exploitation*) são obtidas mediante correta aplicação dos operadores genéticos.

Rajeev e Krishnamoorthy (1992) salientam que: “Embora estes operadores pareçam muito simples, a ação combinada deles é responsável pela eficiência dos algoritmos genéticos. Do ponto de vista da implementação computacional, envolvem apenas a geração de números aleatórios e a troca de informação entre duas cadeias de caracteres”.

3.2.8.1 CRUZAMENTO (*CROSSOVER*)

É o operador responsável por promover a recombinação genética dos pais, permitindo que os filhos herdem as características genéticas de seus progenitores. Essa recombinação genética é o principal mecanismo de diversificação (*exploration*) e intensificação (*exploitation*) do espaço de busca.

O *crossover* de ponto único foi proposto por Holland (1975) durante a elaboração dos algoritmos genéticos e, ao longo do tempo, novos modelos foram desenvolvidos. Neles varia-se apenas a forma como o material genético dos pais é permutado. A seguir, alguns tipos de cruzamentos são apresentados.

1. *Crossover* de ponto único (Figura 3.8): consiste em escolher aleatoriamente um ponto do cromossomo e trocar o material entre os pais a partir desse ponto. É o mais simples dos operadores de *crossover*. A Figura 3.8 apresenta o procedimento de troca de material genético entre os cromossomos dos progenitores e a geração dos filhos.

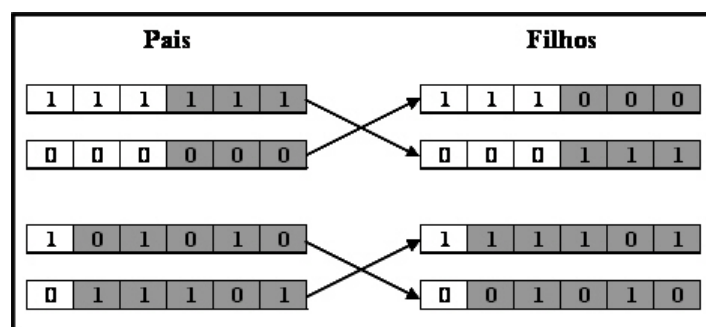


Figura 3.8 – *Crossover* de ponto único.

2. *Crossover* de dois pontos (Figura 3.9): neste *crossover* são escolhidos dois pontos aleatórios do cromossomo, entre os quais será promovida a troca de material genético dos progenitores.

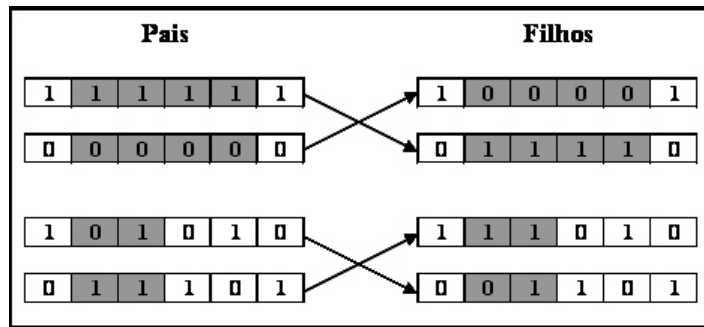


Figura 3.9 – *Crossover* de dois pontos.

3. *Crossover* de n pontos: uma variação do *crossover* de dois pontos, a única diferença é que há $n/2$ intervalos onde acontecerá a troca do material genético. A definição do número de pontos deve permitir a definição dos intervalos onde acontecerá a troca do material genético, desta forma n de ver um número par.

4. *Crossover* uniforme (Figura 3.10): a permuta dos caracteres acontece *bit a bit*, governada por uma probabilidade de 50%. Ou seja, a troca de material genético somente acontecerá se o *bit* correspondente na máscara, que é preenchida aleatoriamente com 0s e 1s, estiver preenchido com o caractere ‘1’.

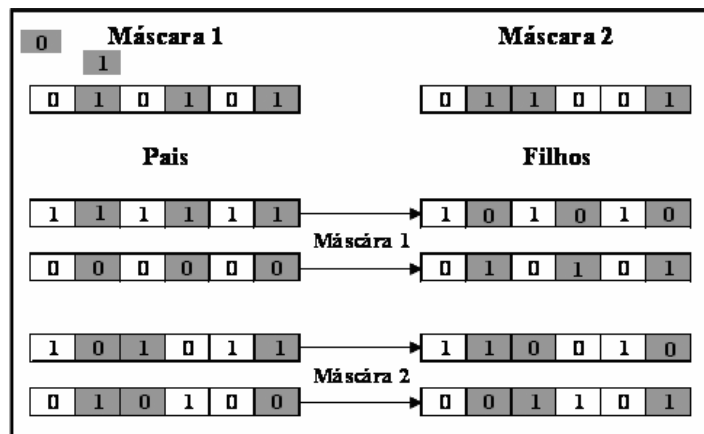


Figura 3.10 – *Crossover* de uniforme.

5. *Crossover* por variável (Figura 3.11): semelhante ao *crossover* de ponto único. Porém, neste caso, há um ponto de corte para cada variável de projeto. O ponto

de corte deverá estar no intervalo $1 \leq x \leq (L_{\text{variavel}} - 1)$, onde L_{variavel} é o tamanho da *substring* necessária para representar cada variável.

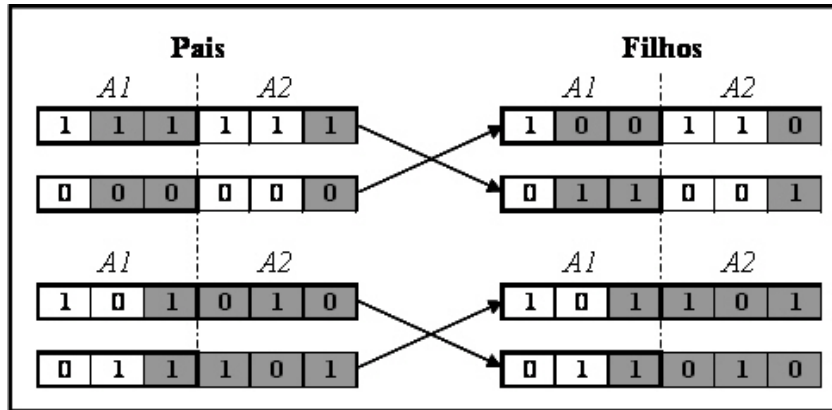


Figura 3.11 – Crossover por variável.

6. *Crossover* vários pais (Figura 3.12): utilizam-se vários progenitores ao mesmo tempo, visando um melhor aproveitamento do material genético atual. Inicialmente, devem-se escolher os n indivíduos que serão utilizados no cruzamento e, entre eles, escolher aquele que será a base do cruzamento. Logo depois, gerar $n-1$ pontos de corte e promover a troca do material entre os indivíduos, conforme esquematizado na Figura 3.12.

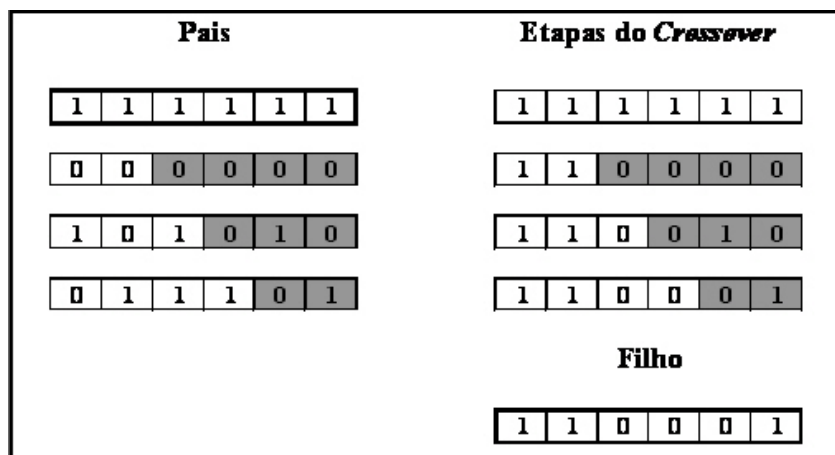


Figura 3.12 – Crossover vários pais.

3.2.8.2 MUTAÇÃO

A mutação (Figura 3.13) reintroduz e mantém a diversidade genética das populações que, devido à aplicação do *crossover* e seleção, pode estar comprometida. Já que o processo evolutivo privilegia os indivíduos mais aptos, isto pode levar à perda de alguns genes de menor aptidão e impossibilitar a exploração completa do espaço de busca. Além de assegurar uma probabilidade mínima de exame de qualquer ponto do espaço de busca, a mutação também contorna o problema dos mínimos locais.

A mutação é considerada um operador secundário por se limitar a recuperar a diversidade genética da população e a contornar os mínimos locais. A sua implementação é simples, pois se trata apenas da alteração de *bits*.

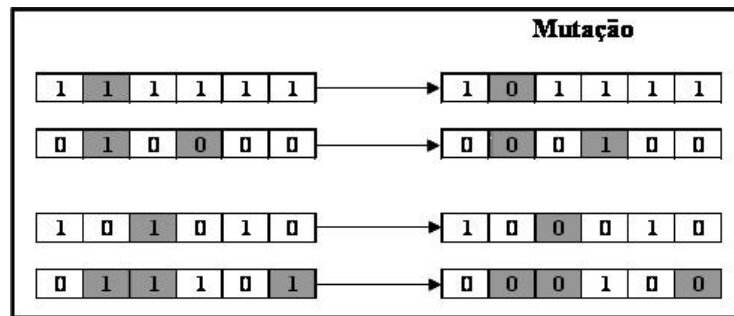


Figura 3.13 – Mutaçãõ

3.2.9 PARÂMETROS GENÉTICOS

O desempenho dos algoritmos genéticos está diretamente relacionado com os seus parâmetros, que podem dificultar a busca e até mesmo conduzi-la a direções erradas. Hoje, ainda não existe consenso sobre os parâmetros, sua definição depende do tipo de problema e segue a experiência intuitiva do projetista.

Soares (1997) classifica os parâmetros como qualitativos e quantitativos. Nos parâmetros qualitativos encontram-se os métodos de seleção e de *crossover*, já nos quantitativos têm-se o tamanho da população, probabilidades de *crossover* e mutação entre outros.

1. Tamanho da população: número de indivíduos que serão analisados a cada iteração. Contribui diretamente com o desempenho global do algoritmo e com a sua

eficiência. Uma população pequena indica poucos pontos de amostragem do espaço de busca, o que pode conduzir o algoritmo a uma convergência prematura. Por outro lado, com uma população maior, aumenta-se a cobertura do espaço de busca e dificulta-se a homogeneização da população. Entretanto, a adoção de grandes populações pode tornar inviável a utilização dos algoritmos genéticos, devido ao aumento da demanda de recursos computacionais.

Devido à relação entre tamanho da população e diversidade genética da mesma, vários autores recomendam relacioná-las com o tamanho do cromossomo, mantendo uma relação direta. Soares (1997) sugere tamanhos de população entre dez e cem cromossomos.

2. Probabilidade de *crossover* (P_c): indica a frequência de aplicação do operador de *crossover* sobre a população. Probabilidades altas permitem a introdução de novas estruturas na população, aumentando a diversidade genética do espaço de busca e reduzindo as chances de convergência para um ótimo local. Em contrapartida, se essa taxa for baixa, pode resultar na perda de tempo computacional devido ao refinamento das soluções não promissoras.

Na prática, a probabilidade de *crossover*, P_c , varia entre 60% e 90%. Quando o operador de *crossover* não é aplicado, os filhos permanecem iguais aos pais, exceto se houver mutação. Isto permite a preservação de algumas soluções (Castro, 2001).

3. Probabilidade de mutação (P_m): a taxa de aplicação do operador de mutação deve garantir a diversidade genética e, assim, evitar que o algoritmo fique estagnado em regiões do espaço de busca por falta de diversidade genética. Que ocorre quando a probabilidade de mutação é muito baixa. Deve-se evitar também que o algoritmo assuma características de busca aleatória, nos casos em que a taxa de aplicação da mutação é excessivamente alta. Uma probabilidade de mutação, P_m , suficiente para assegurar a diversidade genética, encontra-se, normalmente, entre os valores 0,1% e 5% (Silva, 2001).

Outras sugestões e recomendações sobre os parâmetros dos algoritmos genéticos podem ser obtidas em Castro (2001), Silva (2001) e Soares (1997).

3.2.10 CRITÉRIOS DE CONVERGÊNCIA

Não se pode garantir a convergência dos algoritmos genéticos devido a sua característica estocástica. Isto só seria plausível se todo o espaço de busca fosse avaliado, o que é inviável e impraticável, em função do número de combinações possíveis.

Como o algoritmo genético é cíclico, ou seja, repete-se a cada iteração e não há garantia de convergência, é necessário utilizar algum critério que indique uma possível convergência ou a estagnação do processo. Evitando, dessa forma, que a execução continue desnecessariamente, Vasconcelos et al (1997) sugerem os critérios descritos a seguir.

1. Diversidade genética: a diversidade genética possibilita a exploração de todo o espaço de busca, aumentando as chances de convergência. O que faz dela um sinalizador da viabilidade da população atual, indicando a possibilidade de convergência para o ótimo global.

Soares (1997) propõe uma aferição da diversidade genética baseada nas aptidões média e máxima da população — Equação 3.9 —, onde: DG = medida de diversidade genética; F_{med} = aptidão média da população; F_{max} = aptidão máxima da população. Se DG tender para um, há pouca diversidade genética, caso contrário, existe maior diversidade.

$$DG = \frac{F_{med}}{F_{max}} \quad (3.9)$$

2. Variação de aptidão: baseada no histórico de desempenho do algoritmo. Nele é realizada uma comparação entre os melhores indivíduos de duas gerações sucessivas — Equação 3.10 —, onde: $F_{max}(i)$ = aptidão máxima da população atual; $F_{max}(i-1)$ = aptidão máxima da população anterior; ε = limite de estagnação. O limite de estagnação, ε , é definido como a diferença mínima necessária entre duas gerações para indicar que o algoritmo não está preso a mínimos locais.

$$F_{\max}(i) - F_{\max}(i-1) \leq \varepsilon \quad (\text{Algoritmo Estagnado}) \quad (3.10)$$

3. Desempenho *on line*: propõe-se favorecer as aplicações em tempo real, pois indica o comportamento médio de cada integrante da população em relação às medidas anteriores. Esse critério foi citado por Soares (1997) e é matematicamente expresso pela Equação 3.11, onde: D_{online} = desempenho *on line* da iteração i ; $F_{med}(i)$ = aptidão médio da iteração i ; T = indica o número da iteração atual.

$$D_{online}(i) = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T F_{med}(i) \quad (3.11)$$

4. Desempenho *off line*: são utilizadas as médias das melhores soluções, iteração após iteração, para realizar a avaliação — Equação 3.12 —, citado por Soares (1997), onde: $D_{offline}$ = desempenho *off line* da iteração i ; $F'_{med}(i)$ = melhor aptidão até a iteração i ; T = indica o número da iteração atual.

$$D_{offline}(i) = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T F'_{med}(i) \quad (3.12)$$

3.2.11 ESTRATÉGIAS DE CONVERGÊNCIA PARA MELHORAR O DESEMPENHO DOS ALGORITMOS GENÉTICOS

Essas estratégias propõem acelerar a convergência do algoritmo e, ao mesmo tempo, evitar sua convergência prematura. E também diminuir o número de avaliações da função objetivo.

1. Parâmetros dinâmicos: tornam os parâmetros genéticos mais flexíveis à realidade do processo evolutivo nas suas diferentes fases. Eles são modificados ao longo do processo, de acordo com os critérios definidos pelas funções de desempenho, permitindo, assim, que o próprio algoritmo selecione os parâmetros e ou os operadores a serem utilizados.

A diversidade genética é um dos critérios utilizados pelo algoritmo para a determinação da taxa de aplicação dos operadores genéticos ao longo do processo evolutivo. Por exemplo, quando a população estiver muito homogênea, aumenta-se a probabilidade de mutação para a inserção de novos materiais genéticos na população. Havendo diversidade na população, deve-se promover a troca de material genético, por meio de uma incidência maior do operador de *crossover*.

Os métodos de adaptação dos parâmetros dinâmicos (probabilidade de *crossover* e mutação), utilizando a diversidade genética como critério de avaliação, serão descritos a seguir e foram citados por Soares (1997). Eles se baseiam em duas técnicas de adaptação, uma utilizando o indivíduo e outra a população.

Adaptação segundo o indivíduo: os parâmetros (P_c e P_m) são calculados de acordo com as Equações 3.13 à 3.16, onde: P_c e P_m = respectivamente, probabilidade de *crossover* e mutação; F_{max} e F_{med} = respectivamente, função da aptidão máxima e média da população; F' = o maior valor da função desempenho entre os dois membros do *crossover*; F = função de aptidão para indivíduo sujeito à mutação. Os valores $k_1 = k_3 = 1,0$ e $k_2 = k_4 = 0,5$ foram sugeridos por Srinivas e Patnaik (1994). Ou seja, as probabilidades de cruzamento e mutação são expressas através das funções da aptidão individual, média e máxima da população.

Esta abordagem permite que o indivíduo bem adaptado tenha uma probabilidade mínima de sofrer a ação dos operadores genéticos, chegando a se anular quando for o melhor. Já os indivíduos com baixa adaptação terão maiores chances de ser afetados pelos operadores.

$$P_c = k_1 \left(\frac{F_{max} - F'}{F_{max} - F_{med}} \right) \quad se \quad F' \geq F_{med} \quad (3.13)$$

$$P_c = k_3 \quad se \quad F' < F_{med} \quad (3.14)$$

$$P_m = k_2 \left(\frac{F_{max} - F}{F_{max} - F_{med}} \right) \quad se \quad F \geq F_{med} \quad (3.15)$$

$$P_m = k_4 \quad se \quad F < F_{med} \quad (3.16)$$

Adaptação segundo a população: a eficiência da população é mensurada por meio de sua diversidade genética — Equação 3.9 —, que governará a taxa de aplicação dos operadores genéticos. Por exemplo, se $DG \leq DG_{\min}$, deve-se aumentar a velocidade de convergência pela ação do *crossover* e reduzir a introdução de novos materiais genéticos diminuindo a probabilidade de mutação. O procedimento se inverte quando $DG \geq DG_{\max}$. A definição dos valores de referência, DG_{\min} e DG_{\max} , bem como das taxas de incremento e decremento das probabilidades, dependem de cada problema.

2. Função de penalidade adaptativa: não penalizam de forma uniforme as soluções inactíveis durante todo processo, evitando, assim, a perda de materiais genéticos interessantes ao longo do processo evolutivo. Existem vários métodos de penalidade dinâmica, aqui somente serão apresentados dois deles. Outros métodos podem ser encontrados em Lemonge (1999), Chen (2001), Nanakorn e Meesomklin (2001), Lemonge e Barbosa (2003).

O primeiro foi proposto por Bean e Alouane (1992) e citado em Lemonge (1999), que apresenta a seguinte função de aptidão modificada, mostrada nas Equações 3.17 e 3.18, onde: $F_{\text{aptidão}}$ = função aptidão; F_{objetivo} = função objetivo; λ = parâmetro de penalidade; b^i = melhor indivíduo até a geração i ; \mathfrak{S} = região factível; $\beta_1 \neq \beta_2$ e $\beta_1 e \beta_2 > 1$. Nele o parâmetro de penalização $\lambda(t+1)$ diminui se todos os indivíduos na geração t são factíveis, aumenta se todos são inactíveis e se mantém inalterado se o caso for diferente de um desses dois.

$$F_{\text{aptidão}} = F_{\text{objetivo}} + \lambda(t) \sum_{j=1}^m (F_{\text{objetivo}})_j^2 \quad (3.17)$$

$$\lambda(t+1) = \begin{cases} \left(\frac{1}{\beta_1}\right) \lambda(t) & \text{se } b^i \in \mathfrak{S} \text{ para todo } (t-k+1) \leq i \leq t \\ \beta_2 \lambda(t) & \text{se } b^i \notin \mathfrak{S} \text{ para todo } (t-k+1) \leq i \leq t \\ \lambda(t) & \text{em caso contrario} \end{cases} \quad (3.18)$$

Proposto por Lemonge e Barbosa (2003), neste método não será necessário informar nenhum parâmetro, já que é baseado nas informações da população, como a média da função objetivo e o nível de violação de cada restrição, calculadas de acordo com as Equações 3.19 e 3.20, onde: $F_{aptidão}$ = função aptidão; $F_{objetivo}$ = função objetivo; $\sum_{j=1}^m k_j v_j$ = parâmetro de penalidade; $\langle F_{objetivo} \rangle$ = média da função objetivo da população atual; $\langle v_i \rangle$ = violação média da restrição i na população atual. O método procura penalizar cada restrição de acordo com seu grau de dificuldade de atendimento.

$$F_{aptidao} = \begin{cases} F_{objetivo} & \text{se a solução é viável} \\ F_{objetivo} + \sum_{j=1}^m k_j v_j & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.19)$$

$$k_j = \left\langle F_{objetivo} \right\rangle \frac{\langle v_j \rangle}{\sum_{i=1}^n [\langle v_i \rangle]^2} \quad (3.20)$$

3. Redução do espaço de busca: busca-se explorar uma das características do algoritmo genético, que é a sua facilidade em delimitar sub-regiões factíveis.

Método da redução exponencial: proposto por Soares (1997), neste método, depois de calculado I_n (Equação 3.21), o novo espaço de busca é determinado, tendo como base cada uma das variáveis do melhor indivíduo, o intervalo de cada variável será [(variável do melhor indivíduo - 0,5* I_n), (variável do melhor indivíduo + 0,5* I_n)], onde: I_0 = intervalo inicial de procura; I_n = intervalo da n -ésima redução do espaço de procura; j = taxa de redução.

$$I_n = I_0 (1 + j)^n \quad (3.21)$$

Com o novo intervalo, reserva-se o melhor indivíduo, gera-se uma nova população aleatória e prossegue-se com o processo evolutivo. Quando a população

estiver pouco homogênea, insere-se o indivíduo reservado. Esse procedimento visa gerar bons adversários dentro do processo evolutivo.

Soares (1997) recomenda a aplicação desse procedimento somente quando todas as seguintes condições forem satisfeitas:

- quando o processo evolutivo estiver estagnado por n gerações;
- quando houver pouca diversidade genética;
- quando o intervalo de busca for maior que um mínimo, preestabelecido.

Ele também alerta para a inviabilidade do procedimento quando o número de variáveis do problema for grande, pois nesses casos será muito complicado definir as sub-regiões com segurança.

Método das perturbações aleatórias: – proposto por Ávila (2002). Neste método os novos indivíduos são gerados a partir de pequenas perturbações aleatórias no melhor indivíduo da população atual, explorando apenas a região do melhor indivíduo. Mas só pode ser aplicado no final do processo, quando a população evoluiu para as regiões em torno da melhor solução. Sob pena de promover a convergência prematura.

4. Escalonamento da população: quando o método de seleção utilizada é o da seleção por roleta, há uma grande probabilidade de dominação dos melhores indivíduos, reduzindo, com isso, a diversidade genética da população. Isto ocorre porque indivíduos com alta aptidão ocupam uma grande área da roleta. Se estes indivíduos com alta aptidão pertencer a algum ótimo local, agrava-se o problema, pois a solução ficará estagnada em uma região de ótimo local.

Há vários métodos de escalonamento, aqui será descrito apenas o mais simples, o escalonamento linear (Soares, 1997). Outros modelos de escalonamento podem ser obtidos em Soares (1997).

No escalonamento linear os valores de a e b são determinados de modo que a reta definida pela Equação 3.22 passe pelos pontos $x_1 (F_{med}, F'_{med})$ e $x_2 (F_{max}, F'_{max})$. O ponto x_1 tem a finalidade de garantir que os indivíduos com aptidão mediana consigam manter uma cópia para a geração seguinte. Para tal faz-se $F'_{med}=F_{med}$. Já x_2 restringe o número de cópias geradas pelo melhor indivíduo, neste caso F'_{max} é calculado de acordo com a Equação 3.23, onde: F' = valor da aptidão escalonado; F = função de aptidão;

F'_{max} = valor da aptidão máxima escalonado; F_{med} = função de aptidão média; a e b = parâmetros da equação da reta; C = constante definida entre os valores 1,2 e 2,0.

Quando a população perder a diversidade genética, ou seja, $F_{med} \cong F_{max}$, os valores com aptidão abaixo da média podem ter valores negativos. Neste caso faz-se $F' = 0$.

$$F' = aF + b \quad (3.22)$$

$$F'_{max} = C \cdot F_{med} \quad (3.23)$$

5. Hibridização: acoplam-se algoritmos distintos, explorando de cada um deles o que possuem de melhor.

Propõe-se utilização conjunta dos algoritmos genéticos, que possuem uma grande capacidade de definição das sub-regiões factíveis (exploração), e um outro algoritmo que tenha uma capacidade mais elaborada para buscas de locais (exploração). Busca-se, desse modo, um procedimento altamente robusto, com grande capacidade de busca global, aliado a uma excelente capacidade de refinamento.

Quanto à estratégia de busca local a ser acoplada aos algoritmos genéticos, há várias possibilidades. No entanto, como sugerem Castro (2001) e Silva (2001), entre outros, uma boa alternativa é a utilização de outros métodos matemáticos que possuam boa capacidade de busca local.

Outra possibilidade é a utilização de times de algoritmos (Castro, 2001), que diferem da hibridização porque os algoritmos funcionam de maneira independente, cada um buscando a solução do problema. Porém, a cada intervalo, pré-definido, eles se comunicam trocando informações sobre o processo evolutivo. “Experimentos realizados com times de algoritmos mostraram que essa técnica foi capaz de resolver certos problemas, que não podiam ser resolvidos por meio de uma abordagem isolada. Observou-se, ainda, que em algumas simulações o tempo e ou número de iterações foi inferior ao obtido pelo mais rápido dos algoritmos, trabalhando de maneira avulsa” (Castro, 2001).

3.2.12 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A inclusão dos algoritmos genéticos como técnica de otimização estrutural ocorreu em meados da década de 1980 quando Goldberg e Samtani (1986) a utilizaram para a otimização de uma treliça de dez barras (Figura 8.1). Essa aplicação incentivou a utilização dos algoritmos genéticos na otimização estrutural, motivados pela sua característica de descobrir as sub-regiões factíveis do espaço, apesar de sua pouca eficiência no processo de refinamento desta solução.

A importância adquirida pelos algoritmos genéticos, como ferramenta eficaz na solução de problemas de otimização, deve-se às seguintes vantagens do método:

- Eficiência na solução de problemas para variáveis contínuas, discretas e mistas (contínuas + discretas).
- Exploração simultânea de vários pontos do espaço de busca.
- Não apresentar problemas de convergência para superfícies de resposta complexa, com reduzidas chances de ficar preso a mínimos locais.
- Estrutura de busca baseada na codificação genotípica (código genético) e não fenotípica (variáveis de projeto).
- As informações utilizadas para a escolha da direção de busca são baseadas em custo/benefício e não na derivada da função objetiva.
- Apresentam boa eficiência na solução de vários tipos de problemas.
- Possibilidade de hibridização, agilizando o processo evolutivo.
- Fácil implementação.
- Características modulares, ou seja, outros problemas podem ser resolvidos com a mesma implementação.
- Permite a utilização de computação paralela.
- Flexibilidade para trabalhar com restrições e otimizar múltiplas funções com objetivos conflitantes.
- Utilizam técnicas probabilísticas para guiar a amostragem por todo espaço viável.

O método também possui limitações:

- Dificuldade no refinamento da solução, ou seja, dificuldade em encontrar o ótimo global.
- Muitos parâmetros que precisam ser definidos, podendo gerar complicação na determinação.
- E, principalmente, requer um grande número de avaliações da função aptidão, chegando até a inviabilizar sua utilização.

Essa técnica torna-se mais robusta mediante as inovações propostas, com o objetivo de corrigir as deficiências e melhorar o desempenho global dos algoritmos genéticos. Algumas destas inovações foram abordadas no tópico sobre estratégias de convergência e outras podem ser facilmente encontradas na literatura especializada.

4. REDES NEURAIS ARTIFICIAIS

As redes neurais, conhecidas também como modelos conexionistas, surgiram a partir da tentativa de simular, computacionalmente, o cérebro humano, que possui habilidade de resolver problemas específicos, onde as técnicas computacionais tradicionais, baseadas em seqüências lógicas, encontram dificuldades de resolução. Nestes problemas o cérebro humano possui maior capacidade de resolução, pois se baseia no aprendizado adquirido.

Haykin (1994) define redes neurais artificiais como: “método computacional capaz de simular a capacidade do cérebro humano de reconhecer, aprender e generalizar. Cujas principais características são a sua habilidade de adquirir conhecimento, adaptando-se a situações que não fizeram parte do conjunto de treinamento”.

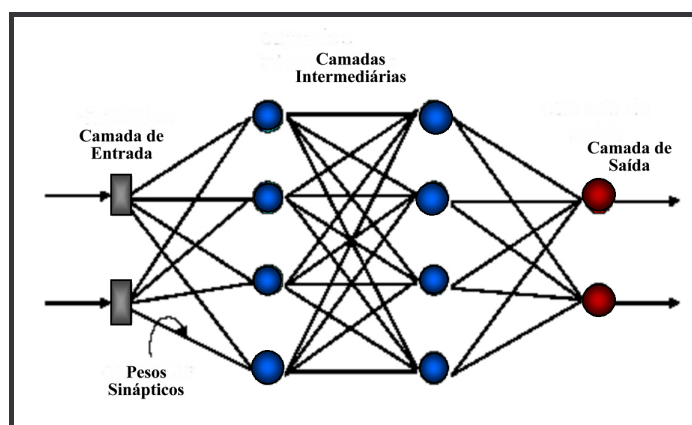


Figura 4.1 – Exemplo de rede neural artificial.

Braga et al (2000) afirma que as redes neurais são uma ferramenta computacional extremamente poderosa e atrativa para a solução de problemas complexos. Possuem uma grande aptidão para a generalização, o que demonstra a habilidade de extrair informações não apresentadas explicitamente; uma excelente

competência de mapeamento de funções complexas, com custo computacional linearmente proporcional ao número de variáveis; e capacidade de auto-organização e processamento temporal, que acrescentam maior eficiência às mesmas.

A rede neural (Figura 4.2) é composta por um conjunto de processadores interligados, dispostos em camadas, denominados neurônios artificiais. As conexões são feitas através dos pesos sinápticos que se ajustam durante o treinamento da rede, adquirindo conhecimento.

4.1 HISTÓRICO

O estudo sobre redes neurais iniciou-se com McCulloch e Pitts (1943), no livro *A logical calculus of the ideas immanent in nervous activity*, onde propuseram uma máquina fundamentada no cérebro humano, mediante elaboração de um modelo de neurônio artificial (Figura 4.2).

Segundo Mamani (2004), os neurônios artificiais, propostos por McCulloch e Pitts (1943), foram apresentados como sendo modelos de neurônios biológicos e com componentes conceituais para circuitos, capazes de desempenhar tarefas computacionais. Eles obtiveram grande repercussão, pois se imaginava que poderiam servir de modelo para simular os processos decisórios do cérebro humano. A Figura 4.2 apresenta o modelo do neurônio artificial de McCulloch e Pitts (1943), onde I_n = entradas, W_n = pesos, T = *threshold* e y = saída.

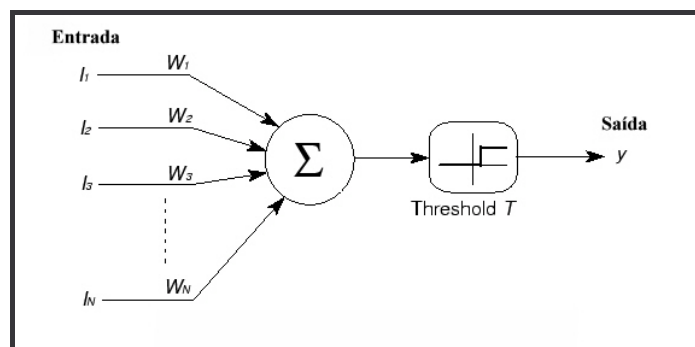


Figura 4.2 – Modelo do neurônio artificial de McCulloch e Pitts.

McCulloch e Pitts (1943) destacaram a descrição do neurônio artificial e de suas capacidades. Já Donald Hebb (1949) apresentou uma teoria sobre as técnicas de aprendizado, onde mostrou que a versatilidade do aprendizado está ligada à variação dos pesos sinápticos. Essa teoria ficou conhecida como aprendizado hebbiano ou regra de *Hebb*.

Uma nova técnica de aprendizado surgiu em 1960, quando Widrow e Hoff (1960) propuseram a regra *Widrow-Holff* (regra delta) baseada no método do gradiente para minimização do erro médio.

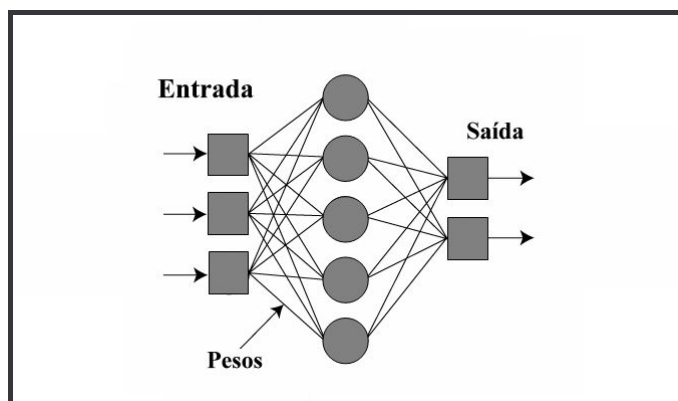


Figura 4.3 – Rede neural perceptron.

O *perceptron* foi o primeiro modelo de redes neurais, implementado em 1958, por Frank Rosenblatt, na Universidade de Cornell. A Figura 4.3 apresenta este modelo composto por três camadas: uma camada de entrada, uma camada intermediária (oculta) com capacidade de aprendizado e uma camada de saída.

O *perceptron* (Rosenblatt, 1960) é uma rede de múltiplos neurônios, do tipo discriminador linear que, acrescido de pesos ajustáveis, poderia ser treinado para classificar certos tipos de padrões.

Minsky e Papert (1969) demonstraram a deficiência do *perceptron* para resolver problemas não linearmente separáveis, como, por exemplo, a função XOR (ou-exclusivo). Ou seja, problemas cuja solução pode ser obtida dividindo-se o espaço de entrada em duas regiões através de uma reta (Braga et al, 2000). Em virtude dessas conclusões, houve um desinteresse nas pesquisas sobre redes neurais.

O interesse retornou quando os neurofisiologistas e biofísicos passaram a defender que o desenvolvimento da inteligência artificial necessitava de uma estrutura de processamento paralelo e distribuído, com capacidade de aprendizado e adaptação (Guarize, 2004).

Essa retomada ocorreu com o trabalho de Hopfield (1982), onde ele destacava as propriedades associativas das redes neurais artificiais. O modelo de Hopfield baseia-se em conexões recorrentes e na competição entre os neurônios (Barbosa, 2004).

Rumelhart et al (1986a) revalidaram o *perceptron* (Rosenblat, 1960), utilizando o *perceptron multi-layer*, conjuntamente com o treinamento do tipo *backpropagation*. O *backpropagation* permitiu que se realizasse o aprendizado por correção de erros em uma rede *multi-layer* (múltiplas camadas) e, juntamente com uma função limiar de valores fracionários, permitiram a resolução dos problemas XOR (ou-exclusivo).

4.2 ESTRUTURA DE UMA REDE NEURAL ARTIFICIAL

A rede neural artificial se propõe a simular computacionalmente o comportamento do cérebro humano, que é uma rede neural biológica. Uma descrição dos dois modelos é apresentada, de maneira a permitir uma comparação entre as características básicas de cada um deles.

1. Rede neural biológica: conjunto de neurônios biológicos interligados através de conexões entre axônios e dendritos. Os neurônios artificiais são compostos por três partes principais: corpo celular, dendritos e axônios (Figura 4.4).

O fluxo de informações na rede neural biológica se processa da seguinte maneira: os dendritos recebem as informações (pulsos nervosos) e as conduzem até o corpo celular, onde são processadas, gerando outras informações. Essas novas informações são transmitidas aos neurônios adjacentes através das conexões entre axônios e dendritos. Esses contatos entre axônio e dendrito são conhecidos como sinapses e funcionam como válvulas, controlando o fluxo de informações. Essa capacidade de controle confere a habilidade de adaptação às redes neurais.

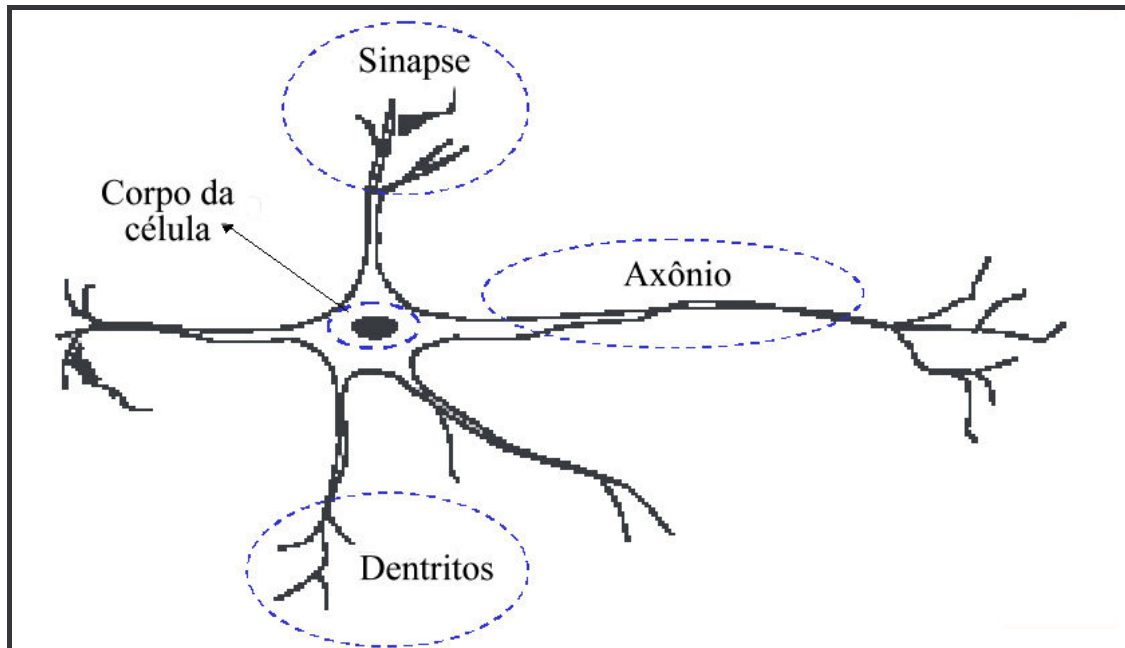


Figura 4.4 – Neurônio biológico.

De forma pormenorizada, o fluxo é o seguinte: quando o neurônio recebe um pulso elétrico, ele o processa e dispara um impulso que produz uma substância neurotransmissora e, dependendo do resultado (*threshold*), pode ser inibitória ou excitatória. Essa substância flui pelo corpo celular até o axônio. Somente quando ela é excitatória altera-se o potencial eletroquímico da membrana celular, proporcionando a saída de impulso nervoso através do axônio.

2. Rede neural artificial: o modelo artificial do neurônio proposto por McCulloch e Pitts (1943) (Figura 4.2), resultou em um modelo matemático com n entradas (dendritos) e apenas uma saída (axônio). As sinapses são simuladas por meio dos pesos sinápticos e o controle de fluxo é realizado por meio das funções de ativação.

Os pesos sinápticos podem ser positivos ou negativos, dependendo das sinapses serem inibitórias ou excitatórias. O *threshold* (limiar de excitação) é representado pelo

somatório, $\sum_{i=1}^n w_i x_i$, onde w_i é o peso sináptico e x_i a entrada do neurônio. A ativação da

sinapse é realizada por uma função de ativação, que depende do valor do *threshold*.

A construção do modelo artificial de redes neurais levou em consideração o comportamento e a dinâmica das redes biológicas. A semelhança entre elas encontra-se

na capacidade de processamento paralelo e distribuída, na presença de detectores de características, na redundância e modularização das conexões.

4.3 FUNÇÕES DE ATIVAÇÃO

A função de ativação ou de transferência é um operador matemático que realiza uma combinação linear entre as variáveis de entrada e os pesos sinápticos correspondentes, retornando a resposta da rede.

A literatura faz referência a diversos tipos de funções de ativação. A grande maioria delas apresenta algumas características comuns como, por exemplo: são diferenciáveis, não-lineares e, também, crescentes. Cada função destina-se a um tipo de problema. Klimasaukas (1991) sugere a função logística para problemas que envolvam o aprendizado de um determinado padrão. E para os que envolvam classificação, utiliza-se a função tangente hiperbólica, pois, em algumas situações, ela proporciona maior velocidade na convergência do algoritmo de treinamento.

Devido à variedade de funções de ativação, seus efeitos sobre as redes neurais ainda não foram totalmente explorados. Descreve-se, a seguir, as funções frequentemente utilizadas na construção de uma rede neural ou que possuem relevante importância histórica.

As variáveis utilizadas nas equações, apresentadas a seguir, possuem a seguinte definição: $f(x)$ = saída do neurônio; w_i = peso sináptico; v_i = entrada do neurônio; α = escalar; λ = parâmetro que define a inclinação da curva, geralmente, igual a um.

1. Função degrau: utilizada por McCulloch e Pitts (1943) na formulação do neurônio artificial, representa a saída do neurônio em termos do potencial de ativação (limiar, 0 ou 1). Essa função é representada matematicamente pela Equação 4.1 e graficamente pela Figura 4.5.

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x = \sum_{i=1}^n w_i v_i > 0 \\ 0 & \text{se } x = \sum_{i=1}^n w_i v_i \leq 0 \end{cases} \quad (4.1)$$

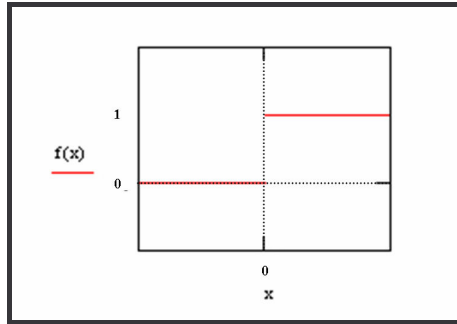


Figura 4.5 – Função degrau.

2. Função linear: utilizada nas redes neurais do tipo *adaline* e *madaline*, expressas matematicamente pela Equação 4.2 e, graficamente, pela Figura 4.6.

$$f(x) = \alpha x$$

$$x = \sum_{i=1}^n w_i v_i \tag{4.2}$$

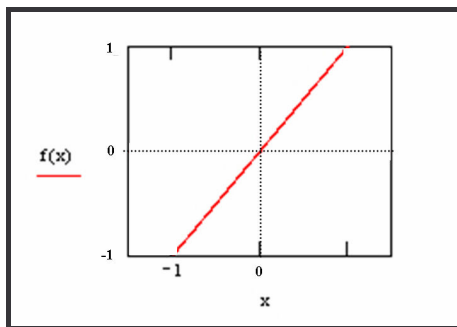


Figura 4.6 – Função linear.

3. Função rampa: uma particularidade da função linear, como se observa na Figura 4.7 e na Equação 4.3.

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x \geq 1 \\ x & \text{se } -1 < x < 1 \\ -1 & \text{se } x \leq -1 \end{cases} \tag{4.3}$$

$$x = \sum_{i=1}^n w_i v_i$$

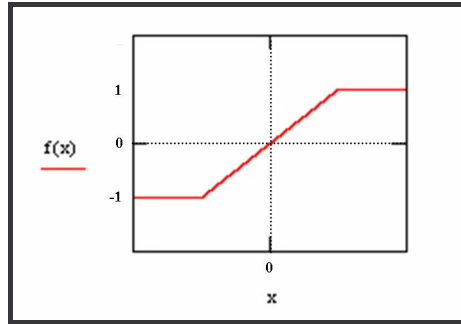


Figura 4.7 – Função rampa.

4. Função sinal: semelhante à função degrau, diferenciando-se apenas pelos valores admitidos -1 ou +1, conforme se ressalta na Figura 4.8 e na Equação 4.4.

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{se } x \geq 0 \\ -1 & \text{se } x < 0 \end{cases} \quad (4.4)$$

$$x = \sum_{i=1}^n w_i v_i$$

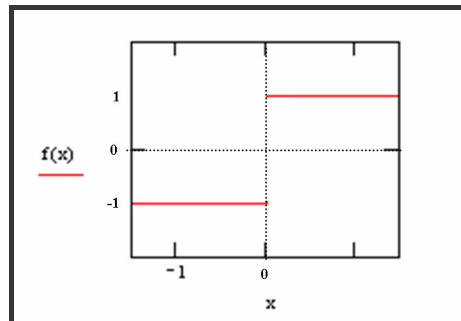


Figura 4.8 – Função sinal.

5. Função sigmoideal (logística): tem como características principais ser monotônica, diferenciável e crescente. A função sigmoideal (Figura 4.9) é diretamente dependente do parâmetro λ , que define sua inclinação. As Equações 4.5 e 4.6 apresentam a função sigmoideal e sua derivada, respectivamente.

$$f(x) = \frac{1}{(1 + e^{-\lambda x})} \tag{4.5}$$

$$x = \sum_{i=1}^n w_i v_i$$

$$\frac{df(x)}{dx} = \lambda(1 - f(x))f(x) \tag{4.6}$$

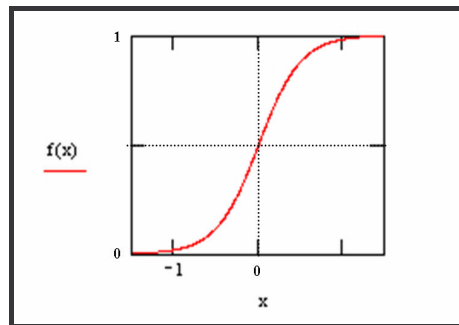


Figura 4.9 – Função sigmoideal.

6. Função tangente hiperbólica: possui as mesmas características da função sigmoideal, porém admite valores de ativação negativos. Na Figura 4.10 tem-se a representação gráfica da função tangente hiperbólica (Equação 4.7).

$$f(x) = \tanh(x) \tag{4.7}$$

$$x = \sum_{i=1}^n w_i v_i$$

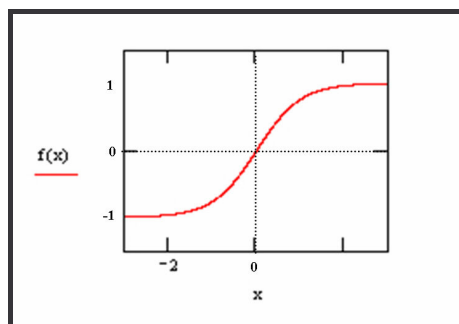


Figura 4.10 – Função tangente hiperbólica.

4.4 TIPOS DE APRENDIZADO

O aprendizado é uma técnica de adaptação dos pesos sinápticos, por meio de um processo de estimulação do ambiente no qual a rede está inserida. O que proporciona às redes neurais uma de suas habilidades mais significativas: a capacidade de aprender.

O aprendizado pode ser entendido como um processo de minimização do erro, em que erro é a diferença entre a saída da rede e a saída almejada (ideal). A otimização ocorre mediante ajuste iterativo dos pesos sinápticos, a partir de um conjunto de experiências representadas pelos padrões de treinamento.

Durante o aprendizado, a rede extrai informações relevantes sobre os padrões de informações, criando, dessa forma, uma representação própria do problema. O que garante uma boa qualidade na resposta da rede, após o treinamento.

Os processos de aprendizado são classificados de acordo com o nível de controle externo exercido sobre o ajuste dos pesos sinápticos.

1. Aprendizado supervisionado: há controle externo que avalia o desempenho da rede por meio de um supervisor que fornece a saída esperada para cada conjunto de entrada. Essa avaliação indica a direção em que os pesos devem ser ajustados, visando minimização do erro.

2. Aprendizado por reforço: também há controle externo, mas diferentemente do aprendizado supervisionado, em que o supervisor fornece a saída exata, neste caso, a única informação fornecida é a qualidade da resposta: correta ou incorreta.

