

UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO – ESCOLA DE MINAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

Análise Inelástica de Segunda Ordem de Estruturas Metálicas com Ligações Semi-Rígidas

AUTOR: Paulo Anderson Santana Rocha

ORIENTADOR: Prof. Dr. Ricardo Azoubel da Mota Silveira

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação do Departamento de Engenharia Civil da Escola de Minas da Universidade Federal de Ouro Preto, como parte integrante dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil, área de concentração: Estruturas Metálicas.

Ouro Preto, abril de 2006.

R672a Rocha, Paulo Anderson Santana.
Análise inelástica de segunda ordem de estruturas metálicas com ligações
semi-rígidas [manuscrito]. / Paulo Anderson Santana Rocha. - 2006.
xiv, 112f. : il., color, grafs., tabs.

Orientador: Prof^a Ricardo Azoubel da Mota Silveira.
Área de concentração: Construção Metálica.
Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Ouro Preto. Escola
de Minas. Departamento de Engenharia Civil. Programa de Pós Graduação
em Engenharia Civil.

1. Estruturas metálicas - Teses. 2. Engenharia de estruturas - Teses.
3. Ligações metálicas - Teses. 4. Ligações semi-rígidas - Teses.
5. Análise inelástica - Teses. I. Universidade Federal de Ouro Preto.
Escola de Minas. Departamento de Engenharia Civil. Programa
de Pós-graduação em Engenharia Civil. II. Título.

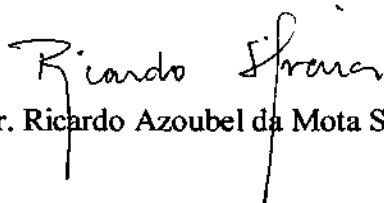
CDU: 624.014

Catálogo: sisbin@sisbin.ufop.br

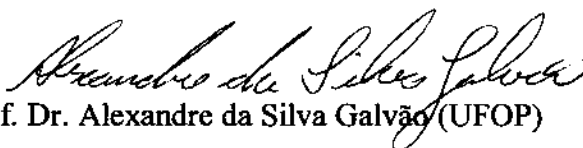
ANÁLISE INELÁSTICA DE SEGUNDA ORDEM DE ESTRUTURAS METÁLICAS COM LIGAÇÕES SEMI-RÍGIDAS

AUTOR: PAULO ANDERSON SANTANA ROCHA

Esta dissertação foi apresentada em sessão pública e aprovada em 10 de abril de 2006, pela Banca Examinadora composta pelos seguintes membros:



Prof. Dr. Ricardo Azoubel da Mota Silveira (Orientador / UFOP)



Prof. Dr. Alexandre da Silva Galvão (UFOP)



Prof. Dr. Khosrow Ghavami (PUC-RJ)

Há homens que lutam um dia e são bons;
Há outros que lutam um ano, e são melhores;
Há aqueles que lutam muitos anos, e são muito bons;
Porém há os que lutam toda a vida
Estes são os imprescindíveis

(Bertold Brecht)

A perfeição

O que me tranqüiliza
É que tudo o que existe,
Existe com uma precisão absoluta

O que for do tamanho de uma cabeça de alfinete
não transborda nem uma fração de milímetro
além do tamanho de uma cabeça de alfinete.

Tudo o que existe é de uma grande exatidão.
Pena é que a maior parte do que existe
com essa exatidão
nos é tecnicamente invisível.

O bom é que a verdade chega a nós
como um sentido secreto das coisas.

Nós terminamos adivinhando, confusos,
a perfeição.

(Clarice Lispector)