3. Aprendizado não-supervisionado: baseia-se no encontro de padrões nas informações fornecidas à rede, o que restringe sua utilização para casos onde exista redundância nos dados de entrada. Neste processo não há nenhum controle externo quantitativo ou qualitativo; é o mesmo tipo de aprendizado utilizado pelos seres humanos nos estágios iniciais dos sistemas de visão e audição.

4.5 ALGORITMO DE TREINAMENTO

Algoritmo de otimização utilizado na minimização do erro apresentado pelas redes neurais durante o treinamento. É a operacionalização do processo de aprendizagem das redes neurais. Existem vários algoritmos, mas o foco deste trabalho será o algoritmo *backpropagation*. Ele se baseia no princípio do aprendizado por correção de erro, através da propagação do erro, no sentido inverso ao fluxo da rede (retro-propagação).

O algoritmo *backpropagation* divide-se em dois passos: direto (*forward*) e inverso (*backward*). A Figura 4.11 expõe uma representação esquemática deste algoritmo.

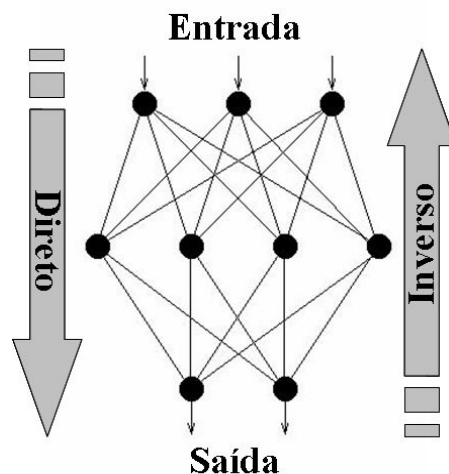


Figura 4.11 – Modelo *backpropagation*.

1. Direto (*forward*): os dados de entrada da rede se propagam por meio dos neurônios intermediários até a camada de saída, promovendo uma combinação linear entre os dados de entrada e os pesos sinápticos, gerando uma resposta da rede à excitação aplicada, neste passo os pesos se mantêm inalterados.

2. Inverso (*backward*): o erro apresentado é então retro-propagado através dos neurônios, da camada de saída até à entrada. Durante a retro-propagação os pesos sinápticos são ajustados de modo que a resposta da rede se aproxime da resposta desejada, minimizando o erro.

Da mesma forma que a maioria dos problemas de otimização, o maior problema no caso do *backpropagation* é a definição dos seus parâmetros (*momentum* e taxa de aprendizado). A taxa de aprendizado (η) indica a velocidade de alteração dos pesos sinápticos, uma menor taxa representa uma menor velocidade de ajuste e uma trajetória mais suave no espaço de pesos, conseqüentemente uma convergência lenta. Do contrário, uma taxa maior pode deixar o algoritmo aleatório. O *momentum* foi proposto por Rumelhart et al (1986b) visando a redução no tempo de treinamento e a melhoria na estabilidade do processo, aumentando a possibilidade de encontro do mínimo global.

Castro (1995) salienta que não existe prova da convergência do algoritmo *backpropagation*, mas ele representa um avanço no estudo das redes neurais, pois permitiu a retro-propagação do erro em redes com múltiplas camadas.

4.6 ARQUITETURA DAS REDES NEURAIS ARTIFICIAIS

O cérebro artificial (redes neurais artificiais) é composto por neurônios interligados, cujas conexões podem ser de duas formas básicas, *feedforward* e *backward* e os neurônios podem estar organizados em uma ou mais camadas, o que possibilita a construção de diversas arquiteturas. As redes *backward* apresentam recorrência, há pelo menos uma conexão da saída de um neurônio com entradas da mesma camada ou das camadas anteriores. Já no caso das redes *feedforward*, a saída de uma camada é utilizada como entrada da camada seguinte, sem recorrência.

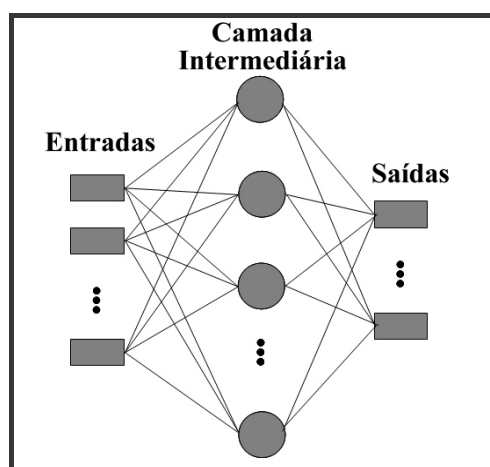


Figura 4.12 – Rede *single-layer feedforward*.

1. *Single-layer feedforward* (Figura 4.12): esse tipo de rede foi utilizado por Rosenblat (1960) em seu modelo *perceptron*; nele existe apenas uma camada funcional.
2. *Single-layer backward* (Figura 4.13): semelhante à rede *single-layer feedforward*, diferenciando-se apenas pela recorrência.

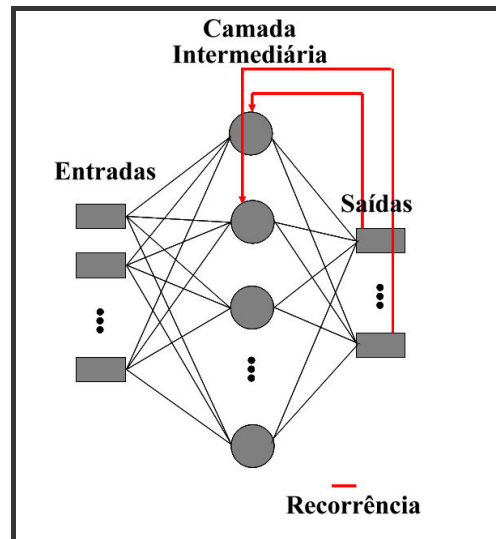


Figura 4.13 – Rede *single-layer backward*.

3. *Multi-layer feedforward* (Figura 4.14): rede que possibilitou o ressurgimento do interesse pelas redes neurais, após ser proposta por Rumelhart et al (1986a). É formada por n camadas funcionais sem recorrência.

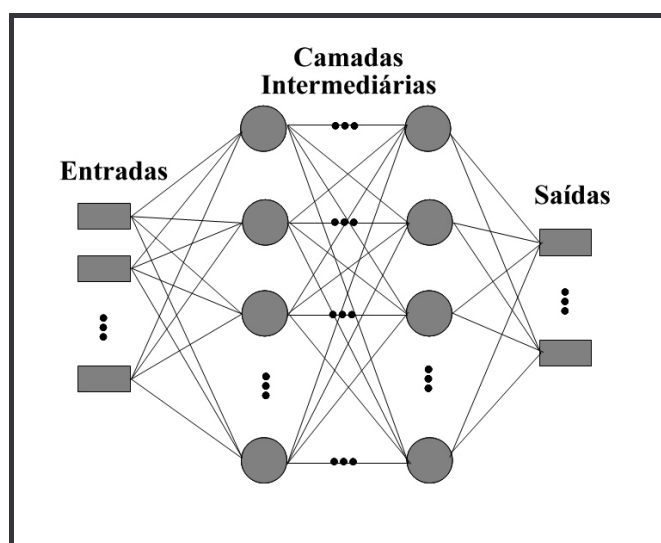


Figura 4.14 – Rede *multi-layer feedforward*.

4. *Multi-layer backward* (Figura 4.15): semelhante à rede *multi-layer feedforward*, diferenciando-se apenas pela recorrência.

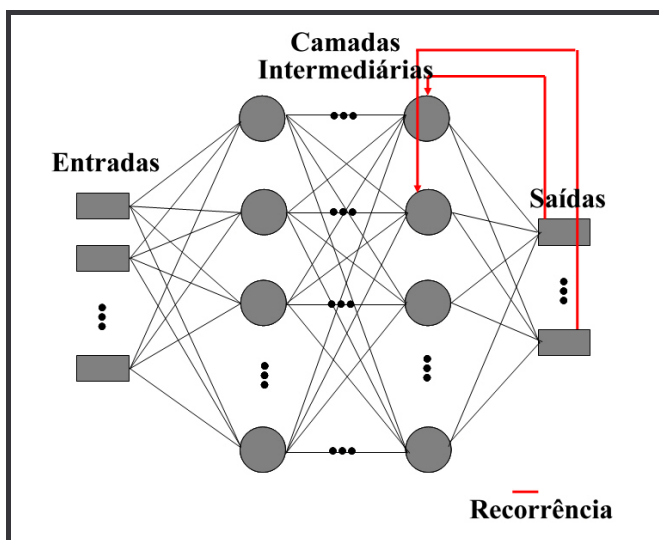


Figura 4.15 – Rede *multi-layer backward*.

4.7 ESTRATÉGIAS CONSTRUTIVAS

Apresentam-se algumas estratégias utilizadas no processo de construção de uma rede, sem deixar de lado os respectivos aspectos teóricos.

1. Coleta de dados: os dados utilizados no processo de treinamento têm importância fundamental no desempenho da rede. Os dados coletados devem cobrir todo o domínio do problema, sem deixar de lado as condições limites e as exceções.

Recomenda-se que esses dados sejam divididos em três conjuntos:

- Treinamento: utilizado para o processo de treinamento da rede.
- Validação: utilizado na verificação do desempenho da rede durante o processo de treinamento.
- Teste: utilizado no final do processo de treinamento, para verificar se a rede está apta à utilização.

Os conjuntos de dados devem passar por um processo de tratamento, onde serão realizados, se necessário, normalizações, escalonamentos e conversões. Os dados de

treinamento devem ser distribuídos aleatoriamente dentro de seus respectivos conjuntos de treinamento.

2. Escolha da arquitetura da rede: não existe uma regra para escolher a melhor arquitetura, na maioria dos casos a escolha é empírica. Contudo, a seguir serão apresentadas algumas sugestões.

- Número de camadas: uma camada é suficiente para aproximar qualquer função contínua e duas camadas aproximam qualquer função matemática. Braga et al (2000) salienta: “Deve ser observado, contudo, que em alguns casos a utilização de duas ou mais camadas intermediárias pode facilitar o treinamento da rede. A utilização de um grande número de camadas intermediárias não é recomendada, pois, cada vez que o erro medido durante o treinamento é propagado para a camada anterior, ele se torna menos útil ou preciso. A única camada que tem uma noção precisa do erro cometido pela rede é a camada de saída. A última camada intermediária recebe apenas uma estimativa sobre o erro. A penúltima camada intermediária, uma estimativa da estimativa, e assim por diante”.
- Número de neurônios: deve levar em consideração o tamanho do conjunto de treinamento, a quantidade de ruído presente nos dados, a complexidade do problema, a distribuição dos dados ao longo do domínio do problema. Cardoso (1999) observa que em determinados casos o número de neurônios necessários chega a inviabilizar a rede. Para esses casos deve-se aumentar o número de camadas intermediárias.

3. Parâmetros (taxa de aprendizagem e *momentum*): devem ser ajustados de modo a garantir à rede um bom desempenho. Segundo Barbosa (2004), os valores comumente adotados são: taxa de aprendizagem = 0.1 e *momentum* = 0.1.

4. Pesos sinápticos iniciais: são normalmente tomados aleatórios uniformemente distribuídos em um intervalo definido. O intervalo é tomado comumente como $[-0,5, +0,5]$, pois valores menores tornam o processo muito demorado e valores maiores podem gerar gradientes aproximadamente nulos. Os pesos iniciais têm um papel importante no processo de convergência, podendo levar até a uma convergência prematura.

5. Duração do treinamento: definida como um número máximo de épocas (ciclos de treinamento). Mas deve-se também considerar a capacidade de generalização da rede, pois pode ocorrer o *overfitting*, ou seja, quando a rede perde a sua capacidade de generalização para padrões diferentes dos utilizados no treinamento. Isto acontece quando a rede memoriza os padrões de treinamento, gravando suas peculiaridades e seus ruídos. Esse problema pode ser detectado durante a fase de validação: quando o *overfitting* começar, deve-se interromper o treinamento.

6. Teste: depois de encerrado o processo de treinamento, deve-se verificar o desempenho da rede submetendo-a a uma avaliação. Esse procedimento é realizado utilizando o conjunto de dados, previamente separado. O resultado é uma indicação de como será o desempenho real da rede. O desempenho da rede deve ser monitorado periodicamente e manutenções devem ser feitas quando necessário.

4.9 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Atualmente, as redes neurais, uma das áreas da inteligência artificial, possui grande importância na modelagem das atividades humanas (Rafiq et al, 2001). Elas também são utilizadas em muitas outras aplicações, como, por exemplo: reconhecimento de padrões, processamento de sinais e imagens, otimização combinatória, processamento de dados imprecisos, previsões financeiras, controle de processos, robótica, filtros contra ruídos eletrônicos, análise de crédito, simulação etc.

Essa variedade de aplicações justifica-se pelas seguintes características: não-linearidade; capacidade de aprendizagem; mapeamento da entrada e saída; adaptabilidade; tolerância à falhas; resposta a evidências; informação contextual; analogia biológica; e robustez – devido ao seu processamento distribuído e paralelo.

As redes neurais enfrentam algumas resistências, pois nem sempre é possível explicar as razões de determinadas respostas fornecidas. Este é justamente seu grande diferencial, solucionar problemas que não possuem regras explícitas e diretas.

5. DINÂMICA ESTRUTURAL

O problema dinâmico difere da abordagem estática em dois aspectos: o primeiro, refere-se à variação no tempo, devido à natureza dinâmica do carregamento. Conseqüentemente, a resposta será em função do tempo, ou seja, o problema dinâmico não possui uma única solução. O outro aspecto refere-se às forças inerciais, inexistentes na análise estática, estas se opõem às acelerações produzidas pelo carregamento dinâmico. Quando as forças inerciais possuírem importância significativa no equilíbrio da estrutura, deve-se considerar o caráter dinâmico do carregamento na solução do problema.

5.1 EQUAÇÃO DO MOVIMENTO

Equação do movimento para sistemas com vários graus de liberdade (Figura 5.1) na forma matricial (Equação 5.1), pode ser reescrita como apresentado na Equação 5.2. Para sistemas com vibrações amortecidas tem-se a Equação 5.3.

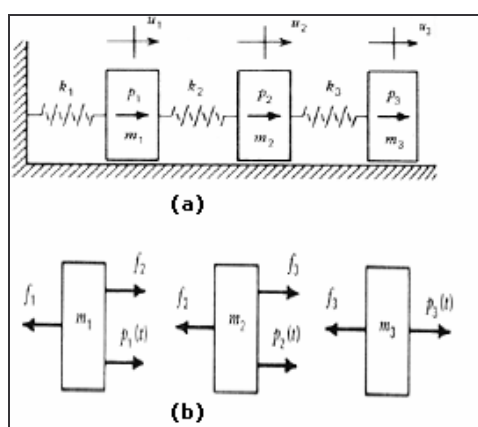


Figura 5.1 – a) Sistema de vários graus de liberdade; b) Diagrama de corpo livre (Mendonça, 2004).

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_2 & -k_3 \\ 0 & 0 & k_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} p_1(t) \\ p_2(t) \\ p_3(t) \end{Bmatrix} = \{0\} \quad (5.1)$$

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{v}} + \mathbf{K}\mathbf{v} = \mathbf{p}(t) \quad (5.2)$$

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{v}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{v}} + \mathbf{K}\mathbf{v} = \mathbf{p}(t) \quad (5.3)$$

Em analogia aos sistemas com um grau de liberdade, tem-se a equação do movimento (Equação 5.4) e sua respectiva solução (Equação 5.5), movimento harmônico simples. Onde: $\boldsymbol{\varphi}$ = vetor coluna das amplitudes do movimento associado aos graus de liberdade nodais da estrutura, chamado de modo de vibração ou modo normal; ω_0 = frequência natural circular de vibração (Hz); θ = ângulo de fase.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{v}} + \mathbf{K}\mathbf{v} = \mathbf{0} \quad (5.4)$$

$$\mathbf{v} = \boldsymbol{\varphi} \cos(\omega_0 t - \theta) \quad (5.5)$$

$$(\mathbf{K} - \omega_0^2 \mathbf{M})\boldsymbol{\varphi} = \mathbf{0} \quad (5.6)$$

Para que a Equação 5.6 tenha solução diferente da trivial $\det(\mathbf{K} - \omega_0^2 \mathbf{M}) = 0$. Com a solução do polinômio característico obtêm-se as frequências naturais (ω_{0i}) e o modo de vibração correspondente ($\boldsymbol{\varphi}_i$).

5.2 MÉTODO DA SUPERPOSIÇÃO MODAL

Trata-se de um método de redução da matriz do sistema, em que se realiza uma mudança de base, tendo como matriz transformadora os modos normais de vibração.

Essa transformação reduz o número de operações no processo de integração das equações diferenciais.

A técnica de superposição modal corresponde a uma transformação das coordenadas dos deslocamentos nodais (geométricos) para as coordenadas modais generalizadas (normais). Essa transformação, expressa pela Equação 5.7, desacopla a equação de movimento, gerando as Equações 5.8 e 5.9. Onde: \mathbf{v} = vetor das coordenadas nodais; $\boldsymbol{\varphi}$ = matriz contendo os modos de vibração; \mathbf{y} = vetor das coordenadas generalizadas.

$$\mathbf{v} = \boldsymbol{\varphi} \mathbf{y} \quad (5.7)$$

$$y_n = \frac{\boldsymbol{\varphi}_N^T \mathbf{M} \mathbf{v}}{\boldsymbol{\varphi}_N^T \mathbf{M} \boldsymbol{\varphi}_N} \quad (5.8)$$

$$\ddot{y}_n = \frac{\boldsymbol{\varphi}_N^T \mathbf{M} \ddot{\mathbf{v}}}{\boldsymbol{\varphi}_N^T \mathbf{M} \boldsymbol{\varphi}_N} \quad (5.9)$$

5.3 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

A análise de vibrações livres de uma estrutura é uma etapa preliminar importante para a determinação de suas características dinâmicas: frequência e modos naturais de vibração. Outra característica é o amortecimento, que só pode ser determinado experimentalmente.

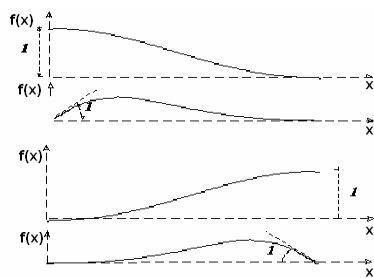
As oscilações harmônicas podem ser introduzidas numa estrutura elástica, impondo-se a ela certos deslocamentos iniciais prescritos e depois liberando estas restrições impostas. Ou seja, imagina-se que a estrutura seja puxada em certos pontos, e, portanto, submetida a uma configuração deformada elástica e, depois, liberada em movimento oscilatório.

O movimento oscilatório é uma propriedade da estrutural, dependente da distribuição de massa e rigidez. Na ausência de amortecimento, o movimento oscilatório continuará indefinidamente, com amplitudes que dependem dos deslocamentos

inicialmente impostos. Entretanto, se o amortecimento é considerado, como ocorre em situações reais, a característica oscilatória do movimento cessará totalmente.

5.3.1 PROPRIEDADES ESTRUTURAIS DINÂMICAS

A Figura 5.2 apresenta as funções de forma utilizadas na formulação da matriz de rigidez (Equações 5.10), matriz de massa (Equações 5.12) e matriz de amortecimento (Equação 5.13) dos elementos.



$$N_1 = 1 - \frac{3x^2}{L^2} + \frac{2x^3}{L^3}$$

$$N_2 = x - \frac{2x^2}{L} + \frac{x^3}{L^3}$$

$$N_3 = \frac{3x^2}{L^2} - \frac{2x^3}{L^3}$$

$$N_4 = -\frac{x^2}{L} + \frac{x^3}{L^3}$$

Figura 5.2 – Funções de forma.

$$\mathbf{K} = \int_0^L \mathbf{B}^T EI \mathbf{B} dx \quad (5.10)$$

$$\mathbf{B} = \frac{d^2 \mathbf{N}}{dx^2} \quad (5.11)$$

A matriz de massa consistente de um elemento estrutural é a matriz que se obtém interpolando as forças de inércia associadas à massa distribuída do elemento pelas funções de interpolação. É chamada de consistente porque levam em consideração todos os graus de liberdade associados, lineares e angulares.

$$\mathbf{M} = \int_0^L m(x) \mathbf{N}^T dx \quad (5.12)$$

Os coeficientes de amortecimento dependem de $c(x)$ – que representam uma propriedade de amortecimento viscoso distribuído ao longo do comprimento do elemento.

$$\mathbf{C} = \int_0^L c(x) \mathbf{N}^T \mathbf{N} dx \quad (5.13)$$

5.3.2 ORTOGONALIDADE DOS MODOS DE VIBRAÇÃO

Os modos normais possuem a importante propriedade de ortogonalidade relativamente às matrizes de massa e rigidez. As Equações 5.14 e 5.15 definem a ortogonalidade dos modos em relação a essas matrizes, para $i \neq j$. Quando $i = j$, as Equações 5.14 e 5.15 não são iguais a zero, gerando então os coeficientes de massa e rigidez generalizados do *i-ésimo* modo.

$$\boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{M} \boldsymbol{\varphi}_j = 0 \quad (5.14)$$

$$\boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{K} \boldsymbol{\varphi}_j = 0 \quad (5.15)$$

5.3.3 GRANDEZAS GENERALIZADAS

As Equações 5.16 e 5.17 apresentam, respectivamente, a massa e rigidez generalizada da estrutura.

$$\boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{M} \boldsymbol{\varphi}_j = \begin{cases} M_i, & \text{para } i = j \\ 0, & \text{para } i \neq j \end{cases} \quad (5.16)$$

$$\boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{K} \boldsymbol{\varphi}_j = \begin{cases} K_i, & \text{para } i = j \\ 0, & \text{para } i \neq j \end{cases} \quad (5.17)$$

5.3.4 CÁLCULO DA RESPOSTA – SUPERPOSIÇÃO MODAL

5.3.4.1 VIBRAÇÃO FORÇADA NÃO-AMORTECIDA

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{v}} + \mathbf{K}\mathbf{v} = \mathbf{p}(t) \quad (5.18)$$

Usando a transformação de coordenadas dadas pelas Equações 5.19 à 5.21, pode-se reescrever a Equação 5.18 e pré-multiplicá-la por $\boldsymbol{\Phi}^T$ (Equação 5.22). Onde: \mathbf{M}_i = matriz diagonal de massas generalizadas; \mathbf{K}_i = matriz diagonal de rigidez generalizada; \mathbf{P} = vetor de carga generalizado.

$$\mathbf{v} = \boldsymbol{\Phi}\mathbf{y} \quad (5.19)$$

$$\dot{\mathbf{v}} = \boldsymbol{\Phi}\dot{\mathbf{y}} \quad (5.20)$$

$$\ddot{\mathbf{v}} = \boldsymbol{\Phi}\ddot{\mathbf{y}} \quad (5.21)$$

$$(\boldsymbol{\Phi}^T \mathbf{M} \boldsymbol{\Phi})\ddot{\mathbf{y}} + (\boldsymbol{\Phi}^T \mathbf{K} \boldsymbol{\Phi})\mathbf{y} = \boldsymbol{\Phi}^T \mathbf{p}(t) \text{ ou } \mathbf{M}_i \ddot{\mathbf{y}} + \mathbf{K}_i \mathbf{y} = \mathbf{P} \quad (5.22)$$

Reescrevendo a Equação 5.22, na forma matricial, tem-se a Equação 5.23, que reorganizada assume a forma apresentada na Equação 5.24, que pode ser resolvida por qualquer método de integração (*Duhamel, Newmark* etc).

$$\begin{bmatrix} M_1 & & & \\ & M_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & M_N \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{y}_1 \\ \ddot{y}_2 \\ \vdots \\ \ddot{y}_n \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_1 & & & \\ & K_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & K_N \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_n \end{Bmatrix} \quad (5.23)$$

$$\omega_{oi}^2 = \frac{K_i}{M_i} \quad (5.24)$$

$$\ddot{y}_i + \omega_{oi}^2 y_i = \frac{P_i}{M_i} \quad (5.25)$$

5.3.4.2 VIBRAÇÕES FORÇADAS AMORTECIDAS

Aplica-se às Equações 5.26 e 5.27 o mesmo procedimento aplicado às vibrações forçadas não-amortecidas, descrito acima. Para que o sistema seja desacoplado é necessário que os modos normais de vibração sejam ortogonais em relação à matriz de amortecimento, como acontece com as matrizes de massa e rigidez. Esse procedimento gera as Equações 5.28 e 5.29, sendo \mathbf{C}_i uma matriz diagonal, contendo os amortecimentos generalizados.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{y}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{y}} + \mathbf{K}\mathbf{y} = \mathbf{p}(t) \quad (5.26)$$

$$\mathbf{M}_i \ddot{y}_i + \mathbf{C}_i \dot{y}_i + \mathbf{K}_i y_i = \mathbf{P} \quad (5.27)$$

$$\ddot{y}_i + 2\xi_i \omega_{oi} \dot{y}_i + \omega_{oi}^2 y_i = \frac{P_i}{M_i} \quad (5.28)$$

$$\ddot{y}_i + 2\xi_i \omega_{oi} \dot{y}_i + \omega_{oi}^2 y_i = \frac{P_i}{M_i} \quad (5.29)$$

$$\xi_i = \frac{C_i}{2\omega_{oi}M_i} \quad (5.30)$$

5.3.5 SOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES DIFERENCIAIS

5.3.5.1 DOMÍNIO DO TEMPO

5.3.5.1.1 INTEGRAÇÃO DE DUHAMEL

Pelo método da superposição modal todas as n equações do sistema estão desacopladas, ou seja, são equações independentes. Desta forma o método de solução é o mesmo utilizado para sistemas com um grau de liberdade (Equação 5.31). Para sistemas não-amortecidos a solução é apresentada na Equação 5.32 e, para sistemas amortecidos, a Equação 5.33. Onde: M_i = massa generalizada; ω_{oi} = frequência natural; ω_{ai} = frequência amortecida; ξ_i = taxa de amortecimento.

A solução pode ser obtida de forma numérica, para isso utilizam-se as Equações de 5.34 a 5.37 para sistemas amortecidos e as Equações 5.38 à 5.45 para sistemas não amortecidos. Onde: $\Delta p_i = p(t_i) - p(t_{i-1})$; $\Delta t_i = t_i - t_{i-1}$.

$$y_i(t) = \int_0^t P_i(\tau) h_i(t-\tau) d\tau \quad (5.31)$$

$$h_i(t-\tau) = \frac{1}{M_i \omega_{oi}} \text{sen} \omega_{oi}(t-\tau) \quad (5.32)$$

$$h_i(t-\tau) = \left(\frac{1}{M_i \omega_{ai}} \right) e^{-\xi_i \omega_{oi}(t-\tau)} \text{sen} \omega_{ai}(t-\tau) \quad (5.33)$$

$$y_i(t_i) = \frac{1}{M_i \omega_{oi}} [A(t_i) \text{sen} \omega_{oi} t_i - B(t_i) \cos \omega_{oi} t_i] \quad (5.34)$$

$$p(\tau) = p(t_{i-1}) + \frac{\Delta p_i}{\Delta t_i} (\tau - t_{i-1}) \quad (5.35)$$

$$A(t_i) = A(t_{i-1}) + \left[p(t_{i-1}) + \frac{\Delta p_i}{\Delta t_i} (\tau - t_{i-1}) \right] (\text{sen} \omega_{oi} t_i - \text{sen} \omega_{oi} t_{i-1}) \frac{1}{\omega_{oi}} + \frac{\Delta p_i}{\omega_{oi}^2 \Delta t_i} [(\cos \omega_{oi} t_i - \cos \omega_{oi} t_{i-1}) + \omega_{oi} (t_i \text{sen} \omega_{oi} t_i - t_{i-1} \text{sen} \omega_{oi} t_{i-1})] \quad (5.36)$$

$$B(t_i) = B(t_{i-1}) + \left[p(t_{i-1}) + \frac{\Delta p_i}{\Delta t_i} (\tau - t_{i-1}) \right] (\cos \varpi_{oi} t_i - \cos \varpi_{oi} t_{i-1}) \frac{1}{\varpi_{oi}} + \frac{\Delta p_i}{\varpi_{oi}^2 \Delta t_i} \left[(\text{sen} \varpi_{oi} t_i - \text{sen} \varpi_{oi} t_{i-1}) - \varpi_{oi} (t_i \cos \varpi_{oi} t_i - t_{i-1} \cos \varpi_{oi} t_{i-1}) \right] \quad (5.37)$$

$$y(t_i) = \frac{e^{-\xi_i \omega_{oi} t_i}}{M_i \omega_{oi}} \left[A(t_i) \text{sen} \omega_{ai} t_i - B(t_i) \cos \omega_{ai} t_i \right] \quad (5.38)$$

$$A(t_i) = A(t_{i-1}) + \left[p(t_{i-1}) + \frac{\Delta p_i}{\Delta t_i} (\tau - t_{i-1}) \right] (\text{sen} \varpi_{oi} t_i - \text{sen} \varpi_{oi} t_{i-1}) \frac{1}{\varpi_{oi}} + \frac{\Delta p_i}{\varpi_{oi}^2 \Delta t_i} \left[(\cos \varpi_{oi} t_i - \cos \varpi_{oi} t_{i-1}) + \varpi_{oi} (t_i \text{sen} \varpi_{oi} t_i - t_{i-1} \text{sen} \varpi_{oi} t_{i-1}) \right] \quad (5.39)$$

$$A(t_i) = A(t_{i-1}) + \left[p(t_{i-1}) + \frac{\Delta p_i}{\Delta t_i} \right] \Delta I_1 + \frac{\Delta p_i}{\Delta t_i} \Delta I_4 \quad (5.40)$$

$$B(t_i) = B(t_{i-1}) + \left[p(t_{i-1}) + \frac{\Delta p_i}{\Delta t_i} \right] \Delta I_2 + \frac{\Delta p_i}{\Delta t_i} \Delta I_3 \quad (5.41)$$

$$I_1(t_i) = \frac{e^{\xi_i \omega_{oi} t_i}}{(\xi_i \omega_{oi})^2 + (\omega_{ai})^2} (\xi_i \omega_{oi} \cos(\omega_{ai} t_i) + \omega_{ai} \text{sen}(\omega_{ai} t_i)) \quad (5.42)$$

$$I_2(t_i) = \frac{e^{\xi_i \omega_{oi} t_i}}{(\xi_i \omega_{oi})^2 + (\omega_{ai})^2} (\xi_i \omega_{oi} \text{sen}(\omega_{ai} t_i) - \omega_{ai} \cos(\omega_{ai} t_i)) \quad (5.43)$$

$$I_3(t_i) = \left[t_i - \frac{\xi_i \omega_{oi}}{(\xi_i \omega_{oi})^2 + (\omega_{ai})^2} \right] I_2(t_i) + \frac{\omega_{ai}}{(\xi_i \omega_{oi})^2 + (\omega_{ai})^2} I_1(t_i) \quad (5.44)$$

$$I_4(t_i) = \left[t_i - \frac{\xi_i \omega_{oi}}{(\xi_i \omega_{oi})^2 + (\omega_{ai})^2} \right] I_1(t_i) + \frac{\omega_{ai}}{(\xi_i \omega_{oi})^2 + (\omega_{ai})^2} I_2(t_i) \quad (5.45)$$

5.3.5.1.2 MÉTODO DE NEWMARK

Outro método de solução é o *Newmark* (Equações 5.46 e 5.47). Estas equações podem ser reescritas de forma matricial (Equações 5.48 e 5.49). Resolvendo a Equação 5.49 para \mathbf{v}_1 , se obtém a solução mostrada na Equação 5.53. Com o vetor \mathbf{v}_1 (Equação 5.53) calculado, podem-se calcular os vetores \mathbf{v}_1 (Equação 5.52) e \mathbf{v}_1 (Equação 5.51). No próximo passo \mathbf{v}_1 , \mathbf{v}_1 e \mathbf{v}_1 serão as condições iniciais.

$$\mathbf{v}_1 = \mathbf{v}_0 + \int_0^{\Delta t} \mathbf{a}(\tau) d\tau \quad (5.46)$$

$$v_1 = v_o + \int_0^{\Delta t} v(\tau) d\tau \quad (5.47)$$

$$\mathbf{v}_1 = \mathbf{v}_0 + (1-\gamma)\Delta t \mathbf{a}_0 + \gamma \Delta t \mathbf{a}_1 \quad (5.48)$$

$$\mathbf{v}_1 = \mathbf{v}_o + \Delta \mathbf{v}_0 + \left(\frac{1}{2} - \beta\right) \Delta t^2 \mathbf{a}_0 + \beta \Delta t^2 \mathbf{a}_1 \quad (5.49)$$

$$\mathbf{M} \mathbf{v}_1 + \mathbf{C} \mathbf{v}_1 + \mathbf{K} \mathbf{v}_1 = \mathbf{P}_1 \quad (5.50)$$

$$\mathbf{v}_1 = \frac{1}{\beta \Delta t^2} (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_o) - \frac{1}{\beta \Delta t} \mathbf{v}_0 - \left(\frac{1}{2\beta} - 1\right) \mathbf{a}_0 \quad (5.51)$$

$$\mathbf{v}_1 = \mathbf{v}_0 + (1-\gamma)\Delta t \mathbf{a}_0 + \gamma \Delta t \left(\frac{1}{\beta \Delta t^2} (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_o) - \frac{1}{\beta \Delta t} \mathbf{v}_0 - \left(\frac{1}{2\beta} - 1\right) \mathbf{a}_0 \right) \quad (5.52)$$

$$\mathbf{v}_1 = \left[\mathbf{M} \frac{1}{\beta \Delta t^2} + \mathbf{C} \frac{\gamma}{\beta \Delta t} + \mathbf{K} \right]^{-1} \left[\begin{array}{l} \mathbf{P}_1 + \mathbf{M} \left(\frac{1}{\beta \Delta t^2} \mathbf{v}_o + \frac{1}{\beta \Delta t} \dot{\mathbf{v}}_o + \left(\frac{1}{2\beta} - 1 \right) \ddot{\mathbf{v}}_o \right) + \\ \mathbf{C} \left(\frac{\gamma}{\beta \Delta t} \mathbf{v}_o + \left(\frac{\gamma}{\beta} - 1 \right) \dot{\mathbf{v}}_o + \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{\gamma}{\beta} - 2 \right) \ddot{\mathbf{v}}_o \right) \end{array} \right] \quad (5.53)$$

5.3.5.2 DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

No domínio da frequência, a resposta do problema é apresentada na Equação 5.54. Sendo a Equação 5.55, a equação transformada de Fourier, do carregamento modal, e a Equação 5.56, a função resposta de frequência do modo i , onde $\beta_i = \bar{\omega}/\omega_{oi}$.

$$y_i(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} H_i(i\bar{\omega}) P_i(i\bar{\omega}) e^{i\bar{\omega}t} d\bar{\omega} \quad (5.54)$$

$$P_i(i\bar{\omega}) = \int_{-\infty}^{+\infty} P_i(t) e^{i\bar{\omega}t} dt \quad (5.55)$$

$$H_i(i\bar{\omega}) = \frac{1}{\omega_{oi}^2 M_i} \left[\frac{1}{(1 - \beta_i^2) + i(2\xi_i \beta_i)} \right] \quad \xi_i \geq 0 \quad (5.56)$$

5.4 PROBLEMAS COM CONDIÇÕES INICIAIS DIFERENTES DE ZERO

Toda a metodologia empregada na solução de problemas dinâmicos admite que as condições iniciais sejam nulas, como se observa na formulação matemática apresentada na seção anterior (Seção 5.3.). No entanto, na realidade nem sempre se encontra essa situação idealizada. Nos casos em que as condições iniciais não forem nulas, deve acrescentar à resposta do problema (Equações 5.31 e 5.54) a parcela correspondente às condições não nulas (Equação 5.57) Para a solução desse novo problema, no domínio do tempo através da integração de *Duhamel*, acrescentam-se à Equação 5.31 as parcelas referentes às condições iniciais não nulas generalizadas. Já para a integração *Newmark*, simplesmente altera-se as condições iniciais para valores não nulos nas Equações 5.46 e 5.53.

No domínio da frequência, calcula-se a transformada de Fourier para as condições não nulas e acrescenta à resposta para as condições iniciais nulas — Equação 5.54.

$$y_i(t) = e^{-\xi_i \omega_{oi} t} \left[y_i(0) \cos(\omega_{ai} t) + \left(\frac{\dot{y}_i(0)}{\omega_{ai}} + \frac{y_i(0) \xi_i}{\sqrt{1 - \xi_i^2}} \right) \text{sen}(\omega_{ai} t) \right] \quad (5.57)$$

6. IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

Neste Capítulo, descrevem-se as implementações computacionais realizadas para a solução dos problemas propostos. Em todas as implementações utilizou-se a linguagem de programação *Fortran 90* e, como compilador, o *Microsoft Developer Studio*. As rotinas foram validadas a partir de *benchmarks* disponíveis na literatura, alguns dos testes fazem parte dos resultados apresentados no Capítulo 7.

6.1 TORRES DE TRANSMISSÃO

As torres em perfis cantoneiras serão dimensionamentos, segundo as normas NBR 5422:1985, NBR 8842:1985, NBR 8850:1985 e Manual n.º 52, já as torres em perfis tubulares seguirão o procedimento sugerido por Gabrielli (2004). Onde os limites para perfis tubulares não forem especificados, considerar-se-á os mesmos utilizados para perfis cantoneiras.

1. Valores limites do índice de esbeltez efetivo - λ_e — Equação 6.1 —, onde: L = comprimento do elemento; r = raio de giração do perfil; K = parâmetro que leva em consideração o tipo da condição de extremidade.

$$\lambda_e = K \frac{L}{r} \quad (6.1)$$

Os limites máximos adotados para o índice de esbeltez:

- Elementos comprimidos:
 - Pernas principais: $\lambda_e = 150$
 - Outros: $\lambda_e = 200$

- Elementos tracionados:
 - Cantoneiras: $\lambda e = 375$
 - Tubos: $\lambda e = 300$
- Elementos redundantes:
 - Todos: $\lambda e = 250$

2. Compacidade: para a cantoneira é a relação w/t , onde w é o comprimento reto da aba da cantoneira e t a espessura da mesma. Já para o perfil tubular, como mostra a Figura 6.1, a compacidade foi usada como D/t , que é a relação utilizada para verificação da flambagem local em perfis tubulares, onde D é o diâmetro externo e t é a espessura.

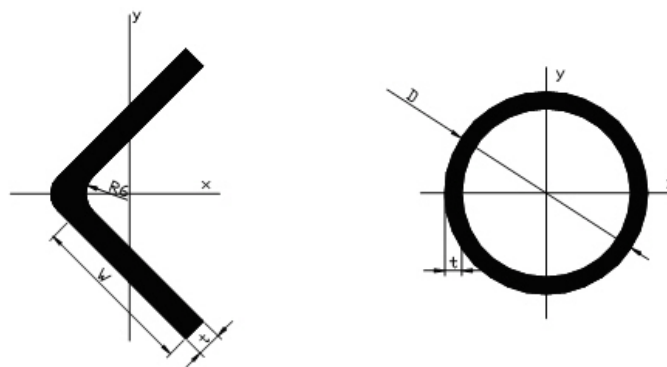


Figura 6.1 – Compacidade dos perfis cantoneiras e tubulares (Gabrielli, 2004).

6.1.1 BARRAS COMPRIMIDAS

6.1.1.1 PERFIS CANTONEIRAS

- Tensão crítica de flambagem — F_{cr} — Equação 6.6: indica a possibilidade de ocorrência da flambagem local e depende do intervalo em que se encontra a compacidade do perfil. Os intervalos, descritos no Manual n.º 52 (1991) da ASCE, são apresentados nas Equações 6.3 a 6.5. Onde: F_y = tensão limite de escoamento do aço em MPa; E = módulo de elasticidade; (w/t) = compacidade do perfil — Equações 6.2 e 6.3.

$$\left(\frac{w}{t}\right)_{\text{lim}} = \frac{209,6}{\sqrt{F_y}} \quad (6.2)$$

$$\left(\frac{w}{t}\right)_2 = \frac{377,28}{\sqrt{F_y}} \quad (6.3)$$

$$\left(\frac{w}{t}\right) \leq \left(\frac{w}{t}\right)_{\text{lim}} \rightarrow F_{cr} = F_y \quad (6.4)$$

$$\left(\frac{w}{t}\right)_2 \leq \left(\frac{w}{t}\right) \rightarrow F_{cr} = \frac{0,0332 \cdot \pi^2 \cdot E}{\left(\frac{w}{t}\right)^2} \quad (6.5)$$

$$\left(\frac{w}{t}\right)_{\text{lim}} \leq \left(\frac{w}{t}\right) \leq \left(\frac{w}{t}\right)_2 \rightarrow F_{cr} = \left(1,667 - 0,667 \frac{\left(\frac{w}{t}\right)}{\left(\frac{w}{t}\right)_{\text{lim}}}\right) F_y \quad (6.6)$$

- Índice de esbeltez efetivo — λ_e

- Pernas principais: quando a ligação parafusada é feita em ambas as abas (Equação 6.7).

$$\lambda_e = \lambda \quad 0 \leq \lambda \leq 150 \quad (6.7)$$

- Outros membros comprimidos:

- $\lambda \leq 120$ — Elementos com carregamento concêntrico em ambas as extremidades (Equação 6.8).
- $\lambda \leq 120$ — Elementos com carregamento concêntrico em uma extremidade e excêntrico na outra (Equação 6.9).
- $\lambda \leq 120$ — Elementos com carregamento excêntrico em ambas as extremidades (Equação 6.10).
- $\lambda \geq 120$ — Elementos rotulados em ambas as extremidades (Equação 6.11).
- $\lambda \geq 120$ — Elemento rotulado em uma extremidade e parcialmente engastado na outra (Equação 6.12).
- $\lambda \geq 120$ — Elemento parcialmente engastado em ambas as extremidades (Equação 6.13).

$$\lambda_e = \lambda \quad (6.8)$$

$$\lambda_e = 60 + 0,5\lambda \quad (6.9)$$

$$\lambda_e = 30 + 0,75\lambda \quad (6.10)$$

$$\lambda_e = \lambda \quad 120 \leq \lambda \leq 200 \quad (6.11)$$

$$\lambda_e = 28,6 + 0,762\lambda \quad 120 \leq \lambda \leq 225 \quad (6.12)$$

$$\lambda_e = 46,2 + 0,615\lambda \quad 120 \leq \lambda \leq 250 \quad (6.13)$$

- Elementos redundantes: têm a função de reduzir a esbeltez dos outros elementos, seus esforços são insignificantes. Por esse motivo, seus esforços não são calculados. A NBR 8850:1985 indica $\lambda_e \leq 250$ para elementos redundantes, onde os esforços não foram calculados. O Manual n.º 52 indica $\lambda_e \leq 250$ para esses elementos e para os elementos onde os esforços forem calculados, o índice de esbeltez deve ser calculado da seguinte maneira:

- $\lambda \leq 120$ (Equação 6.14).
- $\lambda \geq 120$ — Elementos rotulados em ambas as extremidades (Equação 6.15).
- $\lambda \geq 120$ — Elemento rotulado em uma extremidade e parcialmente engastado na outra (Equação 6.16).
- $\lambda \geq 120$ — Elemento parcialmente engastado em ambas as extremidades (Equação 6.17).

$$\lambda_e = \lambda \quad (6.14)$$

$$\lambda_e = \lambda \quad 120 \leq \lambda \leq 250 \quad (6.15)$$

$$\lambda e = 28,6 + 0,762\lambda \quad 120 \leq \lambda \leq 290 \quad (6.16)$$

$$\lambda e = 46,2 + 0,615\lambda \quad 120 \leq \lambda \leq 330 \quad (6.17)$$

- Tensão de compressão — T_c : calculada segundo as Equações 6.19 ou 6.20, segundo os limites estabelecidos pela Equação 6.18. A resistência à compressão (N_c) para perfis cantoneiras é determinada pela Equação 6.21.

$$C_c = \pi \sqrt{\frac{2E}{F_y}} \quad (6.18)$$

$$T_c = \left[1 - 0,5 \left(\frac{\lambda_e}{C_c} \right)^2 \right] F_y \quad \lambda e \leq C_c \quad (6.19)$$

$$T_c = \frac{\pi^2 E}{\lambda_e^2} \quad \lambda e \geq C_c \quad (6.20)$$

$$N_c = A_g T_c \quad (6.21)$$

6.1.1.2 PERFIS TUBULARES

- Índice de esbeltez efetivo — λe : o dimensionamento é igual para todas as barras (Equação 6.22). As diferentes condições de extremidade são representadas pelo coeficiente K , onde: L = comprimento do elemento; r = raio de giração mínimo; K = parâmetro que leva em consideração o tipo da condição da extremidade.

$$\lambda e = \frac{KL}{r\pi} \sqrt{\frac{F_y}{E}} \quad (6.22)$$

- Tensão de crítica de flambagem— F_{cr} — Equação 6.28 ou 6.29 – dependente da compactidade do perfil (λ), do índice de esbeltez (λ_e) e do fator de área efetiva Q . Equações 6.23 a 6.30.

$$\lambda = \frac{D}{t} \quad (6.23)$$

$$\lambda_r = 0,114 \frac{E}{F_y} \quad (6.24)$$

$$\lambda_2 = 0,448 \frac{E}{F_y} \quad (6.25)$$

Se:

$$\lambda \leq \lambda_r \rightarrow Q = 1,0 \quad (6.26)$$

$$\lambda_r \leq \lambda \leq \lambda_2 \rightarrow Q = 0,0379 \left(\frac{E}{F_y \lambda} \right) + \frac{2}{3} \quad (6.27)$$

Quando:

$$\lambda_c \sqrt{Q} \leq 1,5 \rightarrow F_{cr} = Q \cdot 0,658^{Q\lambda^2} \cdot F_y \quad (6.28)$$

$$\lambda_c \sqrt{Q} > 1,5 \rightarrow F_{cr} = \left(\frac{0,877}{\lambda_c} \right) F_y \quad (6.29)$$

$$N_c = A_g F_{cr} \quad (6.30)$$

- Elementos redundantes: seguem as mesmas especificações para perfis cantoneiras.

6.1.2 BARRAS TRACIONADAS

6.1.2.1 PERFIS CANTONEIRAS

Segundo o Manual n.º 52, para barras tracionadas, considera-se apenas o estado limite de escoamento da área líquida da seção transversal, calculada seguindo as Equações 6.31 à 6.33: onde: N_t = esforço resistente de tração (Equação 6.31); F_y = tensão de escoamento do aço; A_g = área bruta da seção; A_n = área líquida da seção (Equação 6.33); A_e = área líquida efetiva da seção (Equação 6.32); C_t = coeficiente de redução da área líquida (Tabela 6.1); t = espessura da cantoneira; d = diâmetro nominal do furo + 2 mm; g = espaçamento entre furos na direção perpendicular à força de tração (Figura 6.2); s = espaçamento entre furos na direção paralela à força de tração (Figura 6.2).

$$N_t = A_e F_y \quad (6.31)$$

$$A_e = A_n C_t \quad (6.32)$$

$$A_n = A_g - \left[\sum (t \cdot d) + \sum \left(t \cdot \frac{s^2}{4g} \right) \right] \quad (6.33)$$

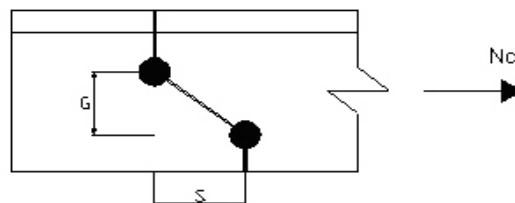


Figura 6.2 – Determinação da área líquida da cantoneira (Gontijo, 1994).

Tabela 6.1 – Valores de C_t (Gontijo, 1994).

	C_t
<i>Ligações em ambas as abas</i>	1,0
<i>Ligação em apenas uma das abas</i>	0,9

6.1.2.2 PERFIS TUBULARES

Dimensionado segundo as especificações do LRFD:2000 – *Load and resistance factor design specification for steel hollow structural sections*, da AISC, que considera os seguintes estados limites:

- Escoamento da seção bruta (Equação 6.34), onde: N_t = resistência à tração; A_g = área bruta da seção transversal; F_y = tensão de escoamento do aço.
- Ruptura da seção líquida (Equação 6.35), onde: N_t = resistência à tração; F_u = tensão limite de tração do aço; A_e = área efetiva da seção transversal (Equação 6.36), para ligações soldadas em todo o perímetro do tubo, $A = A_g$ e $U = 1$; para ligações com chapa de topo (*gusset plates*), $A = A_n$, sendo A_n a área bruta menos a área do tubo, retirada pelo entalhe da peça, e U dado pela Equação 6.37.