AGRADECIMENTOS

- ❖ A Deus por ter me dado força e tranquilidade para concluir este trabalho;
- ❖ Ao meu pai Manoel Sabino (in memorian) e à minha querida mãe Maria Santana (Celsa), pelo amor e por tudo o que me ensinaram;
- ❖ Ao meu orientador, Prof.º Ricardo Azoubel, pela grande amizade, pela energia contagiante, competência, dedicação e paciência ao longo dessa jornada, muito obrigado;
- ❖ Às minhas Tias Jocy, Lúcia e Dora (Tatá) e aos meus queridos irmãos Telma, Ceixa, Emanuel, João, Antunes, Luciano, Francisco, Ermano e Tânia, muito obrigado pela grande amizade e torcida;
- ❖ A querida Kátia Inácio, por ter estado ao meu lado durante todo o tempo, muito obrigado;
- ❖ Ao Rodrigo Rodrigues, pela grande amizade, sinceridade e pelas ajudas nas horas mais difíceis. Muito obrigado por tudo;
- ❖ A Leonardo Pinheiro, Fernando Machado, Alexandre Galvão e Marcelo Santos pela grande força nos momentos de dúvidas;
- ❖ Aos meus grandes amigos, Anderson Barbosa, Deilton, Germano, Jeanne, Cereno, Zé Maria, Wagner, Luciana e Artur, pelo apoio em todos os momentos, pelos dois anos de convivência e pelas risadas;
- ❖ Ao pessoal de minha turma de Mestrado, Abel, Cristiane, Flávio Ferreira, Alexandre Camilo, Silvana e Bruno Palhares pelo companheirismo e amizade;
- ❖ Aos meus amigos de Aracaju e Penedo, Welington Luz, Bira, Bruno Mota, Elisângela Góes, Patrick Vieira, Wanderlei, Michel Moraes, Flávio Campos, Miguel, Alexandre, Magno e Everaldo;
- ❖ Aos professores e funcionários do DECIV e da Escola de Minas;
- ❖ À CAPES pela ajuda financeira.

RESUMO

Procura-se neste trabalho desenvolver e implementar computacionalmente um elemento finito híbrido não-linear que incorpore os efeitos de segunda ordem, da inelasticidade do aço e da semi-rigidez da conexão entre os membros metálicos. Esse elemento híbrido é formado pelo elemento padrão de viga-coluna com pares de molas em série em suas extremidades. Em uma das molas é utilizado o parâmetro S_s que avalia o efeito da inelasticidade do aço, seguindo o método da rótula plástica; a outra mola tem o papel de definir a flexibilidade (ou rigidez) da conexão entre os membros através do parâmetro S_c . Chega-se, dessa forma, na matriz de rigidez desse elemento incluindo todos esses efeitos não-lineares.

Além do modelo linear para modelar o comportamento da ligação semi-rígida, com a definição do parâmetro S_c , foram utilizadas neste trabalho três funções não-lineares para descrever a resposta (curva momento-rotação) das ligações, a saber: exponencial, exponencial modificada e Richard-Abbott. O fato de estarem entre as funções mais conhecidas, possuírem boa eficiência computacional, primeiras derivadas sempre positivas e boa precisão, está entre as razões que motivaram suas escolhas.

O emprego aqui do método da rótula plástica baseia-se no conceito da “*seção montada*” para correção do parâmetro S_s , em que duas formulações são usadas: a elasto-plástica e a plástica-refinada. Essa última utiliza uma curva de interação M-P que varia de acordo com as dimensões de cada perfil, e considera as tensões residuais e equações desacopladas de rigidez para simular os efeitos de segunda ordem. Com essa formulação é possível acompanhar a degradação da resistência da seção metálica ao longo do processo de carregamento da estrutura. A formulação elasto-plástica é obtida através da simplificação da plástica-refinada.

Baseando-se na teoria apresentada e nos exemplos numéricos estudados no final da dissertação, pode-se concluir que esses efeitos não-lineares (segunda ordem, inelasticidade do aço e flexibilidade da conexão) podem exercer grande influência no comportamento (flambagem e capacidade de carga) dos sistemas estruturados em aço.

ABSTRACT

The development and the computational implementation of a hybrid finite element which includes second order effect, steel inelasticity and semi-rigid connection between the metallic members are given in this dissertation. This hybrid finite element is formed by standard beam-column element with springs in series, attached at the ends. One of the springs uses the S_s parameter to account for the material yielding, and a plastic hinge concept is adopted; the other spring considers the connection flexibility (or stiffness) between the elements through the S_c parameter. So, the stiffness matrix for the beam-column with flexible connections and plastic hinges at its ends is obtained.

Beyond the linear model used to characterize the behavior of the semi-rigid connection, where the parameter S_c is a constant value of the initial stiffness of the connection, this work considered three non-linear functions to represent the beam-to-column connection response (moment-rotation relationship), i.e.: the Chen-Lui exponential model, the modified exponential model, and the Richard-Abbott moment-rotation curve. These non-linear connection models can be considered good mathematical model, having physical meaning and requiring few parameters. Besides, they guarantee the generation of a smooth curve, with a positive first derivate, and cover a wide range of connection types.

The implemented inelastic methodology, which follows the lumped plasticity approach, is based on "section assemblage concept". This formulation was developed directly for the refined-plastic hinge approach, and it is a more rigorous and rational method of analysis by considering the section capacity under moment and axial force, via the modeling of an I and H section by three rectangular strips. This model uses detached stiffness equations to simulate second order effects. The elastic-plastic formulation is considered a simplification of the refined-plastic one.