Para a implementação de um procedimento automático de dimensionamento de torres, em perfil cantoneira ou tubular, seguem-se os fluxogramas apresentados nas Figuras 6.3 e 6.4, respectivamente.

$$N_t = \phi A_g F_y, \text{ sendo } \phi=0,9 \quad (6.34)$$

$$N_t = \phi A_e F_u, \text{ sendo } \phi=0,75 \quad (6.35)$$

$$A_e = U \cdot A \quad (6.36)$$

$$U = 1 - \left(\frac{D/\pi}{L} \right) \leq 0,9 \quad (6.37)$$

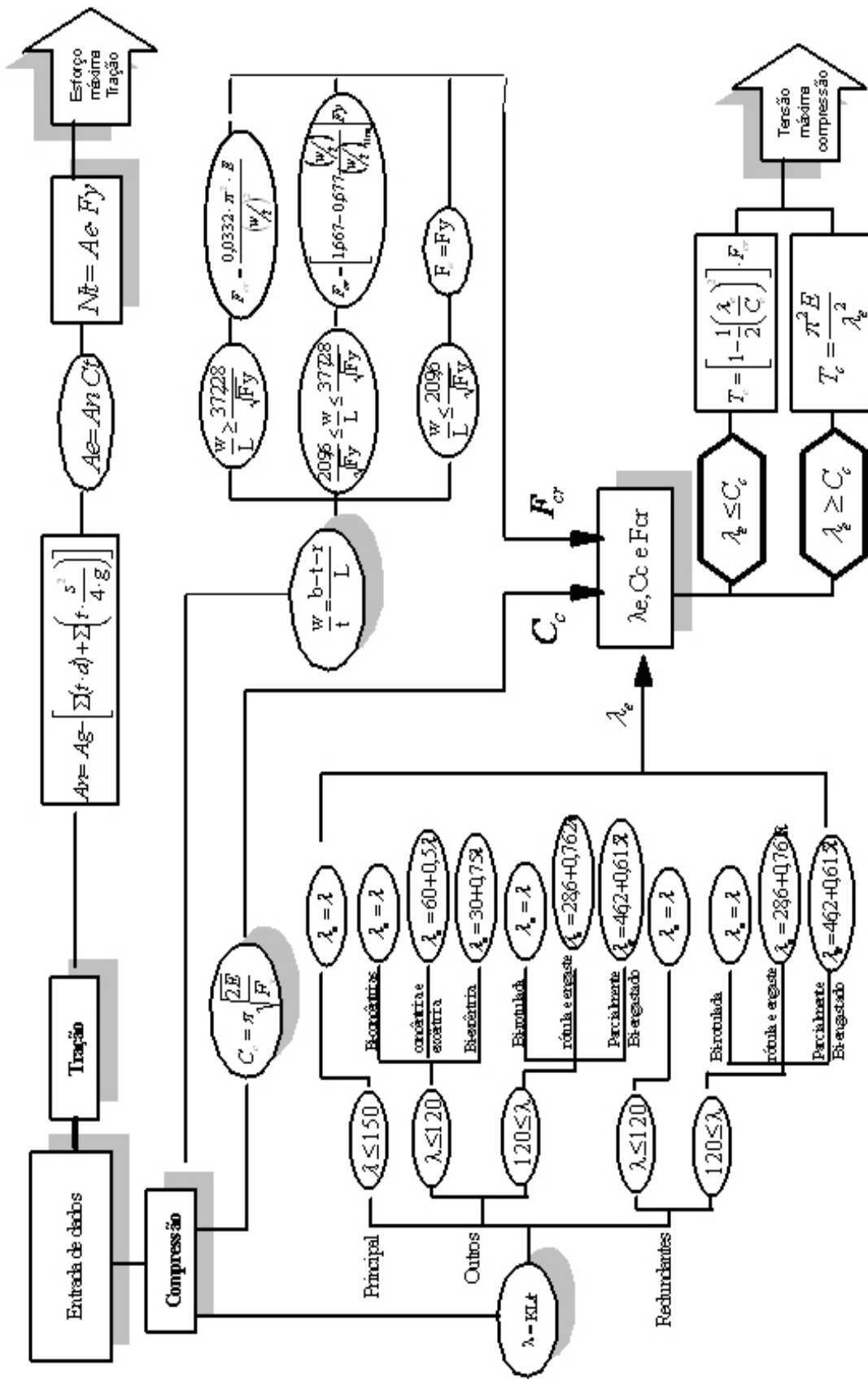


Figura 6.3 – Fluxograma para dimensionamento de torres em perfil cantoneira (Gabrielli, 2004).

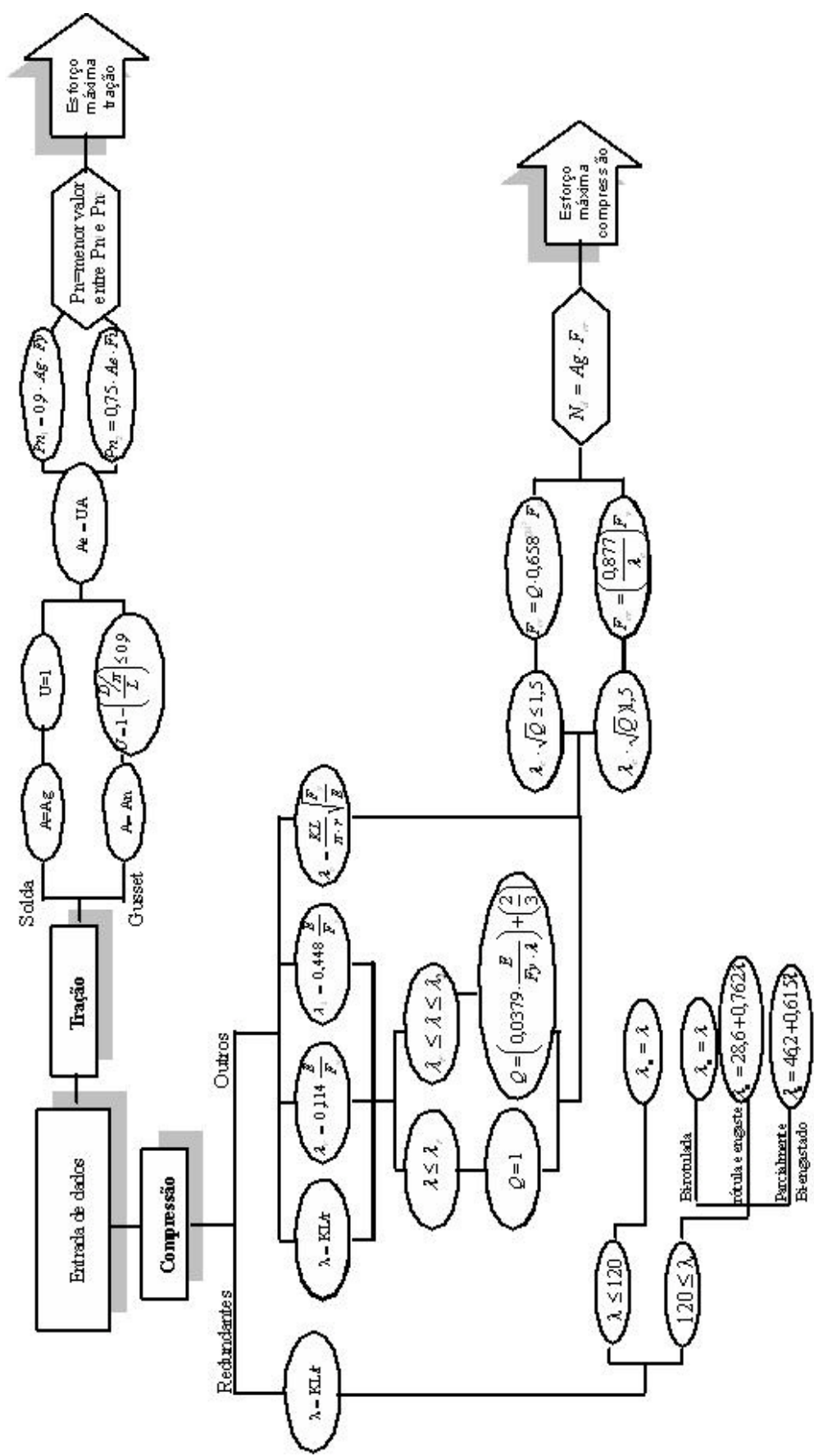


Figura 6.4 – Fluxograma para dimensionamento de torres em perfil tubular (Gabrielli, 2004).

6.2 ALGORITMO GENÉTICO

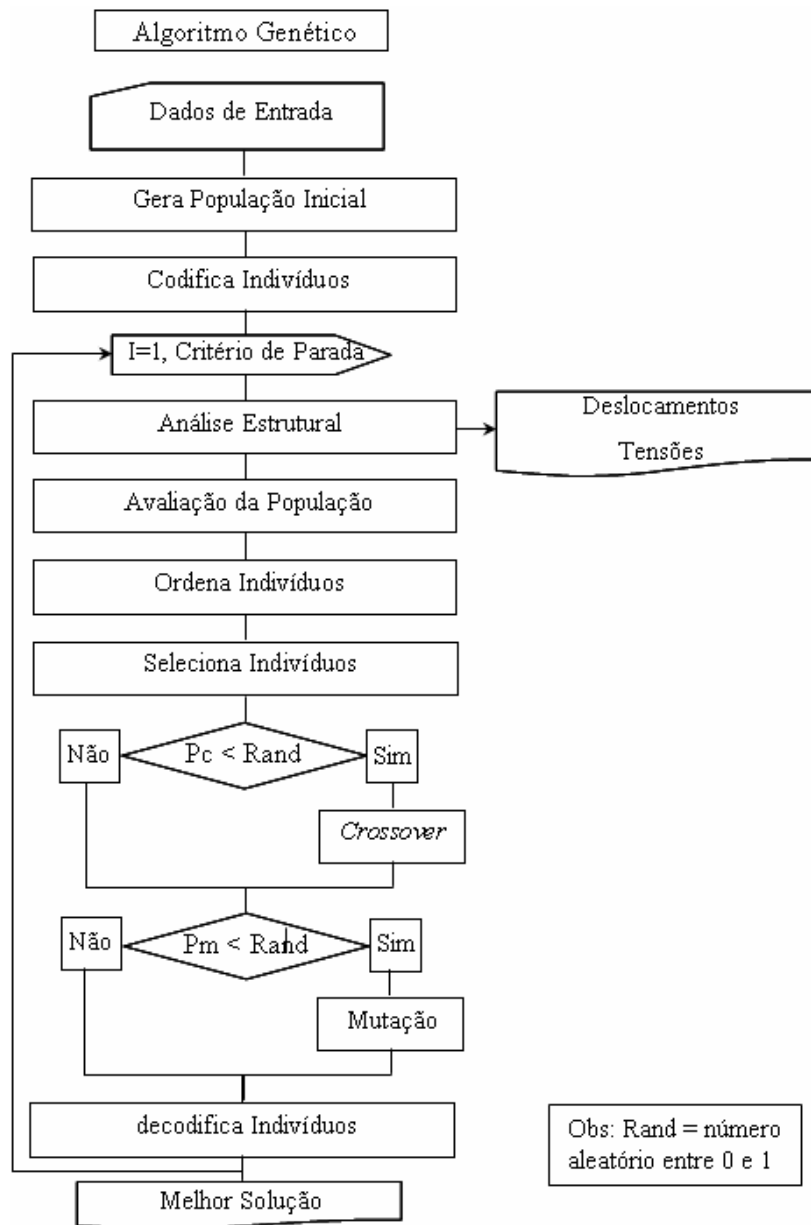


Figura 6.5 – Pseudocódigo do algoritmo genético.

A seguir descrevem-se, detalhadamente, os passos mais importantes referentes às implementações dos algoritmos genéticos. Adotou-se um modelo de algoritmo genético tradicional com apenas um operador genético: *crossover* de dois pontos. Os demais tipos de algoritmo genéticos e operadores encontram-se descritos no texto.

A Figura 6.5 apresenta o pseudocódigo do algoritmo genético tradicional. A implementação de cada um dos passos constantes deste fluxograma será descrita a seguir, através da descrição dos passos necessários para proceder à otimização de um pequeno exemplo.

Exemplo: busca-se a minimização do peso da estrutura apresentada na Figura 6.6, submetida a um carregamento \mathbf{P} e sujeita às restrições de deslocamentos e tensões admissíveis. Tendo como espaço de busca as seguintes áreas: $S = (1.80, 1.99, 2.38, 2.63, 2.88, 2.90, 3.13, 3.53, 4.00, 4.18, 7.97, 8.50, 9.90, 16.00, 18.00, 19.90)$ (sq in). Dados: $\sigma_{adm} = 25$ ksi; $u_{adm} = 2.0$ in; $E = 10^4$ ksi; $\rho = 0.10$ lb/in³; $P = 100$ kips.

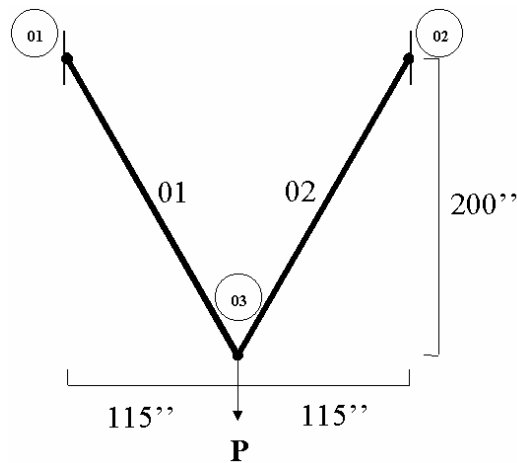


Figura 6.6 – Treliça de duas barras.

Matematicamente este problema pode ser expresso da seguinte maneira: minimize a Função 6.38, sujeita às restrições (Equações 6.39 e 6.40), onde: $F(x)$ = função objetivo; ρ = densidade do material; A_i = área da seção transversal do elemento i ; l_i = comprimento do elemento i ; σ_i = tensão no elemento i ; σ_{adm} = tensão admissível nos elementos; U_{1e2} = deslocamentos no nó três, nas direções x e y , respectivamente; U_{adm} deslocamento admissível no nó três.

$$F(x) = \sum \rho * A_i * l_i \quad (6.38)$$

$$\sigma_i \leq \sigma_{adm} \quad i = 1, 2 \quad (6.39)$$

$$U_{1e2} \leq U_{adm} \quad (6.40)$$

O problema consiste em encontrar as áreas para os elementos (um e dois), que proporcione o menor peso da estrutura e respeite as restrições. Desta forma têm-se duas variáveis de projeto: A_1 e A_2 (áreas da seção transversal dos elementos um e dois, respectivamente).

6.2.1 DADOS DE ENTRADA

São as informações necessárias para caracterizar a estrutura, tais como, geometria, carregamentos, materiais, espaço de busca, restrições etc. Neste passo também são fornecidos os parâmetros genéticos (tamanho da população, tamanho do *crossover*, espaço de busca, taxa de *crossover*, taxa de mutação etc), a serem usados no processo evolutivo.

6.2.2 POPULAÇÃO INICIAL

O processo de otimização inicia-se com a geração aleatória da população inicial. Essa população é composta por um conjunto de indivíduos que representam as variáveis de projeto (áreas da seção transversal dos elementos, no caso A_1 e A_2).

Optou-se por representar a posição das variáveis de projeto no espaço de busca, em vez do valor nominal da variável. Isso facilita o processo, pois se utiliza somente variáveis inteiras de fácil codificação em alfabeto binário.

Deste modo, a formação da população inicial fornece a posição ocupada pela área no espaço de busca (1, 2, 3, ..., n). No entanto, o algoritmo genético implementado utiliza as variáveis em código binário. Portanto, é necessário codificá-la, ou seja, transformar a posição x em um código binário.

O espaço de busca utilizado possui dezesseis posições, para representá-las é necessária uma *string* (cadeia de bits) de quatro bits cada uma. O problema possui duas variáveis de projeto (A_1 e A_2), sendo assim, o cromossomo que representa uma possível solução possuirá um comprimento de oito *bits*. A Figura 6.7 apresenta um modelo de cromossomo, destacando a representação de cada uma das variáveis de projeto.

O tamanho da *string* e do cromossomo segue as Equações 6.41 e 6.42, respectivamente, onde nb = número de bits; nv = tamanho do espaço de busca, L = tamanho de cromossomo.

$$2^{nb} = nv \quad (6.41)$$

$$L = \sum_{i=1}^{nv} nb_i \quad (6.42)$$

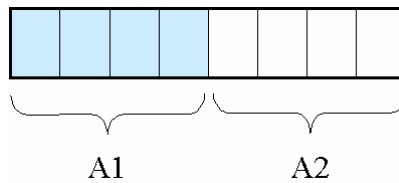


Figura 6.7 – Exemplo de Cromossomo.

Tabela 6.2 – População inicial.

$N.^{\circ}$	A_1			A_2		
	Posição	Área (in sq)	Código binário	Posição	Área (in sq)	Código binário
01	10	4.18	1001	01	1.80	0000
02	11	7.97	1010	14	16.00	1101
03	10	4.18	1001	05	2.88	0100
04	02	1.99	0001	16	19.90	1111
05	05	2.88	0100	03	2.38	0010
06	11	7.97	1010	03	2.38	0010
07	10	4.18	1001	16	19.90	1111
08	10	4.18	1001	14	16.00	1101
09	07	3.13	0110	04	2.63	0011
10	03	2.38	0010	08	3.55	0111

A Tabela 6.2 apresenta um exemplo de população inicial, destacando a posição no espaço de busca, e os respectivos valores nominais, e sua representação em alfabeto binário.

6.2.3 ANÁLISE ESTRUTURAL

Deve-se verificar se os indivíduos gerados respeitam as restrições. Esta verificação somente é possível após uma análise estrutural do problema. A rotina de análise estrutural utilizada foi implementada em *Fortran 90* e baseia-se no método dos elementos finitos. Os resultados desta análise se encontram na Tabela 6.3.

Tabela 6.3 – Esforços e deslocamentos.

$N.^o$	σ_1 (psi)	σ_2 (psi)	u_1 (in)	u_2 (in)
01	13.80	32.04	- 0.42	- 0.61
02	7.23	3.60	0.08	- 0.14
03	13.80	20.02	- 0.14	- 0.45
04	28.98	2.89	0.60	- 0.42
05	20.03	24.23	- 0.74	- 0.59
06	7.23	24.23	- 0.39	- 0.42
07	13.80	2.90	0.25	- 0.22
08	13.80	3.60	0.24	- 0.23
09	18.43	21.93	- 0.08	- 0.54
10	24.23	16.25	0.18	- 0.54

6.2.4 AVALIAÇÃO DA POPULAÇÃO

A técnica dos algoritmos genéticos baseia-se no processo de seleção natural das espécies, onde o critério utilizado para a seleção é a adaptabilidade do indivíduo ao meio. A sua adaptabilidade será avaliada de acordo com o objetivo do problema (meio ambiente) e minimização do peso da estrutura. Ou seja, função objetivo do problema é o peso da estrutura expresso pela Equação 6.43, onde: $F(x)$ = função objetivo; ρ_i = densidade do material do elemento i ; l_i = comprimento do elemento i ; A_i = área da seção transversal do elemento i .

$$F(x) = \sum_{i=1}^n \rho_i l_i A_i \quad (6.43)$$

No entanto, a função objetivo (Equação 6.43) não representa a adaptabilidade do indivíduo, uma vez que não considera a violação das restrições. Como os algoritmos genéticos não resolvem problemas restringidos, faz-se necessário transformá-lo em problemas não-restringidos. Essa transformação realiza-se com o auxílio da função de penalidade, que somente é acionada quando alguma restrição for violada.

A função de penalidade baseia-se nas restrições normalizadas (Equações 6.44 e 6.45), por meio das quais é calculado o coeficiente de violação C (Equação 6.46). Onde: c_i = coeficiente de violação da restrição i (Equação 6.47); n = número de violações; $g_i(x)$ = restrições normalizadas (Equações 6.44 e 6.45).

$$\frac{|\sigma_i|}{\sigma_{adm}} - 1 \leq 0 \quad (6.44)$$

$$\frac{|U_i|}{U_{adm}} - 1 \leq 0 \quad (6.45)$$

$$C = \sum_{i=1}^n c_i \quad (6.46)$$

$$\begin{aligned} \text{Se } g_i(x) > 0 \\ \rightarrow c_i &= g_i(x) \\ \text{Se não} \\ \rightarrow c_i &= 0 \end{aligned} \quad (6.47)$$

Com a introdução da penalidade, a função objetivo passa a ser denominada função objetivo modificada (ou função de penalização) e assume a forma apresentada na Equação 6.48, onde: $\phi(x)$ = função objetivo modificada, $F(x)$ = função objetivo; α = fator de ponderação; C = coeficiente de violação.

$$\phi(x) = F(x) + \alpha * C \quad (6.48)$$

A pressão sobre o processo seletivo é exercida por meio do fator de ponderação α , que acrescentará à função objetivo uma parcela do coeficiente de violação (C).

A função objetivo modificada (Equação 6.48) ainda não indica a adaptabilidade do indivíduo, obtém-se essa indicação pela função de aptidão ou *fitness* (Equação 6.49). Goldberg (1989) sugere uma função de aptidão, onde se subtrai de uma constante de valor elevado (Z) a função de penalização (Equação 6.48). Esta constante deve garantir que os valores obtidos não sejam negativos, uma sugestão é apresentada na Equação 6.50, onde: $Ft(x)$ = função de aptidão (*fitness*); $\phi(x)_{\max}$ = valor máximo da função objetivo modificada; $\phi(x)_{\min}$ = valor mínimo da função objetivo modificada. Um resumo dos resultados gerados pelas Equações 6.46 à 6.49 encontra-se na Tabela 6.4.

$$Ft(x) = Z - \phi(x) \quad (6.49)$$

$$Z = \phi(x)_{\max} + \phi(x)_{\min} \quad (6.50)$$

Tabela 6.4 – Resultados da função de avaliação.

$N.^{\circ}$	C	$F(x)$	$\phi(x)$	$Ft(x)$
01	0.29	137.96	526.60	904.38
02	0.00	553.00	553.00	877.97
03	0.00	162.88	162.88	1268.10
04	0.16	505.01	1309.62	121.35
05	0.00	121.35	121.35	1309.62
06	0.00	238.78	238.78	1192.19
07	0.00	555.54	555.54	875.44
08	0.00	465.56	465.45	965.41
09	0.00	132.89	132.89	1298.09
10	0.00	136.81	136.81	1294.17

6.2.5 SELEÇÃO

O método de seleção empregado neste exemplo é a seleção por posição (*Rank*), onde os indivíduos são ordenados de maneira decrescente em relação à sua aptidão (*fitness*). Para cada indivíduo é atribuída uma probabilidade de seleção, de acordo com

sua posição no *ranking*; esta probabilidade é expressa através do número de cópias geradas de cada indivíduo.

A qualidade do indivíduo é expressa pela Equação 6.51, onde: $\dot{Ft}(x)$ = qualidade do indivíduo; $Ft(x)$ = função de aptidão do indivíduo; \overline{Ft} = função de aptidão média (Equação 6.52); N = tamanho da população. O número de cópias de cada indivíduo ($Nc(x)$) segue as condições estabelecidas na Equação 6.53 e encontram-se apresentados na Tabela 6.5.

$$\dot{Ft}(x) = \frac{Ft(x)}{\overline{Ft}} \quad (6.51)$$

$$\overline{Ft} = \frac{\sum_{i=1}^N Ft(x)}{N} \quad (6.52)$$

Se $\dot{Ft}(x) > 1.2$

→ $Nc(x) = 3$

Se não

Se $\dot{Ft}(x) > 1$ (6.53)

→ $Nc(x) = 2$

Fim

→ $Nc(x) = 1$

Fim

Depois de definido o número de cópias ($Nc(x)$) deve-se gerá-las, seguindo a ordem do *ranking* até que o número total de cópias se iguale ao tamanho da população. A Tabela 6.6 apresenta as cópias geradas dos indivíduos (*mating pool*). Observa-se que somente foram geradas cópias dos indivíduos: 5, 9, 10 e 3 (os melhores) e os demais indivíduos: 1, 2, 4, 6, 7 e 8 (os menos adaptados) foram descartados.

Tabela 6.5 – Número de cópias.

$N.^{\circ}$	$Fl(x)$	$\dot{Fl}(x)$	$Nc(x)$
01	904.38	0.895	1
02	877.97	0.869	1
03	1268.10	1.255	3
04	121.35	0.120	1
05	1309.62	1.296	3
06	1192.19	1.180	2
07	875.44	0.866	1
08	965.41	0.955	1
09	1298.09	1.284	3
10	1294.17	1.281	3

Tabela 6.6 – *Mating pool*

$N.^{\circ}$	<i>Indivíduo original</i>	A_1	A_2
01	05	0100	0010
02	05	0100	0010
03	05	0100	0010
04	09	0110	0011
05	09	0110	0011
06	09	0110	0011
07	10	0010	0111
08	10	0010	0111
09	10	0010	0111
10	03	1001	0100

6.2.5 OPERADORES GENÉTICOS

A reprodução utiliza-se dos operadores genéticos para promover a recombinação e a mutação genética da população. Eles atuam sobre os indivíduos, segundo uma taxa de aplicação: probabilidade de *crossover* (P_c) e probabilidade de mutação (P_m).

7.2.5.1 CROSSOVER

O processo de *crossover* é admitido como totalmente aleatório, garantido mediante a seleção aleatória dos casais reprodutores e também dos pontos entre os quais ocorrerá permuta de material genético.

A Figura 6.8 apresenta um exemplo do *crossover*, onde se adotou *crossover* de dois pontos com taxa de aplicação de 80%. Os casais utilizados na reprodução e os respectivos resultados encontram-se nas Tabelas 6.7 e 6.8.

Tabela 6.7 – Casais reprodutores.

N.º	Casais		Pontos de corte	
	C_1	C_2	CS_1	CS_2
01	02	06	03	05
02	08	07	07	08
03	01	09	01	02
04	10	04	06	08
05	03	05	02	05

$C_1 = 02$	0	1	0	0	0	0	1	0
$C_1 = 06$	0	1	1	0	0	0	1	1

$F_1 = 01$	0	1	1	0	0	0	1	0
$F_1 = 02$	0	1	0	0	0	0	1	1

Figura 6.8 – *Crossover* de dois pontos.

Tabela 6.8 – Nova população.

N.º	A_1	A_2
01	0110	0010
02	0100	0011
03	0010	0111
04	0010	0111
05	0000	0010
06	0110	0111
07	1001	0011
08	0110	0100
09	0110	0011
10	0100	0010

6.2.5.2 MUTAÇÃO

A taxa de aplicação deste operador (P_m) assume valores inferiores a 10%. Nesta demonstração não houve a aplicação do operador de mutação, mantendo-se inalterada a Tabela 6.8.

6.2.6 DECODIFICAÇÃO

A nova população, Tabela 6.8, encontra-se codificada em alfabeto binário, sendo necessário decodificá-la em valores nominais. O procedimento de decodificação encontra-se exemplificado na Figura 6.9. Onde se decodifica o cromossomo 01100010, inicialmente obtêm-se as posições 8 e 3, e, conseqüentemente após a indexação encontram-se as áreas 3.53 (*in sq*) e 2.38 (*in sq*).

Código binário: 0110 – 0010
Decodificação – 0110 $\Rightarrow 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 = 7 + 1 = 8$
Decodificação – 0010 $\Rightarrow 0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 = 2 + 1 = 3$

Figura 6.9 – Decodificação.

6.2.7 SOLUÇÃO

O processo de otimização repetiu-se até atingir o número máximo de 50 iterações. A melhor solução ocorreu na 43ª iteração, onde se obteve um peso de 109.82lb, utilizando as seguintes áreas: $A_1 = 2.38$ (sq in) e $A_2 = 2.38$ (sq in).

6.3 REDES NEURAIAS

A formulação de rede neural pode ser explicitada de uma maneira matemática, como um problema de minimização da função erro. A otimização se dará por um processo de atualização sucessiva de parâmetros (pesos sinápticos) de modo a se obter da rede as respostas desejadas.

6.3.1 PROPAGAÇÃO

Na formulação apresentada, utilizou-se a rede neural *multi-layer, feedforward* com aprendizado supervisionado, com retro-propagação de erro (*backpropagation*),

com uma camada de entrada, duas camadas ocultas e uma camada de saída. Para cada camada é calculado o campo local induzido e sua respectiva resposta, que na verdade é a excitação provocada no neurônio após o recebimento do estímulo (entrada).

1. Propagação ‘Camada de entrada – Camada oculta 1’, onde $v_i^{(1)}(n)$ = campo local induzido (Equação 6.54); w_{ij} = pesos sinápticos; $x_j(n)$ = entrada da rede; $y_j^{(1)}(n)$ = saída de camada oculta 1 (Equação 6.55).

$$v_j^{(1)}(n) = \sum_{i=0}^m w_{ji}(n)x_i(n) \quad (6.54)$$

$$y_j^{(1)}(n) = \frac{1}{1 + \exp(-v_j^{(1)})} \quad (6.55)$$

2. Propagação ‘Camada oculta 1 – Camada oculta 2’, onde $v_i^{(2)}(n)$ = campo local induzido (Equação 6.56); w_{ij} = pesos sinápticos; $y_j^{(1)}(n)$ = saída da camada oculta 1 (Equação 6.55); $y_j^{(2)}(n)$ = saída da camada oculta 2 (Equação 6.57).

$$v_j^{(2)}(n) = \sum_{i=0}^m w_{ji}(n) y_i^{(1)}(n) \quad (6.56)$$

$$y_j^{(2)}(n) = \frac{1}{1 + \exp(-v_j^{(2)})} \quad (6.57)$$

3. Propagação ‘Camada oculta 2 – Camada de saída’, onde $v_i^{(3)}(n)$ = campo local induzido (Equação 6.58; w_{ij} = pesos sinápticos; $y_j^{(2)}(n)$ = saída da camada oculta 2 (Equação 6.57); $y_j^{(3)}(n)$ = resposta da rede (Equação 6.59).

$$v_j^{(3)}(n) = \sum_{i=0}^m w_{ji}(n) y_i^{(2)}(n) \quad (6.58)$$

$$y_j^{(3)}(n) = \frac{1}{1 + \exp(-v_j^{(3)})} \quad (6.59)$$

6.3.2 CÁLCULO DO ERRO

O erro (Equação 6.60) indica a qualidade da resposta da rede, comparando a saída da rede ($y_j^{(3)}(n)$) com a saída desejada ($d_j(n)$).

$$e_j(n) = d_j(n) - y_j^{(3)} \quad (6.60)$$

6.3.3 RETRO-PROPAGAÇÃO

Nesta etapa é implementado o algoritmo *backpropagation*, onde o erro apresentado é retro propagado através da rede até a camada de entrada. Durante a retro propagação calcula-se a variação dos pesos sinápticos, que posteriormente serão utilizados na atualização dos mesmos.

1. Retro-propagação ‘Camada de saída – Camada oculta 2’, onde: $e_j(n)$ = erro da rede (Equação 6.60); $y_j^{(3)}(n)$ = saída da rede (Equação 6.59); $\delta_i^3(n)$ = gradiente local (Equação 6.61); $y_j'^{(3)}(n)$ = saída transformada da rede (Equação 6.62); Δw_{ji}^3 = variação dos pesos sinápticos (Equação 6.63); α = fator de momento; η = taxa de aprendizagem.

$$\delta_i^3(n) = e_j(n) * y_j'^{(3)}(n) \quad (6.61)$$

$$y_j'^{(3)}(n) = e_j(n) * y_j^{(3)}(n) * [1 - y_j^{(3)}(n)] \quad (6.62)$$

$$\Delta w_{ji}^3(n) = \alpha [\Delta w_{ji}^3(n-1)] + \eta * \delta_i^3(n) * y_j^{(2)}(n) \quad (6.63)$$

2. Retro-propagação ‘Camada oculta 2 – Camada oculta 1’, onde: $y_j^{(1)}(n)$ = saída da rede (Equação 6.55); $\delta_i^3(n)$ = gradiente local (Equação 6.61); $\delta_i^2(n)$ = gradiente local (Equação 6.64); $y_j'^{(3)}(n)$ = saída transformada da rede (Equação 6.62); $y_j'^{(2)}(n)$ = saída

transformada da rede (Equação 6.65); Δw_{ji}^3 = variação dos pesos sinápticos (Equação 6.63); Δw_{ji}^2 = variação dos pesos sinápticos (Equação 6.66); α = fator de momento; η = taxa de aprendizagem.

$$\delta_i^2(n) = \left(\sum_l \delta_l^3(n) * w_{ji}^{(3)}(n) \right) * y_j^{(2)}(n) \quad (6.64)$$

$$y_j^{(2)}(n) = y_j^{(3)}(n) * y_j^{(2)}(n) * [1 - y_j^{(2)}(n)] \quad (6.65)$$

$$\Delta w_{ji}^{(2)}(n) = \alpha [\Delta w_{ji}^{(2)}(n-1)] + \eta * \delta_i^2(n) * y_j^{(1)}(n) \quad (6.66)$$

3. Retro-propagação ‘Camada oculta 1 – Camada Entrada’, onde: onde: $x_j(n)$ = entrada da rede; $\delta_i^1(n)$ = gradiente local (Equação 6.67); $\delta_i^2(n)$ = gradiente local (Equação 6.64); $y_j^{(1)}(n)$ = saída transformada da rede (Equação 6.68); $y_j^{(2)}(n)$ = saída transformada da rede (Equação 6.65); Δw_{ji}^1 = variação dos pesos sinápticos (Equação 6.69); Δw_{ji}^2 = variação dos pesos sinápticos (Equação 6.66); α = fator de momento; η = taxa de aprendizagem.

$$\delta_i^1(n) = \left(\sum_l \delta_l^2(n) * w_{ji}^{(2)}(n) \right) * y_j^{(1)}(n) \quad (6.67)$$

$$y_j^{(1)}(n) = y_j^{(2)}(n) * y_j^{(1)}(n) * [1 - y_j^{(1)}(n)] \quad (6.68)$$

$$\Delta w_{ji}^{(1)}(n) = \alpha [\Delta w_{ji}^{(1)}(n-1)] + \eta * \delta_i^1(n) * x_j(n) \quad (6.69)$$

6.3.4 ATUALIZAÇÃO DOS PESOS SINÁPTICOS

Obtidas as variações dos pesos sinápticos (Equações 6.63, 6.66 e 6.69) procede-se a atualização dos mesmos, seguindo a Equação 6.70, onde: $w_{ji}^{(k)}(n+1)$ = pesos

sinápticos atualizados (Equação 6.70); $w_{ji}^{(k)}(n)$ = pesos sinápticos atuais; Δw_{ji}^k = variação dos pesos (Equações 6.63, 6.66 e 6.69).

$$w_{ji}^{(k)}(n+1) = w_{ji}^{(k)}(n) + \Delta w_{ji}^{(k)}(n) \quad (6.70)$$

6.4 DINÂMICA ESTRUTURAL

Os fluxogramas e pseudocódigos implementados seguem a descrição teórica apresentada no Capítulo 5. O problema de dinâmica estrutural foi organizado em sete sub-rotinas organizadas de acordo com o fluxograma apresentado na Figura 6.10.

6.4.1 SUB-ROTINA DE DADOS GERAIS

São fornecidas as informações que caracterizam o problema: número de nós, número de elementos, número de nós carregados, número de modos de vibração, intervalo de tempo para integração das equações modais, coordenadas nodais (Tabela 6.9), incidência (Tabela 6.10), cargas nodais (Tabela 6.11), condições de contorno (Tabela 6.12). Para estabelecer as condições de contorno, adotou-se a técnica dos 0s e 1s onde: 0 indica que o apoio esta liberado na direção indicada, por exemplo: $R_z = 0$, indica que o apoio esta liberado na direção ‘z’; 1 indica que o apoio esta restringido na direção indicada, por exemplo: $R_z = 1$, indica que o apoio esta restringido na direção ‘z’.

Tabela 6.9 – Coordenadas nodais.

No_i	X_i	Y_i
1	X_1	Y_1
2	X_2	Y_2
\mathbb{N}	\mathbb{N}	\mathbb{N}
n	X_n	Y_n

Tabela 6.10 – Incidência dos elementos.

Elemento	$No_{inicial}$	No_{final}	Área	Inércia	Modulo de elasticidade
1	X_1	Y_1	A_1	I_1	E_1
2	X_2	Y_2	A_2	I_2	E_2
...
N	X_n	Y_n	E_n	I_n	E_n

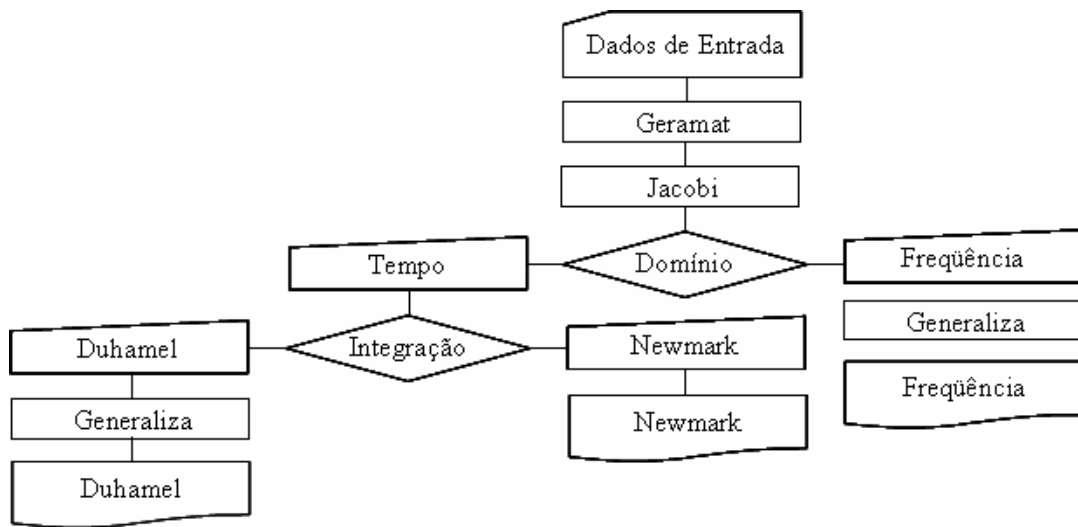


Figura 6.10 – Fluxograma de análise dinâmica.

Tabela 6.11 – Cargas nodais.

No_i	F_x	F_y	F_z
1	F_{x1}	F_{y1}	F_{z1}
2	F_{x2}	F_{y2}	F_{z2}
...
ncc	F_{xncc}	F_{yncc}	F_{zncc}

Tabela 6.12 – Condições de contorno.

No_i	R_x	R_y	R_z
1	R_{x1}	R_{y1}	R_{z1}
2	R_{x2}	R_{y2}	R_{z2}
...
ncc	R_{xncc}	R_{yncc}	R_{zncc}

6.4.2. SUB-ROTINA GERAMAT

O fluxograma apresentado na Figura 6.11 destina-se a geração das matrizes utilizadas na solução do problema. São elas: matriz de rigidez local (Equação 6.71), matriz de massa local (Equação 6.72), matriz de transformação (Equação 6.73) e matriz de amortecimento. A matriz de amortecimento (Equação 6.76) é obtida por meio da solução das Equações 6.74 e 6.75, onde: ω_{oi} é a frequência natural e ξ_i é a taxa de amortecimento. Depois de geradas as matrizes locais dos elementos, geram-se as

matrizes globais da estrutura (Equações 6.77 e 6.78) e aplicam-se as condições de contorno.

$$\mathbf{K}^{Local} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & \frac{EA}{L} & 0 & 0 & \\ & & & 0 & 0 & \\ & & & & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6.71)$$

$$\mathbf{M} = \frac{mL}{6} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ & & 2 & 0 & 0 & 1 \\ & & & 2 & 0 & 0 \\ & & & & 2 & 0 \\ & & & & & 2 \end{bmatrix} \quad (6.72)$$

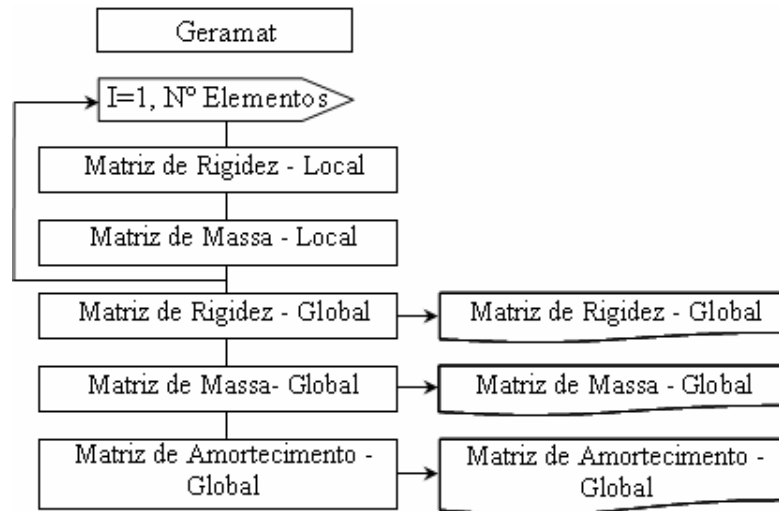


Figura 6.11 – Fluxograma geramat.

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} & & & \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} & & \underline{0} & \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} & & & \\ & & & R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ & \underline{0} & & R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ & & & R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{bmatrix} \quad (6.73)$$

$$\xi_j = \frac{\alpha}{2\omega_{oj}} + \frac{\beta\omega_{oi}}{2} \quad (6.74)$$

$$\begin{Bmatrix} \xi_i \\ \xi_j \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & \omega_{oi} \\ \frac{1}{\omega_{oi}} & \omega_{oj} \\ \frac{1}{\omega_{oj}} & \omega_{oi} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha \\ \beta \end{Bmatrix} \quad (6.75)$$

$$\mathbf{C} = \beta\mathbf{K} + \alpha\mathbf{M} \quad (6.76)$$

$$\mathbf{K}_{Global}^{Elemento} = \mathbf{R}^T \mathbf{K}_{Local}^{Elemento} \mathbf{R} \quad (6.77)$$

$$\mathbf{M}_{Global}^{Elemento} = \mathbf{R}^T \mathbf{M}_{Local}^{Elemento} \mathbf{R} \quad (6.78)$$

6.4.3. SUB-ROTINA JACOBI

Sub-rotina (Figura 6.12) para solução do problema de autovalor (Equação 6.79), onde uma solução diferente da trivial exige que $\text{DET}(\mathbf{K} - \omega_0^2\mathbf{M})=0$. Com a solução do polinômio característico, obtêm-se as frequências naturais (ω_{0j}) e o modo de vibração correspondente ($\boldsymbol{\varphi}_j$).



Figura 6.12 – Fluxograma Jacobi.

$$(\mathbf{K} - \omega_0^2\mathbf{M})\boldsymbol{\varphi} = \mathbf{0} \quad (6.79)$$

6.4.4 SUB-ROTINA GENERALIZA

Essa sub-rotina (fluxograma, Figura 6.13) destina-se à geração das matrizes generalizadas: massa generalizada (Equação 6.80), rigidez generalizada (Equação 6.81), amortecimento generalizado (Equação 6.82) e também à discretização do carregamento (Equações 6.83 e 6.84) e a geração do carregamento generalizado (Equação 6.85).

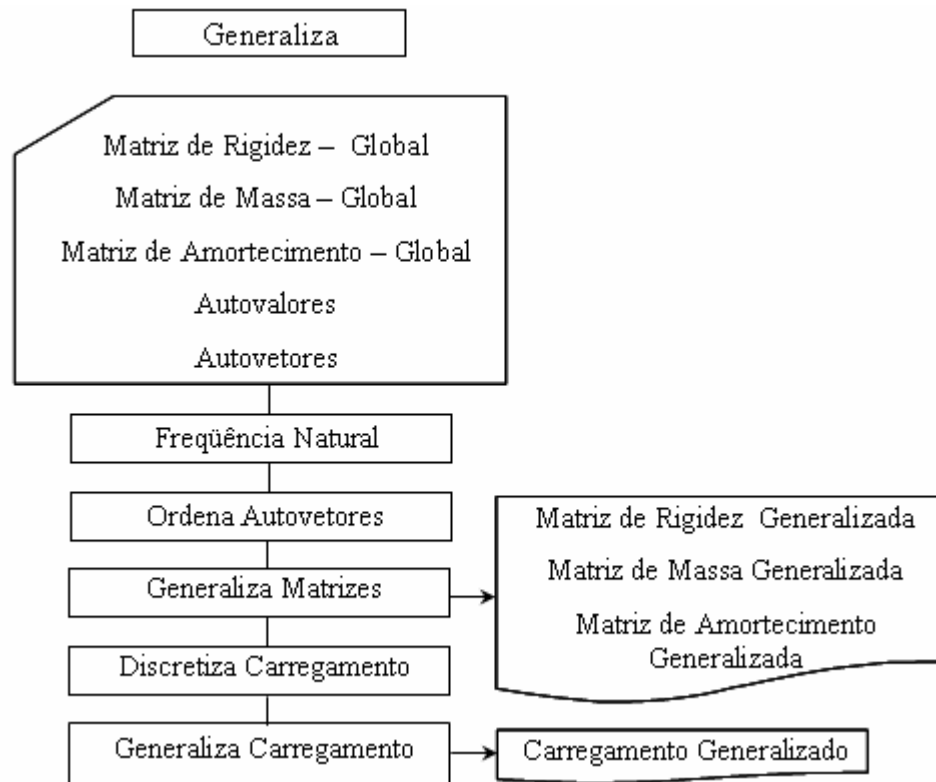


Figura 6.13 – Fluxograma Generaliza.

$$\boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{M} \boldsymbol{\varphi}_j = \begin{cases} M_i, & \text{para } i = j \\ 0, & \text{para } i \neq j \end{cases} \quad (6.80)$$

$$\boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{K} \boldsymbol{\varphi}_j = \begin{cases} K_i, & \text{para } i = j \\ 0, & \text{para } i \neq j \end{cases} \quad (6.81)$$

$$\boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{C} \boldsymbol{\varphi}_j = \begin{cases} C_i, & \text{para } i = j \\ 0, & \text{para } i \neq j \end{cases} \quad (6.82)$$

$$\Delta t = \frac{(t_{final} - t_{inicial})}{N^{\circ} \text{ de Intervalos}} \quad (6.83)$$

$$P_i = t_i + \Delta t(j - 1) \quad (6.84)$$

$$\mathbf{P}\boldsymbol{\varphi}_j = \mathbf{P}\mathbf{G} \quad (6.85)$$

6.4.5 SUB-ROTINA FREQUÊNCIA

Essa sub-rotina (fluxograma, Figura 6.14) fornece a resposta da estrutura no domínio da frequência. No procedimento utiliza-se a transformada de *Fourier* do carregamento (Equação 6.86), as frequências discretizadas (Tabela 6.13) e a função resposta da frequência (Equação 6.87). Os resultados apresentados são os deslocamentos modais (Equação 6.88) e nodais (Equação 6.89), ambos no domínio da frequência. Os resultados podem também ser expressos no domínio do tempo (Equações 6.90 e 6.91), para isso aplica-se a transformada inversa de *Fourier* nas Equações 6.88 e 6.89, respectivamente, ou realiza-se a superposição modal (Equação 6.92) na Equação 6.90.

Tabela 6.13 – Frequências discretas.