Based on the above theoretical considerations and the numerical examples carried out by the developed computer program and presented at the end of the dissertation, it can be concluded that the flexible nodal connections and material yielding based on plastic hinge concept, that account for gradual plastification of cross-section, greatly influence frame's behaviour subject to static loads.

SUMÁRIO

Resumo	V
Abstract	VI
Lista de Figuras	IX
Lista de Tabelas	XIII
CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO	1
1.1 – CONSIDERAÇÕES INICIAIS	1
1.2 – OBJETIVO E ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO	3
1.3 – PESQUISA BIBLIOGRÁFICA	5
CAPÍTULO 2 – FORMULAÇÃO DO ELEMENTO HÍBRIDO NÃO-LINEAR	11
2.1 – INTRODUÇÃO	11
2.2 – FORMULAÇÃO DO ELEMENTO HÍBRIDO	12
2.2.1 – Transformação de Coordenadas	18
2.2.2 – Avaliação das Rotações $\Delta\theta_{b1}$, $\Delta\theta_{b2}$, $\Delta\theta_{s1}$, $\Delta\theta_{s2}$	22
2.2.3 – Casos Particulares	23
2.3 – DEFINIÇÃO DO PARÂMETRO S_c da LIGAÇÃO	26
2.3.1 – Modelo Linear	27
2.3.2 – Modelos Exponenciais	29
2.3.3 – Modelo de Richard-Abbott	33
2.3.4 – Caso de Descarregamento	34
2.4 – DEFINIÇÃO DO PARÂMETRO S_s DA SEÇÃO	35

CAPÍTULO 3 – BASE COMPUTACIONAL	39
3.1 – INTRODUÇÃO.....	39
3.2 – VISÃO GERAL DO PROGRAMA	40
3.3 – SOLUÇÃO NÃO-LINEAR	46
3.3.1 – Solução Incremental Predita.....	47
3.3.2 – Ciclo Iterativo.....	49
3.4 – SUB-ROTINA DEFAKTS	53
3.5 – SUB-ROTINA VETFI.....	54
3.6 – SUB-ROTINA NEXTINC	55
 CAPÍTULO 4 – EXEMPLOS NUMÉRICOS DE VALIDAÇÃO	 59
4.1 – INTRODUÇÃO.....	59
4.2 – VIGA COM DIFERENTES CONDIÇÕES DE SUPORTE.....	62
4.3 – PÓRTICO DE WILLIAMS	64
4.4 – PORTAL SIMPLES BIAPOIADO	67
4.5 – PÓRTICO DE DOIS ANDARES	72
4.6 – PÓRTICO DE SEIS ANDARES.....	82
4.7 – PÓRTICO DE SETE ANDARES	89
4.7.1 – Análise de Flambagem do Pórtico.....	91
4.7.2 – Análise de Capacidade de Carga do Pórtico	98
 CAPÍTULO 5 – CONSIDERAÇÕES FINAIS	 104
5.1 – CONCLUSÕES.....	104
5.2 – FUTURAS PESQUISAS	106
 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	 107
 APÊNDICE A: TABELA DE PERFIS.....	 113
A.1 –TABELA DE PERFIS USADOS NOS EXEMPLOS DE VALIDAÇÃO	114

LISTA DE FIGURAS

CAPÍTULO 1

FIGURA 1.1 – Elementos híbridos de viga-coluna implementados no sistema computacional em desenvolvimento	4
FIGURA 1.2 – Metodologias usualmente adotadas nas análises inelásticas.....	7
FIGURA 1.3 – Discretização do pórtico e seção para o método da zona plástica (Alvarenga, 2005).....	8

CAPÍTULO 2

FIGURA 2.1 – Elemento híbrido de viga-coluna unido a pares de molas	13
FIGURA 2.2 – Transformação entre os sistemas de coordenadas.....	19
FIGURA 2.3 – Modelo linear e exponencial.....	29
FIGURA 2.4 – Propriedades de ligações representadas pelo modelo exponencial de Chen e Lui: curvas momento-rotação (Pinheiro, 2003)	32
FIGURA 2.5 – Propriedades de ligações representadas pelo modelo exponencial de Chen e Lui: curvas rigidez-rotação (Pinheiro, 2003)	32
FIGURA 2.6 – Forma típica do modelo de Richard-Abbott (Chan e Chui, 2000).....	34
FIGURA 2.7 – O perfil estudado e a distribuição de tensões proposta pelo modelo	35
FIGURA 2.8 – Superfície de interação do perfil HEB 220 obtida pela presente teoria .	36