N_i	μ	$\bar{\omega}_n$
0	0	0
1	1	$\Delta\bar{\omega}_n$
2	1	$2\Delta\bar{\omega}_n$
\mathbb{N}	\mathbb{N}	\mathbb{N}
$n/2$	$n/2$	$(n/2)\Delta\bar{\omega}_n$
\mathbb{N}	\mathbb{N}	\mathbb{N}
$n-2$	-2	$-2\Delta\bar{\omega}_n$
$n-1$	-1	$-1\Delta\bar{\omega}_n$

Onde: $\beta_i = \bar{\omega}/\omega_{oi}$; $\bar{\omega}_n = \mu\Delta\bar{\omega}_n$; $\Delta\bar{\omega}_n = \frac{2\pi}{T_p}$; $t_n = n\Delta t$ ($n = 0, 1, 2, \dots, n-1$)

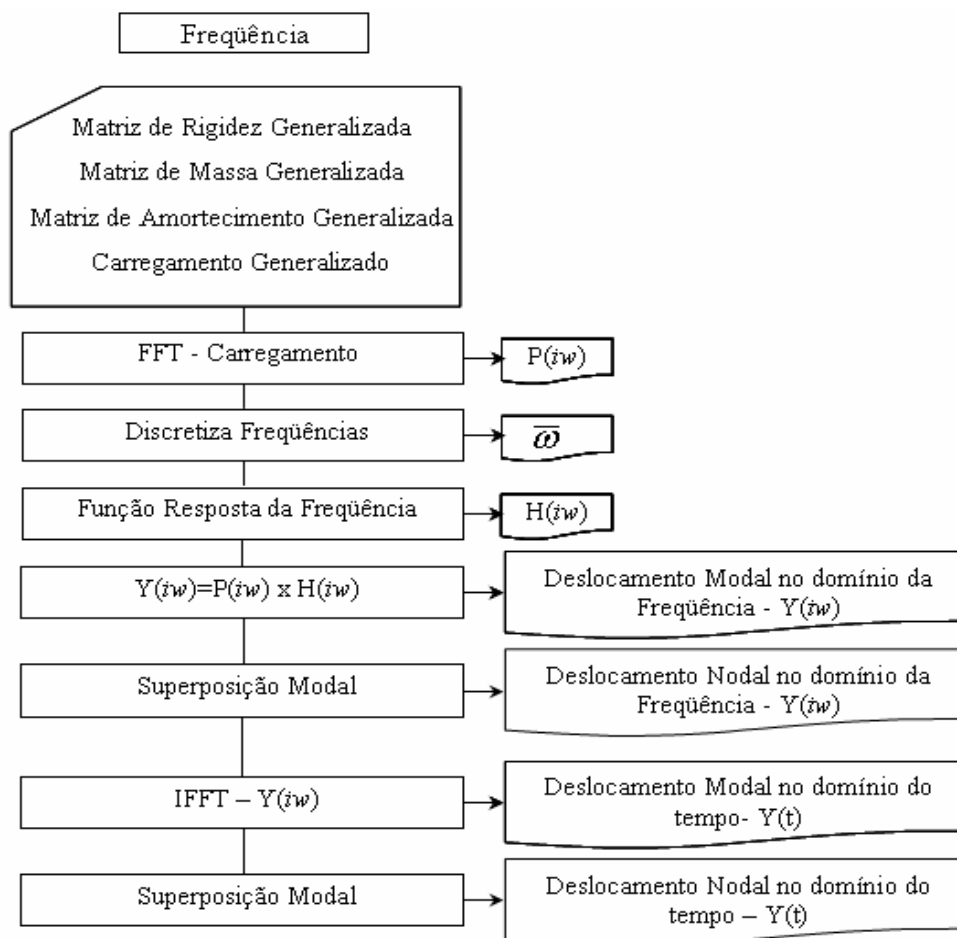


Figura 6.14 – Fluxograma Frequência.

$$P_i(i\bar{\omega}) = \int_{-\infty}^{+\infty} P_i(t) e^{i\bar{\omega}t} dt \quad (6.86)$$

$$H_i(i\bar{\omega}) = \frac{1}{\omega_{oi}^2 M_i} \left[\frac{1}{(1 - \beta_i^2) + i(2\xi_i \beta_i)} \right] \quad \xi_i \geq 0 \quad (6.87)$$

$$y_i(i\bar{\omega}) = H_i(i\bar{\omega}) P_i(i\bar{\omega}) \quad (6.88)$$

$$v_i(i\bar{\omega}) = \boldsymbol{\varphi}_i y_i(i\bar{\omega}) \quad (6.89)$$

$$y_i(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} y_i(i\bar{\omega}) e^{i\bar{\omega}t} d\bar{\omega} \quad (6.90)$$

$$v_i(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} y_i(i\bar{\omega}) e^{i\bar{\omega}t} d\bar{\omega} \quad (6.91)$$

$$v_i(t) = \boldsymbol{\varphi}_i y_i(t) \quad (6.92)$$

6.4.6 SUB-ROTINA DUHAMEL

Essa sub-rotina (fluxograma, Figura 6.15) fornece a resposta da estrutura no domínio do tempo, através da integração de *Duhamel*. Cujo procedimento está descrito nas Equações 6.93 à 6.102, a Equação 6.101 apresenta o Deslocamento Modal no domínio do tempo. Para obter o deslocamento nodal no domínio do tempo (Equação 6.102) aplica-se a sobreposição modal na Equação 6.101.

$$y(t_i) = \frac{e^{-\xi_j \omega_{oi}(t_i)}}{M_i \omega_{oi}} [A(t_i) \text{sen } \omega_{ai} t_i - B(t_i) \text{cos } \omega_{ai} t_i] \quad (6.93)$$

$$p(\tau) = p(t_{i-1}) + \frac{\Delta p_i}{\Delta t_i} (\tau - t_{i-1}) \quad (6.94)$$

$$A(t_i) = A(t_{i-1}) + \left[p(t_{i-1}) + \frac{\Delta p_i}{\Delta t_i} \right] \Delta l_1 + \frac{\Delta p_i}{\Delta t_i} \Delta l_4 \quad (6.95)$$

$$B(t_i) = B(t_{i-1}) + \left[p(t_{i-1}) + \frac{\Delta p_i}{\Delta t_i} \right] \Delta l_2 + \frac{\Delta p_i}{\Delta t_i} \Delta l_3 \quad (6.96)$$

$$I_1(t_i) = \frac{e^{\xi_i \omega_{oi} t_i}}{(\xi_i \omega_{oi})^2 + (\omega_{ai})^2} (\xi_i \omega_{oi} \text{cos}(\omega_{ai} t_i) + \omega_{ai} \text{sen}(\omega_{ai} t_i)) \quad (6.97)$$

$$I_2(t_i) = \frac{e^{\xi_i \omega_{oi} t_i}}{(\xi_i \omega_{oi})^2 + (\omega_{ai})^2} (\xi_i \omega_{oi} \text{sen}(\omega_{ai} t_i) i - \omega_{ai} \text{cos}(\omega_{ai} t_i)) \quad (6.98)$$

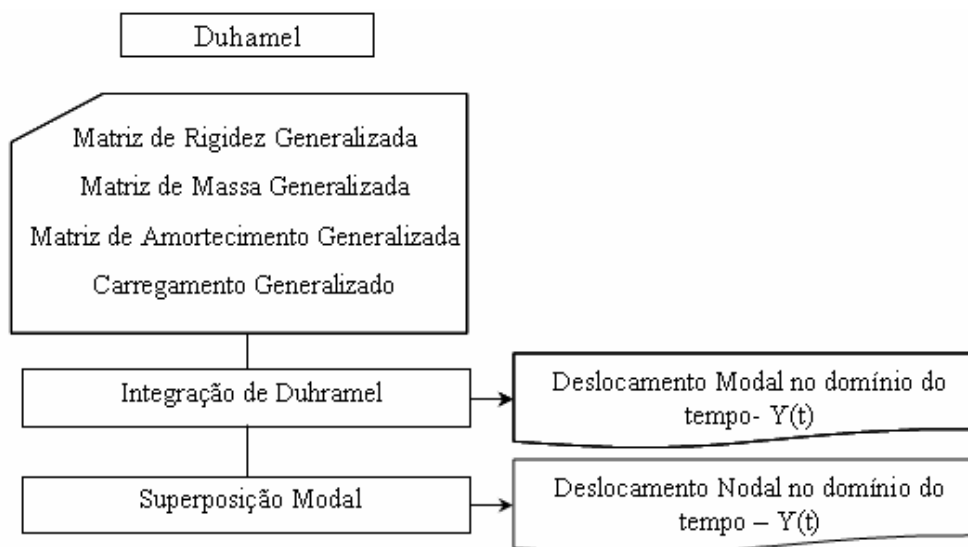


Figura 6.15 – Fluxograma Duhamel.

$$I_3(t_i) = \left[t_i - \frac{\xi_i \omega_{oi}}{(\xi_i \omega_{oi})^2 + (\omega_{ai})^2} \right] I_2(t_i) + \frac{\omega_{ai}}{(\xi_i \omega_{oi})^2 + (\omega_{ai})^2} I_1(t_i) \quad (6.99)$$

$$I_4(t_i) = \left[t_i - \frac{\xi_i \omega_{oi}}{(\xi_i \omega_{oi})^2 + (\omega_{ai})^2} \right] I_1(t_i) + \frac{\omega_{ai}}{(\xi_i \omega_{oi})^2 + (\omega_{ai})^2} I_2(t_i) \quad (6.100)$$

$$y(t_i) = \frac{e^{-\xi_j \omega_{oi}(t_j)}}{M_j \omega_{oi}} [A(t_j) \text{sen } \omega_{ai} t_j - B(t_j) \text{cos } \omega_{ai} t_j] \quad (6.101)$$

$$v_j(t) = \Phi_j y_j(t) \quad (6.102)$$

6.4.7. SUB-ROTINA NEWMARK

A Figura 6.16 apresenta o fluxograma para análise no domínio do tempo, por meio da integração de *Newmark*. O procedimento está descrito nas Equações 6.103 à 6.109, sendo que a Equação 6.109 apresenta o deslocamento nodal no domínio do tempo.

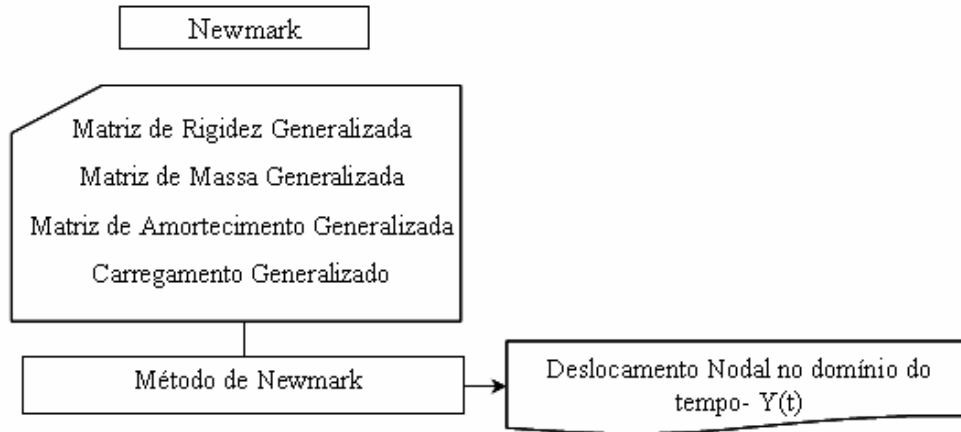


Figura 6.16 – Fluxograma Newmark.

$$\dot{\mathbf{v}}_1 = \dot{\mathbf{v}}_0 + (1-\gamma)\Delta t \ddot{\mathbf{v}}_0 + \gamma \Delta t \ddot{\mathbf{v}}_1 \quad (6.103)$$

$$\mathbf{v}_1 = \mathbf{v}_0 + \Delta \mathbf{v}_0 + \left(\frac{1}{2} - \beta\right) \Delta t^2 \ddot{\mathbf{v}}_0 + \beta \Delta t^2 \ddot{\mathbf{v}}_1 \quad (6.104)$$

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{v}}_1 + \mathbf{C} \dot{\mathbf{v}}_1 + \mathbf{K} \mathbf{v}_1 = \mathbf{P}_1 \quad (6.105)$$

$$\ddot{\mathbf{v}}_1 = \frac{1}{\beta \Delta t^2} (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_0) - \frac{1}{\beta \Delta t} \dot{\mathbf{v}}_0 - \left(\frac{1}{2\beta} - 1\right) \ddot{\mathbf{v}}_0 \quad (6.106)$$

$$\dot{\mathbf{v}}_1 = \dot{\mathbf{v}}_0 + (1-\gamma)\Delta t \ddot{\mathbf{v}}_0 + \gamma \Delta t \left(\frac{1}{\beta \Delta t^2} (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_0) - \frac{1}{\beta \Delta t} \dot{\mathbf{v}}_0 - \left(\frac{1}{2\beta} - 1\right) \ddot{\mathbf{v}}_0 \right) \quad (6.107)$$

$$\mathbf{v}_1 = \mathbf{v}_0 + (1-\gamma)\Delta t \dot{\mathbf{v}}_0 + \gamma \Delta t \left(\frac{1}{\beta \Delta t^2} (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_0) - \frac{1}{\beta \Delta t} \dot{\mathbf{v}}_0 - \left(\frac{1}{2\beta} - 1\right) \ddot{\mathbf{v}}_0 \right) \quad (6.108)$$

$$\mathbf{v}_i = \left[\mathbf{M} \frac{1}{\beta \Delta t^2} + \mathbf{C} \frac{\gamma}{\beta \Delta t} + \mathbf{K} \right]^{-1} \left[\mathbf{P}_i + \mathbf{M} \left(\frac{1}{\beta \Delta t^2} \mathbf{v}_{i-1} + \frac{1}{\beta \Delta t} \dot{\mathbf{v}}_{i-1} + \left(\frac{1}{2\beta} - 1\right) \ddot{\mathbf{v}}_{i-1} \right) + \mathbf{C} \left(\frac{\gamma}{\beta \Delta t} \mathbf{v}_{i-1} + \left(\frac{\gamma}{\beta} - 1\right) \dot{\mathbf{v}}_{i-1} + \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{\gamma}{\beta} - 2\right) \ddot{\mathbf{v}}_{i-1} \right) \right] \quad (6.109)$$

6.5 OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL

O algoritmo utilizado no processo de otimização já foi descrito na seção sobre algoritmos genéticos, aqui se destacam apenas as considerações particulares de cada um dos tipos de otimização.

6.5.1 OTIMIZAÇÃO DIMENSIONAL

Trata-se basicamente do algoritmo apresentado na seção 7.2 Algoritmos Genéticos, cujo fluxo está representado na Figura 6.17.

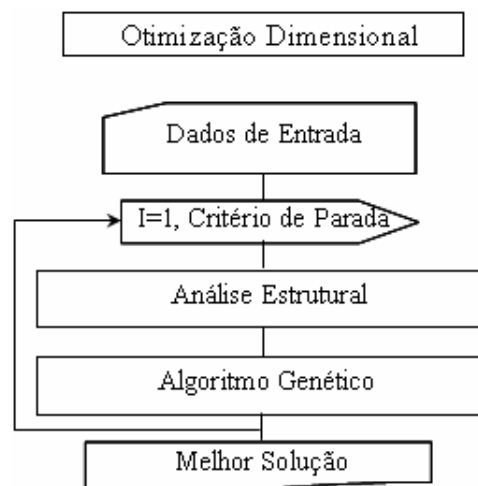


Figura 6.17 – Fluxograma de otimização dimensional.

6.5.2 OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA

Para esse tipo de otimização, a variável de projeto é a presença dos elementos na estrutura. Optou-se por utilizar o alfabeto binário para representar essa variável, onde a *string* 1 indica a presença; a 0, a ausência do elemento na estrutura.

O cromossomo (indivíduo) será composto por n *strings*, que indicarão quais elementos estão presentes na estrutura. A ausência de determinados elementos pode gerar estruturas hipoestáticas, portanto, devem-se realizar testes para verificar a estabilidade física e numérica da estrutura. Se detectada a instabilidade, passa-se para a

fase de avaliação (algoritmo genético) onde o indivíduo é penalizado. O procedimento é apresentado na Figura 6.18.

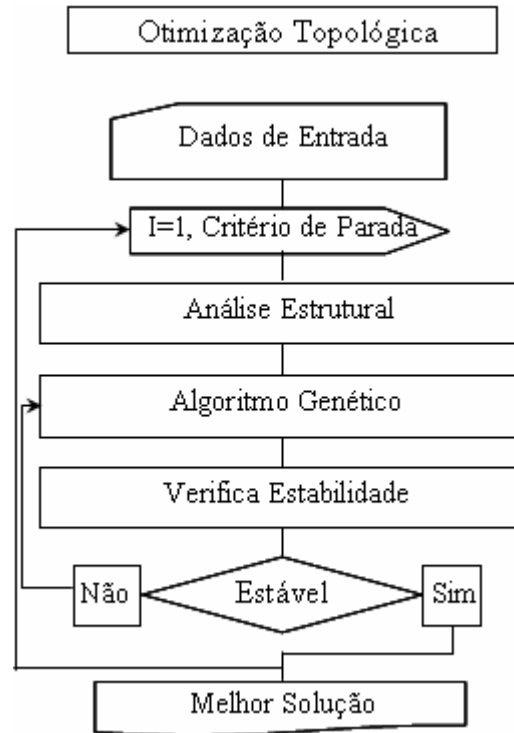


Figura 6.18 – Fluxograma de otimização topológica.

6.5.3 OTIMIZAÇÃO DE FORMA

Busca-se a melhor configuração da estrutura, tendo como variável de projeto as coordenadas dos pontos nodais. A estratégia utilizada no processo de otimização é a mesma abordada na otimização dimensional, onde as variáveis de projeto são codificadas em alfabeto binário. O fluxograma do processo é o mesmo apresentado na Figura 6.17.

6.5.4 OTIMIZAÇÃO SIMULTÂNEA

O objetivo é a minimização do peso das estruturas, tendo como variáveis de projeto as áreas dos elementos e as coordenadas nodais. Ou seja, trata-se de uma abordagem simultânea da otimização dimensional e de forma. Para representar as duas

variáveis distintas o cromossomo é dividido em duas partes (Figura 6.19), uma representando as áreas dos elementos e a outra, as coordenadas dos pontos nodais. O fluxograma do processo é o mesmo apresentado na Figura 6.17.

Áreas					Coordenadas				
A1	A2	A3	...	An	C1	C2	C3	...	Cn

Figura 6.19 – Cromossomo utilizado na otimização simultânea.

6.6 ALGORITMO ROBUSTO

Um dos grandes limitantes do uso dos algoritmos genéticos como otimizador é a necessidade de um grande número de avaliações da função aptidão. Esse problema se agrava quando se propõe utilizar os algoritmos genéticos na otimização estrutural, pois a análise estrutural baseada em elementos finitos demanda um grande custo computacional.

A finalidade da aplicação de variadas técnicas de aceleração é reduzir o número de avaliações da função aptidão, sem perdas significativas para a qualidade da resposta. Apresentam-se, a seguir, propostas para a redução do esforço computacional, onde apenas uma parte da população é avaliada por meio do método convencional (elementos finitos). E também técnicas que proporcionam evolução da solução de forma mais eficiente, evitando a estagnação em regiões não-factíveis ou a convergência prematura.

6.6.1 ALGORITMO GENÉTICO ROBUSTO

Busca acelerar a convergência do algoritmo e também evitar sua convergência prematura, mediante estratégias que restrinjam a busca em regiões não prósperas e acelerem o processo evolutivo.

6.6.1.1 FUNÇÃO DE APTIDÃO DINÂMICA

Propõe-se não penalizar de maneira uniforme as soluções infactíveis durante todo processo, evitando a redução da diversidade genética no início do mesmo, quando

pode ocorrer a perda de materiais genéticos interessantes para a evolução. Existem, na literatura, vários modelos de funções de aptidão adaptativas. No caso é proposto e adotado um modelo mais simples, em que a pressão sobre o processo evolutivo fosse aumentando ao longo do processo, representado pelo fator de penalidade (α) indicado pela Equação 6.110 e pela Figura 6.20, sendo α = fator penalidade; α_{\max} = valor máximo do fator de penalidade; x = iteração.

$$\alpha = \alpha_{\max} * \left[\frac{(\text{Tanh}(0,009 * x - 4.75) + 2)}{3} \right] \quad (6.110)$$

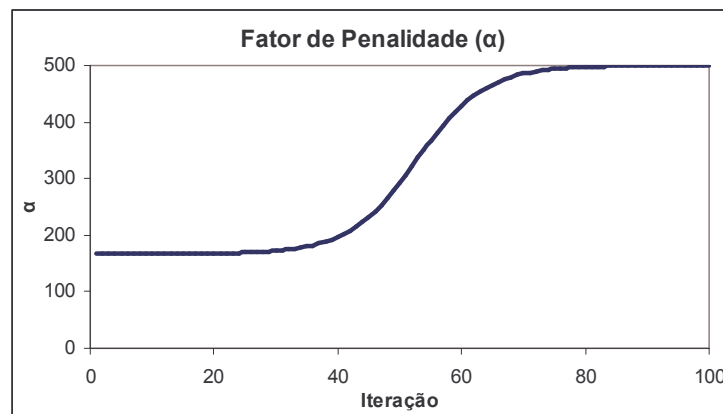


Figura 6.20 – Fator de penalidade.

6.5.1.2 PARÂMETROS GENÉTICOS ADAPTATIVOS

Esses parâmetros tornam a pressão sobre os indivíduos mais flexível à realidade do processo evolutivo nas suas diferentes fases. As taxas de aplicação do *crossover* e de mutação são alteradas ao longo do processo, de acordo com os critérios definidos pelas funções de desempenho.

O critério utilizado para determinação das taxas foi a diversidade genética, que permite adaptação dos parâmetros de acordo com a homogeneidade da população. No caso, foi adotada a avaliação individual, em que cada indivíduo é comparado com as adaptações média e máxima da população.

O cálculo das probabilidades de aplicação dos operadores segue as Equações 6.111 à 6.114, onde: P_c e P_m = respectivamente, probabilidade de *crossover* e de

mutação; F_{max} e F_{med} = respectivamente, a função da aptidão máxima e média da população; F' = o maior valor da função desempenho entre os dois membros do *crossover*; F = função de aptidão para indivíduo sujeito à mutação. Os valores $k_1 = k_3 = 1,0$ e $k_2 = k_4 = 0,5$ foram sugeridos por Srinivas e Patnaik (1994).

$$P_c = k_1 \left(\frac{F_{max} - F'}{F_{max} - F_{med}} \right) \quad se \quad F' \geq F_{med} \quad (6.111)$$

$$P_c = k_3 \quad se \quad F' < F_{med} \quad (6.112)$$

$$P_m = k_2 \left(\frac{F_{max} - F}{F_{max} - F_{med}} \right) \quad se \quad F \geq F_{med} \quad (6.113)$$

$$P_m = k_4 \quad se \quad F < F_{med} \quad (6.114)$$

6.5.2. REDES NEURAIAS COMO SIMULADORES ESTRUTURAIAS

Propõem a substituição do procedimento de análise estrutural baseado em elementos finitos, por uma rede neural artificial capaz de simular o comportamento estrutural. Esta alternativa baseou-se no trabalho de Barbosa (2004), que utilizou as redes neurais artificiais no problema de análise de confiabilidade estrutural.

O fluxograma apresentado (Figura 6.21) mostra, de forma esquemática, a alternativa proposta. Essa alternativa está restrita aos problemas de otimização estrutural, cujo objetivo é a otimização dimensional. Os demais tipos de otimização (forma e topologia) dependem da geometria do problema, o que torna a simulação mais complexa.

A Rede Neural deve ser treinada tendo com parâmetros de entrada as áreas dos elementos e como parâmetros de saída os deslocamentos, a tensão, as reações de apoio, as frequências naturais etc.

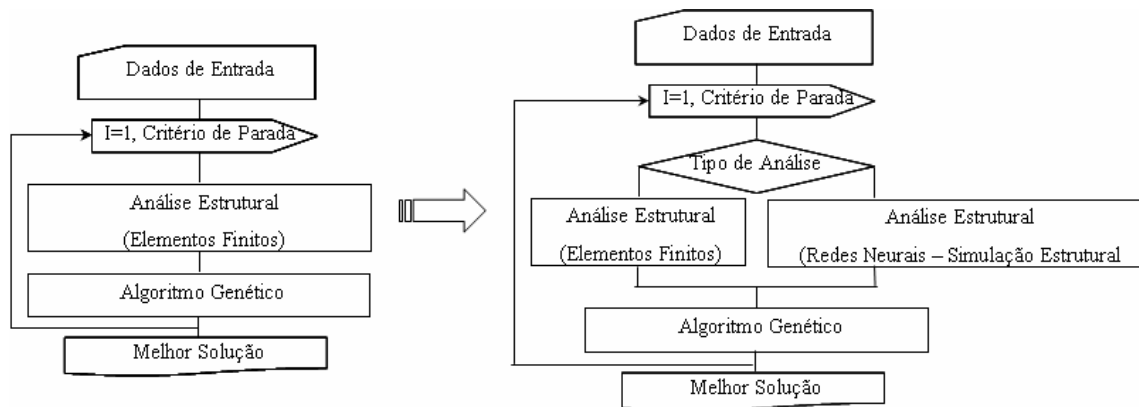


Figura 6.21 – Fluxograma de redes neurais como simuladores estruturais.

6.5.3 REDES NEURAIS COMO SIMULADORES DA FUNÇÃO APTIDÃO

Aqui a proposta é semelhante a anterior, porém a substituição engloba, também, o cálculo da função aptidão. Ou seja, em vez de a rede ser treinada para simular deslocamentos e tensões, ela já fornece o valor da função de aptidão, como mostra a Figura 6.22.

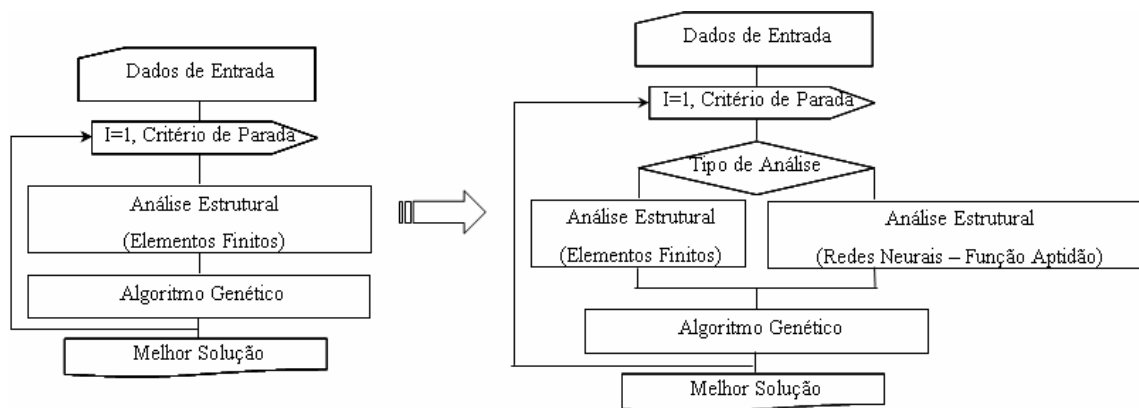


Figura 6.22 – Rede neural com simulador da função aptidão.

6.5.4 APTIDÃO APROXIMADA BASEADA EM SIMILARIDADE

A função aptidão é avaliada com base na média ponderada de outras aptidões calculadas anteriormente. A ponderação baseia-se na semelhança existente entre os indivíduos, calculada por meio da distância de *hamming*, número de *bits* diferentes entre dois cromossomos, sugerida por Fonseca et al (2006a).

Neste trabalho, adota-se um procedimento (Figura 6.23) diferente daquele adotado por Fonseca et al (2006a), no que diz respeito a abordagem da escolha dos elementos da população como parâmetro de referência para avaliação dos outros indivíduos. O procedimento empregado baseia-se na análise de k indivíduos pelo método convencional e o restante é calculado por meio das Equações 6.115 e 6.116, onde $d(x^h, x^i)$ = distância *hamming* existente entre o indivíduo x^h e o indivíduo x^i ; $f(x^i)$ = função de aptidão do indivíduo x^i , calculada por meio do método convencional e $\hat{f}(x^h)$ = função de aptidão do indivíduo x^h .

$$\hat{f}(x^h) = \frac{\sum_{i=1}^k w_i f(x^i)}{\sum_{i=1}^k w_i} \quad (6.115)$$

$$w_i = \begin{cases} \frac{1}{d(x^h, x^i)} & \text{se } d(x^h, x^i) \neq 0 \\ 1 & \text{se } d(x^h, x^i) = 0 \end{cases} \quad w_j = 0 \quad \forall j \neq i \quad (6.116)$$

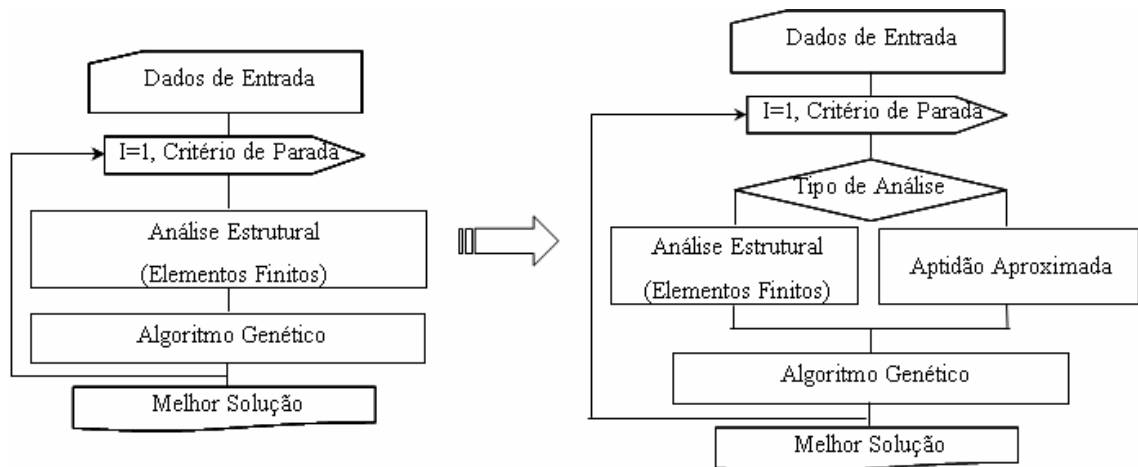


Figura 6.23 – Fluxograma da aptidão aproximada baseada em similaridade.

7. APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS

Neste Capítulo, realiza-se uma comparação dos resultados obtidos com os resultados disponíveis na literatura e destaca-se os resultados obtidos com os algoritmos genéticos robustos, os problemas com restrições clássicas e com as normativas, a otimização simultânea, a maximização de frequências naturais, a rede neural como simulador estrutural e da função aptidão, a aptidão baseada em similaridade da função aptidão e a aplicação destas propostas para estruturas de grande porte.

Em todos os exemplos adotou-se o algoritmo genético geracional do tipo elitista, com operador de *crossover* de dois pontos, uma população de 40 indivíduos, como critério de parada, 50 iterações e 50 rodadas. Os demais parâmetros genéticos são individuais para cada exemplo.

7.1 OTIMIZAÇÃO DIMENSIONAL

7.1.1 RESTRIÇÕES CLÁSSICAS

7.1.1.1 TRELIÇA DE DEZ BARRAS

O objetivo é a minimização do peso da estrutura (Figura 7.1), com suas características geométricas descritas na Tabela 7.1, submetidas ao carregamento estático indicado na Tabela 7.2, e sujeitas às seguintes restrições: deslocamento admissível 50,8 mm e tensão admissível 172,25 MPa, tendo com base o espaço de busca das áreas apresentadas na Tabela 7.3.

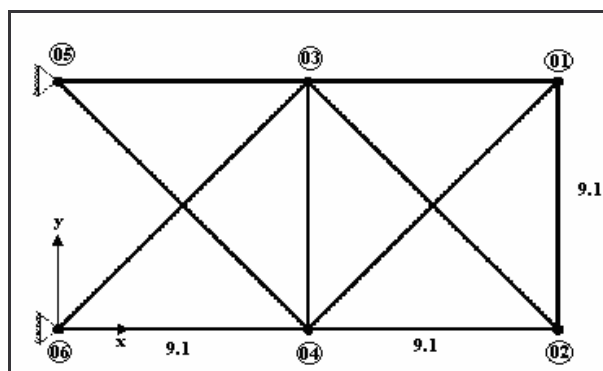


Figura 7.1 – Treliça de dez barras (coordenadas em metros).

Tabela 7.1 – Incidência – Treliça de dez barras.

<i>Elemento</i>	<i>Incidência</i>	<i>Elemento</i>	<i>Incidência</i>
1	5 - 3	6	2 - 1
2	3 - 1	7	5 - 4
3	6 - 4	8	6 - 3
4	4 - 2	9	3 - 2
5	4 - 3	10	4 - 1

Tabela 7.2 – Carregamento – Treliça de dez barras.

<i>Nó</i>	F_x (kN)	F_y (kN)	F_z (kN)
02	0,00	- 445,37	0,00
04	0,00	- 445,37	0,00

Tabela 7.3 – Espaço de busca (áreas) – Treliça de dez barras.

<i>Áreas (cm²)</i>	10,45; 11,61; 12,84; 13,74; 15,35; 16,90; 16,97; 18,58; 18,90; 19,94; 20,19; 21,81; 22,39; 22,90; 23,42; 24,77; 24,97; 25,03; 26,97; 27,23; 28,97; 29,61; 30,97; 32,06; 33,03; 37,03; 46,58; 51,42; 74,19; 87,10; 89,68; 91,61; 100,00; 103,23; 109,03; 121,29; 128,39; 141,94; 147,74; 170,97; 193,55; 216,13
<i>Modulo de Elasticidade (MPa)</i>	6,89 x 10 ⁴
<i>Peso Específico (Kg/m³)</i>	2770,00

A Figura 7.2 apresenta a evolução da pior e da melhor solução ao longo das iterações; a melhor solução foi obtida na iteração de número 20, onde se obteve um peso de 2490,56 kg. As Tabelas 7.4 e 7.5 apresentam áreas referentes à melhor solução e à análise estatística dos resultados, respectivamente.

Tabela 7.4 – Resultados (áreas) – Otimização dimensional – Treliça de dez barras clássica.

Rodada	Grupo de Áreas ($\times 10^{-3} m^2$)										Peso (kg)
	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	
Melhor	21,60	1,05	0,15	9,16	1,05	1,05	5,14	14,8	14,20	1,05	2490,56
Pior	17,10	1,70	8,97	9,16	1,16	1,05	14,80	19,40	19,40	2,02	2977,87
Referência (*)	21,60	1,05	0,15	9,16	1,05	1,05	5,14	14,80	14,20	1,05	2490,56

(*) Melhor solução obtida por Rajeev e Krishnamoorthy (1992).

Tabela 7.5 – Análise estatística – Otimização dimensional – Treliça de dez barras clássica.

Média (kg)	Mediana (kg)	Desvio Padrão (kg)	Pior Rodada (kg)	Melhor Rodada (kg)
2673,96	2667,15	79,83	2977,87	2490,56

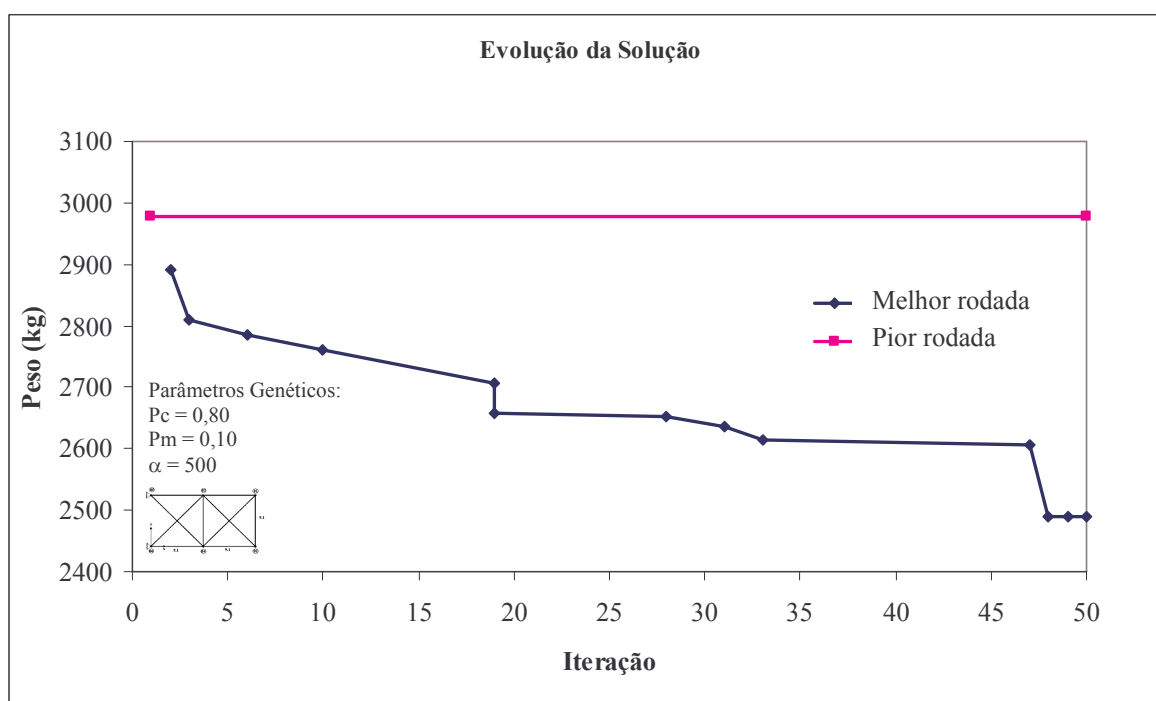


Figura 7.2 – Evolução da solução (peso) – Otimização dimensional – Treliça de dez barras clássica.

7.1.1.2 TRELIÇA DE 25 BARRAS

O objetivo é a minimização do peso da estrutura (Figura 7.3), submetida ao carregamento descrito na Tabela 7.6 e sujeita às seguintes restrições: deslocamento admissível 8,89 mm e tensão admissível 275,6 MPa. Os elementos foram agrupados de

acordo com as suas características estruturais (Tabela 7.7). As Tabelas 7.8 e 7.9 apresentam o espaço de busca e a incidência, respectivamente.

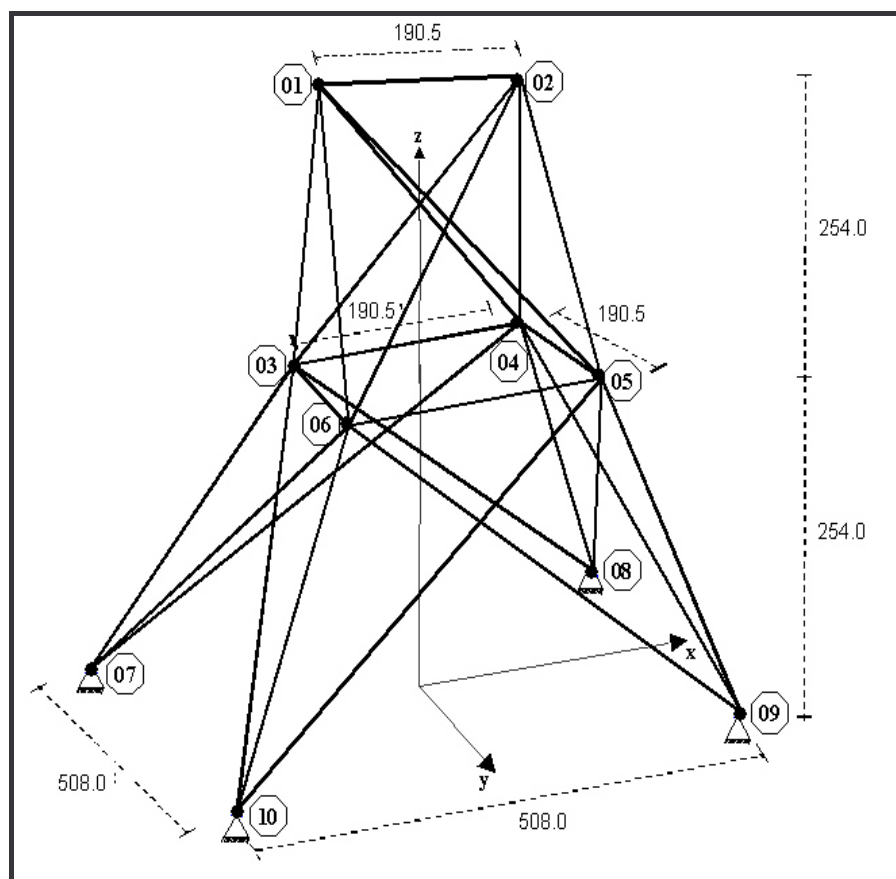


Figura 7.3 – Treliça de 25 barras (coordenadas em centímetros).

Tabela 7.6 – Carregamento – Treliça de 25 barras.

Nó	$F_x (N)$	$F_y (N)$	$F_z (N)$
1	4453,74	- 44537,40	-44537,40
2	0,00	- 44537,40	-44537,40
3	2226,87	0,00	0,00
6	2672,24	0,00	0,00

Tabela 7.7 – Grupo de elementos – Treliça de 25 barras.

Grupo	Elementos	Grupo	Elementos
1	25	5	14; 16
2	19; 20; 21; 22	6	3; 4; 9; 11
3	17; 18; 23; 24	7	2; 6; 7; 10
4	13; 15	8	1; 5; 8; 12

Tabela 7.8 – Espaço de busca (áreas) – Treliça de 25 barras.

<i>Áreas (cm²)</i>	0,65; 1,29; 1,94; 2,58; 3,23; 3,87; 4,52; 5,16; 5,81; 6,45; 7,10; 7,74; 8,39; 9,03; 9,68; 10,32; 10,97; 11,61; 12,26; 12,90; 13,55; 14,19; 14,84; 15,48; 16,13; 16,77; 18,06; 19,35; 20,65; 21,94
<i>Modulo de Elasticidade (MPa)</i>	6,89 x 10 ⁴
<i>Peso Específico (Kg/m³)</i>	2770,00

Tabela 7.9 – Incidência – Treliça de 25 barras.

<i>Elementos</i>	<i>Incidência</i>	<i>Elementos</i>	<i>Incidência</i>
1	7 - 3	14	6 - 5
2	7 - 4	15	5 - 4
3	7 - 6	16	3 - 4
4	10 - 3	17	1 - 3
5	10 - 6	18	1 - 6
6	10 - 5	19	1 - 4
7	8 - 3	20	1 - 5
8	8 - 4	21	2 - 3
9	8 - 5	22	2 - 6
10	9 - 6	23	2 - 4
11	9 - 4	24	2 - 5
12	9 - 5	25	2 - 1
13	3 - 6	-	-

A melhor solução encontrada, 227,81 kg, representa uma redução de 6 % no peso da estrutura em relação à solução apresentada em Rajeev e Krishnamoorthy (1992). A Figura 7.4 apresenta a sua evolução ao longo das iterações e as Tabelas 7.10 e 7.11 e apresentam a relação das áreas e uma análise estatística dos resultados, respectivamente.

Tabela 7.10 – Resultados (áreas) – Otimização dimensional – Treliça de 25 barras clássica.

<i>Rodada</i>	<i>Grupo de Áreas (x 10⁻³ m²)</i>								<i>Peso (kg)</i>
	<i>A1</i>	<i>A2</i>	<i>A3</i>	<i>A4</i>	<i>A5</i>	<i>A6</i>	<i>A7</i>	<i>A8</i>	
<i>Melhor</i>	0,06	0,45	1,94	0,06	0,65	0,71	0,71	2,06	227,81
<i>Pior</i>	1,29	1,94	1,48	0,26	1,94	0,77	1,29	1,94	317,19
<i>Referência (*)</i>	0,06	1,16	1,48	0,13	0,06	0,52	1,16	1,94	242,89

(*) Melhor solução obtida por Rajeev e Krishnamoorthy (1992).

Tabela 7.11 – Análise estatística – Otimização dimensional – Treliça de 25 barras clássica.

<i>Média</i> (kg)	<i>Mediana</i> (kg)	<i>Desvio Padrão</i> (kg)	<i>Pior Rodada</i> (kg)	<i>Melhor Rodada</i> (kg)
251,26	246,17	20,51	317,19	227,81

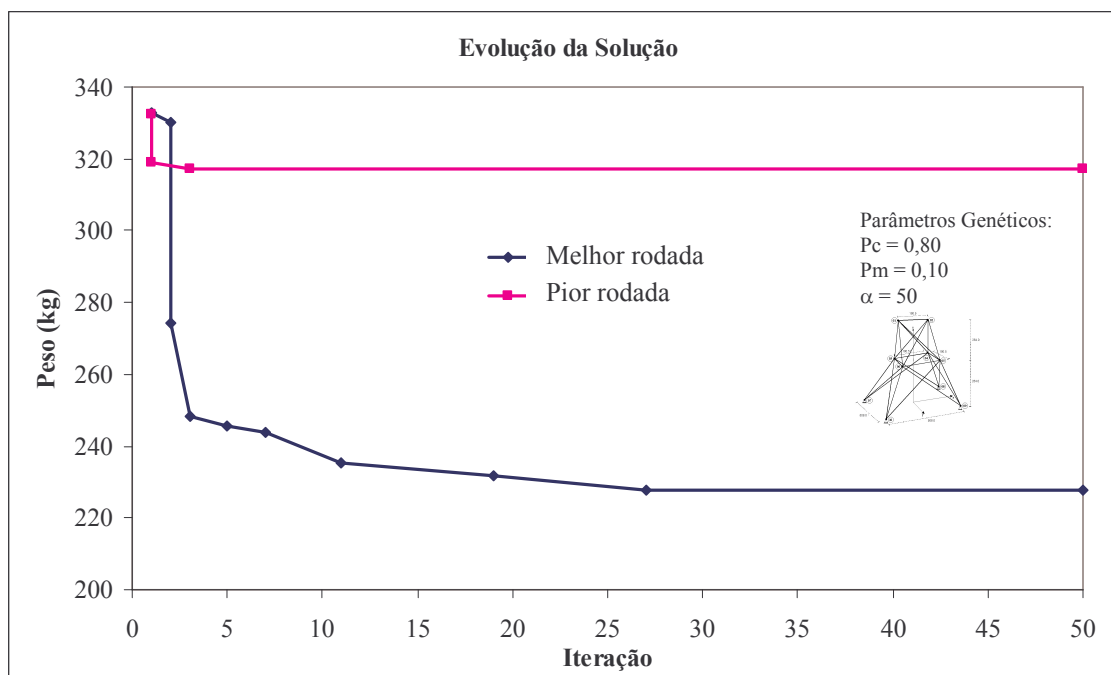


Figura 7.4 – Evolução da solução (peso) – Otimização dimensional – Treliça de 25 barras clássica.

7.1.1.3 TRELIÇA DE 25 BARRAS – CARREGAMENTO DINÂMICO

O objetivo é a minimização do peso da estrutura (Figura 7.3), submetida ao carregamento dinâmico apresentado na Figura 7.5 e seu respectivo espectro na Figura 7.6. O referido carregamento está aplicado no nó 01 na direção x. Os dados referentes à incidência, aos grupos de elementos, às restrições e o espaço de busca encontram-se apresentados no exemplo 7.1.1.2.

Para a determinação dos valores dos parâmetros utilizadas na composição da função aptidão, necessitou-se de uma análise da resposta no domínio do tempo. Através desta análise foram determinados os deslocamentos nodais máximos assumidos por

cada um dos nós ao longo do período de análise. O mesmo procedimento foi utilizado para as tensões, onde determinou-se as tensões máximas de cada um dos elementos para o período de análise. Após determinados as grandezas máximas, elas foram verificadas quanto as restrições do problema.