CAPÍTULO 3

FIGURA 3.1 – Visão geral esquemática do programa.....	41
FIGURA 3.2 – Análise estática não-linear: evolução da base computacional	41
FIGURA 3.3 – Procedimentos para as análises linear e não-linear	42
FIGURA 3.4 – Arquivo de dados para a análise inelástica de um pórtico plano com ligações semi-rígidas (modelo linear)	43

FIGURA 3.5 – Arquivo de dados para a análise inelástica de um pórtico plano com ligações semi-rígidas (modelo não-linear).....	44
FIGURA 3.6 – Arquivo que define a estratégia de solução não-linear.....	46
FIGURA 3.7 – Estratégia de solução não-linear baseada no método de Newton-Raphson e na técnica de comprimento de arco (Crisfield, 1991; Rocha, 2000)	52
FIGURA 3.8 – Ciclo iterativo de Newton-Raphson	52
FIGURA 3.9 – Algoritmo da sub-rotina MATRIG	53
FIGURA 3.10 – Algoritmo da sub-rotina DEFKG2.....	54
FIGURA 3.11 – Algoritmo da sub-rotina VETFI.....	54
FIGURA 3.12 – Algoritmo da sub-rotina LOPIN 3.....	55
FIGURA 3.13 – Algoritmo da sub-rotina NEXTINC.....	56
FIGURA 3.14 – Atualização do parâmetro de rigidez S_c da ligação.....	58

CAPÍTULO 4

FIGURA 4.1 – Exemplos estruturais analisados nesta dissertação.....	61
FIGURA 4.2 – Viga e modelo de EF adotado.....	62
FIGURA 4.3 – Trajetórias de equilíbrio de uma viga com diferentes condições de apoio	63
FIGURA 4.4 – Pórtico de Williams e modelo de EF adotado.....	64
FIGURA 4.5 – Trajetórias de equilíbrio não-lineares do pórtico de Williams	65
FIGURA 4.6 – Trajetórias de equilíbrio para diferentes condições de bordo	66
FIGURA 4.7 – Portal simples bi-apoiado	67
FIGURA 4.8 – Trajetórias de equilíbrio das análises elásticas de segunda ordem do portal simples	68
FIGURA 4.9 – Trajetórias de equilíbrio das análises inelásticas de segunda ordem do portal simples com ligação viga-coluna rígida ($S_c \cong \infty$).....	70
FIGURA 4.10 – Trajetórias de equilíbrio das análises inelásticas de segunda ordem do portal simples com ligação viga-coluna semi-rígida ($S_c = 10EI/L$)	71
FIGURA 4.11 – Pórtico de dois andares com diferentes condições de apoio e conexões	72
FIGURA 4.12 – Tipos de ligações viga-coluna adotados (Lui e Chen, 1988).....	73

FIGURA 4.13 – Trajetórias de equilíbrio do pórtico com bases rotuladas e ligações semi-rígidas viga-coluna (modelo linear).....	75
FIGURA 4.14 – Trajetórias de equilíbrio do pórtico com bases engastadas e ligações semi-rígidas viga-coluna (modelo linear).....	76
FIGURA 4.15 – Trajetórias de equilíbrio do pórtico com bases rotuladas e ligações viga-coluna semi-rígidas (modelo não-linear).....	78
FIGURA 4.16 – Trajetórias de equilíbrio do pórtico com bases engastadas e ligações viga-coluna semi-rígidas (modelo não-linear).....	79
FIGURA 4.17 – Diagramas de momento fletor e esforço normal no instante que antecede o colapso do pórtico com bases rotuladas e ligações viga-coluna semi-rígidas (modelo não-linear).....	81
FIGURA 4.18 – Pórtico de seis andares de Vogel (Vogel, 1985).....	82
FIGURA 4.19 – Malha de EF adotada e forma de aplicação do carregamento considerada	83
FIGURA 4.20 – Trajetórias de equilíbrio do pórtico de Vogel com ligações viga-coluna semi-rígidas (modelos linear e não-linear)	84
FIGURA 4.21 – Trajetórias de equilíbrio do pórtico de Vogel com ligações rígidas viga-coluna.....	87
FIGURA 4.22 – Diagramas de momento fletor e esforço normal no instante que antecede o colapso do pórtico de Vogel com ligação rígida viga-coluna	88
FIGURA 4.23 – Pórtico de sete andares e um vão (Sekulovic e Nefovska, 2004).....	90
FIGURA 4.24 – Ligações semi-rígidas adotadas: curvas momento-rotação	90
FIGURA 4.25 – Malha de EF e esquema do carregamento empregado para a análise de flambagem do pórtico.....	92
FIGURA 4.26 – Análise de flambagem: curvas carga P – deslocamento horizontal u_A do pórtico de sete andares com ligação rígida viga-coluna	93
FIGURA 4.27 – Análise de flambagem: curvas carga P – deslocamento horizontal u_A do pórtico de sete andares com ligação semi-rígida A viga-coluna (modelos linear e não-linear)	94
FIGURA 4.28 – Análise de flambagem: curvas carga P – deslocamento horizontal u_A do pórtico de sete andares com ligação semi-rígida B viga-coluna (modelos linear e não-linear)	95

FIGURA 4.29 – Análise de flambagem: curvas carga P – deslocamento horizontal u_A do pórtico para os vários tipos de ligações consideradas	96
FIGURA 4.30 – Malha de EF e esquema do carregamento empregado para a análise de capacidade de carga do pórtico de sete andares	99
FIGURA 4.31 – Análise de capacidade de carga: curvas carga P – deslocamento horizontal u_A do pórtico de sete andares com ligação rígida viga-coluna.....	100
FIGURA 4.32 – Análise de capacidade de carga: curvas carga P – deslocamento horizontal u_A do pórtico de sete andares com ligação semi-rígida A viga-coluna (<i>modelos linear e não-linear</i>)	101
FIGURA 4.33 – Análise de capacidade de carga: curvas carga P – deslocamento horizontal u_A do pórtico de sete andares com ligação semi-rígida B viga-coluna (<i>modelos linear e não-linear</i>)	102
FIGURA 4.34 – Análise de capacidade de carga: curvas carga P – deslocamento horizontal u_A do pórtico para os vários tipos de ligações consideradas.....	103

|LISTA DE TABELAS

CAPÍTULO 2

TABELA 2.1 – Parâmetros do modelo exponencial de Chen-Lui utilizados para algumas ligações (Chen e Lui, 1998)	31
---	----

CAPÍTULO 4

TABELA 4.1 – Carga limite (P_{lim}) do pórtico de Williams (em N)	66
TABELA 4.2 – Cargas críticas das análises elásticas de segunda ordem do portal simples	68
TABELA 4.3 – Cargas críticas das análises inelásticas de segunda ordem do portal simples com ligação viga-coluna rígida ($S_c \equiv \infty$)	70
TABELA 4.4 – Cargas críticas das análises inelásticas de segunda ordem do portal simples com ligação viga-coluna rígida ($S_c = 10EI/L$)	71
TABELA 4.5 – Cargas limites do pórtico com bases rotuladas e ligações viga-coluna semi-rígidas (modelo linear)	77
TABELA 4.6 – Cargas limites do pórtico com bases engastadas e ligações viga-coluna semi-rígidas (modelo linear)	77
TABELA 4.7 – Cargas limites do pórtico com bases rotuladas e ligações viga-coluna semi-rígidas (modelo não-linear)	80
TABELA 4.8 – Cargas limites do pórtico com bases engastadas e ligações viga-coluna semi-rígidas (modelo não-linear)	80
TABELA 4.9 – Fatores de carga de colapso λ para o pórtico de Vogel (Modelo linear da ligação viga-coluna)	85
TABELA 4.10 – Fatores de carga de colapso λ para o pórtico de Vogel (Modelo não - linear da ligação viga-coluna)	85
TABELA 4.11 – Fatores de carga crítica para a formulação plástica-refinada	87
TABELA 4.12 – Parâmetros para modelagem das ligações semi-rígidas A e B	91

TABELA 4.13 – Análise de flambagem: cargas críticas para o pórtico de sete andares	
.....	97

1

INTRODUÇÃO

1.1 - CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Após mais de um centenário da utilização de estruturas de aço, continua-se buscando o desenvolvimento de estratégias de análise/projeto capazes de minimizar o custo da estrutura, sem esquecer, no entanto, a sua capacidade de resistência e a sua estabilidade.

Pesquisas recentes realizadas nessa área da engenharia civil tendem a buscar a melhor forma de interagir a análise estrutural e o projeto/dimensionamento estrutural, que ainda são tratados de forma separada. Deve-se destacar que os avanços da informática têm motivado o emprego de metodologias e formulações mais precisas, que procuram evitar demasiadas simplificações no processo de análise/projeto.