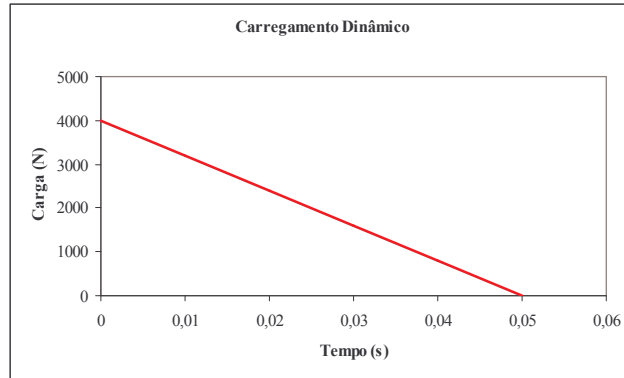


Figura 7.5 – Carregamento dinâmico

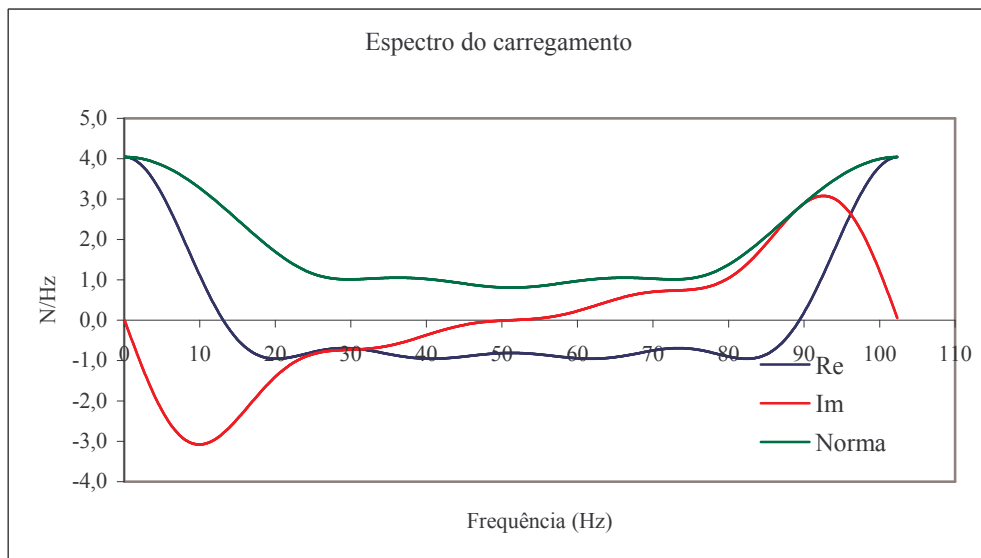


Figura 7.6 – Espectro do carregamento

O procedimento descrito acima torna-se inviável para grandes estruturas, devido ao esforço computacional para análise da resposta no domínio do tempo. Para esses problemas uma proposta é a utilização da análise espectral, que fornece as grandezas máximas para a estrutura.

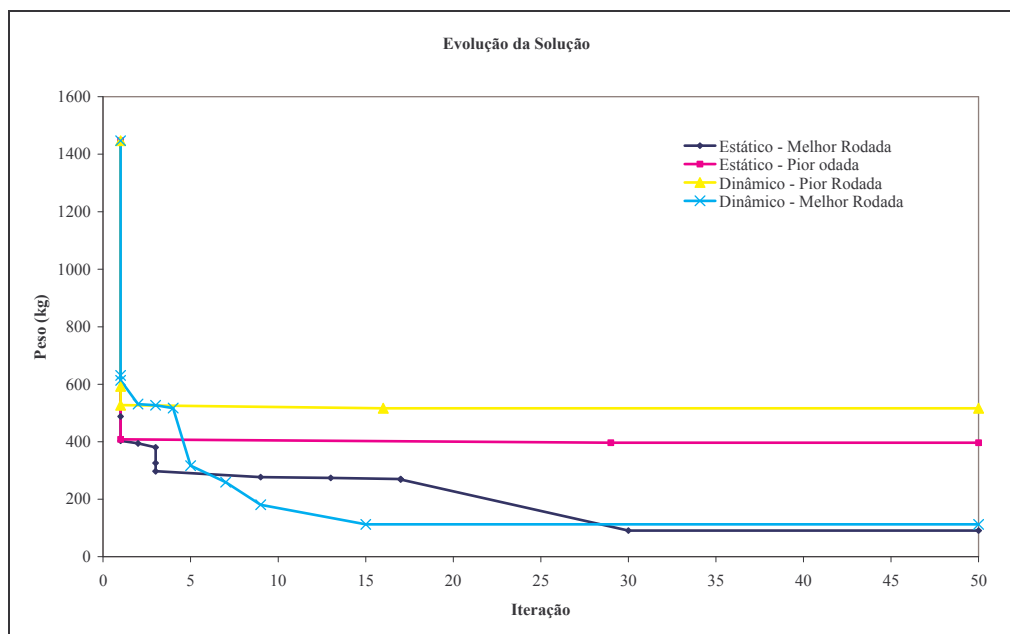


Figura 7.7 – Evolução da solução (peso) – Otimização dimensional – Treliça de 25 barras clássica – Carregamento dinâmico

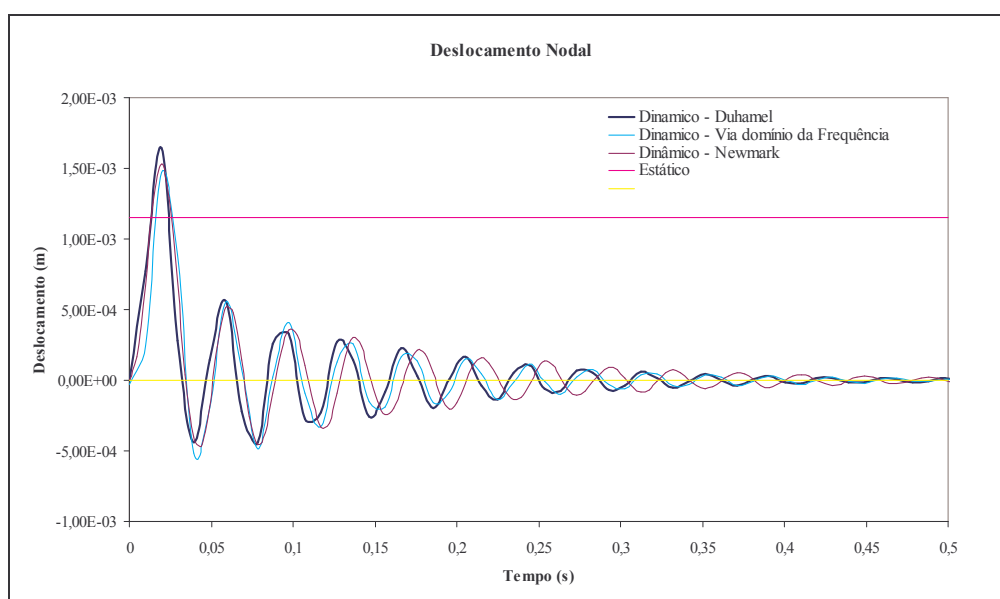


Figura 7.8 – Deslocamento Nodal (nó 1, direção x)

A Figura 7.7 apresenta a evolução das soluções para a treliça de 25 barras. Para o problema com carregamento dinâmico obteve-se um peso mínimo de 112,44 kg, já para o problema com carregamento estático obteve-se um peso mínimo de 91,10 kg. Para a análise estática considerou-se a aplicação de um carregamento estático igual 4000 N no nó 1 na direção x. A Figura 7.8 apresenta uma comparação do deslocamento

nodal obtidos através dos diversos métodos implementados (Integração de Duhamel, Método de Newmark e via domínio da frequência). A Tabela 7.12 apresenta uma comparação das áreas de cada um dos casos e a Tabela 7.13 apresenta uma análise estatística dos resultados obtidos.

Tabela 7.12 – Resultados (áreas) – Otimização dimensional – Treliça de 25 barras clássica e normativa.

Carregamento	Grupo de Áreas ($\times 10^{-4} m^2$)								Peso (kg)
	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	
Dinâmico	9,68	1,29	0,64	7,10	3,87	0,64	0,64	2,58	112,44
Estático	0,64	2,58	1,29	1,29	4,52	1,29	0,64	0,64	91,10

Tabela 7.13 – Análise estatística – Otimização dimensional – Treliça de 25 barras clássica e normativa.

Carregamento	Média (kg)	Mediana (kg)	Desvio Padrão (kg)	Pior Rodada (kg)	Melhor Rodada (kg)
Dinâmico	253,59	231,23	97,07	516,51	112,44
Estático	283,33	283,21	58,42	396,40	91,10

7.1.2 RESTRIÇÕES NORMATIVAS

7.1.2.1 TRELIÇA DE 25 BARRAS

Nesta aplicação, utilizou-se a estrutura apresentada na Figura 7.3, bem como todas as informações fornecidas pelas Tabelas 7.6, 7.7 e 7.9. O objetivo é a redução do peso da estrutura, tendo como base o espaço de busca apresentado na Tabela 7.14. Os perfis que compõem o espaço de busca são perfis tubulares fabricados pela *Vallourec & Mannesmann Tubes* (V&M do Brasil), com as seguintes propriedades: $F_y = 250$ MPa (limite de escoamento), $F_u = 400$ MPa (limite da resistência à tração), $E = 205000$ MPa (módulo de elasticidade) e $\rho = 7850$ kg/m³ (densidade do aço).

As restrições clássicas são as seguintes: deslocamento admissível de 8,89 mm e tensão admissível de 276,6 MPa. Já as restrições normativas seguem a metodologia proposta por Gabrielli (2004), em que foram consideradas as seguintes restrições. Índice de esbeltez máximo: elementos comprimidos $\lambda e = 150$, elementos tracionados $\lambda e = 300$; Esforços solicitantes não devem ultrapassar os esforços resistentes calculados de acordo com as Equações 6.30 (elementos comprimidos) e 6.34 ou 6.35 (elementos tracionados).

Todos os elementos foram considerados como não redundantes e as ligações são do tipo soldadas.

Tabela 7.14 – Espaço de busca (áreas) – Treliça de 25 barras (V&M Brasil).

<i>D</i> (mm)	<i>t</i> (mm)	<i>A</i> (cm ²)	<i>r</i> (cm)	<i>D</i> (mm)	<i>t</i> (mm)	<i>A</i> (cm ²)	<i>r</i> (cm)	<i>D</i> (mm)	<i>t</i> (mm)	<i>A</i> (cm ²)	<i>r</i> (cm)
26,70	2,90	2,15	0,849	60,30	4,80	8,34	1,970	73,00	7,00	14,50	2,350
26,70	3,90	2,80	0,818	48,30	7,10	9,23	1,480	114,30	4,40	15,10	3,890
33,40	3,40	3,19	1,070	60,30	5,50	9,53	1,950	88,90	6,40	16,50	2,930
38,10	3,00	3,31	1,250	73,00	4,80	10,20	2,420	60,30	11,10	17,10	1,780
42,20	3,60	4,32	1,370	73,00	5,20	11,00	2,410	88,90	7,10	18,30	2,900
38,10	5,00	5,20	1,180	73,00	5,50	11,60	2,390	88,90	7,60	19,50	2,890
33,40	6,40	5,40	0,980	48,30	10,20	12,20	1,400	114,30	6,00	20,50	3,830
60,30	3,60	6,38	2,010	88,90	4,80	12,60	2,980	114,30	6,40	21,50	3,820
42,20	6,40	7,15	1,290	114,30	4,00	13,70	3,900	101,60	8,10	23,70	3,320
60,30	4,40	7,68	1,980	60,30	8,70	14,20	1,850	168,30	4,80	24,60	5,780

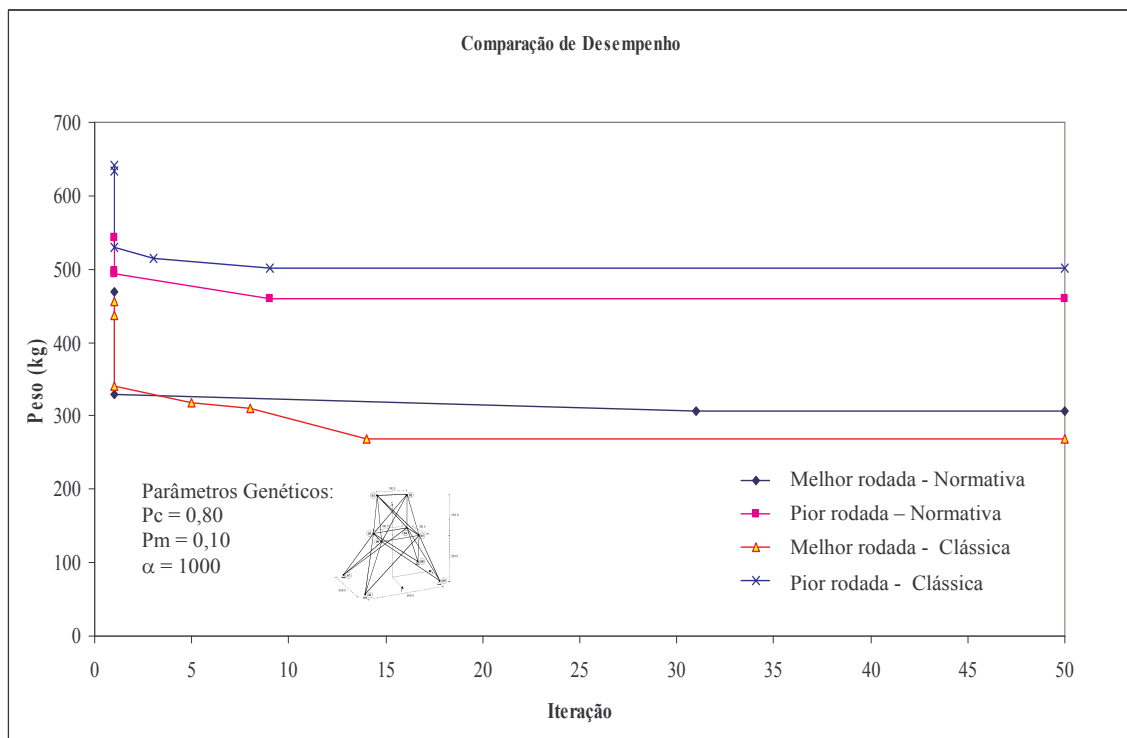


Figura 7.9 – Evolução da solução (peso) – Otimização dimensional – Treliça de 25 barras clássica e normativa.

A Figura 7.9 apresenta a evolução das soluções para a treliça de 25 barras. Para o problema com restrições clássicas obteve-se um peso mínimo de 269,54 kg, já para o problema com restrições normativas obteve-se um peso mínimo de 306,17 kg. A Tabela

7.15 apresenta uma comparação das áreas de cada um dos casos. A presença das restrições de ordem prática provocou um aumento de 36,63 kg no peso da estrutura, representando um aumento de 13,60% e a Tabela 7.16 apresenta uma análise estatística dos resultados obtidos.

Tabela 7.15 – Resultados (áreas) – Otimização dimensional – Treliça de 25 barras clássica e normativa.

<i>Restrição</i>	<i>Grupo de Áreas ($\times 10^{-4} m^2$)</i>								<i>Peso (kg)</i>
	<i>A1</i>	<i>A2</i>	<i>A3</i>	<i>A4</i>	<i>A5</i>	<i>A6</i>	<i>A7</i>	<i>A8</i>	
<i>Clássica</i>	5,4	5,4	3,19	3,19	3,19	2,15	3,19	7,68	269,54
<i>Normativa</i>	5,2	4,32	3,19	4,32	10,20	3,19	3,31	8,34	306,17

Tabela 7.16 – Análise estatística – Otimização dimensional – Treliça de 25 barras clássica e normativa.

<i>Restrições</i>	<i>Média (kg)</i>	<i>Mediana (kg)</i>	<i>Desvio Padrão (kg)</i>	<i>Pior Rodada (kg)</i>	<i>Melhor Rodada (kg)</i>
<i>Normativa</i>	376,31	373,81	38,35	459,44	306,17
<i>Clássica</i>	346,46	333,05	62,94	501,78	269,54

7.2 OTIMIZAÇÃO DE FORMA

7.2.1 RESTRIÇÕES CLÁSSICAS

7.2.1.1 TRELIÇA DE DEZ BARRAS

O objetivo é a minimização do peso da estrutura (Figura 7.1) através da busca de uma melhor configuração geométrica, tendo como espaço de busca as coordenadas (Tabela 7.17), e sujeita às seguintes restrições: deslocamento admissível 50,8 mm e tensão admissível 172,25 MPa. As características da estrutura encontram-se nas Tabelas 7.1 e 7.2.

Como para a otimização de forma as variáveis de projeto são as coordenadas dos pontos nodais da estrutura, as áreas devem permanecer constantes durante todo o processo (Tabela 7.20). Admitindo que o comprimento da estrutura (componente x das coordenadas nodais) seja um dos requisitos de projeto, a variável de projeto passa a ser somente a largura (componente y das coordenadas nodais). Admitiu-se, ainda, que a largura da base é um requisito de projeto, reduzindo dessa forma o número de variáveis

para quatro. E tirando proveito da simetria obtida com o deslocamento do eixo de origem da estrutura para as coordenadas (0,4.55), reduz-se para duas, as variáveis do projeto (C1 e C2) necessárias para representar as coordenadas dos pontos nodais da estrutura (Tabela 7.18)

Tabela 7.17 – Espaço de busca (coordenadas) – Treliça de dez barras.

<i>Coordenadas (m)</i>	0,15; 0,30; 0,46; 0,61; 0,76; 0,91; 1,07; 1,22; 1,37; 1,52; 1,68; 1,83; 1,98; 2,13; 2,29; 2,44; 2,59; 2,74; 2,89; 3,05; 3,20; 3,35; 3,50; 3,66; 3,81; 3,96; 4,11; 4,27; 4,42; 4,57
<i>Modulo de Elasticidade (MPa)</i>	$6,89 \times 10^4$
<i>Peso Específico (Kg/m³)</i>	2770,00

Tabela 7.18 – Coordenadas nodais – Treliça de dez barras.

Nó	Coordenadas (m)		
	<i>x</i>	<i>y</i>	<i>z</i>
01	18,28	- C1	0,00
02	18,28	C1	0,00
03	9,14	- C2	0,00
04	9,14	C2	0,00
05	0,00	-4,57	0,00
06	0,00	4,57	0,00

A solução encontrada, 4017,15 kg, representa uma redução de aproximadamente 36% no peso da estrutura. A Figura 7.10 mostra a evolução da solução ao longo das iterações e a Tabela 7.21 apresenta uma análise estatística dos resultados. A melhor forma obtida para a estrutura encontra-se detalhada na Tabela 7.19 e representada na Figura 7.11. A análise estatística dos resultados encontra-se na Tabela 7.21.

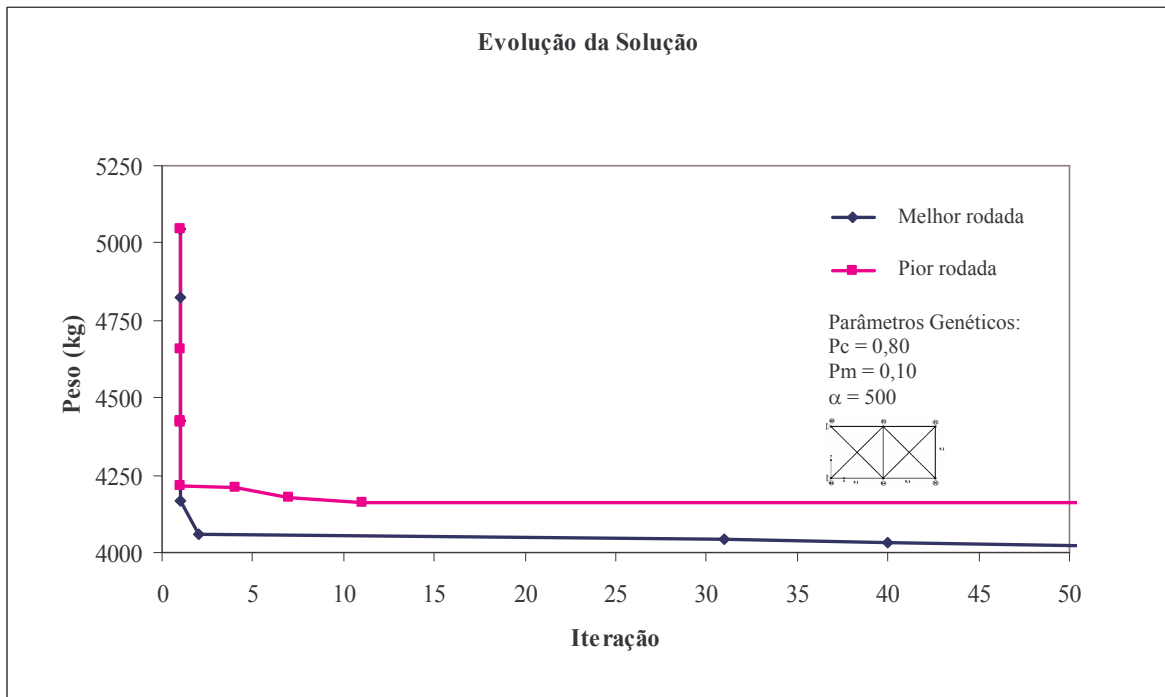


Figura 7.10 – Evolução da solução (peso) – Otimização de forma – Treliça de dez barras clássica.

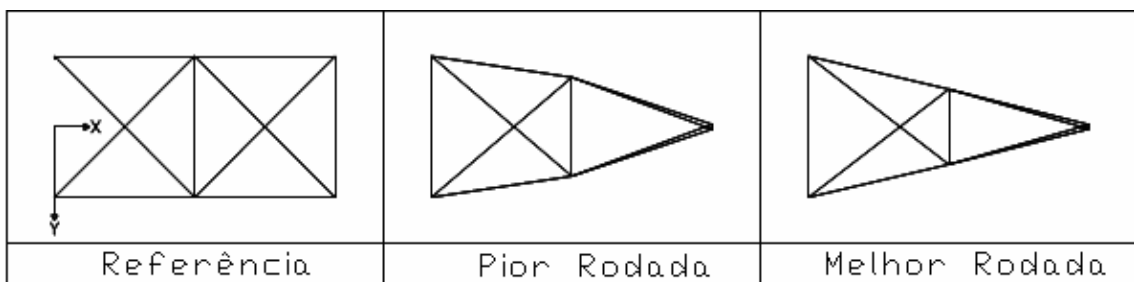


Figura 7.11 – Comparação forma – Otimização de forma – Treliça de dez barras clássica.

Tabela 7.19 – Resultados (coordenadas) – Otimização de forma – Treliça de dez barras clássica.

Rodada		Coordenadas Pontos Nodais (m)						Peso (kg)
		1	2	3	4	5	6	
Melhor	x	18,28	18,28	9,14	9,14	0,00	0,00	4017,15
	y	-0,15	0,15	-2,44	2,44	-4,57	4,57	
Pior	x	18,28	18,28	9,14	9,14	0,00	0,00	4163,15
	y	-015	0,15	-3,20	3,20	-4,57	4,57	
Referência	x	18,28	18,28	9,14	9,14	0,00	0,00	6239,72
	y	-4,57	4,57	-4,57	4,57	-4,57	4,57	

Tabela 7.20 – Resultados (áreas) – Otimização de forma – Trelça de dez barras clássica.

Rodada	Grupo de Áreas ($\times 10^3 \text{ m}^2$)										Peso (kg)	
	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10		
Melhor	17,10	17,10	17,10	17,10	17,10	17,10	17,10	17,10	17,10	17,10	17,10	4017,15
Pior	17,10	17,10	17,10	17,10	17,10	17,10	17,10	17,10	17,10	17,10	17,10	4163,15
Referência	17,10	17,10	17,10	17,10	17,10	17,10	17,10	17,10	17,10	17,10	17,10	6239,72

Tabela 7.21 – Análise estatística – Otimização de forma – Trelça de dez barras clássica.

Média (kg)	Mediana (kg)	Desvio Padrão (kg)	Pior Rodada (kg)	Melhor Rodada (kg)
4037,57	4017,15	38,92	4163,15	4017,15

7.2.1.2 TRELÇA DE 25 BARRAS

O objetivo é a minimização do peso da estrutura (Figura 7.3) através da busca de uma melhor configuração geométrica da mesma. Os dados referentes ao carregamento, à incidência, aos grupos de elementos e às restrições encontram-se no exemplo 7.1.1.2. O espaço de busca (coordenadas) utilizado é apresentado na Tabela 7.22.

Admitindo que a altura da estrutura (componente z das coordenadas nodais) seja um dos requisitos do projeto, as variáveis passam a ser largura (componentes x das coordenadas nodais) e profundidade (componentes y das coordenadas nodais), totalizando 20 variáveis. Tirando proveito da simetria da estrutura, reduz-se para três o número de variáveis do projeto (C1, C2 e C3) necessárias para representar as coordenadas de todos os pontos nodais da estrutura (Tabela 7.23).

Tabela 7.22 – Espaço de busca (coordenadas) – Trelça de 25 barras.

Coordenadas (m)	0,08; 0,17; 0,25; 0,34; 0,42; 0,51; 0,59; 0,68; 0,76; 0,85; 0,93; 1,02; 1,10; 1,19; 1,27; 1,35; 1,44; 1,52; 1,61; 1,69; 1,78; 1,86; 1,95; 2,03; 2,12; 2,20; 2,29; 2,37; 2,46; 2,54
Modulo de Elasticidade (MPa)	$6,89 \times 10^4$
Peso Específico (Kg/m ³)	2770,00

Tabela 7.23 – Coordenadas nodais – Treliça de 25 barras.

Nó	Coordenadas (m)		
	x	y	Z
01	- C1	0,00	5,08
02	C1	0,00	5,08
03	- C2	- C2	2,54
04	C2	- C2	2,54
05	C2	C2	2,54
06	- C2	C2	2,54
07	- C3	- C3	0,00
08	C3	- C3	0,00
09	C3	C3	0,00
10	- C3	C3	0,00

As Tabelas 7.24 e 7.25 apresentam a relação das coordenadas e áreas utilizadas na solução com menor peso, 956,72 kg. Essa solução representa uma redução de aproximadamente 54% no peso estrutura. A evolução dessa solução (peso) ao longo das iterações pode ser observada na Figura 7.12, as configurações geométricas na Figura 7.13 e uma análise estatística das soluções encontra-se na Tabela 7.26.

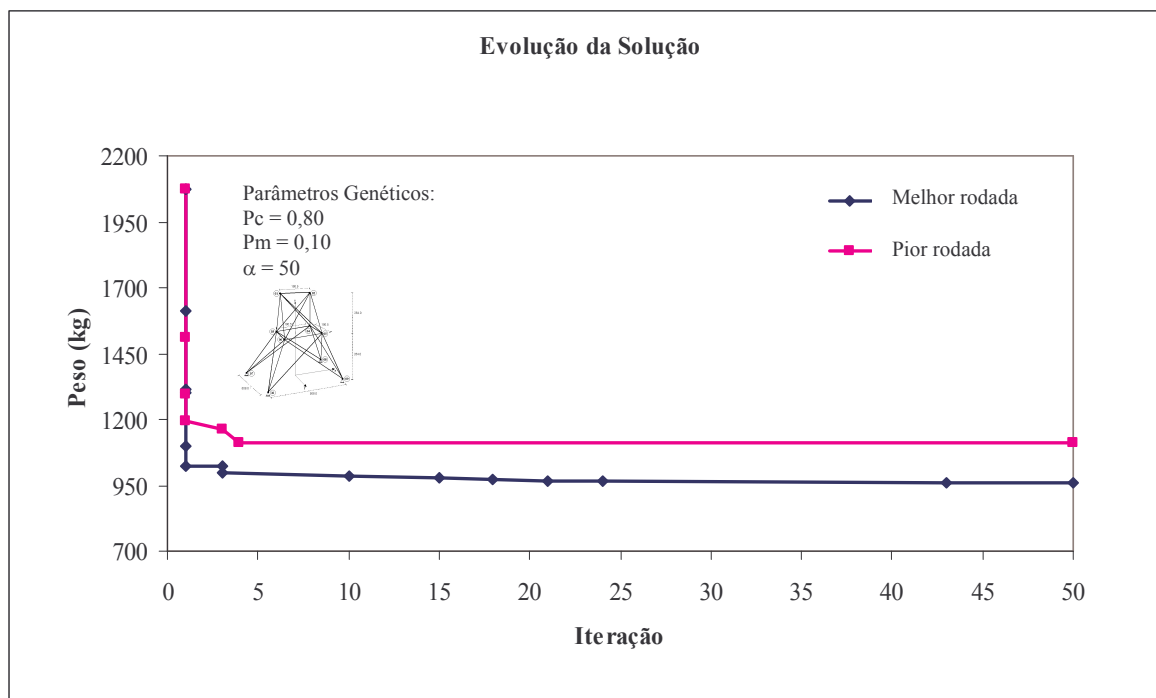


Figura 7.12 – Evolução da solução (peso) – Otimização de forma – Treliça de 25 barras clássica.

Tabela 7.24 – Resultados (coordenadas) – Otimização de forma – Treliça de 25 barras clássica.

Rodada		Coordenadas Pontos Nodais (m)										Peso (kg)
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
Melhor	x	-0,08	0,08	-0,34	0,34	0,34	-0,34	-0,59	0,59	0,59	-0,59	956,72
	y	0,00	0,00	-0,34	-0,34	0,34	0,34	-0,59	-0,59	0,59	0,59	
	z	5,08	5,08	2,54	2,54	2,54	2,54	0,00	0,00	0,00	0,00	
Pior	x	-0,08	0,08	-0,85	0,85	0,85	-0,85	-0,51	0,51	0,51	-0,51	1084,81
	y	0,00	0,00	-0,85	-0,85	0,85	0,85	-0,51	-0,51	0,51	0,51	
	z	5,08	5,08	2,54	2,54	2,54	2,54	0,00	0,00	0,00	0,00	
Referência	x	-2,54	2,54	-2,54	2,54	2,54	-2,54	-2,54	2,54	2,54	-2,54	2070,68
	y	0,00	0,00	-2,54	-2,54	2,54	2,54	-2,54	-2,54	2,54	2,54	
	z	5,08	5,08	2,54	2,54	2,54	2,54	0,00	0,00	0,00	0,00	

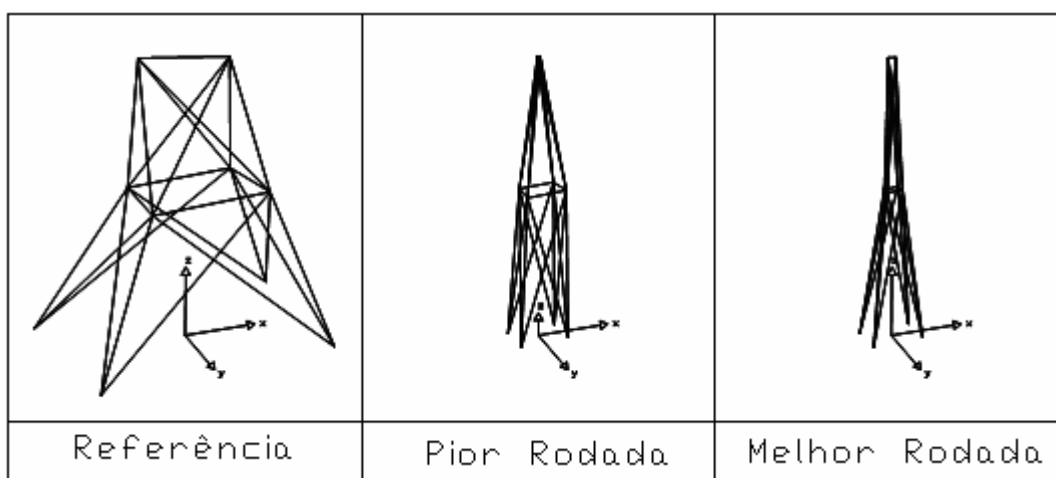


Figura 7.13 – Comparação forma – Otimização de forma – Treliça de 25 barras clássica.

Tabela 7.25 – Resultados (áreas) – Otimização de forma – Treliça de 25 barras clássica.

Rodada	Grupo de Áreas ($\times 10^{-3} \text{ m}^2$)								Peso (kg)
	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	
Melhor	2,19	2,19	2,19	2,19	2,19	2,19	2,19	2,19	956,72
Pior	2,19	2,19	2,19	2,19	2,19	2,19	2,19	2,19	1084,81
Referência	2,19	2,19	2,19	2,19	2,19	2,19	2,19	2,19	2070,68

Tabela 7.26 – Análise estatística – Otimização de forma – Treliça de 25 barras clássica.

Média (kg)	Mediana (kg)	Desvio Padrão (kg)	Pior Rodada (kg)	Melhor Rodada (kg)
986,87	980,47	30,48	1084,81	956,72

7.2.2 RESTRIÇÕES NORMATIVAS

7.2.2.1 TRELIÇA DE 25 BARRAS

O objetivo é a minimização do peso da estrutura apresentada na Figura 7.3 através da busca da melhor configuração geométrica. Neste exemplo foram adotadas as mesmas considerações do exemplo 7.1.2.1, exceto pela adoção de um único perfil (Tabela 7.27) durante todo o processo evolutivo.

A Figura 7.14 apresenta a evolução das soluções para os dois tipos de abordagens (clássica e normativa), onde o peso mínimo obtido foi de 1066,88 kg para ambos os casos, com áreas constantes durante todo o processo (Tabela 7.30). Comparações das configurações geométricas e coordenadas encontram-se nas Figuras 7.15 e 7.16 e Tabelas 7.28 e 7.29, respectivamente. A Tabela 7.31 apresenta uma análise estatística dos resultados.

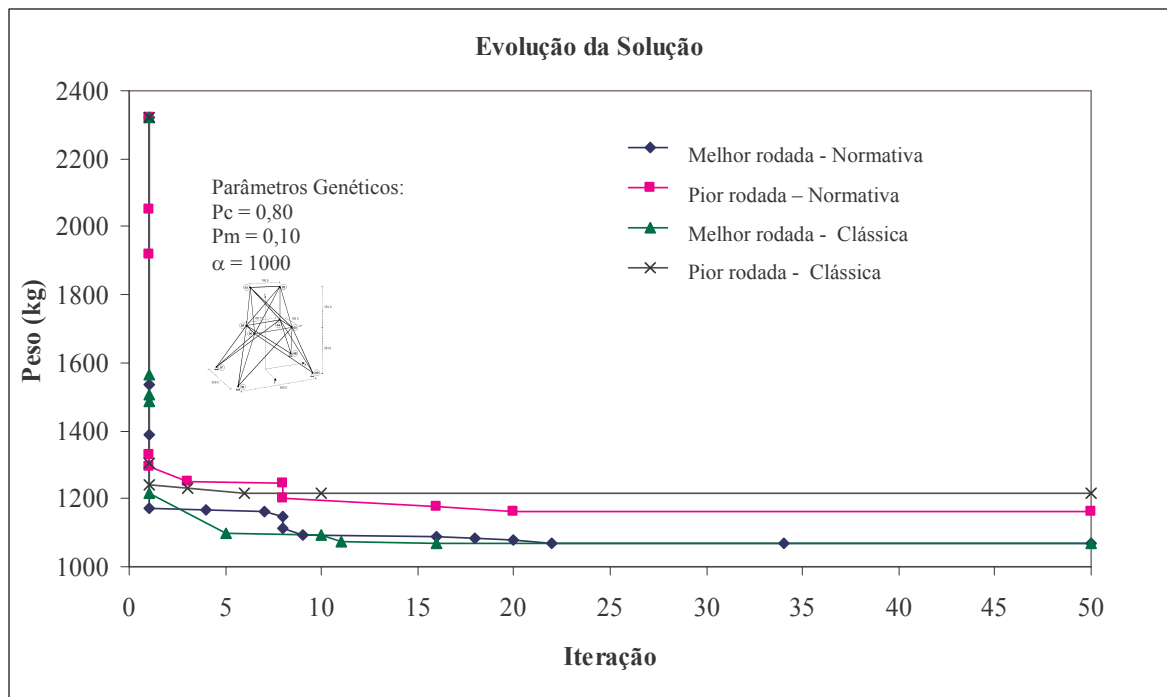


Figura 7.14 – Evolução da solução (peso) – Otimização de forma – Treliça de 25 barras clássica e normativa.

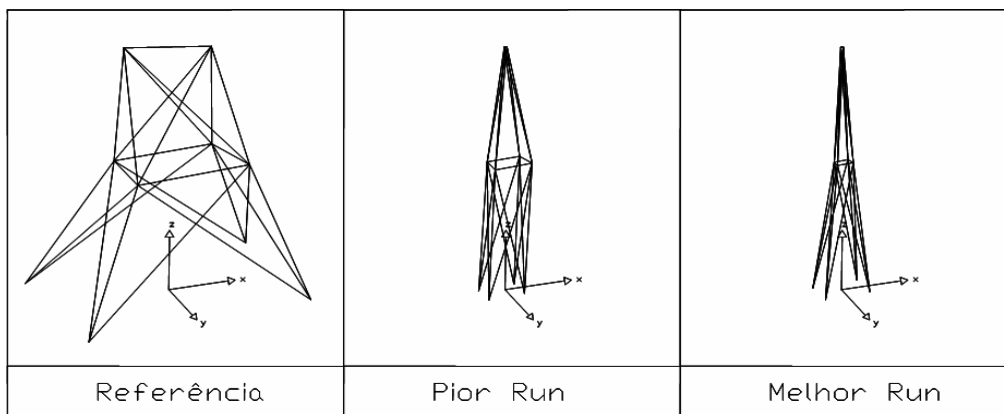


Figura 7.15 – Comparação forma – Otimização de forma – Treliça de 25 barras clássica

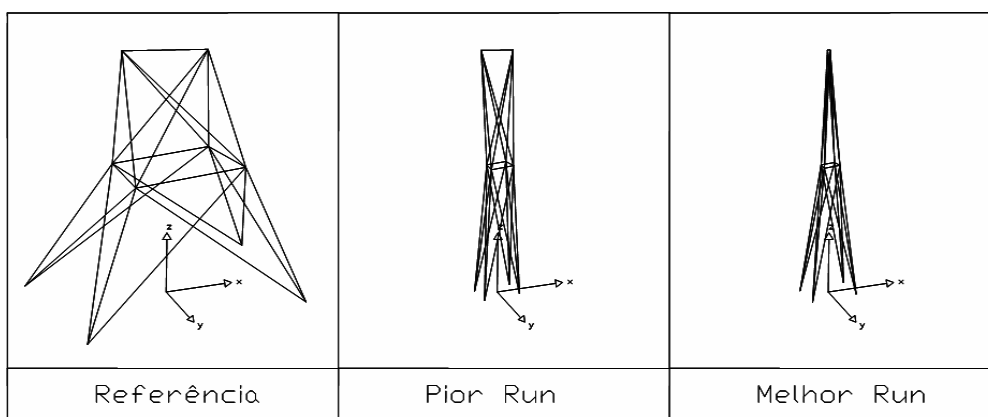


Figura 7.16 – Comparação forma – Otimização de forma – Treliça de 25 barras normativa.

Tabela 7.27 –Especificações do perfil – Treliça de 25 barras.

D (mm)	t (mm)	A (cm ²)	r (cm)	F_y (MPa)	F_u (MPa)	E (MPa)	F_u (Kg/m ³)
168,30	4,80	24,60	5,780	250,00	400,00	205000,00	7850,00

Tabela 7.28 – Resultados (coordenadas) – Otimização de forma – Treliça de 25 barras clássica e normativa – Melhor run.

Restrição		Coordenadas Pontos Nodais (m)										Peso (kg)
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
Clássica	x	-0,08	0,08	-0,34	0,34	0,34	-0,34	-0,51	0,51	0,51	-0,51	1066,88
	y	0,00	0,00	-0,34	-0,34	0,34	0,34	-0,51	-0,51	0,51	0,51	
	z	5,08	5,08	2,54	2,54	2,54	2,54	0,00	0,00	0,00	0,00	
Normativa	x	-0,08	0,08	-0,34	0,34	0,34	-0,34	-0,51	0,51	0,51	-0,51	1066,88
	y	0,00	0,00	-0,34	-0,34	0,34	0,34	-0,51	-0,51	0,51	0,51	
	z	5,08	5,08	2,54	2,54	2,54	2,54	0,00	0,00	0,00	0,00	
Referência	x	-2,54	2,54	-2,54	2,54	2,54	-2,54	-2,54	2,54	2,54	-2,54	2322,21
	y	0,00	0,00	-2,54	-2,54	2,54	2,54	-2,54	-2,54	2,54	2,54	
	z	5,08	5,08	2,54	2,54	2,54	2,54	0,00	0,00	0,00	0,00	

Tabela 7.29 – Resultados (coordenadas) – Otimização de forma – Treliça de 25 barras clássica e normativa – Pior run.

Restrição		Coordenadas Pontos Nodais (m)										Peso (kg)
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
Clássica	x	-0,08	0,08	-0,85	0,85	0,85	-0,85	-0,42	0,42	0,42	-0,42	1214,16
	y	0,00	0,00	-0,85	-0,85	0,85	0,85	-0,42	-0,42	0,42	0,42	
	z	5,08	5,08	2,54	2,54	2,54	2,54	0,00	0,00	0,00	0,00	
Normativa	x	-0,93	0,93	-0,51	0,51	0,51	-0,51	-0,42	0,42	0,42	-0,42	1160,95
	y	0,00	0,00	-0,51	-0,51	0,51	0,51	-0,42	-0,42	0,42	0,42	
	z	5,08	5,08	2,54	2,54	2,54	2,54	0,00	0,00	0,00	0,00	
Referência	x	-2,54	2,54	-2,54	2,54	2,54	-2,54	-2,54	2,54	2,54	-2,54	2322,21
	y	0,00	0,00	-2,54	-2,54	2,54	2,54	-2,54	-2,54	2,54	2,54	
	z	5,08	5,08	2,54	2,54	2,54	2,54	0,00	0,00	0,00	0,00	

Tabela 7.30 – Resultados (áreas) – Otimização de forma – Treliça de 25 barras clássica e normativa.

Restrição	Grupo de Áreas ($\times 10^{-3} m^2$)								Peso (kg)
	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	
Clássica	2,46	2,46	2,46	2,46	2,46	2,46	2,46	2,46	1066,88
Normativa	2,46	2,46	2,46	2,46	2,46	2,46	2,46	2,46	1066,88
Referência	2,46	2,46	2,46	2,46	2,46	2,46	2,46	2,46	2322,21

Tabela 7.31 – Análise estatística – Otimização de forma – Treliça de 25 barras clássica e normativa.

Restrições	Média (kg)	Mediana (kg)	Desvio Padrão (kg)	Pior Rodada (kg)	Melhor Rodada (kg)
Clássica	1093,13	1080,97	29,55	1214,16	1066,88
Normativa	1089,67	1080,66	26,07	1160,95	1066,88

7.3 OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA

7.3.1 RESTRIÇÕES CLÁSSICAS

7.3.1.1 TRELIÇA DE DEZ BARRAS

O objetivo desse problema é minimizar o peso da estrutura (Figura 7.1) através da escolha da melhor configuração geométrica. A abordagem e os dados são os mesmos utilizados no exemplo 7.2.1.1, exceto pela inclusão de dois elementos extras, cujas incidências são: elemento 11 – nó inicial 05 – nó final 02; elemento 12 – nó inicial 06 – nó final 01.

As variáveis de projeto deste problema são a presença ou ausência dos elementos na estrutura, determinada pelos caracteres 0 (ausência) e 1 (presença), presentes no cromossomo. Durante todo o processo as áreas dos elementos se mantiveram constantes (Tabela 7.32). Os dados apresentados ainda são preliminares e insuficientes. Foram realizadas apenas dez rodadas, pois o algoritmo implementado apresentou alguns problemas de instabilidade matemática.

A Tabela 7.32 apresenta a relação de áreas utilizadas na solução que apresentou menor peso, 5087,39 kg, e também quais elementos foram eliminados da estrutura. A evolução dessa solução, ao longo das iterações, pode ser observada na Figura 7.26 (peso), as configurações geométricas na Figura 7.18 e análise estatística dos resultados (dez rodadas) na Tabela 7.33.

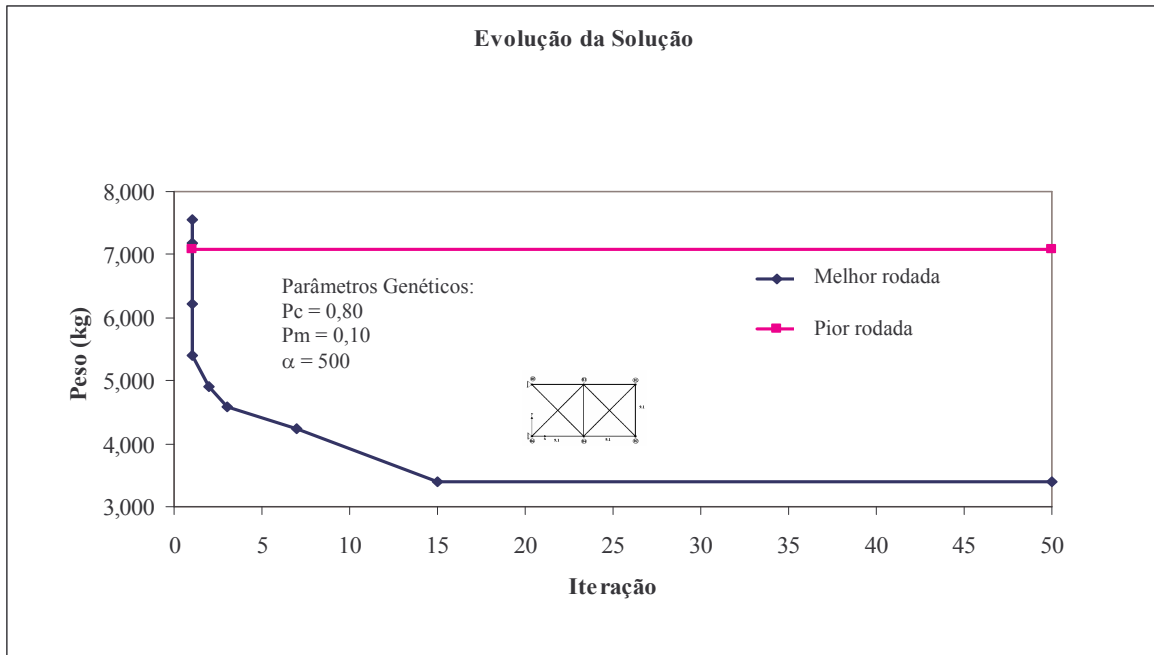


Figura 7.17 – Evolução da solução (peso) – Otimização topológica – Treliça de dez barras clássica.

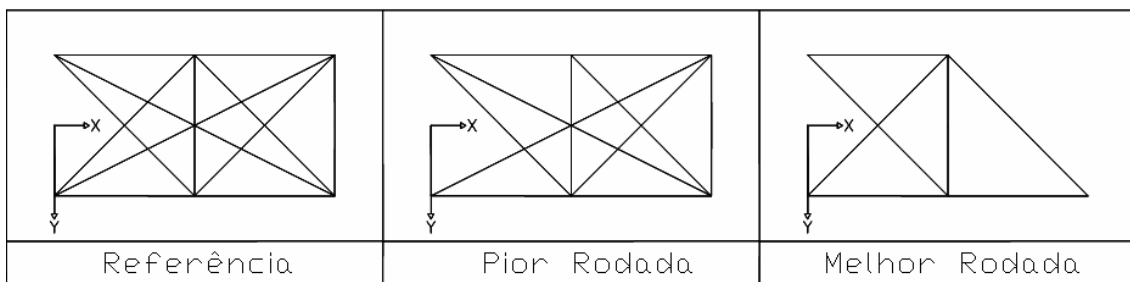


Figura 7.18 – Comparação topológica – Otimização topológica – Treliça de dez barras clássica.

Tabela 7.32 – Resultados (áreas) – Otimização topológica – Treliça de dez barras clássica.

Rodada	Grupo de Áreas ($\times 10^{-3} m^2$)												Peso (kg)
	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	A12	
Melhor	21,61	-	21,61	21,61	21,61	-	21,61	21,61	21,61	-	-	-	3384,25
Pior	21,61	21,61	21,61	21,61	21,61	21,61	21,61	-	21,61	21,61	21,61	21,61	7086,88
Referência	21,61	21,61	21,61	21,61	21,61	21,61	21,61	21,61	21,61	21,61	21,61	21,61	7547,17

Tabela 7.33 – Análise estatística – Otimização topológica – Treliça de dez barras clássica.

Média (kg)	Mediana (kg)	Desvio Padrão (kg)	Pior Rodada (kg)	Melhor Rodada (kg)
5292,16	5079,76	894,74	7086,88	3384,25

7.4 OTIMIZAÇÃO SIMULTÂNEA

7.4.1 RESTRIÇÕES CLÁSSICAS

7.4.1.1 TRELIÇA DE DEZ BARRAS

O objetivo é a minimização do peso da estrutura (Figura 7.1) através da busca simultânea da melhor configuração geométrica e da melhor distribuição de massa para a estrutura. Os dados adotados foram os mesmos utilizados no exemplo 7.1.1.1, exceto pela utilização simultânea de dois espaços de busca: um referente às coordenadas (Tabela 7.17) e outro referente às áreas (Tabela 7.3).

Para a otimização simultânea as variáveis de projeto são as coordenadas dos pontos nodais das estruturas e as áreas dos elementos, representadas em um único cromossomo. A codificação das coordenadas no cromossomo segue a metodologia apresentada no exemplo 7.2.1.1, onde apenas duas variáveis (C1 e C2) são necessárias para representar as coordenadas dos pontos nodais. A codificação das áreas segue a mesma representação utilizada no exemplo 7.1.1.1, onde são utilizadas dez variáveis (A1, A2,..., A10).

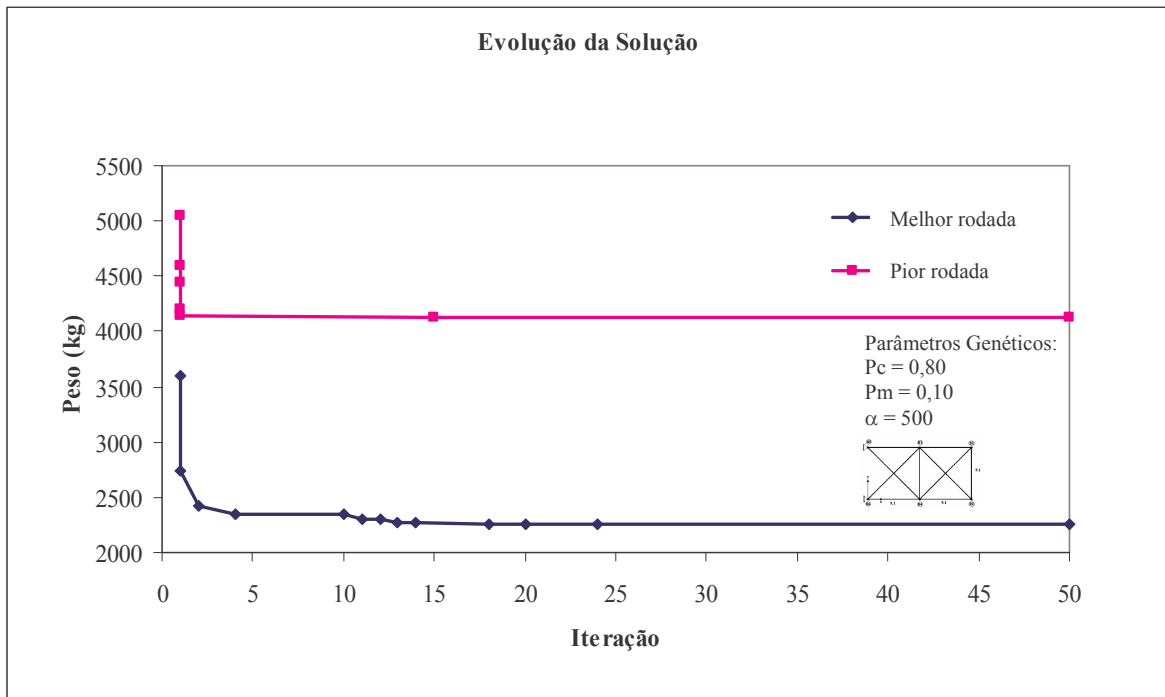


Figura 7.19 – Evolução da solução (peso) – Otimização simultânea – Treliça de dez barras clássica.

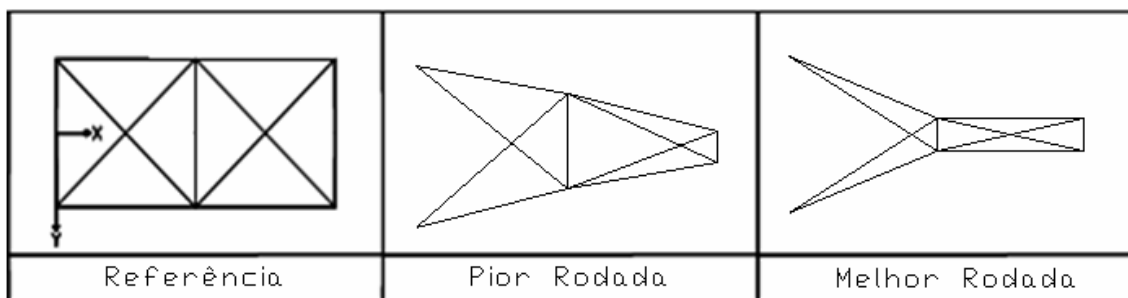


Figura 7.20 – Comparação forma – Otimização simultânea – Treliça de dez barras clássica.

Tabela 7.34 – Resultados (coordenadas) – Otimização simultânea – Treliça de dez barras clássica.

Rodada		Coordenadas Pontos Nodais (m)						Peso (kg)
		1	2	3	4	5	6	
Melhor	x	18,28	18,28	9,14	9,14	0,00	0,00	2262,23
	y	-0,15	0,15	-0,15	0,15	-3,96	3,96	
Pior	x	18,28	18,28	9,14	9,14	0,00	0,00	2651,47
	y	-0,15	0,15	-2,59	2,59	-3,96	3,96	
Referência	x	18,28	18,28	9,14	9,14	0,00	0,00	6239,72
	y	-4,57	4,57	-4,57	4,57	-4,57	4,57	

As Tabelas 7.34 e 7.35 apresentam as relações das coordenadas e áreas utilizadas nas soluções indicadas na Figura 7.21, que apresenta a evolução das soluções

ao longo das iterações. As configurações geométricas encontram-se na Figura 7.20 e uma análise estatística das soluções encontra-se na Tabela 7.36. Essa abordagem atingiu uma redução de 64% no peso da estrutura, quando comparada à configuração inicial (referência).

Tabela 7.35 – Resultados (áreas) – Otimização simultânea – Treliça de dez barras clássica.

Rodada	Grupo de Áreas ($\times 10^{-3} \text{ m}^2$)										Peso (kg)
	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	
Melhor	14,80	2,48	19,40	10,90	1,05	1,05	10,90	7,42	10,90	2,48	2262,23
Pior	19,40	2,02	19,40	17,10	1,05	1,05	3,70	19,40	10,00	1,05	2651,47
Referência	17,10	17,10	17,10	17,10	17,10	17,10	17,10	17,10	17,10	17,10	6239,72

Tabela 7.36 – Análise estatística – Otimização simultânea – Treliça de dez barras clássica.

Média (kg)	Mediana (kg)	Desvio Padrão (kg)	Pior Rodada (kg)	Melhor Rodada (kg)
2419,94	2395,37	89,27	2651,47	2262,23

7.4.1.2 TRELIÇA DE 25 BARRAS

O objetivo é a minimização do peso da estrutura (Figura 7.3) através da busca simultânea da melhor configuração geométrica e da melhor distribuição de massa para a estrutura. Os dados adotados foram os mesmos utilizados no exemplo 7.1.1.2, exceto pela utilização simultânea de dois espaços de busca: um referente às coordenadas (Tabela 7.22) e outro referente às áreas (Tabela 7.8).

Para a otimização simultânea, as variáveis de projeto são as coordenadas dos pontos nodais da estruturas e as áreas dos elementos, representadas em um único cromossomo. A codificação das coordenadas no cromossomo segue a metodologia apresentada no exemplo 7.2.1.2, onde três variáveis (C1, C2 e C3) são necessárias para representar as coordenadas dos pontos nodais. A codificação das áreas segue a mesma representação utilizada no exemplo 7.1.1.2, onde os elementos foram agrupados de acordo com as suas características estruturais, conforme mostra a Tabela 7.7.

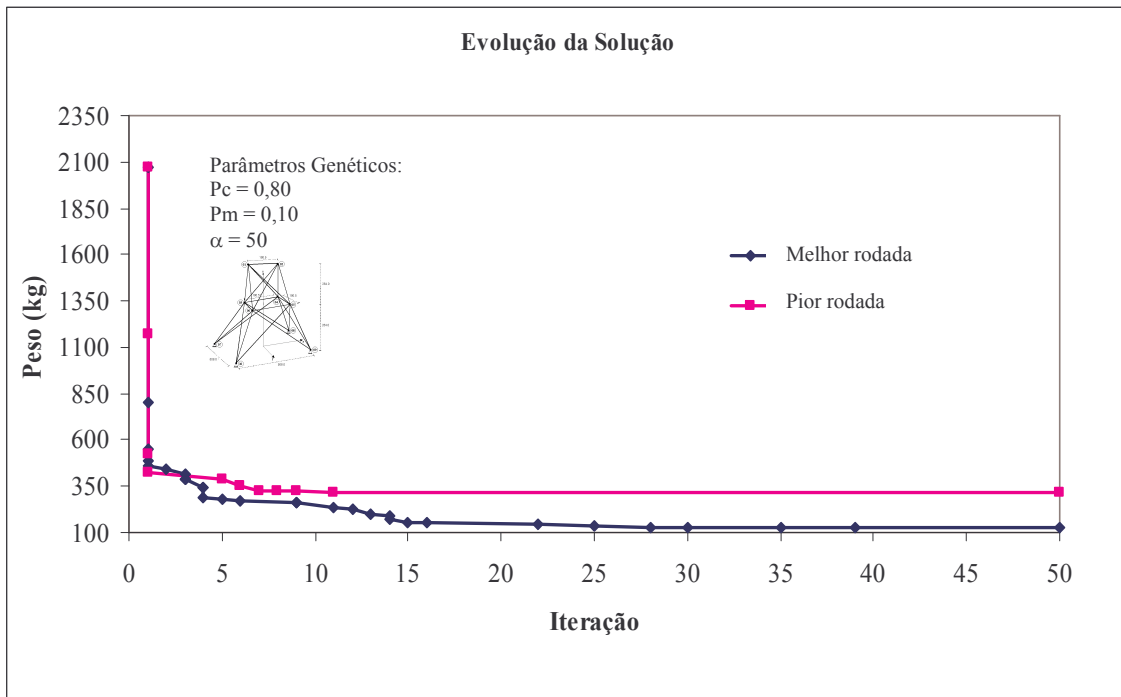


Figura 7.21 – Evolução da solução (Peso) – Otimização Simultânea – Treliça 25 barras clássica.

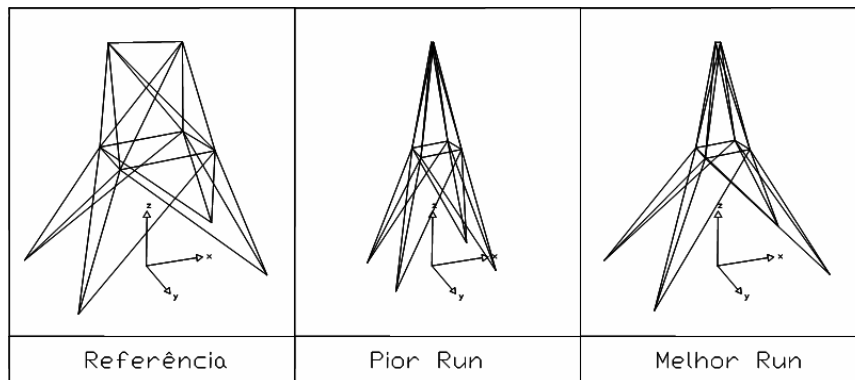


Figura 7.22 – Comparação forma – Otimização simultânea – Treliça de 25 barras clássica.

Tabela 7.37 – Resultados (áreas) – Otimização simultânea – Treliça de 25 barras clássica.

Rodada	Grupo de Áreas ($\times 10^{-3} \text{ m}^2$)								Peso (kg)
	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	
Melhor	0,064	0,064	0,387	0,064	0,064	0,129	0,064	0,516	124,37
Pior	0,064	0,323	1,100	0,387	0,387	0,516	0,710	0,258	315,85
Referência	2,19	2,19	2,19	2,19	2,19	2,19	2,19	2,19	2070,68

Tabela 7.38 – Resultados (coordenadas) – Otimização simultânea – Treliça de 25 barras clássica.

Rodada		Coordenadas Pontos Nodais (m)										Peso (kg)
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
Melhor	x	-0,17	0,17	-1,19	1,19	1,19	-1,19	-2,37	2,37	2,37	-2,37	124,37
	y	0,00	0,00	-1,19	-1,19	1,19	1,19	-2,37	-2,37	2,37	2,37	
	z	5,08	5,08	2,54	2,54	2,54	2,54	0,00	0,00	0,00	0,00	
Pior	x	-0,08	0,08	-1,10	1,10	1,10	-1,10	-1,35	1,35	1,35	-1,35	315,85
	y	0,00	0,00	-1,10	-1,10	1,10	1,10	-1,35	-1,35	1,35	1,35	
	z	5,08	5,08	2,54	2,54	2,54	2,54	0,00	0,00	0,00	0,00	
Referência	x	-2,54	2,54	-2,54	2,54	2,54	-2,54	-2,54	2,54	2,54	-2,54	2322,21
	y	0,00	0,00	-2,54	-2,54	2,54	2,54	-2,54	-2,54	2,54	2,54	
	z	5,08	5,08	2,54	2,54	2,54	2,54	0,00	0,00	0,00	0,00	

As Tabelas 7.37 e 7.38 apresentam as relações das coordenadas e áreas utilizadas nas soluções indicadas na Figura 7.21, que apresenta a evolução das soluções ao longo das iterações. As configurações geométricas encontram-se na Figura 7.22 e uma análise estatística das soluções encontra-se na Tabela 7.39. Essa abordagem atingiu uma redução de 94 % no peso da estrutura, quando comparada com a configuração inicial (referência).

Tabela 7.39 – Análise estatística – Otimização simultânea – Treliça de 25 barras clássica.

Média (kg)	Mediana (kg)	Desvio Padrão (kg)	Pior Rodada (kg)	Melhor Rodada (kg)
200,18	194,07	42,99	315,85	124,37

7.4.2 RESTRIÇÕES NORMATIVAS

7.4.2.1 TRELIÇA DE 25 BARRAS

O objetivo é a minimização do peso da estrutura (Figura 7.3) mediante a busca simultânea da melhor configuração geométrica e da melhor distribuição de massa para a estrutura, utilizando, para isso, os perfis tubulares da V&M do Brasil (Tabela 7.14). Os dados adotados foram os mesmos utilizados no exemplo 7.2.2.1, exceto pela utilização simultânea de dois espaços de busca: um referente às coordenadas (Tabela 7.22) e outro referente às áreas (Tabela 7.14).

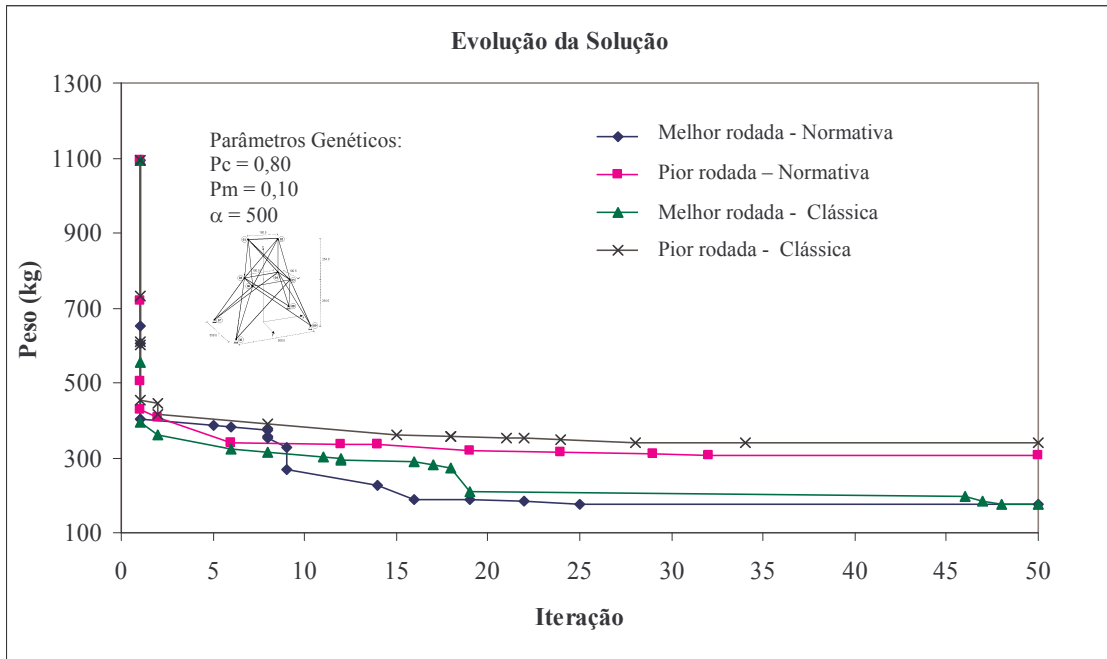


Figura 7.23 – Evolução da solução (peso) – Otimização simultânea – Treliça de 25 barras clássica e normativa.

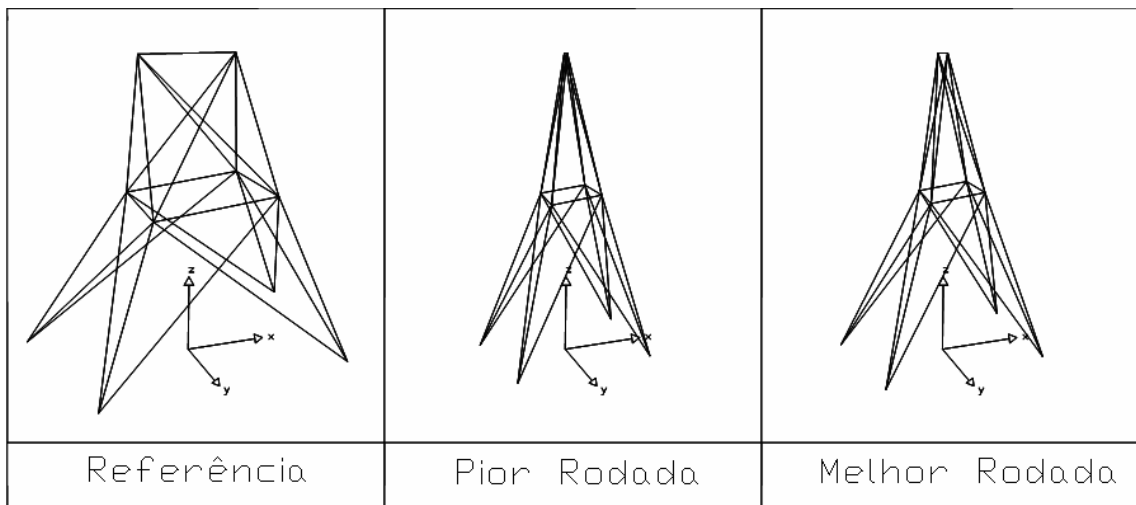


Figura 7.24 – Comparação forma – Otimização simultânea – Treliça de 25 barras clássica.

Para a otimização simultânea, as variáveis de projeto são as coordenadas dos pontos nodais da estruturas e as áreas dos elementos representadas em um único cromossomo. A codificação das coordenadas no cromossomo segue a metodologia apresentada no exemplo 7.2.1.2, onde três variáveis (C_1 , C_2 e C_3) são necessárias para representar as coordenadas dos pontos nodais. A codificação das áreas segue a mesma

representação utilizada no exemplo 7.1.1.2, onde os elementos foram agrupados de acordo com as suas características estruturais, conforme mostra a Tabela 7.7.

Tabela 7.40 – Resultados (coordenadas) – Otimização simultânea – Treliça de 25 barras clássica e normativa – Melhor run.

Rodada		Coordenadas Pontos Nodais (m)										Peso (kg)
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
Clássica	x	-0,25	0,25	-1,10	1,10	1,10	-1,10	-1,61	1,61	1,61	-1,61	173,99
	y	0,00	0,00	-1,10	-1,10	1,10	1,10	-1,61	-1,61	1,61	1,61	
	z	5,08	5,08	2,54	2,54	2,54	2,54	0,00	0,00	0,00	0,00	
Normativa	x	-0,34	0,34	-1,27	1,27	1,27	-1,27	-2,03	2,03	2,03	-2,03	174,64
	y	0,00	0,00	-1,27	-1,27	1,27	1,27	-2,03	-2,03	2,03	2,03	
	z	5,08	5,08	2,54	2,54	2,54	2,54	0,00	0,00	0,00	0,00	
Referência	x	-2,54	2,54	-2,54	2,54	2,54	-2,54	-2,54	2,54	2,54	-2,54	2322,21
	y	0,00	0,00	-2,54	-2,54	2,54	2,54	-2,54	-2,54	2,54	2,54	
	z	5,08	5,08	2,54	2,54	2,54	2,54	0,00	0,00	0,00	0,00	

As Tabelas 7.40, 7.41 e 7.42 apresentam as relações das coordenadas e áreas utilizadas nas soluções indicadas na Figura 7.23, que apresentam a evolução das soluções ao longo das iterações. As respectivas configurações geométricas encontram-se nas Figuras 7.24 e 7.25 e uma análise estatística das soluções encontra-se na Tabela 7.43. O melhor resultado obtido, 173,99 kg, representa uma redução de aproximadamente 93% no peso da estrutura na sua configuração inicial (referência).

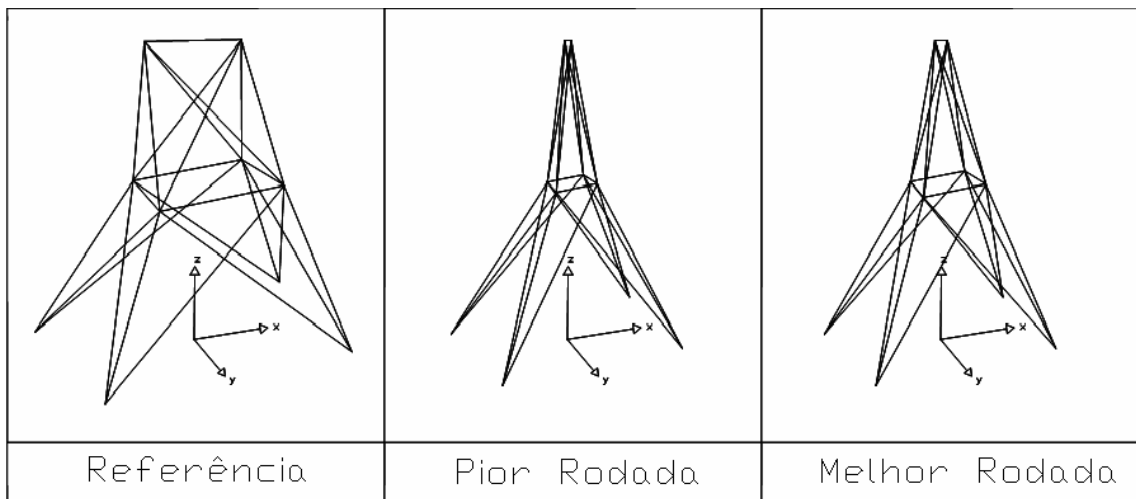


Figura 7.25 – Comparação forma – Otimização simultânea – Treliça de 25 barras normativa.

Tabela 7.41 – Resultados (coordenadas) – Otimização simultânea – Treliça de 25 barras clássica e normativa – Pior run.

Restrição		Coordenadas Pontos Nodais (m)										Peso (kg)
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
Clássica	x	-0,08	0,08	-1,03	1,03	1,03	-1,03	-1,35	1,35	1,35	-1,35	338,74
	y	0,00	0,00	-1,03	-1,03	1,03	1,03	-1,35	-1,35	1,35	1,35	
	z	5,08	5,08	2,54	2,54	2,54	2,54	0,00	0,00	0,00	0,00	
Normativa	x	-0,17	0,17	-0,85	0,85	0,85	-0,85	-1,86	1,86	1,86	-1,86	306,98
	y	0,00	0,00	-0,85	-0,85	0,85	0,85	-1,86	-1,86	1,86	1,86	
	z	5,08	5,08	2,54	2,54	2,54	2,54	0,00	0,00	0,00	0,00	
Referência	x	-2,54	2,54	-2,54	2,54	2,54	-2,54	-2,54	2,54	2,54	-2,54	2322,21
	y	0,00	0,00	-2,54	-2,54	2,54	2,54	-2,54	-2,54	2,54	2,54	
	z	5,08	5,08	2,54	2,54	2,54	2,54	0,00	0,00	0,00	0,00	

Tabela 7.42 – Resultados (áreas) – Otimização simultânea – Treliça de 25 barras clássica e normativa.

Restrição	Grupo de Áreas ($\times 10^{-4} \text{ m}^2$)								Peso (kg)
	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	
Clássica	2,15	2,80	2,80	2,15	2,80	2,15	2,15	6,38	173,99
Normativa	2,15	2,15	2,15	2,15	3,19	2,15	3,31	4,32	174,64
Referência	2,46	2,46	2,46	2,46	2,46	2,46	2,46	2,46	2322,21

Tabela 7.43 – Análise estatística – Otimização simultânea – Treliça de 25 barras clássica e normativa.

Restrições	Média (kg)	Mediana (kg)	Desvio Padrão (kg)	Pior Rodada (kg)	Melhor Rodada (kg)
Clássica	232,75	226,75	38,84	338,74	173,99
Normativa	232,45	230,16	34,68	306,98	174,64

7.5 OTIMIZAÇÃO MULTI OBJETIVO – MAXIMIZAÇÃO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS DA ESTRUTURA

7.5.1 RESTRIÇÕES CLÁSSICAS

7.5.1.1 TRELIÇA DE DEZ BARRAS — OTIMIZAÇÃO DE FORMA

O objetivo desse problema é minimizar o peso e ao mesmo tempo maximizar as frequências naturais da estrutura (Figura 7.1) pela escolha da melhor configuração geométrica. A abordagem e dados são os mesmos utilizados no exemplo 7.2.1.1, exceto pela inclusão na função objetivo da parcela referente à maximização das frequências.

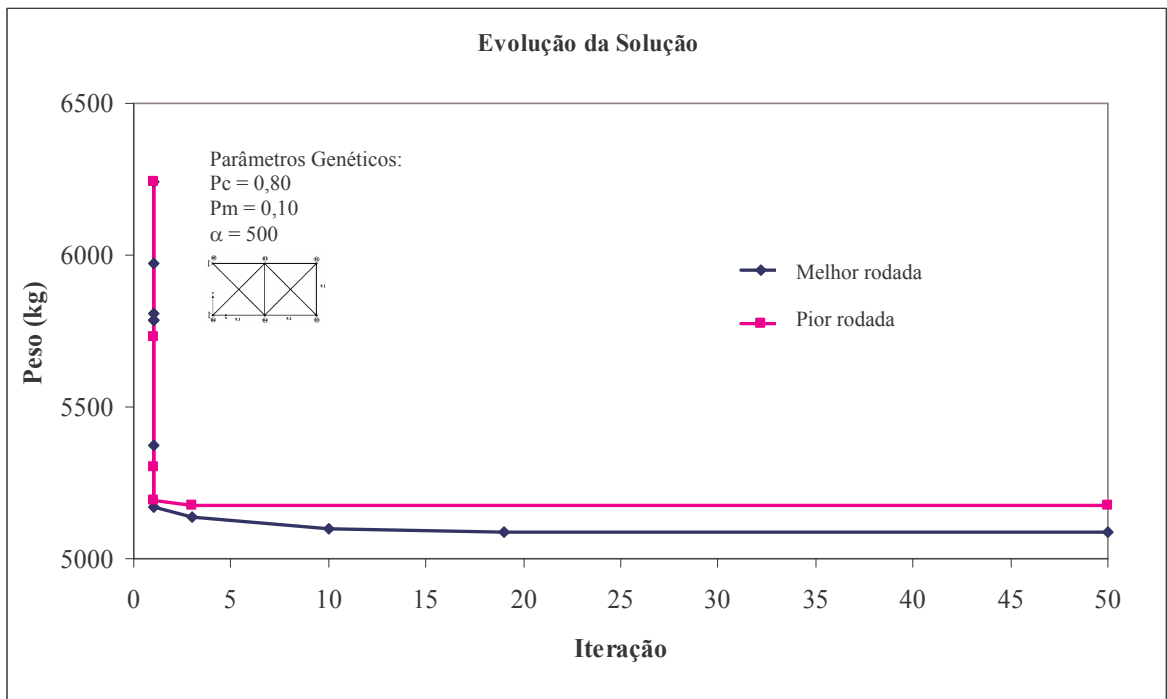


Figura 7.26 – Evolução da solução (peso) – Max. frequência – Forma – Trelça de dez barras clássica.

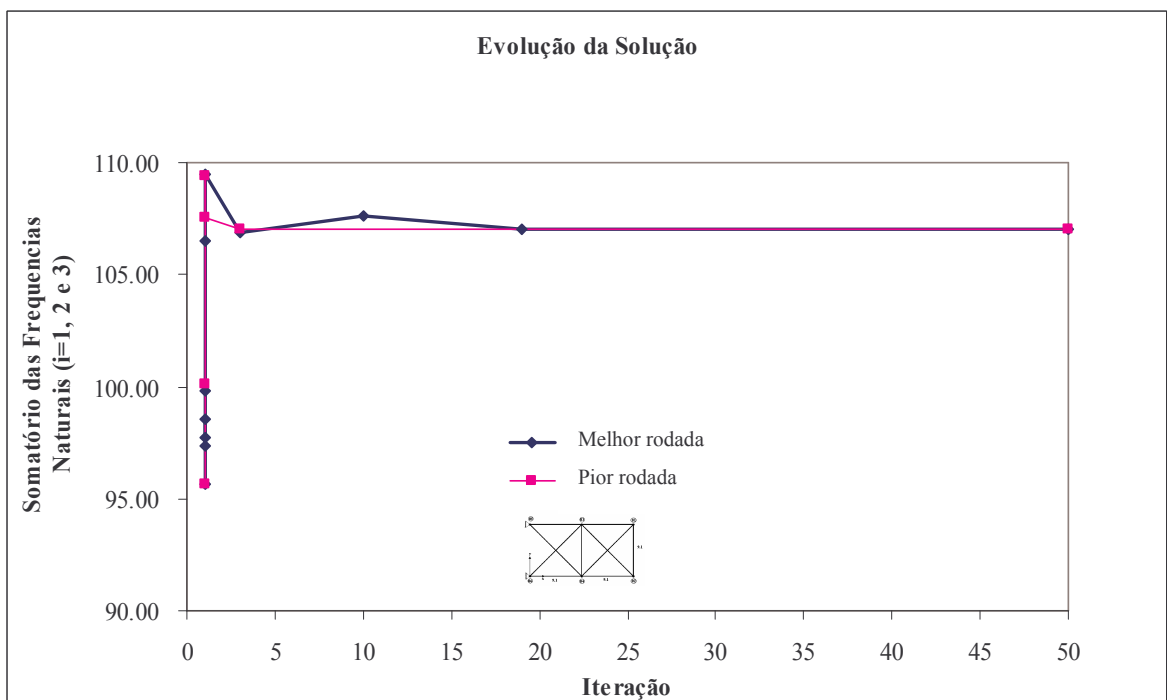


Figura 7.27 – Evolução da solução (frequência) – Max. frequência – Forma – Trelça de dez barras clássica.

As Tabelas 7.44 e 7.45 apresentam a relação das coordenadas e áreas utilizadas na solução que apresentou menor peso, 5087,39 kg, com somatório de freqüências naturais igual a 107,00 Hz. A evolução dessa solução ao longo das iterações pode ser observada nas Figuras 7.26 (peso) e 7.27 (somatório de freqüências), as configurações geométricas, na Figura 7.28 e a análise estatística dos resultados, na Tabela 7.46. A melhor solução representa uma redução de aproximadamente 18% no peso e um aumento de 12% no somatório de freqüência, isto em relação a sua configuração inicial (referência).

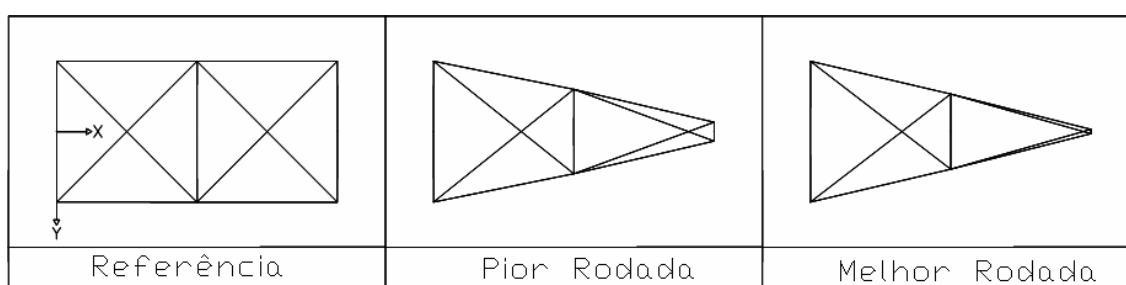


Figura 7.28 – Comparação forma – Max. freqüência – Forma – Trelça de dez barras clássica.

Tabela 7.44 – Resultados (coordenadas) – Max. freqüência – Forma – Trelça de dez barras clássica.

Rodada		Coordenadas Pontos Nodais (m)						Peso (kg)
		1	2	3	4	5	6	
Melhor	x	18,28	18,28	9,14	9,14	0,00	0,00	5087,39
	y	-0,15	0,15	-2,44	2,44	-4,57	4,57	
Pior	x	18,28	18,28	9,14	9,14	0,00	0,00	5173,17
	y	-0,61	0,61	-2,74	2,74	-4,57	4,57	
Referência	x	18,28	18,28	9,14	9,14	0,00	0,00	6239,72
	y	-4,57	4,57	-4,57	4,57	-4,57	4,57	

Tabela 7.45 – Resultados (áreas) – Max. freqüência – Forma – Trelça de dez barras clássica.

Rodada	Grupo de Áreas ($\times 10^{-3} m^2$)										Peso (kg)	Σ Freqüência (Hz)
	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10		
Melhor	17,10	17,10	17,10	17,10	17,10	17,10	17,10	17,10	17,10	17,10	5087,39	107,00
Pior	17,10	17,10	17,10	17,10	17,10	17,10	17,10	17,10	17,10	17,10	5173,17	107,05
Referência	17,10	17,10	17,10	17,10	17,10	17,10	17,10	17,10	17,10	17,10	6239,72	95,67

Tabela 7.46 – Análise estatística – Max. freqüência – Forma – Treliza de dez barras clássica.

Média (kg)	Mediana (kg)	Desvio Padrão (kg)	Pior Rodada (kg)	Melhor Rodada (kg)
5103,85	5087,39	23,64	5173,17	5087,39

7.5.1.2. TRELIÇA DE DEZ BARRAS — OTIMIZAÇÃO SIMULTÂNEA

O objetivo desse problema é encontrar a estrutura que possua o menor peso e, ao mesmo tempo, as maiores freqüências naturais. Ou seja, busca-se a minimização do peso e a maximização das freqüências naturais da estrutura (Figura 7.1) pela busca simultânea da melhor configuração geométrica e da melhor distribuição de massa para a estrutura. A abordagem e os dados são os mesmos utilizados no exemplo 7.4.1.1, exceto pela inclusão, na função objetivo, da parcela referente à maximização das freqüências.

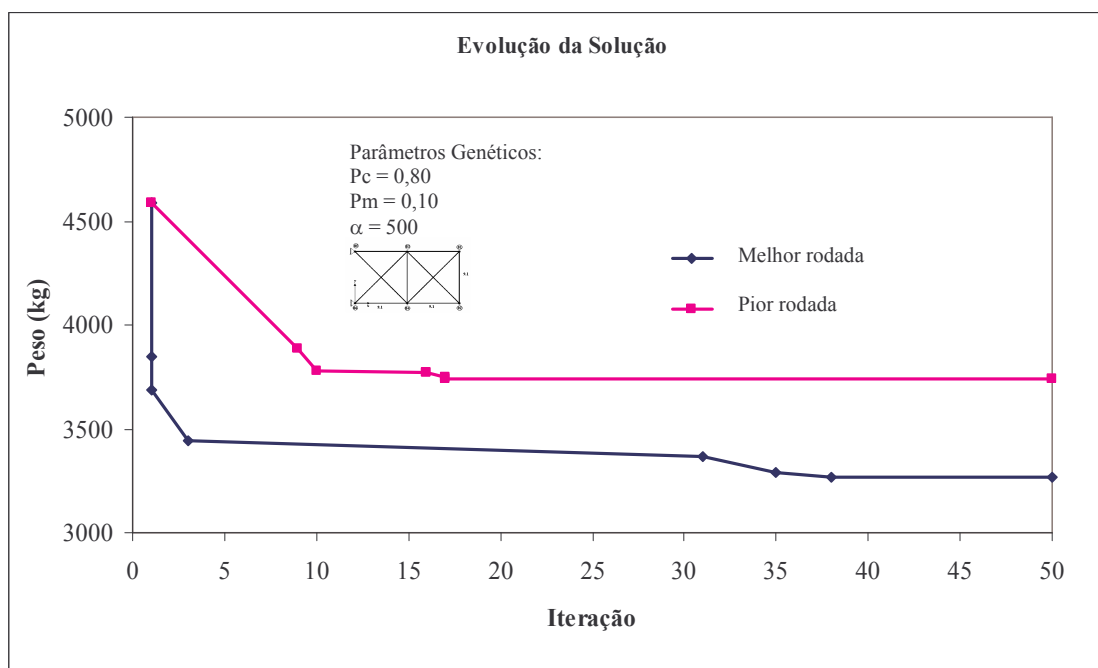


Figura 7.29 – Evolução da Solução (peso) – Max. freqüência – Simultânea – Treliza de dez barras clássica.

As Tabelas 7.47 e 7.48 apresentam a relação das coordenadas e áreas utilizadas na solução que apresentou menor peso, 3134,02 kg, com somatório de freqüências naturais igual a 113,65 Hz. A evolução dessa solução ao longo das iterações pode ser

observada nas Figuras 7.29 (peso) e 7.30 (somatório de freqüências), as configurações geométricas, na Figura 7.31 e a análise estatística dos resultados, na Tabela 7.49. A melhor solução representa uma redução de aproximadamente 50% no peso e um aumento de 19% no somatório de freqüência, isto em relação a sua configuração inicial (referência).

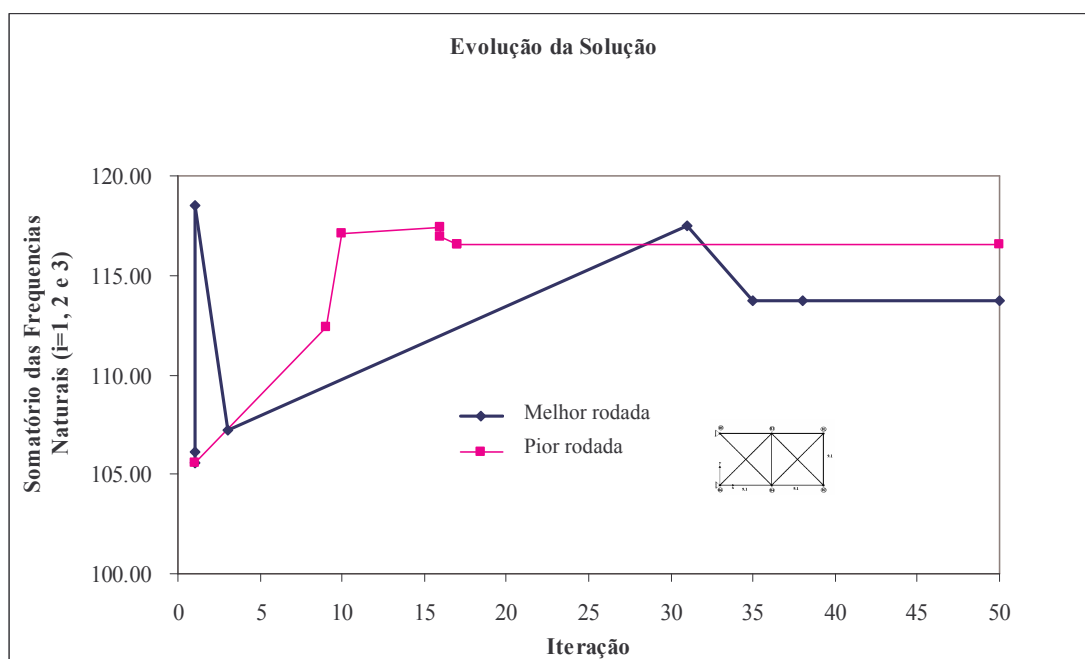


Figura 7.30 – Evolução da solução (freqüência) – Max. freqüência – Simultânea – Treliça de dez barras clássica.

Tabela 7.47 – Resultados (coordenadas) – Max. freqüência – Simultânea – Treliça de dez barras clássica.

Rodada		Coordenadas Pontos Nodais (m)						Peso (kg)
		1	2	3	4	5	6	
Melhor	x	18,28	18,28	9,14	9,14	0,00	0,00	3134,02
	y	-0,15	0,15	-3,96	3,96	-4,57	4,57	
Pior	x	18,28	18,28	9,14	9,14	0,00	0,00	3740,83
	y	-0,76	0,76	-4,11	4,11	-4,57	4,57	
Referência	x	18,28	18,28	9,14	9,14	0,00	0,00	6239,72
	y	-4,57	4,57	-4,57	4,57	-4,57	4,57	

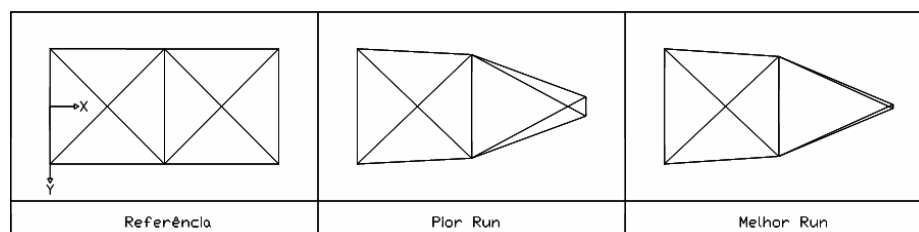


Figura 7.31 – Comparação forma – Max. frequência – Simultânea – Treliça de dez barras clássica.

Tabela 7.48 – Resultados (áreas) – Max. frequência – Simultânea – Treliça de dez barras clássica

Rodada	Grupo de Áreas ($\times 10^3 m^2$)										Peso (kg)	Σ Frequência (Hz)
	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10		
Melhor	17,10	1,69	19,40	10,00	1,05	2,48	10,90	8,97	8,97	2,29	3134,02	113,65
Pior	10,30	1,28	19,40	14,80	2,02	1,54	14,80	19,40	12,10	2,48	3740,83	116,57
Referência	17,10	17,10	17,10	17,10	17,10	17,10	17,10	17,10	17,10	17,10	6239,72	95,67

Tabela 7.49 – Análise estatística – Max. frequência – Simultânea – Treliça de dez barras clássica.

Média (kg)	Mediana (kg)	Desvio Padrão (kg)	Pior Rodada (kg)	Melhor Rodada (kg)
3311,04	3267,68	127,32	3740,83	3134,02

7.5.2 RESTRIÇÕES NORMATIVAS

7.5.2.1 TRELIÇA DE 25 BARRAS

O objetivo desse problema é encontrar a estrutura que possua o menor peso e, ao mesmo tempo, as maiores frequências naturais. Ou seja, busca-se a minimização do peso e a maximização das frequências naturais da estrutura (Figura 7.3) por meio da busca simultânea da melhor configuração geométrica e da melhor distribuição de massa para a estrutura, utilizando, para isso, os perfis tubulares da V&M do Brasil (Tabela 7.14). A abordagem e os dados são os mesmos utilizados no exemplo 9.4.2.1, exceto pela inclusão, na função objetivo, da parcela referente à maximização das frequências.

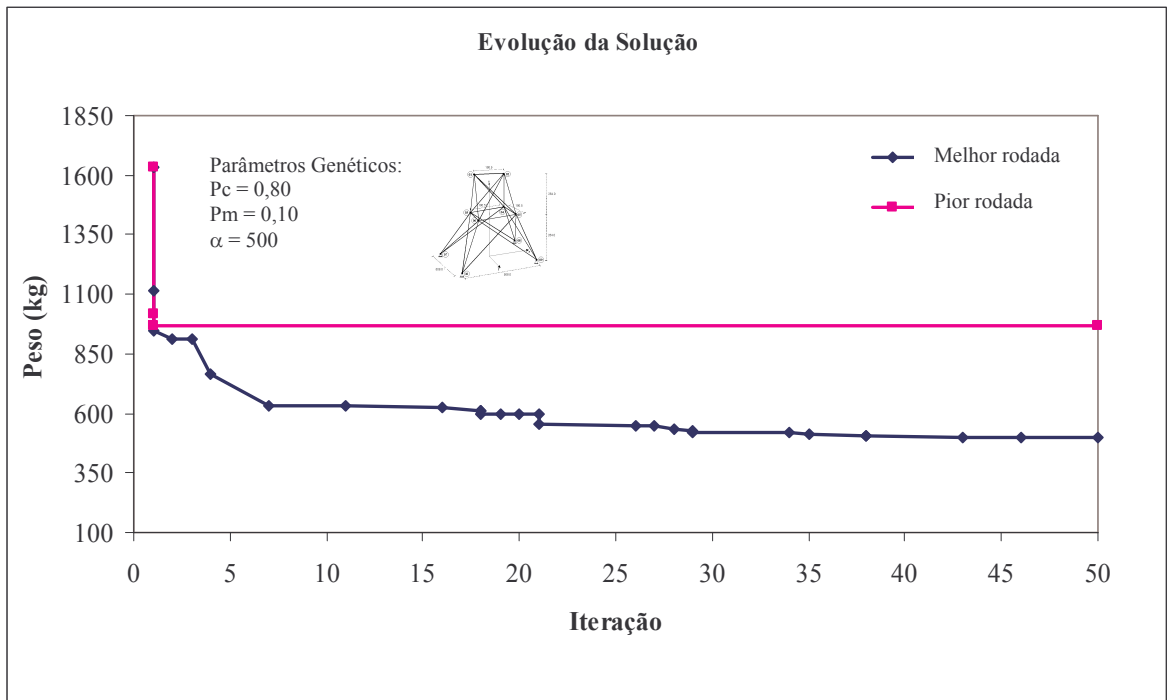


Figura 7.32 – Evolução da solução (peso) – Max. freqüência – Simultânea – Treliça de 25 barras normativa.

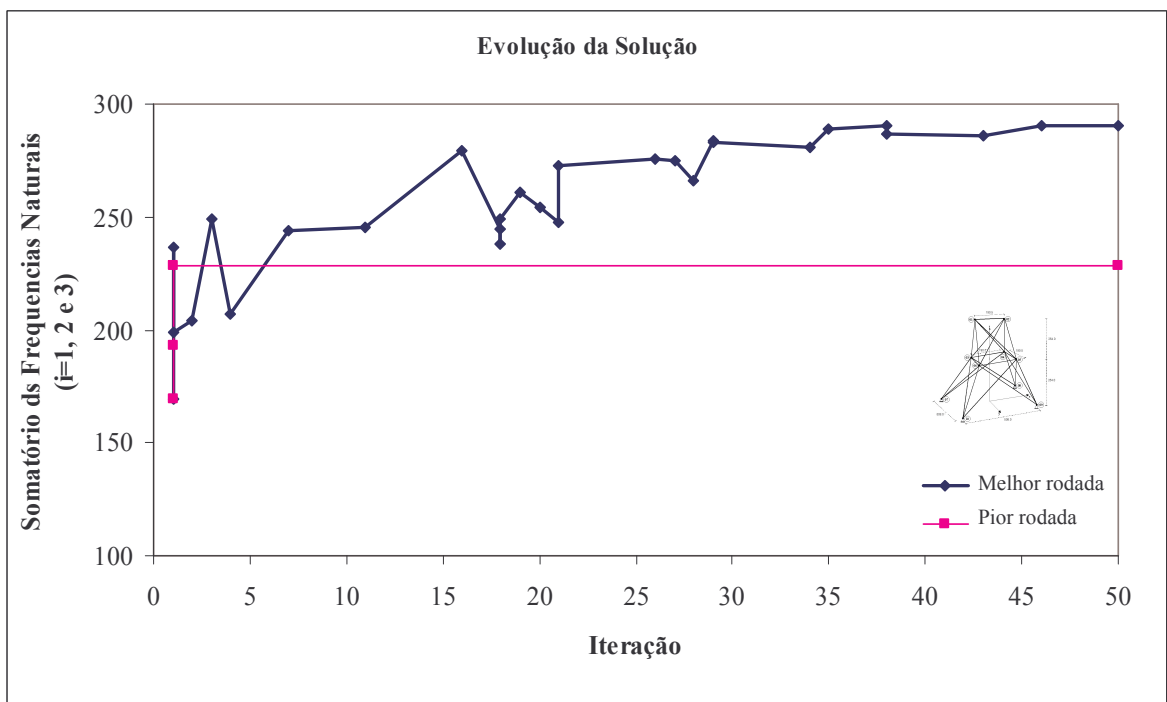


Figura 7.33 – Evolução da solução (frequência) – Max. freqüência – Simultânea – Treliça de 25 barras normativa.

As Tabelas 7.50 e 7.51 apresentam a relação das coordenadas e áreas utilizadas na solução que apresentou menor peso, 510,49 kg, com o somatório das frequências naturais iguais a 290,27 Hz. A evolução dessa solução ao longo das iterações pode ser observada nas Figuras 7.32 (peso) e 7.33 (somatório de frequências), as configurações geométricas, na Figura 7.34 e a análise estatística dos resultados, na Tabela 7.52. A melhor solução representa uma redução de aproximadamente 78% no peso e um aumento de 71% no somatório de frequência, isto em relação a sua configuração inicial (referência).

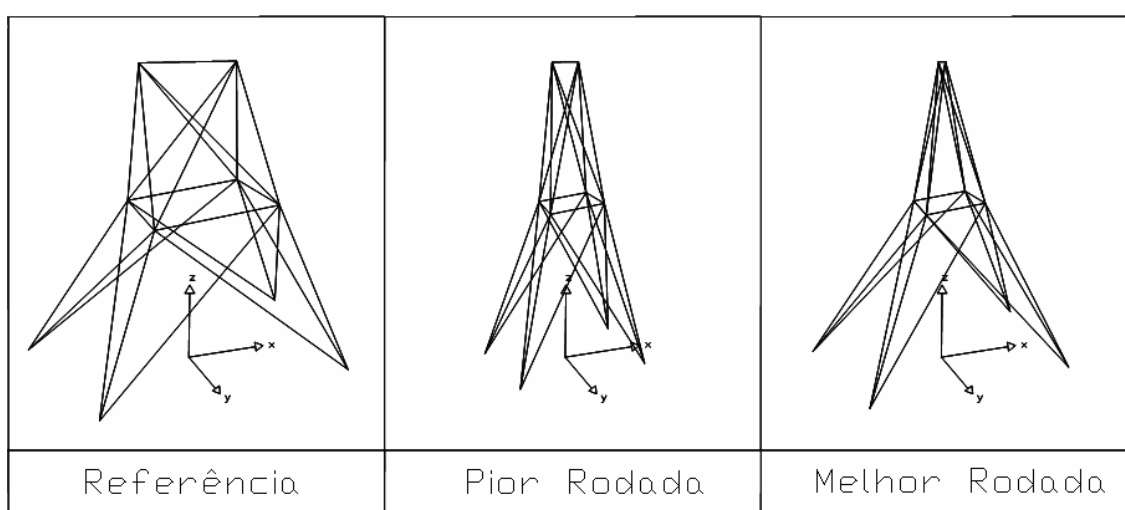


Figura 7.34 – Comparação forma – Max. frequência – Simultânea – Treliça de 25 barras normativa.

Tabela 7.50 – Resultados (coordenadas) – Max. frequência – Simultânea – Treliça de 25 barras normativa.

Rodada		Coordenadas Pontos Nodais (m)										Peso (kg)	Σ Frequência (Hz)
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
Melhor	x	-0,17	0,17	-1,19	1,19	1,19	-1,19	-2,03	2,03	2,03	-2,03	501,49	290,27
	y	0,00	0,00	-1,19	-1,19	1,19	1,19	-2,03	-2,03	2,03	2,03		
	z	5,08	5,08	2,54	2,54	2,54	2,54	0,00	0,00	0,00	0,00		
Pior	x	-0,68	0,68	-1,10	1,10	1,10	-1,10	-1,27	1,27	1,27	-1,27	970,99	228,23
	y	0,00	0,00	-1,10	-1,10	1,10	1,10	-1,27	-1,27	1,27	1,27		
	z	5,08	5,08	2,54	2,54	2,54	2,54	0,00	0,00	0,00	0,00		
Referência	x	-2,54	2,54	-2,54	2,54	2,54	-2,54	-2,54	2,54	2,54	-2,54	2322,21	169,67
	y	0,00	0,00	-2,54	-2,54	2,54	2,54	-2,54	-2,54	2,54	2,54		
	z	5,08	5,08	2,54	2,54	2,54	2,54	0,00	0,00	0,00	0,00		

Tabela 7.51 – Resultados (áreas) – Max. frequência – Simultânea – Treliça de 25 barras normativa.

Rodada	Grupo de Áreas ($\times 10^{-4} m^2$)								Peso (kg)
	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	
Melhor	2,15	2,15	2,15	2,15	4,32	2,80	3,19	5,20	501,49
Pior	11,60	6,38	11,60	8,34	2,80	11,60	11,60	10,20	970,99
Referência	2,46	2,46	2,46	2,46	2,46	2,46	2,46	2,46	2322,21

Tabela 7.52 – Análise estatística – Max. frequência – Simultânea – Treliça de 25 barras normativa.

Média (kg)	Mediana (kg)	Desvio Padrão (kg)	Pior Rodada (kg)	Melhor Rodada (kg)
628,08	599,35	105,97	970,99	501,49

7.6 OTIMIZAÇÃO DE UMA TORRE DE GRANDES DIMENSÕES

Uma das grandes dificuldades da otimização estrutural é a aplicação das técnicas desenvolvidas em modelos reais. Aqui ainda não se aplicará em modelos reais, mas busca-se aproximar destes, considerando uma torre plana de 15 metros de altura e 47 elementos.

7.6.1 OTIMIZAÇÃO DIMENSIONAL

7.6.1.1. TORRE DE 47 BARRAS – RESTRIÇÕES NORMATIVAS

O objetivo é minimizar o peso da torre de transmissão (Figura 7.35), com incidência apresentada na Tabela 7.53, submetida ao carregamento estático (vento + peso dos cabos), descrito na Tabela 7.54, e sujeita às restrições clássicas e normativas. O espaço de busca utilizado (Tabela 7.55) é composto por perfis tubulares fabricados pela V&M do Brasil, com as seguintes propriedades: $F_y = 250$ MPa (limite de escoamento), $F_u = 400$ MPa (limite da resistência à tração), $E = 205000$ MPa (módulo de elasticidade) e $\rho = 7850$ kg/m³ (densidade do aço).

As restrições clássicas são as seguintes: deslocamento admissível $L/400$ (L = altura) e tensão admissível de 276,6 MPa. Já as restrições normativas seguem a metodologia proposta por Gabrielli (2004), em que foram consideradas as seguintes restrições. Índice de esbeltez máximo: elementos comprimidos $\lambda e = 150$, elementos tracionados $\lambda e = 300$. Esforços solicitantes não devem ultrapassar os esforços resistentes calculados de acordo com as Equações 6.30 (elementos comprimidos) e 6.34

ou 6.35 (elementos tracionados). Todos os elementos foram considerados como não-redundantes e as ligações são do tipo soldada.

Tabela 7.53 – Incidência – Torre de 47 barras.

<i>Nó</i>	<i>Incidência</i>	<i>Nó</i>	<i>Incidência</i>	<i>Nó</i>	<i>Incidência</i>	<i>Nó</i>	<i>Incidência</i>	<i>Nó</i>	<i>Incidência</i>
1	9 - 11	11	13 - 15	21	15 - 18	31	7 - 10	41	3 - 6
2	10 - 12	12	14 - 16	22	16 - 21	32	8 - 9	42	4 - 5
3	11 - 13	13	13 - 19	23	17 - 18	33	7 - 8	43	3 - 4
4	12 - 14	14	14 - 20	24	21 - 22	34	5 - 7	44	1 - 3
5	9 - 12	15	13 - 20	25	18 - 19	35	6 - 8	45	2 - 4
6	10 - 11	16	14 - 19	26	20 - 21	36	5 - 8	46	1 - 4
7	11 - 12	17	15 - 17	27	19 - 20	37	6 - 7	47	2 - 3
8	11 - 14	18	16 - 22	28	9 - 10	38	5 - 6		
9	12 - 13	19	15 - 19	29	7 - 9	39	3 - 5		
10	13 - 14	20	16 - 20	30	8 - 10	40	4 - 6		

Utilizou-se a formação de grupos de elementos (Tabela 7.56), de acordo com suas características estruturais (esforços e deslocamentos).

Tabela 7.54 – Carregamento – Torre de 47 barras.

<i>Nó</i>	$F_x (N)$	$F_y (N)$	$F_z (N)$	<i>Nó</i>	$F_x (N)$	$F_y (N)$	$F_z (N)$
17	14820,00	-11800,00	0,00	11	3040,00	0,00	0,00
22	11850,00	-11800,00	0,00	9	2890,00	0,00	0,00
15	3040,00	0,00	0,00	7	2600,00	0,00	0,00
6	2672,24	0,00	0,00	5	2600,00	0,00	0,00
13	3090,00	0,00	0,00	3	1876,00	0,00	0,00

Tabela 7.55 – Espaço de busca (áreas) – Torre de 47 barras.

<i>D</i> (mm)	<i>t</i> (mm)	<i>A</i> (cm ²)	<i>r</i> (cm)	<i>D</i> (mm)	<i>t</i> (mm)	<i>A</i> (cm ²)	<i>r</i> (cm)	<i>D</i> (mm)	<i>t</i> (mm)	<i>A</i> (cm ²)	<i>r</i> (cm)
26,70	2,90	2,15	0,849	88,90	7,60	19,50	2,890	141,30	19,10	73,20	4,370
38,10	3,00	3,31	1,250	114,30	6,00	20,50	3,830	168,30	18,30	86,10	5,340
33,40	6,40	5,40	0,980	114,30	6,40	21,50	3,820	168,30	19,10	89,30	5,320
42,20	6,40	7,15	1,290	101,60	8,10	23,70	3,320	273,00	11,10	91,60	9,270
48,30	7,10	9,23	1,480	168,30	4,80	24,60	5,780	168,30	22,00	101,00	5,230
73,00	4,80	10,20	2,420	114,30	7,90	26,50	3,770	273,00	12,70	104,00	9,210
73,00	5,50	11,60	2,390	88,90	11,10	27,20	2,780	323,80	11,10	109,00	11,100
88,90	4,80	12,60	2,980	114,30	8,60	28,40	3,750	273,00	15,10	122,00	9,130
114,30	4,00	13,70	3,900	141,30	7,10	30,10	4,750	273,00	15,90	128,00	9,110
114,30	4,40	15,10	3,890	168,30	6,40	32,30	5,730	219,10	23,00	142,00	6,980
88,90	6,40	16,50	2,930	141,30	7,90	33,20	7,720	273,00	18,30	146,00	9,030
60,30	11,10	17,10	1,780	114,30	11,10	36,10	3,670	273,00	21,40	169,00	8,830
88,90	7,10	18,30	2,900	168,30	9,50	47,50	5,620	323,80	20,60	196,00	10,700
73,00	9,50	19,00	2,270	114,30	17,10	52,30	3,490	355,60	20,60	217,00	11,900

Tabela 7.56 – Grupo de elementos – Torre de 47 barras.

<i>Grupos</i>	<i>Elementos</i>	<i>Grupos</i>	<i>Elementos</i>
1	23; 24; 25; 26; 27	7	29; 30
2	11; 12; 17; 18	8	31; 32
3	19; 20; 21; 22	9	33; 38; 43
4	5; 6; 8; 9; 15; 16	10	36; 37; 41; 42; 46; 47
5	1; 2; 3; 4; 13; 14	11	34; 35; 39; 40; 44; 45
6	7; 10; 28		

A Tabela 7.57 apresenta a solução para dois casos distintos: no primeiro caso, o problema clássico é analisado, já no segundo, são consideradas as restrições de ordem normativa: índice de esbeltez e esforços solicitante e resistente. Observando os resultados, nota-se a influência das restrições de ordem prática na resposta do problema. Essa influência provocou um aumento de 35,50% no peso da estrutura, uma comparação da evolução da solução para os dois casos é apresentada na Figura 7.36. A Tabela 7.58 apresenta uma análise estatística dos resultados obtidos.

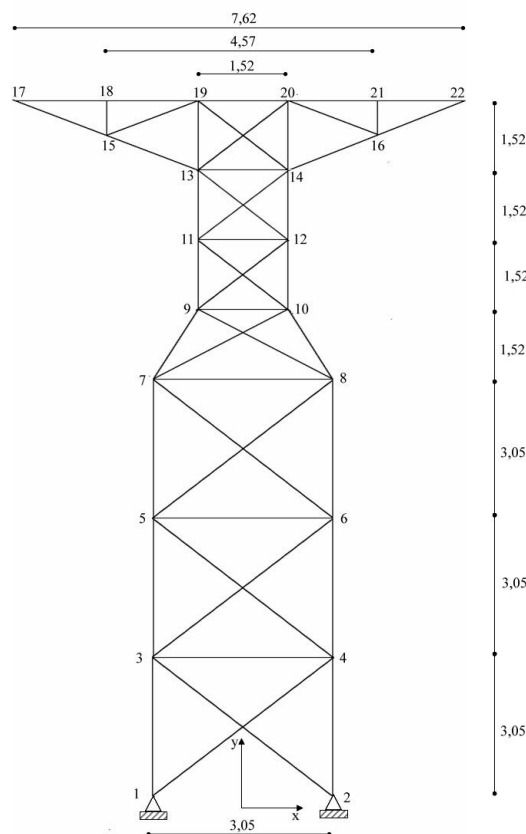


Figura 7.35 – Torre de 47 barras (coordenadas em metros).

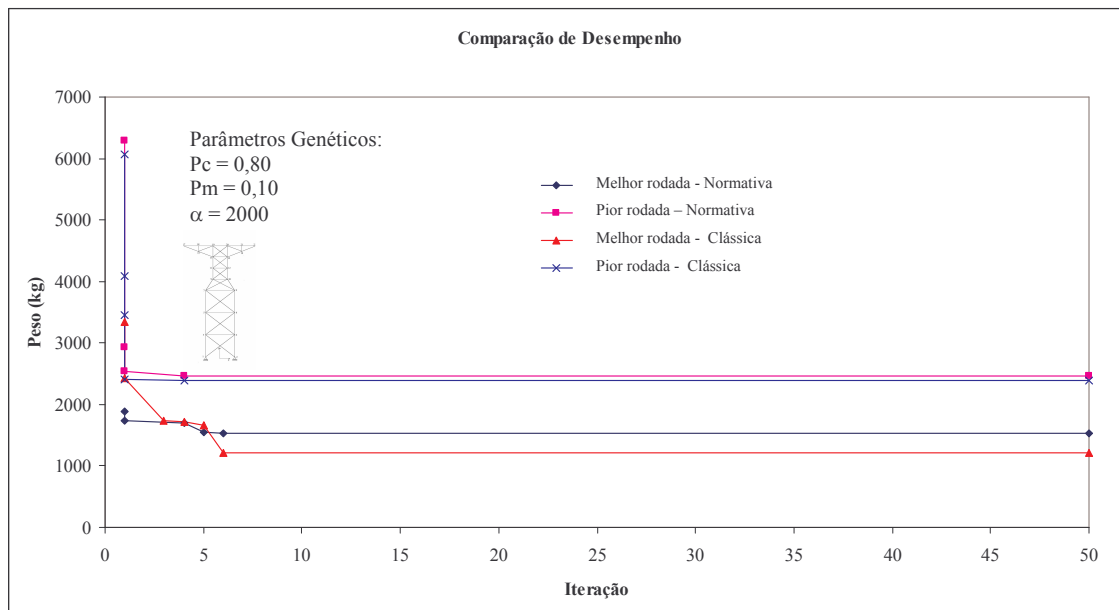


Figura 7.36 – Evolução da solução (peso) – Otimização dimensional – Torre de 47 barras clássica e normativa.

Tabela 7.57 – Resultados (áreas) – Otimização dimensional – Torre de 47 barras clássica e normativa.

Restrição	Grupo de Áreas ($\times 10^{-4} m^2$)											Peso (kg)
	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	
Clássica	5,4	17,1	13,7	11,6	15,1	15,1	73,2	2,15	23,7	71,5	16,5	1214,42
Normativa	15,1	54,0	19,5	20,5	23,7	28,4	26,5	12,6	20,5	15,1	19,5	1533,76

Tabela 7.58 – Análise estatística – Otimização dimensional – Torre de 47 barras clássica e normativa.

Restrições	Média (kg)	Mediana (kg)	Desvio Padrão (kg)	Pior Rodada (kg)	Melhor Rodada (kg)
Normativa	1716,23	1618,46	269,78	2464,65	1533,76
Clássica	1668,88	1631,52	254,72	2389,93	1214,42

7.6.2 OTIMIZAÇÃO DE FORMA

7.6.2.1 TORRE DE 47 BARRAS – RESTRIÇÕES NORMATIVAS

O objetivo é a minimização do peso da estrutura (Figura 7.35) por meio da busca de uma melhor configuração geométrica da mesma. A abordagem é a mesma utilizada no exemplo 7.6.1.1, exceto pela mudança da variável do projeto e da utilização de um único perfil (Tabela 7.59) durante todo o processo. Neste caso, as variáveis de

projeto são as coordenadas dos pontos nodais da estrutura com espaço de busca apresentado na Tabela 7.61.

Os requisitos do projeto adotados foram a altura da estrutura (componente y das coordenadas nodais) e a largura da base. Ou seja, a variável passa a ser somente a largura da estrutura (componentes x das coordenadas nodais). Que tirando proveito de sua simetria, reduz para seis o número de variáveis de projeto ($C1, C2, \dots, C6$) necessárias para representar todos os pontos nodais (Tabela 7.60).

Tabela 7.59 – Especificações do perfil – Torre de 47 barras.

D (mm)	t (mm)	A (cm ²)	r (cm)	F_y (MPa)	F_u (MPa)	E (MPa)	F_u (Kg/m ³)
355,60	20,60	217,00	11,900	250,00	400,00	205000,00	7850,00

Tabela 7.60 – Coordenadas nodais – Torre de 47 barras.

$Nó$	$Coordenadas$		
	x	y	z
01	- 1,52	0,00	0,00
02	1,52	0,00	0,00
03	- (1,02 + 0,33 C1)	3,05	0,00
04	(1,02 + 0,33 C1)	3,05	0,00
05	- (0,50 + 0,67 C2)	6,10	0,00
06	(0,50 + 0,67 C2)	6,10	0,00
07	- C1	9,15	0,00
08	C1	9,15	0,00
09	- C2	10,67	0,00
10	C2	10,67	0,00
11	- (0,50 C2 + 0,5 C3)	12,19	0,00
12	(0,50 C2 + 0,5 C3)	12,19	0,00
13	- C3	13,71	0,00
14	C3	13,71	0,00
15	- (C4 + C5)	14,47	0,00
16	(C4 + C5)	14,47	0,00
17	- (2 C6 + 2 C5 + C4)	15,23	0,00
18	- (2 C5 + C4)	15,23	0,00
19	- C4	15,23	0,00
20	C4	15,23	0,00
21	(2 C5 + C4)	15,23	0,00
22	(2 C6 + 2 C5 + C4)	15,23	0,00

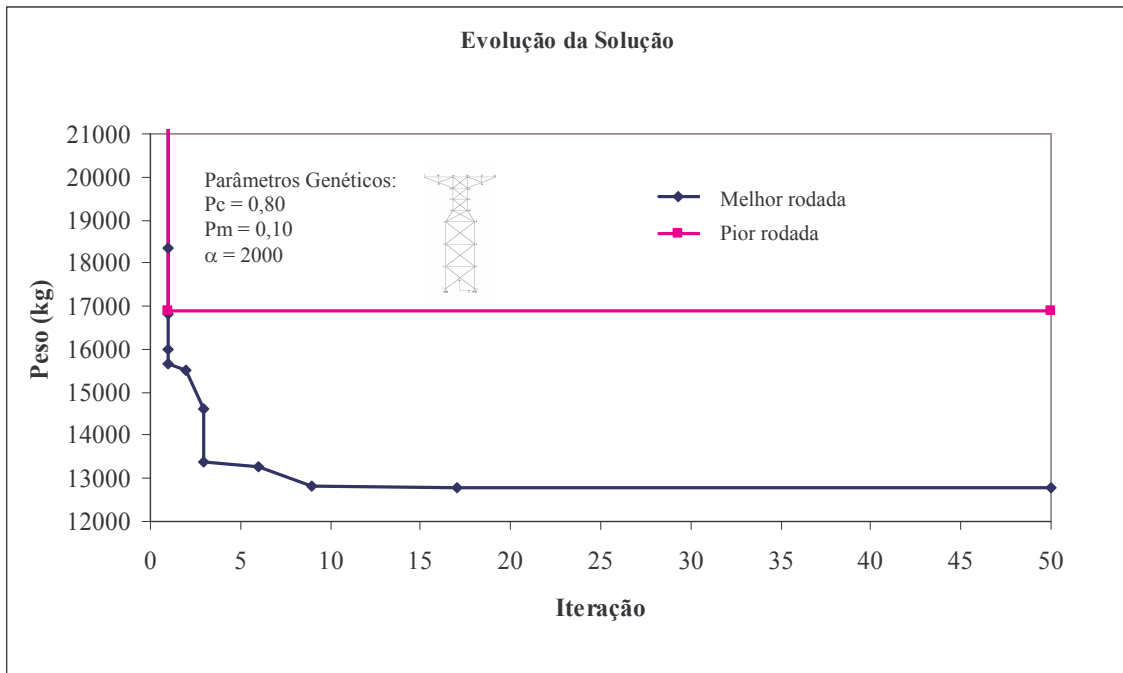


Figura 7.37 – Evolução da solução (peso) – Otimização forma – Torre de 47 barras normativa.

Tabela 7.61 – Espaço de busca (coordenadas) – Torre de 47 barras.

Coordenadas (m)	0,05; 0,10; 0,15; 0,20; 0,25; 0,31; 0,36; 0,41; 0,46; 0,51; 0,56; 0,61; 0,66; 0,71; 0,76; 0,81; 0,86; 0,92; 0,97; 1,02; 1,07; 1,12; 1,17; 1,22; 1,27; 1,32; 1,37; 1,42; 1,47; 1,53
-----------------	---

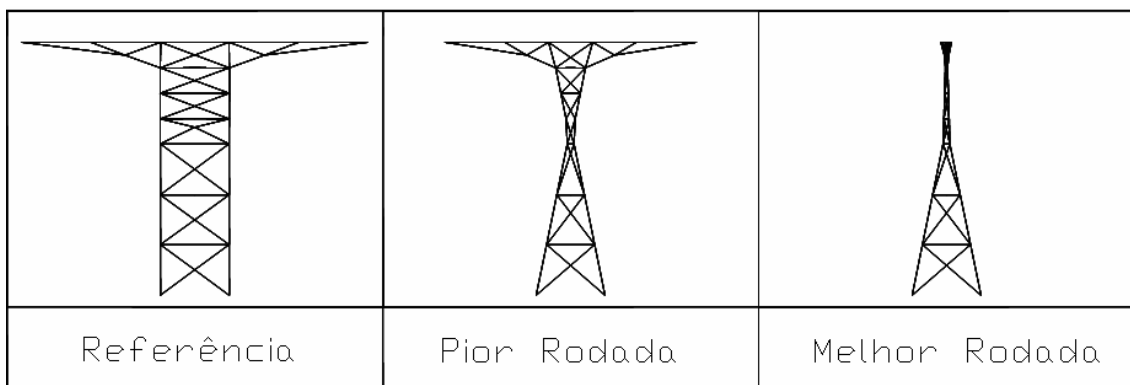


Figura 7.38 – Comparação forma – Otimização forma – Torre de 47 barras normativa.

As Tabelas 7.62 e 7.63 apresentam as relações das coordenadas e áreas utilizadas nas soluções indicadas na Figura 7.37, que apresenta a evolução das soluções ao longo das iterações. As configurações geométricas encontram-se na Figura 7.38 e

uma análise estatística das soluções encontra-se na Tabela 7.64. Essa abordagem atingiu uma redução de 45% no peso da estrutura, quando comparada com a configuração inicial (referência).

Tabela 7.62 – Resultados (áreas) – Otimização forma – Torre de 47 barras normativa.

Rodada	Grupo de Áreas ($\times 10^{-4} \text{ m}^2$)											Peso (kg)
	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	
Melhor	217,00	217,00	217,00	217,00	217,00	217,00	217,00	217,00	217,00	217,00	217,00	12783,82
Pior	217,00	217,00	217,00	217,00	217,00	217,00	217,00	217,00	217,00	217,00	217,00	16906,79
Referência	217,00	217,00	217,00	217,00	217,00	217,00	217,00	217,00	217,00	217,00	217,00	23315,20

Tabela 7.63 – Resultados (coordenadas) – Otimização dimensional – Torre de 47 barras normativa.

Nó	Melhor Rodada			Pior Rodada			Referência		
	Coordenadas (m)			Coordenadas (m)			Coordenadas (m)		
	x	y	z	x	y	z	x	y	z
01	-1,52	0,00	0,00	-1,52	0,00	0,00	-1,52	0,00	0,00
02	1,52	0,00	0,00	1,52	0,00	0,00	1,52	0,00	0,00
03	-1,07	3,05	0,00	-1,07	3,05	0,00	-1,52	3,05	0,00
04	1,07	3,05	0,00	1,07	3,05	0,00	1,52	3,05	0,00
05	-0,60	6,10	0,00	-0,63	6,10	0,00	-1,53	6,10	0,00
06	0,60	6,10	0,00	0,63	6,10	0,00	1,53	6,10	0,00
07	-0,15	9,15	0,00	-0,15	9,15	0,00	-1,53	9,15	0,00
08	0,15	9,15	0,00	0,15	9,15	0,00	1,53	9,15	0,00
09	-0,15	10,67	0,00	-0,20	10,67	0,00	-1,53	10,67	0,00
10	0,15	10,67	0,00	0,20	10,67	0,00	1,53	10,67	0,00
11	-0,10	12,19	0,00	-0,43	12,19	0,00	-1,53	12,19	0,00
12	0,10	12,19	0,00	0,43	12,19	0,00	1,53	12,19	0,00
13	-0,05	13,71	0,00	-0,66	13,71	0,00	-1,53	13,71	0,00
14	0,05	13,71	0,00	0,66	13,71	0,00	1,53	13,71	0,00
15	-0,10	14,47	0,00	-1,94	14,47	0,00	-3,06	14,47	0,00
16	0,10	14,47	0,00	1,94	14,47	0,00	3,06	14,47	0,00
17	-0,25	15,23	0,00	-5,55	15,23	0,00	-7,65	15,23	0,00
18	-0,15	15,23	0,00	-2,91	15,23	0,00	-4,59	15,23	0,00
19	-0,05	15,23	0,00	-0,97	15,23	0,00	-1,53	15,23	0,00
20	0,05	15,23	0,00	0,97	15,23	0,00	1,53	15,23	0,00
21	0,15	15,23	0,00	2,91	15,23	0,00	4,59	15,23	0,00
22	0,25	15,23	0,00	5,55	15,23	0,00	7,65	15,23	0,00
Peso (kg)	12783,82			16906,79			23315,20		

Tabela 7.64 – Análise estatística – Otimização forma – Torre de 47 barras normativa.

Média (kg)	Mediana (kg)	Desvio Padrão (kg)	Pior Rodada (kg)	Melhor Rodada (kg)
13308,06	13151,93	767,02	16906,79	12783,82

7.6.3 OTIMIZAÇÃO SIMULTÂNEA

7.6.3.1 TORRE DE 47 BARRAS – RESTRIÇÕES NORMATIVAS

O objetivo é a minimização do peso da estrutura (Figura 7.35) por meio da busca simultânea da melhor configuração geométrica e da melhor distribuição de massa para a estrutura. A abordagem é a mesma utilizada no exemplo 7.6.1.1, exceto pelo acréscimo de um novo conjunto de variáveis de projeto, as coordenadas dos pontos nodais. Neste caso, dispõe-se de dois espaços de busca: um referente às coordenadas (Tabela 7.61) e outro referente às áreas (Tabela 7.55).

A codificação das coordenadas no cromossomo segue a metodologia apresentada no exemplo 7.6.2.1, onde seis variáveis ($C1, C2, \dots, C6$) são necessárias para representar as coordenadas e os pontos nodais da estrutura (Tabela 7.60). A codificação das áreas segue a mesma representação utilizada no exemplo 7.6.1.1, onde são utilizadas 11 variáveis ($A1, A2, \dots, A11$), de acordo com os grupos apresentados na Tabela 7.56.

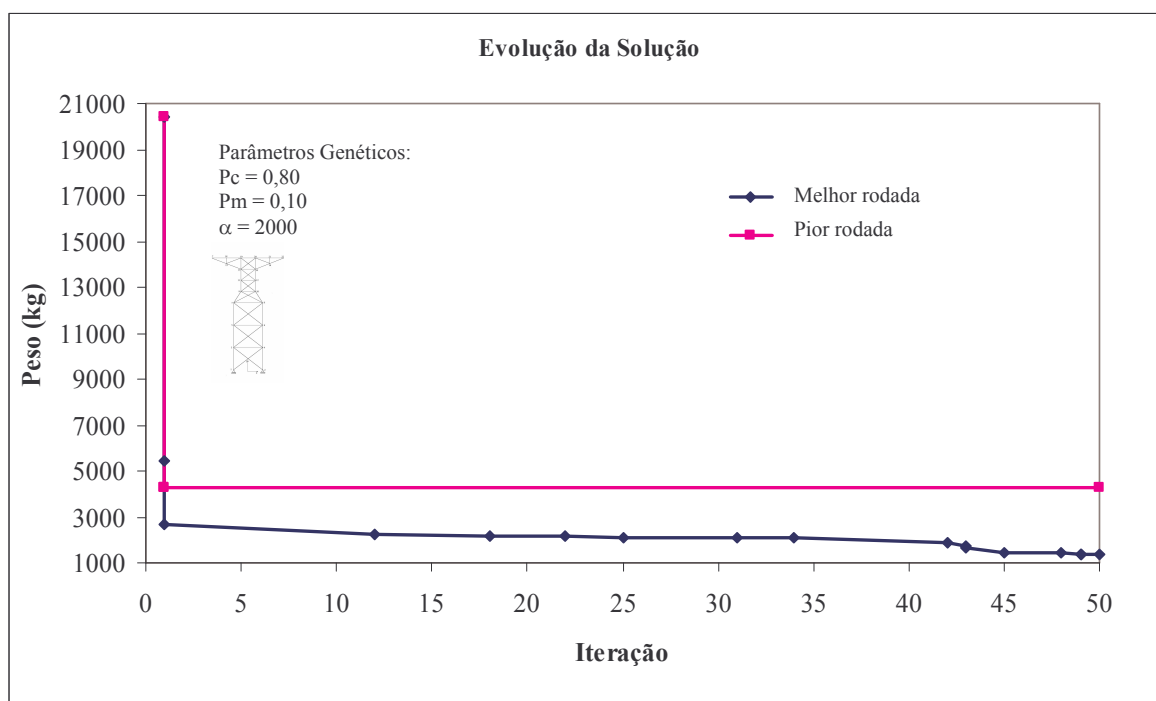


Figura 7.39 – Evolução da solução (peso) – Otimização simultânea – Torre de 47 barras normativa.

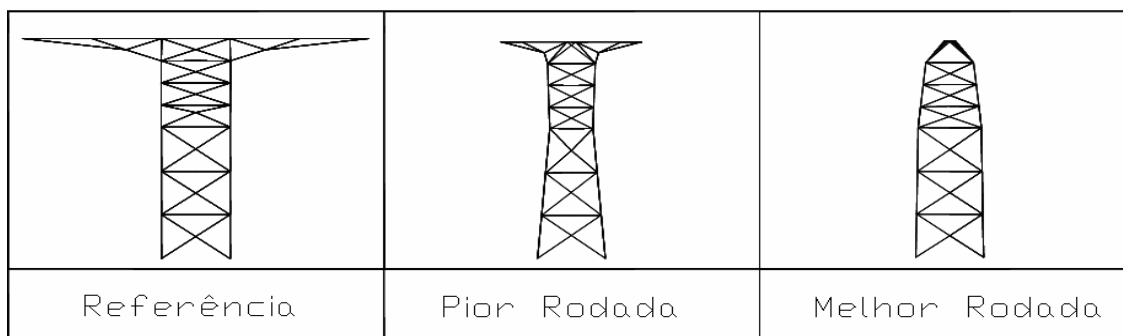


Figura 7.40 – Comparação forma – Otimização simultânea – Torre de 47 barras normativa.

Tabela 7.65 – Resultados (áreas) – Otimização simultânea – Torre de 47 barras normativa.

Run	Grupo de Áreas ($\times 10^{-4} \text{ m}^2$)											Peso (kg)
	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	
Melhor	2,15	2,15	2,15	2,15	2,15	2,15	16,50	2,15	2,15	10,20	20,05	630,28
Pior	24,60	19,00	36,10	18,30	12,60	21,50	3,31	52,30	19,00	26,50	24,60	1941,09
Referência	217,00	217,00	217,00	217,00	217,00	217,00	217,00	217,00	217,00	217,00	217,00	23315,20

Tabela 7.66 – Resultados (coordenadas) – Otimização dimensional – Torre de 47 barras normativa.

Nó	Melhor Rodada			Pior Rodada			Referência		
	Coordenadas (m)			Coordenadas (m)			Coordenadas (m)		
	x	y	z	x	y	z	x	y	z
01	-1,52	0,00	0,00	-1,52	0,00	0,00	-1,52	0,00	0,00
02	1,52	0,00	0,00	1,52	0,00	0,00	1,52	0,00	0,00
03	-1,49	3,05	0,00	-1,34	3,05	0,00	-1,52	3,05	0,00
04	1,49	3,05	0,00	1,34	3,05	0,00	1,52	3,05	0,00
05	-1,42	6,10	0,00	-1,22	6,10	0,00	-1,53	6,10	0,00
06	1,42	6,10	0,00	1,22	6,10	0,00	1,53	6,10	0,00
07	-1,42	9,15	0,00	-0,97	9,15	0,00	-1,53	9,15	0,00
08	1,42	9,15	0,00	0,97	9,15	0,00	1,53	9,15	0,00
09	-1,37	10,67	0,00	-1,07	10,67	0,00	-1,53	10,67	0,00
10	1,37	10,67	0,00	1,07	10,67	0,00	1,53	10,67	0,00
11	-1,22	12,19	0,00	-1,12	12,19	0,00	-1,53	12,19	0,00
12	1,22	12,19	0,00	1,12	12,19	0,00	1,53	12,19	0,00
13	-1,07	13,71	0,00	-1,17	13,71	0,00	-1,53	13,71	0,00
14	1,07	13,71	0,00	1,17	13,71	0,00	1,53	13,71	0,00
15	-0,10	14,47	0,00	-1,22	14,47	0,00	-3,06	14,47	0,00
16	0,10	14,47	0,00	1,22	14,47	0,00	3,06	14,47	0,00
17	-0,25	15,23	0,00	-3,16	15,23	0,00	-7,65	15,23	0,00
18	-0,15	15,23	0,00	-2,24	15,23	0,00	-4,59	15,23	0,00
19	-0,05	15,23	0,00	-0,20	15,23	0,00	-1,53	15,23	0,00
20	0,05	15,23	0,00	0,20	15,23	0,00	1,53	15,23	0,00
21	0,15	15,23	0,00	2,24	15,23	0,00	4,59	15,23	0,00
22	0,25	15,23	0,00	3,16	15,23	0,00	7,65	15,23	0,00
Peso (kg)	630,28			1941,09			23315,20		

As Tabelas 7.65 e 7.66 apresentam as relações das coordenadas e áreas utilizadas nas soluções indicadas na Figura 7.39, que apresentam a evolução das soluções ao longo das iterações. As respectivas configurações geométricas encontram-se na Figura 7.40 e uma análise estatística das soluções encontra-se na Tabela 7.67. O melhor resultado obtido, 630,28 kg, representa uma redução de aproximadamente 97% no peso da estrutura na sua configuração inicial (referência).

Tabela 7.67 – Análise estatística – Otimização simultânea – Torre de 47 barras normativa.

<i>Média</i> (kg)	<i>Mediana</i> (kg)	<i>Desvio Padrão</i> (kg)	<i>Pior Rodada</i> (kg)	<i>Melhor Rodada</i> (kg)
1021,52	954,81	287,29	1941,09	630,28

7.6.4 MAXIMIZAÇÃO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS

7.6.4.1 TORRE DE 47 BARRAS – RESTRIÇÕES NORMATIVAS

O objetivo desse problema é encontrar a estrutura que possua o menor peso e, ao mesmo tempo, as maiores frequências naturais. Ou seja, busca-se a minimização do peso e a maximização das frequências naturais da estrutura (Figura 7.35) por meio da busca simultânea da melhor configuração geométrica e da melhor distribuição de massa para a estrutura. A abordagem e os dados são os mesmos utilizados no exemplo 7.6.3.1, exceto pela inclusão na função objetivo da parcela referente à maximização das frequências.

As Tabelas 7.69 e 7.68 apresentam a relação das coordenadas e áreas utilizadas na solução que apresentou menor peso, 2005,26 kg, com somatório de frequências naturais igual a 125,77 Hz. A evolução dessa solução ao longo das iterações pode ser observada nas Figuras 7.41 (peso) e 7.42 (somatório de frequências), as configurações geométricas, na Figura 7.43 e a análise estatística dos resultados, na Tabela 7.70. A melhor solução representa uma redução de aproximadamente 91% no peso e um aumento de 215% no somatório de frequência, isto em relação a sua configuração inicial (referência).

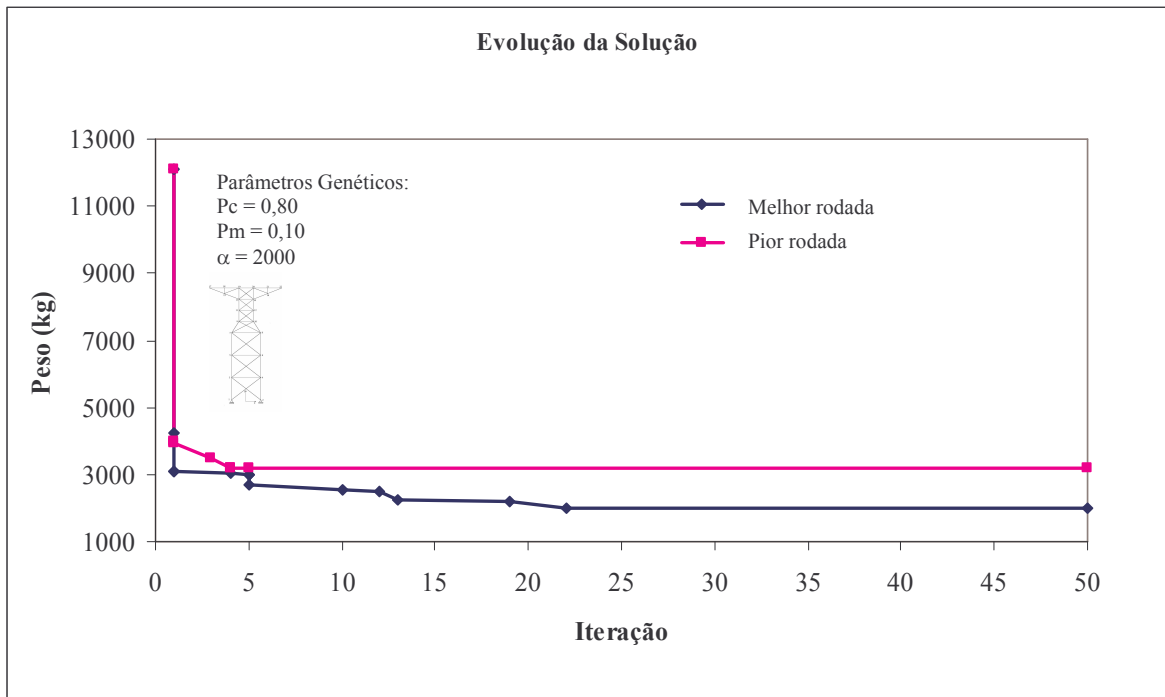


Figura 7.41 – Evolução da solução (peso) – Max. frequência – Simultânea – Torre de 47 barras normativa.

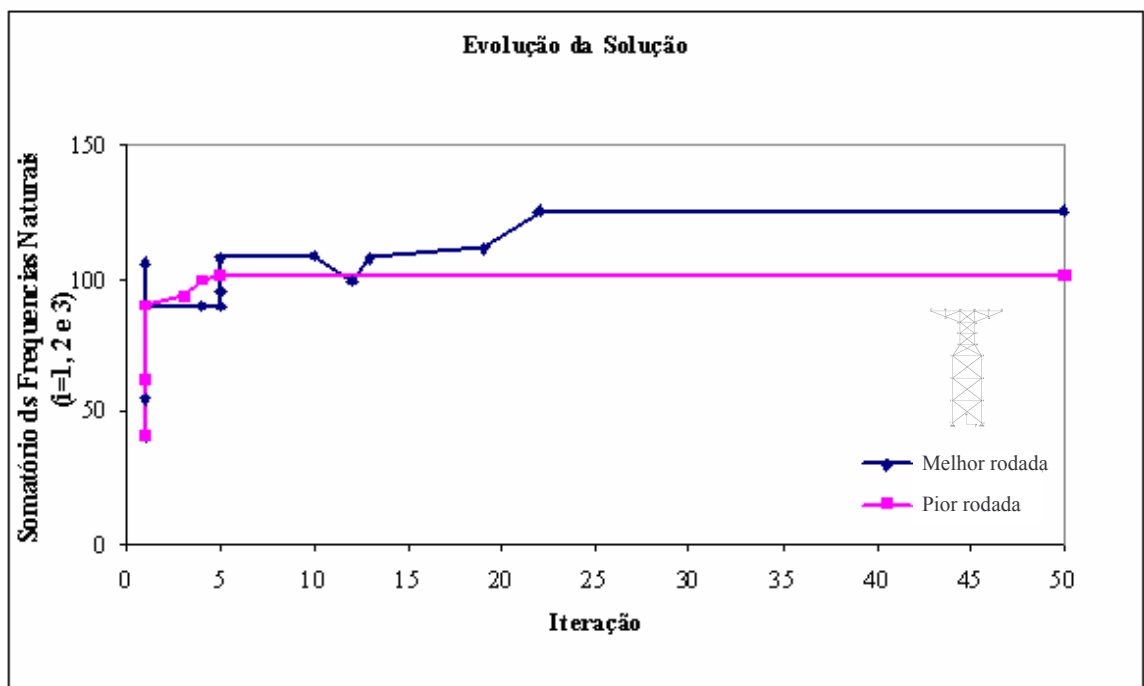


Figura 7.42 – Evolução da solução (frequência) – Max. frequência – Simultânea – Torre de 47 barras normativa.

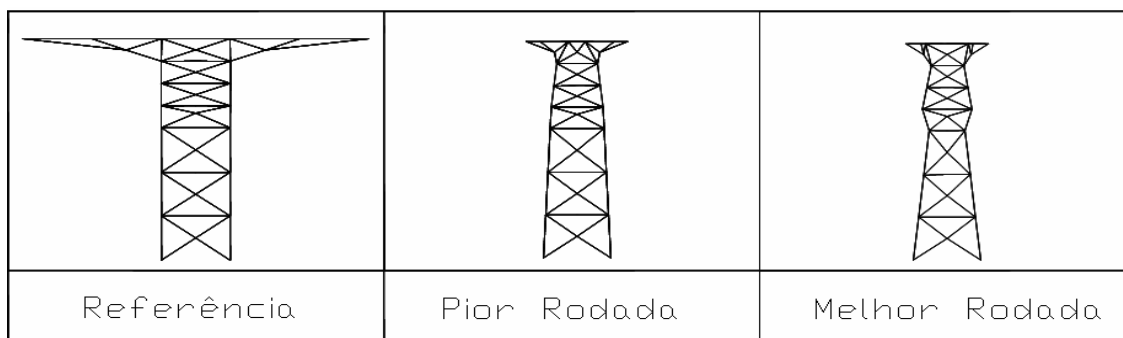


Figura 7.43 – Comparação forma – Max. frequência – Simultânea – Torre de 47 barras normativa.

Tabela 7.68 – Resultados (coordenadas) – Max. frequência – Simultânea – Torre de 47 barras normativa.

Nó	Melhor Rodada			Pior Rodada			Referência		
	Coordenadas (m)			Coordenadas (m)			Coordenadas (m)		
	x	y	z	x	y	z	x	y	z
01	-1,52	0,00	0,00	-1,52	0,00	0,00	-1,52	0,00	0,00
02	1,52	0,00	0,00	1,52	0,00	0,00	1,52	0,00	0,00
03	-1,29	3,05	0,00	-1,42	3,05	0,00	-1,52	3,05	0,00
04	1,29	3,05	0,00	1,42	3,05	0,00	1,52	3,05	0,00
05	-1,25	6,10	0,00	-1,28	6,10	0,00	-1,53	6,10	0,00
06	1,25	6,10	0,00	1,28	6,10	0,00	1,53	6,10	0,00
07	-0,81	9,15	0,00	-1,22	9,15	0,00	-1,53	9,15	0,00
08	0,81	9,15	0,00	1,22	9,15	0,00	1,53	9,15	0,00
09	-1,12	10,67	0,00	-1,17	10,67	0,00	-1,53	10,67	0,00
10	1,12	10,67	0,00	1,17	10,67	0,00	1,53	10,67	0,00
11	-0,92	12,19	0,00	-1,05	12,19	0,00	-1,53	12,19	0,00
12	0,92	12,19	0,00	1,05	12,19	0,00	1,53	12,19	0,00
13	-0,71	13,71	0,00	-0,92	13,71	0,00	-1,53	13,71	0,00
14	0,71	13,71	0,00	0,92	13,71	0,00	1,53	13,71	0,00
15	-1,07	14,47	0,00	-1,02	14,47	0,00	-3,06	14,47	0,00
16	1,07	14,47	0,00	1,02	14,47	0,00	3,06	14,47	0,00
17	-1,57	15,23	0,00	-2,30	15,23	0,00	-7,65	15,23	0,00
18	-1,17	15,23	0,00	-1,68	15,23	0,00	-4,59	15,23	0,00
19	-0,97	15,23	0,00	-0,36	15,23	0,00	-1,53	15,23	0,00
20	0,97	15,23	0,00	0,36	15,23	0,00	1,53	15,23	0,00
21	1,17	15,23	0,00	1,68	15,23	0,00	4,59	15,23	0,00
22	1,57	15,23	0,00	2,30	15,23	0,00	7,65	15,23	0,00
Peso (kg)	2005,26			3180,35			23315,20		

Tabela 7.69 – Resultados (áreas) – Max. frequência – Simultânea – Torre de 47 barras normativa.

Rodada	Grupo de Áreas ($\times 10^{-4} m^2$)											Peso (kg)	Σ Frequência (Hz)
	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11		
Melhor	2,15	2,15	9,23	5,40	3,31	2,15	27,20	17,10	3,31	13,70	27,10	2005,26	125,77
Pior	2,15	2,15	47,50	19,50	32,30	5,40	26,50	17,10	17,10	17,10	24,60	3180,35	100,99
Referência	217,00	217,00	217,00	217,00	217,00	217,00	217,00	217,00	217,00	217,00	217,00	23315,20	40,52

Tabela 7.70 – Análise estatística – Max. frequência – Simultânea – Torre de 47 barras normativa.

<i>Média</i> (kg)	<i>Mediana</i> (kg)	<i>Desvio Padrão</i> (kg)	<i>Pior Rodada</i> (kg)	<i>Melhor Rodada</i> (kg)
2384,78	2361,55	256,04	3180,35	2005,26

7.7 OTIMIZAÇÃO ROBUSTA

7.7.1 APTIDÃO APROXIMADA BASEADA NA SIMILARIDADE

7.7.1.1 TRELIÇA DE 25 BARRAS – CLÁSSICA

O objetivo é a solução do problema apresentado no exemplo 7.1.1.2., por meio da técnica de aptidão aproximada baseada em similaridade. Todas as informações referentes às características geométricas, aos carregamentos e ao espaço de busca encontram-se no exemplo 7.1.1.2.. No método aptidão aproximada baseada em similaridade, dez indivíduos aleatórios são analisados por meio dos elementos finitos e os demais por meio da teoria da aptidão aproximada baseada em similaridade. Adotou-se o percentual de 80% como taxa de aplicação desse método, para o restante utiliza-se a solução dos elementos finitos, que garantem uma análise real dos indivíduos.

A Tabela 7.71 apresenta a relação das áreas da melhor solução, 215,4 kg, obtida com a análise da função aptidão por meio dos elementos finitos. Com o método da semelhança da função de aptidão obteve-se o peso de 217,76 kg. A Figura 7.44 apresenta um gráfico, em que se comparam as soluções obtidas e o tempo computacional necessário para obtê-las e a Tabela 7.72 apresenta uma análise estatística dos resultados obtidos.

Tabela 7.71 – Resultados (áreas) – Otimização dimensional – Similaridade – Trelíça de 25 barras clássica.

Método	Grupo de Áreas ($\times 10^{-4} \text{ m}^2$)								Peso (kg)
	<i>A1</i>	<i>A2</i>	<i>A3</i>	<i>A4</i>	<i>A5</i>	<i>A6</i>	<i>A7</i>	<i>A8</i>	
<i>Elementos Finitos</i>	0,64	0,64	7,74	0,64	4,52	1,94	0,64	8,39	215,64
<i>Aptidão Aproximada</i>	0,64	1,94	7,10	0,64	2,58	1,94	0,64	8,39	217,79

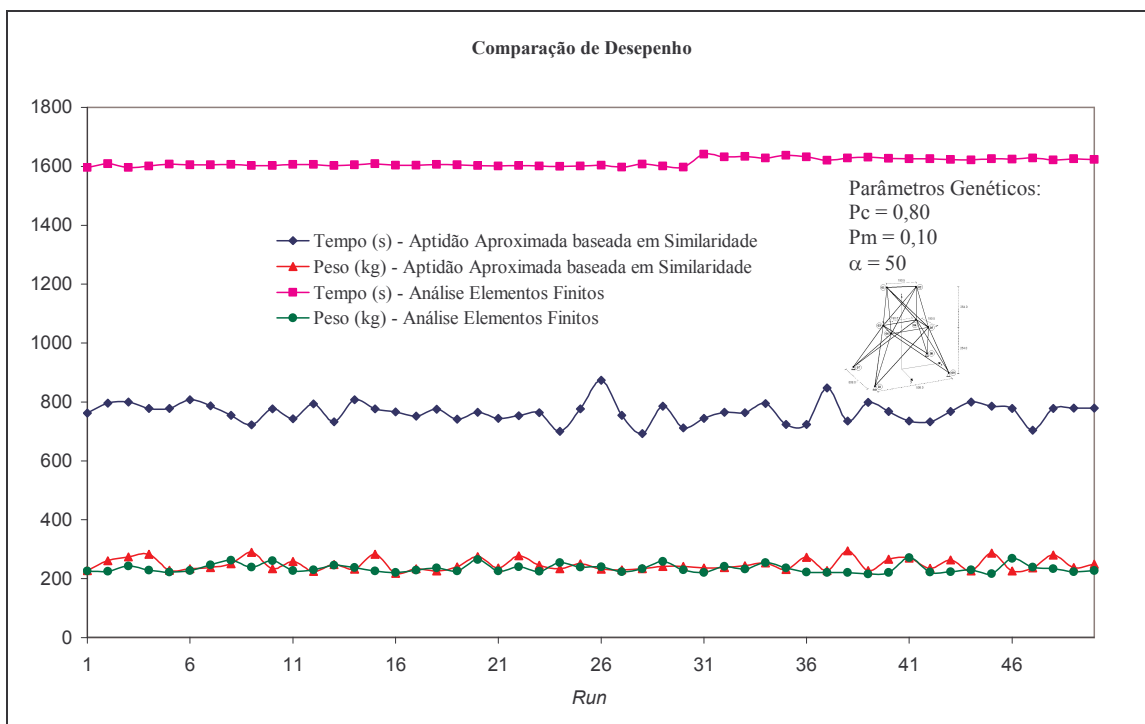


Figura 7.44 – Comparação de desempenho – Otimização dimensional – Similaridade – Treliça de 25 barras clássica.

Tabela 7.72 – Análise estatística – Otimização dimensional – Similaridade – Treliça de 25 barras clássica.

Método	Média (kg)	Mediana (kg)	Desvio Padrão (kg)	Pior Rodada (kg)	Melhor Rodada (kg)
Elementos Finitos	234,78	229,64	14,2313	270,89	215,64
Aptidão Aproximada	247,76	239,22	20,63	294,23	217,79

7.7.1.2. TORRE DE 47 BARRAS – RESTRIÇÕES NORMATIVAS

O objetivo é a solução do problema apresentado no exemplo 7.6.1.1., por meio da técnica de aptidão aproximada baseada em similaridade. Todas as informações referentes às características geométricas, aos carregamentos e ao espaço de busca encontram-se no exemplo 7.6.1.1.

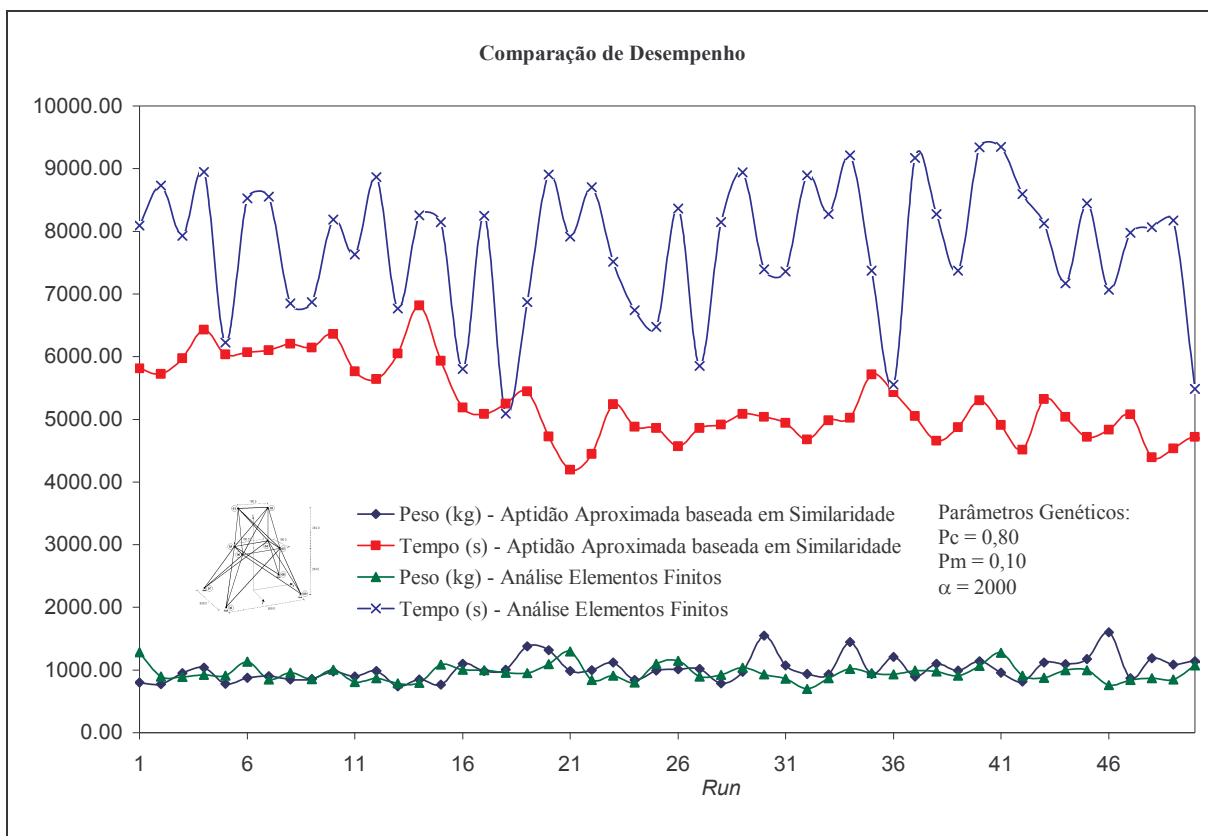


Figura 7.45 – Comparação de desempenho – Otimização dimensional – Similaridade – Torre de 47 barras — Restrição normativa.

Tabela 7.73 – Resultados (áreas) – Otimização dimensional – Similaridade – Torre de 47 barras — Restrição normativa.

Método	Grupo de Áreas ($\times 10^{-4} m^2$)											Peso (kg)
	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	A11	
Elementos Finitos	2,15	2,15	2,15	3,31	9,23	7,15	12,6	92,30	2,15	7,15	21,5	700,98
Aptidão Aproximada	2,15	2,15	2,15	7,15	12,6	7,15	11,6	12,60	3,31	3,31	23,7	737,96

Tabela 7.74 – Análise estatística – Otimização dimensional – Similaridade – Torre de 47 barras — Restrição normativa.

Método	Média (kg)	Mediana (kg)	Desvio Padrão (kg)	Pior Rodada (kg)	Melhor Rodada (kg)
Elementos Finitos	953,11	927,16	129,30	1293,82	700,98
Aptidão Aproximada	1015,73	985,71	193,30	1604,07	737,96

A Figura 7.45 apresenta um gráfico, onde se comparam a evolução das soluções obtidas e o tempo computacional necessário para obtê-las. As Tabelas 7.73 e 7.74 apresentam os resultados e a correspondente análise estatística, respectivamente.

7.7.2 REDES NEURAIS COMO SIMULADORES ESTRUTURAIS

7.7.2.1 TRELIÇA DE 25 BARRAS – CLÁSSICA

O objetivo é a solução do problema apresentado no exemplo 7.1.1.2., por meio da utilização das redes neurais como simuladores estruturais. Todas as informações referentes às características geométricas, aos carregamentos e ao espaço de busca encontram-se no exemplo 7.1.1.2.

A rede neural utilizada é do tipo *multi-layer, feedforward*, com aprendizado por retro-propagação do erro, *backpropagation*, com quatro camadas, sendo uma de entrada, uma de saída e duas ocultas. A camada de entrada possui oito neurônios, a primeira e a segunda camadas ocultas possuem dez neurônios e a camada de saída possui um neurônio. No treinamento utilizou-se um conjunto com 500 indivíduos gerados aleatoriamente, que foram analisados utilizando o método dos elementos finitos. A Figura 7.46 apresenta a evolução do erro ao longo das épocas.

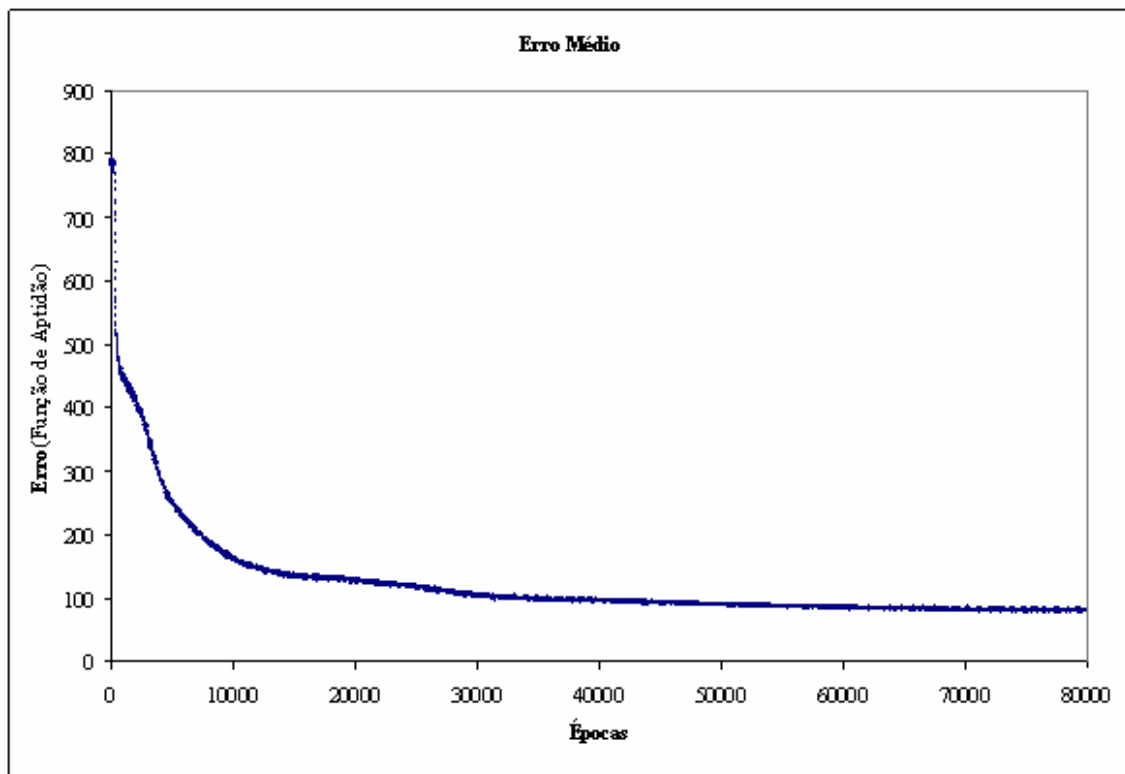


Figura 7.46 – Erro médio treinamento da rede neural

No método redes neurais com simulador estrutural (função aptidão), 20 indivíduos aleatórios são analisados por meio dos elementos finitos e o restante é simulado pelas redes neurais. Adotou-se 50% como taxa de aplicação desse método, para o restante utiliza-se a solução dos elementos finitos, que garantem uma análise real dos indivíduos. O critério de parada utilizado foi o número máximo de iteração igual a 50.

O peso obtido com a análise da função aptidão através dos elementos finitos foi de 218,94 kg. Todas as 30 *runs* geraram soluções factíveis. A Figura 7.47 apresenta um gráfico, em que se compara a evolução das soluções obtidas e o tempo computacional necessário para obtê-las. As Tabelas 7.75 e 7.76 apresentam os resultados e a correspondente análise estatística, respectivamente.

Tabela 7.75 – Resultados (áreas) – Otimização dimensional – Simulação – Treliça de 25 barras clássica.

Método	Grupo de Áreas ($\times 10^{-4} \text{ m}^2$)								Peso (kg)
	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	
<i>Elementos Finitos</i>	0,64	0,64	7,10	0,64	4,16	1,94	0,64	9,03	218,94
<i>RNA</i>	0,64	0,64	7,74	0,64	4,52	1,94	0,64	9,03	222,50

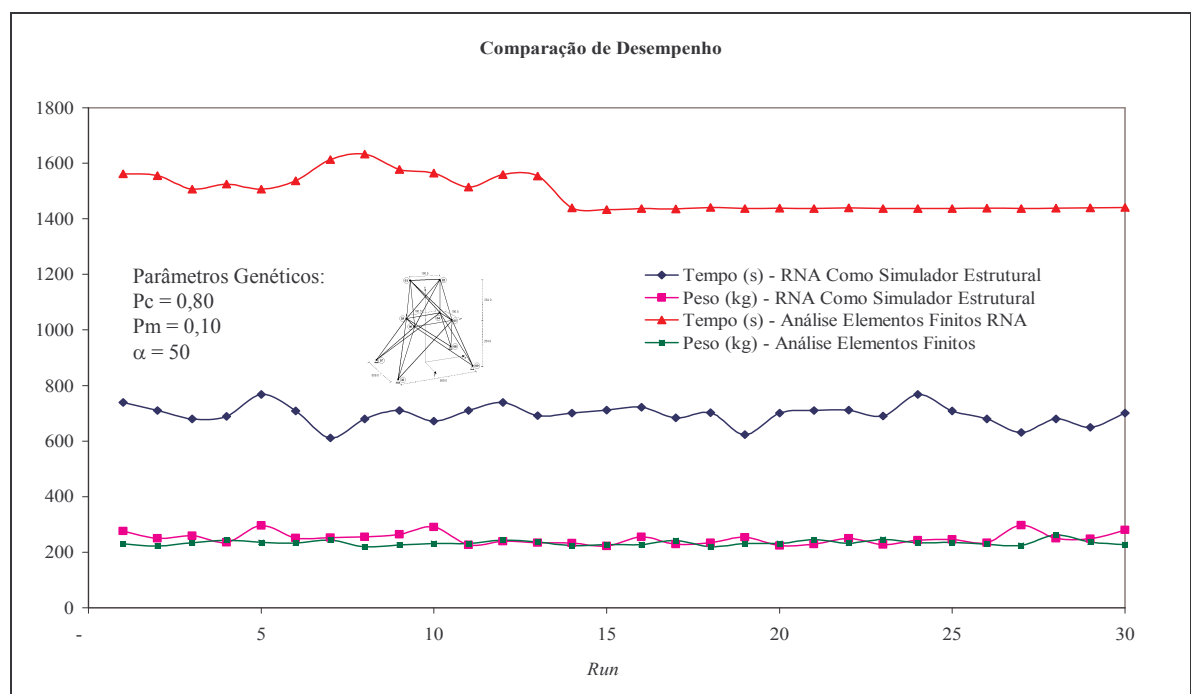


Figura 7.47 – Comparação de desempenho– Otimização dimensional – Simulação – Treliça de 25 barras clássica.

Tabela 7.76 – Análise estatística – Otimização dimensional – Simulação – Treliza de 25 barras clássica.

Método	Média (kg)	Mediana (kg)	Desvio Padrão (kg)	Pior Rodada (kg)	Melhor Rodada (kg)
Elementos Finitos	233,42	232,06	9,15	261,54	218,94
RNA	249,41	248,65	20,95	297,02	222,50

7.7.3 ALGORITMO GENÉTICO ROBUSTO

7.7.3.1 TRELIÇA DE 25 BARRAS – CLÁSSICA

O objetivo é a solução do problema apresentado no exemplo 7.1.1.2., por meio de vários algoritmos genéticos robustos descritos na seção 7.5. Todas as informações referentes às características geométricas, aos carregamentos e ao espaço de busca encontram-se no exemplo 7.1.1.2..

A Figura 7.48 apresenta um gráfico, em que se comparam as soluções e as Tabelas 7.77 e 7.78 apresentam as soluções obtidas e uma análise estatística dos resultados, respectivamente.

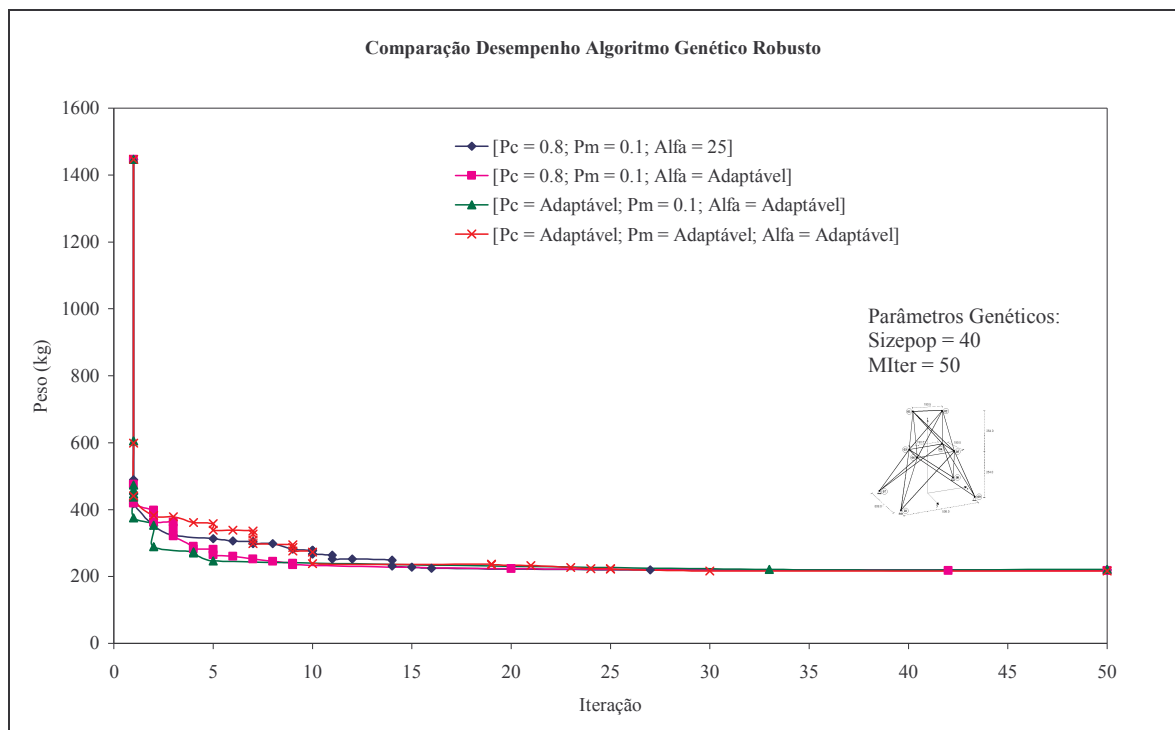


Figura 7.48 – Comparação de desempenho – Otimização dimensional – Algoritmo genético robustos – Treliza de 25 barras clássica.

Tabela 7.77 – Resultados (áreas) – Otimização dimensional – Algoritmos genéticos robustos – Treliça de 25 barras clássica.

Método	Grupo de Áreas ($\times 10^{-4} m^2$)								Peso (kg)
	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	
1 - [Pc = 0.8; Pm = 0.1; Alfa = 25]	0,64	0,64	8,39	0,64	2,58	2,58	1,29	7,10	220,26
2 - [Pc = 0.8; Pm = 0.1; Alfa = Adaptável]	0,64	0,64	7,10	0,64	3,23	2,58	1,29	7,74	218,06
3 - [Pc = Adaptável; Pm = 0.1; Alfa = Adaptável]	0,64	1,29	7,10	0,64	1,19	1,94	2,58	7,10	221,40
4 - [Pc = Adaptável; Pm = Adaptável; Alfa = Adaptável]	0,64	0,64	7,74	0,64	2,58	1,29	1,29	9,03	216,70

Tabela 7.78 – Análise estatística – Otimização dimensional – Algoritmos genéticos robustos – Treliça de 25 barras clássica.

Método	Média (kg)	Mediana (kg)	Desvio Padrão (kg)	Pior Rodada (kg)	Melhor Rodada (kg)
1 - [Pc = 0.8; Pm = 0.1; Alfa = 25]	232,81	232,36	7,88	246,42	220,26
2 - [Pc = 0.8; Pm = 0.1; Alfa = Adaptável]	251,84	243,69	29,54	315,65	218,06
3 - [Pc = Adaptável; Pm = 0.1; Alfa = Adaptável]	236,29	234,58	11,70	258,04	221,40
4 - [Pc = Adaptável; Pm = Adaptável; Alfa = Adaptável]	230,81	229,33	10,74	251,17	216,70

7.8 ANÁLISE DOS RESULTADOS

A avaliação do desempenho dos resultados tem como base de comparação uma referência da literatura (*benchmark*) ou um pré-projeto. Este pré-projeto trata-se de uma solução inicial escolhida sem critérios de dimensionamento e ou conhecimentos práticos.

As Tabelas 7.79 à 7.82 apresentam quadros comparativos das melhores soluções alcançadas. Destaca-se o melhor resultado obtido, uma referência (*benchmark* e configuração inicial) e a conquista obtida, ou seja, uma comparação entre a referência e o resultado encontrado.

A validação dos algoritmos implementados realizou-se por meio dos exemplos 7.1.1.1 e 7.1.1.2 (*benchmarks*). Conforme mostra a Tabela 7.79, para a treliça de dez barras (Figura 7.1), na sua formulação original (otimização dimensional), o melhor resultado igualou-se ao resultado de Rajeev e Krishnamoorthy (1992). Para a treliça de 25 barras (Figura 7.3) obteve-se uma redução de 6% (Tabela 7.80) em relação ao resultado de Rajeev e Krishnamoorthy (1992).

O melhor resultado para a treliça de dez barras (Figura 7.1) ocorreu quando se considerou a otimização simultânea, na qual se obteve uma redução de 64% (Tabela 7.79) no peso da estrutura. Este resultado já era aguardado, pois nessa abordagem trabalha-se com duas variáveis de projeto, o que aumenta as possíveis soluções do problema. Quando se acrescentou o novo objetivo (maximização das frequências) a melhor solução teve um acréscimo de 38% (Tabela 7.79) no melhor peso (otimização simultânea).

Apesar da quantidade de dados não ser expressiva, a otimização topológica alcançou excelentes resultados, proporcionando uma redução de 55% no peso da estrutura.

Para a treliça de 25 barras (Figura 7.3) a melhor solução alcançada para a configuração original (sem alteração topológica, de forma ou de espaço de busca) foi de 215,64 kg, o que representa uma redução de 11% (Tabela 7.80) no peso da estrutura. A utilização do carregamento dinâmico ocasionou no aumento do peso da estrutura, quando comparado com a situação onde o máximo valor da carga dinâmica foi aplicado sobre a estrutura de modo estático. A maior redução ocorreu na otimização simultânea onde se alcançou 94% (Tabela 7.80) em relação à referência. No entanto, a solução que apresentou melhor relação entre peso e tempo computacional ocorreu quando se adotou a função aptidão baseada em similaridade, conforme mostra a Figura 7.44.

Tabela 7.79 – Análise dos resultados – Treliça de dez barras clássica.

<i>Abordagem</i>	<i>Exemplo</i>	<i>Melhor Solução</i>		<i>Referência</i>		<i>Conquista</i>		
		<i>Peso (kg)</i>	<i>Frequência (Hz)</i>	<i>Peso (kg)</i>	<i>Frequência (Hz)</i>	<i>Peso (%)</i>	<i>Frequência (%)</i>	
Clássica	Dimensional	7.1.1.1	2490,56	-	2490,56 (*)	-	0	-
	Forma	7.2.1.1	4017,15	-	6239,72	-	36	-
	Simultânea	7.4.1.1	2262,23	-	6239,72	-	64	-
	Topológica	7.3.1.1	3384,25	-	7547,17	-	55	-
	Maximização de Frequências – Forma	7.5.1.1	5087,39	107,05	6239,72	95,67	18	11
	Maximização de Frequências – Simultânea	7.5.1.2	3134,02	113,65	6239,72	95,67	50	16

(*) Melhor solução obtida por Rajeev e Krishnamoorthy (1992).

A Tabela 7.81 revela um fato interessante: em todas as situações em que houve alterações de perfis, a adoção das restrições normativas tornou o problema mais restritivo. É o que se observa, quando se compara o mesmo tipo de otimização para

diferentes tipos de restrições. Na otimização dimensional a adoção de restrições normativas acarretou aumento de aproximadamente 14% no peso da estrutura e, na otimização simultânea, o aumento foi de aproximadamente 0,3%.

Tabela 7.80 – Análise dos resultados – Treliça de 25 barras clássica.

<i>Abordagem</i>	<i>Exemplo</i>	<i>Melhor Solução</i>		<i>Referência</i>		<i>Conquista</i>	
		<i>Peso (kg)</i>	<i>Frequência (Hz)</i>	<i>Peso (kg)</i>	<i>Frequência (Hz)</i>	<i>Peso (%)</i>	<i>Frequência (%)</i>
Dimensional	7.1.1.2	227,81	-	242,89 (*)	-	6	-
Dinâmico – Carregamento Estático	7.1.1.3	91,10	-	-	-	-	-
Dinâmico – Carregamento Dinâmico	7.1.1.3	112,44	-	-	-	-	-
Forma	7.2.1.2	956,72	-	2070,68	-	54	-
Simultânea	7.4.1.2	124,37	-	2070,68	-	94	-
Similaridade da Função Aptidão – EF	7.7.1.1	215,64	-	242,89 (*)	-	11	-
Similaridade da Função Aptidão – SFA	7.7.1.1	217,79	-	242,89 (*)	-	10	-
Simulação Redes Neurais – EF	7.7.2.1	218,94	-	242,89 (*)	-	10	-
Simulação Redes Neurais – RNA	7.7.2.1	222,50	-	242,89 (*)	-	8	-
AG Robusto 1	7.7.3.1	220,26	-	242,89 (*)	-	9	-
AG Robusto 2	7.7.3.1	218,06	-	242,89 (*)	-	10	-
AG Robusto 3	7.7.3.1	221,40	-	242,89 (*)	-	9	-
AG Robusto 4	7.7.3.1	216,70	-	242,89 (*)	-	11	-

(*) Melhor solução obtida por Rajeev e Krishnamoorthy (1992).

Tabela 7.81 – Análise dos resultados – Treliça de 25 barras clássica e normativa.

<i>Abordagem</i>	<i>Exemplo</i>	<i>Melhor Solução</i>		<i>Referência</i>		<i>Conquista</i>		
		<i>Peso (kg)</i>	<i>Frequência (Hz)</i>	<i>Peso (kg)</i>	<i>Frequência (Hz)</i>	<i>Peso (%)</i>	<i>Frequência (%)</i>	
Clássica	Dimensional	7.1.2.1	269,54	-	2322,21	-	88	-
	Forma	7.2.2.1	1066,88	-	2322,21	-	54	-
	Simultânea	7.4.2.1	173,99	-	2322,21	-	93	-
Normativa	Dimensional	7.1.2.1	306,11	-	2322,21	-	87	-
	Forma	7.2.2.1	1066,88	-	2322,21	-	54	-
	Simultânea	7.4.2.1	174,64	-	2322,21	-	92	-
	Maximização de Frequências – Simultânea	7.5.2.1	501,49	290,49	2322,21	169,67	78	42

Um aumento de 78% (Tabela 7.81) no somatório das frequências ocasionou um aumento de 187% no peso da estrutura, quando comparado à melhor solução obtida para otimização simultânea com restrições clássicas.

Os resultados apresentados na Tabela 7.82 mostram a necessidade de realizar novas *runs* (testes), pois os mesmos encontram-se incoerentes com a situação esperada. Por exemplo, quando se avalia a melhor solução para esse problema, torre de 47 barras, esperava-se que a mesma ocorresse para as restrições clássicas. No entanto, a melhor solução obtida refere-se a um problema com restrições normativas. Mas algumas tendências já podem ser observadas: a aplicabilidade da estratégia da aptidão baseada em similaridade da função aptidão, pois se obteve um dos menores pesos com o menor custo computacional (Figura 7.45). Outra tendência é a otimização simultânea levar o melhor resultado para a estrutura.

Tabela 7.82 – Análise dos resultados – Torre de 47 barras clássica e normativa.

<i>Abordagem</i>	<i>Exemplo</i>	<i>Melhor Solução</i>		<i>Referência</i>		<i>Conquista</i>	
		<i>Peso (kg)</i>	<i>Frequência (Hz)</i>	<i>Peso (kg)</i>	<i>Frequência (Hz)</i>	<i>Peso (%)</i>	<i>Frequência (%)</i>
Clássica	Dimensional	7.6.1.1	1214,42	-	-	-	-
	Similaridade da Função	7.7.1.2	700,89	-	-	-	-
	Aptidão – EF						
	Similaridade da Função	7.7.1.2	737,96	-	-	-	-
Aptidão – SFA							
Normativa	Dimensional	7.6.1.1	1533,76	-	23315,20	-	93
	Forma	7.6.2.1	12783,82	-	23315,20	-	45
	Simultânea	7.6.3.1	630,28	-	23315,20	-	97
	Maximização de	7.6.4.1	2005,26	125,77	23315,20	40,52	91
	Frequências – Simultânea						

8. CONCLUSÕES E SUGESTÕES

A proposta deste trabalho era desenvolver uma ferramenta computacional capaz de realizar o pré-dimensionamento das torres de transmissão, de maneira otimizada. Na sua forma tradicional, a otimização estrutural adota apenas as restrições de tensões e deslocamentos admissíveis (restrições clássicas). Nesta abordagem, entretanto, consideram-se também outros requisitos de projeto estabelecidos nas normas de dimensionamento (restrições normativas).

Devido as suas características intrínsecas, muitas vezes a aplicação dos algoritmos genéticos torna-se inviável computacionalmente, em virtude da necessidade de um elevado número de avaliações da função aptidão. Esta problemática se agrava quando se propõe utilizar os algoritmos genéticos na otimização de grandes estruturas, em consequência do aumento significativo da demanda computacional. Uma saída proposta foi à utilização de técnicas alternativas de avaliação da função aptidão, que não necessitem de uma análise estrutural baseada no método dos elementos finitos.

8.1 CONCLUSÕES

Dentro da proposta de construção de uma ferramenta computacional capaz de realizar o pré-dimensionamento otimizado das estruturas, implementaram-se vários algoritmos, sendo que cada um deles aborda um tipo de otimização. Além desta abordagem isolada de cada um dos tipos de otimização, realizou-se também a otimização simultânea, cuja proposta consiste em utilizar dois ou mais tipos distintos de variáveis de projetos (áreas das seções transversais dos elementos, coordenadas dos pontos nodais da estrutura etc.) de maneira conjunta, direcionando a solução para um ótimo global.

Os resultados indicam que, entre as três abordagens (dimensional, de forma e simultânea), a otimização de forma é a menos eficiente, uma vez que reduz em aproximadamente 50% o peso da estrutura e a dimensional em até 88%. Como o esperado, o aumento das possíveis soluções tornou a abordagem simultânea a mais eficiente, chegando a reduzir em até 94% o peso da estrutura. No entanto, deve-se atentar para o fato de que o aumento do número de combinações possíveis (áreas x coordenadas) pode gerar vários subespaços factíveis, dificultando a evolução para o ótimo global, pois a solução pode ficar presa num subespaço de ótimo local.

A inclusão das restrições normativas no processo de otimização propiciou a obtenção de pré-projetos mais próximos à realidade. Visto que as restrições normativas representam os critérios adotados durante o processo de dimensionamento das estruturas. Deste modo, após a conclusão, a solução obtida necessita apenas de ajustes relacionados aos aspectos construtivos, que não estiveram presentes durante o processo de otimização.

Quando se compara os resultados (peso total e áreas das seções transversais) nos dois casos (restrições clássicas e restrições normativas), verifica-se que o problema se torna mais restritivo quando da adoção das restrições normativas. O que significa que muitas soluções obtidas no processo clássico não poderão ser empregadas na prática, pois violarão alguns dos requisitos de dimensionamento. Ou seja, tratam-se apenas de soluções teóricas, sem aplicações práticas.

As cargas dinâmicas tornam o problema mais restritivo, pois restrições antes atendidas para carregamentos estáticos de mesma magnitude, agora são violadas. Esse comportamento está expresso no aumento do peso da estrutura.

Além das considerações de tensões e deslocamentos máximos, quando a estrutura está submetida a cargas dinâmicas, deve-se também evitar a ressonância da estrutura. Ou seja, deve-se garantir que as duas frequências naturais, do carregamento e da estrutura, estejam distantes entre si. Este quesito pode ser assegurado acrescentando uma restrição ao problema, maximizando as frequências da estrutura ou ambos. No entanto, como se observa nos resultados apresentados, a maximização das frequências quase sempre acarreta em aumento no peso da estrutura. Deste modo, a maximização das frequências da estrutura somente deverá ser adotada, quando a frequência do carregamento for de difícil precisão e ou possuir grande variação. Nesses casos,

recomenda-se adotar um fator de ponderação que privilegie o menor peso em vez de maior frequência, garantindo que o objetivo primaz seja alcançado.

A utilização das redes neurais artificiais como técnica de simulação estrutural se mostrou viável, pois conseguiu simular os resultados e acelerar o processo de otimização. No entanto, deve-se levar em consideração o tempo necessário para o treinamento da rede, o que pode inviabilizar sua utilização.

Na proposta original, as redes neurais simulam os deslocamentos nodais e os esforços axiais nos elementos e, posteriormente, calcula-se a função aptidão. Essa proposta mostrou-se ineficiente, pois além de necessitar de um cálculo posterior da função aptidão, demanda um tempo maior de treinamento. Já que nesta proposta há a necessidade de treinar duas redes, uma para simular os deslocamentos e outra para simular os esforços. Uma alternativa para esse problema foi a utilização de uma rede capaz de simular diretamente a função aptidão, sem necessidade de calcular previamente os deslocamentos e esforços. A simulação da função aptidão por meio de redes neurais se mostrou eficiente, pois reduziu o tempo de treinamento, conseguiu boas aproximações e reduziu em aproximadamente 50% o tempo necessário para a convergência da solução.

Utilizando a técnica da aptidão aproximada baseada em similaridade, verificou-se que os resultados finais são muitos bons, reproduzindo aqueles encontrados na literatura, além de apresentar uma boa aceleração de convergência. Houve uma redução de 50% do custo computacional, portanto, da mesma ordem quando se usam redes neurais. Porém, a técnica da aptidão aproximada baseada em similaridade é mais eficiente, já que evita o processo de treinamento das redes neurais.

Quando se considera a técnica da aptidão baseada em similaridade para a otimização da torre de 47 barras, levando em consideração as restrições normativas, verifica-se o mesmo desempenho quando o problema de otimização continha só as restrições clássicas. Percebe-se, portanto, a eficiência e generalidade dessa técnica.

8.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Sugere-se, para trabalhos futuros:

- Utilização da análise espectral em substituição à análise no domínio do tempo, de forma a tornar o processo mais eficiente.
- Otimização estrutural submetida à cargas sísmicas.
- A otimização simultânea (dimensional, de forma e topológica) de grandes estruturas tridimensionais.
- Estudar a influência da maximização das frequências no peso da estrutura.
- Incluir os aspectos construtivos no processo de otimização, permitindo que a resposta teórica esteja cada vez mais próxima da solução prática.
- Utilizar outras heurísticas mais eficientes para a solução do problema, como por exemplo, os times de algoritmos sugeridos por Castro (2001).

9. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Alves, C. E. (2003). Análise de Sensibilidade e Otimização de Estruturas Submetidas a Vibrações Aleatórias. Tese Doutorado em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle – INPE.

Ávila, S. L. (2002). Algoritmos Genéticos Aplicados na Otimização de Antenas Refletores. Dissertação de Mestrado Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica – UFSC.

American Institute of Steel Construction – AISC (2000). Load and Resistance Factor Design Specification for Steel Hollow Structural Sections, Chicago.

American Society of Civil Engineers – ASCE (1991). Guide for Design of Latticed Steel Transmission structures, New York.

Barbosa, A. H. (2004). Análise de Confiabilidade Estrutural Utilizando o Método de Monte Carlo e Redes Neurais. Dissertação de Mestrado Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil - EM/UFOP.

Bathe, K. J. 1982. Finite Element Procedures in Engineering Analysis. Prentice-Hall.

Bean, J. C. e Alouane, A. B. (1992). A Dual Genetic Algorithm for Bounded Integer Programs. Technical Report TR 92-53. Department of Industrial and Operations Engineering, The University of Michigan.

Braga, A. P.; Carvalho, André C. P. L. F. e Ludermir, T. B. (2000). Redes Neurais Artificiais – Teoria e aplicações. Editora LTC, Rio de Janeiro – RJ.

Bramlette, M. F. (1991). Initialization, Mutation and Selection Methods in Genetic Algorithms for Function Optimization. In: International Conference on Genetic Algorithms, Methods in Engineering, 4th, Morgan Kaufmann Proceedings.

Cardon, A.; Müller, D. N. e Navaux, P. (1994). Introdução às Redes Neurais Artificiais. Notas de Aula do curso de Pós-graduação em Ciência da Computação – UFRGS.

Cardoso, A. A.(1999). Redes Neurais Artificiais na Avaliação de Concentração de Tensões em Juntas Tubulares Soldadas. Tese de Doutorado Escola de Engenharia de São Carlos, USP.

Castilho, V. C. (2003). Otimização de Componentes de Concreto Pré-Moldado Protendidos Mediante Algoritmos Genéticos. São Carlos, 283p. Tese de Doutorado Escola de Engenharia de São Carlos, USP.

Castro, F. C. C. (1995). Reconhecimento e Localização de Padrões em Imagens Utilizando Redes Neurais Artificiais como Estimadores de Correlação de Espectral. Dissertação de Mestrado Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica – PUC-RS.

Castro, R. E. (2001). Otimização de Estruturas com Multiobjetivos via Algoritmos Genéticos. Tese de Doutorado Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil – COPPE/UFRJ.

Chen, S-Y (2001). An Approach for Impact Structure Optimization Using the Robust Genetic Algorithm, Finite Elements in Analysis and Design, Vol. 37, p. 431-446.

Cheng, G. (1992). Introduction to structural optimization: theory, methods and solution”, Lecture Notes, Dalian University of Technology.

Clough, R. W. e Penzien, J. (1992). Dynamics of Structures. MacGraw-Hill.

Coley, D. A. (1999). An Introduction to Genetic Algorithms for Scientists and Engineers. Singapore, Word Scientific.

Darwin, C. R. (1859). On the Origin of Species by Means of Natural Selection, or the Preservation of Favored Races in the Struggle for Life.

De Jong, K. A. (1975). Analysis of Behavior of a Class of Genetic Adaptive Systems. Tese PhD, University of Michigan.

Fonseca, L. G.; Barbosa, H. J. C. e Lemonge, A. C. C. (2006a). A Genetic Algorithm with Similarity-Based Fitness Approximation for Structural Optimization. XXVII Iberian Latin American Congress on Computational Methods in Engineering.

Fonseca, M. e Neves, F. A. (2004). Algoritmos Genéticos Aplicados à Otimização Discreta de Estruturas Treliçadas Espaciais, XXV Iberian Latin American Congress on Computational Methods in Engineering.

Fonseca, M. e Neves, F. A. (2005). Otimização de Estruturas Treliçadas Espaciais Usando Algoritmos Genéticos e Redes Neurais, XXVI Iberian Latin American Congress on Computational Methods in Engineering.

Fonseca, M. e Neves, F. A. (2006b). Otimização de Torres de Linhas de Transmissão em Seções Tubulares via Algoritmos Genéticos, XXVII Iberian Latin American Congress on Computational Methods in Engineering.

- Gabrielli, T. V. (2004). Análise do Comportamento Estrutural de Torres de Transmissão Tubulares via Simulação Computacional. Dissertação de Mestrado Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil - EM/UFOP.
- Gen, M. e Cheng, R. (1997). Genetic Algorithms and Engineering Design. New York, John Wiley.
- Goldberg, D.E. (1989). Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning. Reading, USA, Addison-Wesley Publishing.
- Goldberg, D. E. e Samtani, M. P. (1986). Engineering Optimization via Genetic Algorithms. In 9th Conference Electronic Computation, p. 471-482, New York, N.Y..
- Gontijo, C. R. (1994). Cálculo de Torres para Linhas de Transmissão. IEA Editora, Edição Única, Belo Horizonte.
- Guarize, R. (2004). Uso de Redes Neurais na Análise de Resposta Dinâmica de Estruturas. Dissertação de Mestrado Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil – COPPE/UFRJ.
- Haykin, S. (1994). Neural Networks: A Comprehensive Foundation, Prentice Hall PTR.
- Hebb, D. O. (1949). The Organization of Behavior: A Neurophysiological Theory. New York, NYC: John Wiley & Sons Inc.
- Holland, J. H. (1975). Adaptation in Natural and Artificial Systems. University of Michigan Press.
- Hopfield, J.J. (1982). Neural Networks and Physical System with Emergent Collective Properties. In Proc. Nat. Acad. Science, USA, vol. 79, p. 2554-2558.
- Klimasaukas, C.C. (1991). Applying neural networks, Part 3: Training a neural network, Proceedings in Artificial Intelligence, 20-24.
- Lacerda, E. G. M. e Carvalho, A. C. P. L. F. (1999). Introdução aos Algoritmos Genéticos. In Galvão, C. O. e Valença, M. J. S. (org). Sistemas Inteligentes: Aplicações a Recursos Hídricos e Ciências Ambientais. Porto Alegre: Ed. Universidade/UFRG/ABRH, p. 99-150.
- Lemonge, A. C. C. (1997). Otimização de Estruturas Reticulados via Algoritmos Genéticos. Seminário de Qualificação de Doutorado. Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil – COPPE/UFRJ.
- Lemonge, A. C. C. (1999). Aplicação de Algoritmos Genéticos em Otimização de Estrutural. Tese de Doutorado Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil – COPPE/UFRJ.

- Lemonge, A. C.C. e Barbosa, Helio J.C. (2003). A New Adaptive Penalty Scheme for Genetic Algorithms. *Information Sciences*, vol. 153, p. 215-251.
- Mamani, A. B. A. (2004). Utilização de redes neurais no controle da velocidade de um veículo experimental. Dissertação de Mestrado Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação - UNICAMP.
- McCulloch, W.S. e Pitts, W. (1943). A Logical Calculus of the Ideas Immanent in Nervous Activities. *Bulletin of Mathematical Biophysics*, 5, p. 115-133.
- Mendonça, C. E. L. R. (2004a). Um Sistema Computacional para Otimização Através de Algoritmos Genéticos e Redes Neurais. Tese de Doutorado Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil – COPPE/UFRJ.
- Mendonça, P. T. R. (2004). Análise Dinâmica pelo Método dos Elementos Finitos. Notas de aula. EMC/UFSC.
- Minisky, M.L. e Papert, S.A. (1969). *Perceptrons*. MIT Press.
- Nanakorn, P. e Meesomklin, K. (2001). An Adaptive Penalty Function in Genetic Algorithms for Structural Design Optimization, *Computers & Structures*, Vol. 79.
- Associação Brasileira de Normas Técnicas – ABNT (1985). NBR 5422:1985 - Projeto de Linhas Aéreas de Transmissão de Energia Elétrica. ABNT, Rio de Janeiro.
- Associação Brasileira de Normas Técnicas – ABNT (1988). NBR 6123:1988 - Forças Devidas ao Vento em Edificações. ABNT, Rio de Janeiro.
- Associação Brasileira de Normas Técnicas – ABNT (1986). NBR 8800:1986 - Projeto e Execução de Estruturas de Aço de Edifícios (método dos estados limites). ABNT, Rio de Janeiro.
- Associação Brasileira de Normas Técnicas – ABNT (1985). NBR 8842:1985 - Suportes Metálicos Treliçados para Linhas de Transmissão. ABNT, Rio de Janeiro.
- Associação Brasileira de Normas Técnicas – ABNT (1985). NBR 8850:1985 - Execução de Suportes Metálicos Treliçados para Linhas de Transmissão. ABNT, Rio de Janeiro.
- Neves, F. A. (2002). Dinâmica das Estruturas. Notas de aula. Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil - EM/UFOP.
- Rafiq, M. Y.; Bugmann, G. e Easterbrook, D. J. (2001). Neural Networks Design for Engineerig Applications. *Computers and Structures*, vol. 79, p.1541-1552.
- Rajeev, S; Krishnamoorthy, C. S. (1992). Discrete Optimization of Structures Using Genetic Algorithms, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 118, N. 5.

- Rao, N. P.; Kalyanaraman, V. (1997). Non-linear Behaviour of Lattice Panel of Angle Towers. *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 57, p. 1337-1357.
- Rosenblant, F. (1960). Perceptron Simulation Experiments. In *Proceedings of the Institute of Radio Engineers*, p. 301-309.
- Rinehart, D. E.; Hinton, G. E. e Williams, R. J. (1986a). Learning Internal Representations by Error Propagation, *Parallel Distributed Processing*, vol. 1, MIT Press, p. 318-362.
- Rinehart, D. E.; Hinton, G. E. e Williams, R. J. (1986b). Learning Representations by backpropagation Errors. *Nature*.
- Sechim, C. (2001). Técnicas Numéricas para Encontrar a Resposta Dinâmica de Sistemas no Domínio do Tempo. Dissertação de Mestrado PPGEC-UFES.
- Silva, A. J. M. (2005). Implementação de um Algoritmo Genético Utilizando o Modelo de Ilhas. Dissertação de Mestrado Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil – COPPE/UFRJ.
- Silva, E. E. (2001). Otimização de Estruturas de Concreto Armado Utilizando Algoritmos Genéticos. Dissertação de Mestrado Escola de Engenharia de São Carlos, USP.
- Soares, L. G. (1997). Algoritmos Genéticos: Estudo, Novas Técnicas e Aplicações. Dissertação de Mestrado Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica. CPDEE/Escola de Engenharia UFMG.
- Srinivas, M. e Patnaik, L. M. (1994). Adaptive Probabilities of Crossover and Mutation in Genetic Algorithms. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, vol. 24, N. 4.
- Vasconcelos, J. A.; Saldanha, R. R.; Krähenbühl, L. e Nicolas, A. (1997). Genetic Algorithm Coupled with a Deterministic Method for Optimization in Electromagnetics. *IEEE Transactions on Magnetics*, vol.32, N. 2, p. 1860-1863.
- Widrow, B. e Hoff, M.E. (1960). Adaptive Switching Circuits. In *Ire Wescon Convention Record*, p. 96-104.
- Xu, B.; Jiang, J.; Tang, W. e Wu, K. (2003). Topology Group Concept for Truss Topology Optimization with Frequency Constraints. *Journal of Sound e Vibration*, Vol. 261, pp. 911-925.