No contexto das metodologias e formulações numéricas, e em particular no emprego do método dos elementos finitos (MEF), essa interação entre a análise e o projeto/dimensionamento estrutural tem sido alcançada através da chamada *Análise Avançada* (Chen e Kim, 1997; Chan e Chui, 2000; Machado, 2005; Alvarenga, 2005). A idéia básica dessa análise consiste em introduzir nos modelos e nas formulações numéricas adotadas, todos os fatores considerados relevantes para a análise/projeto estrutural e que permitem ao calculista fazer o dimensionamento seguro do sistema estruturado em aço.

Dentre os fatores considerados relevantes a serem incluídos na análise/projeto, destacam-se: os efeitos decorrentes dos grandes deslocamentos que o sistema estrutural possa sofrer e os efeitos oriundos da plastificação na seção. Adicionalmente, a inclusão da flexibilidade das conexões, de imperfeições no modelo numérico, como as

geométricas, de carregamento e as tensões residuais, é de fundamental importância para se chegar num dimensionamento seguro. A seguir são fornecidas as justificativas para a consideração desses efeitos não-lineares.

A disponibilidade de aços estruturais com tensões de escoamento cada vez mais elevadas, além do emprego de novos processos construtivos e da utilização de recursos computacionais tem motivado o emprego de elementos estruturais cada vez mais leves e esbeltos nos projetos metálicos. Porém, sabe-se que, quando se aumenta a esbeltez de um dado elemento estrutural, o seu mecanismo de colapso pode sofrer significativas mudanças qualitativas. Portanto, torna-se indispensável a consideração dos efeitos $P-\Delta$ (sistema estrutural) e $P-\delta$ (membro), isto é, dos efeitos oriundos das deformações da estrutura à medida que esta é carregada. O tratamento desses efeitos geometricamente não-lineares exige formulações numéricas adequadas (Galvão, 2000; Rocha, 2000).

Já a não-linearidade física é causada principalmente pelas características mecânicas dos materiais utilizados na construção civil, e abrange dois efeitos importantes: a inelasticidade da seção metálica e a semi-rigidez das conexões.

A inelasticidade da seção metálica, ou plastificação, caracteriza-se pela perda de resistência da seção à medida que parte do seu material constituinte entra em escoamento. Esse efeito se torna importante quando o membro estrutural deve resistir simultaneamente a momentos fletores e esforços axiais, e sua rigidez se altera ao passo que esses esforços internos se modificam (Machado, 2005; Alvarenga, 2005).

Nos projetos tradicionais de estruturas metálicas, os pórticos são usualmente analisados com a simplificação de que o comportamento da ligação viga-coluna pode ser idealizado através dos casos extremos, a saber: ligações rotuladas (onde nenhum momento é transmitido entre a coluna e a viga e esses elementos se comportam independentemente) e rígidas (onde ocorre a transmissão total do momento). Nas estruturas reais, entretanto, investigações experimentais têm demonstrado que a maioria das conexões entre os elementos estruturais deve ser tratada como ligações semi-rígidas e curvas momento-rotação são usadas para descrever o seu comportamento. Torna-se, portanto, necessário incorporar o efeito da resistência e da flexibilidade (ou rigidez) da ligação na análise e dessa forma representar o verdadeiro comportamento do sistema estrutural (Chan e Chui, 2000; Pinheiro, 2003).

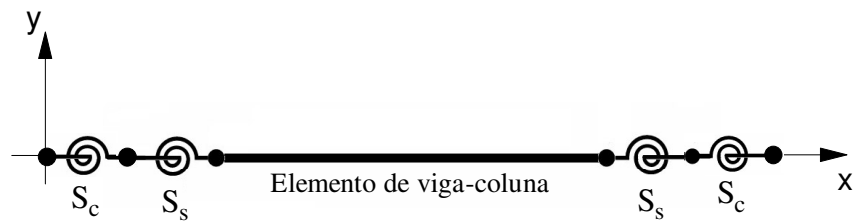
Por fim, pode-se afirmar que a inclusão de imperfeições geométricas, como o fora do prumo da estrutura e a curvatura inicial do membro, no modelo numérico estrutural a ser adotado, assim como a consideração das tensões residuais, é indispensável para que uma análise possa ser definida como avançada (Alvarenga, 2005).

1.2 - OBJETIVO E ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO

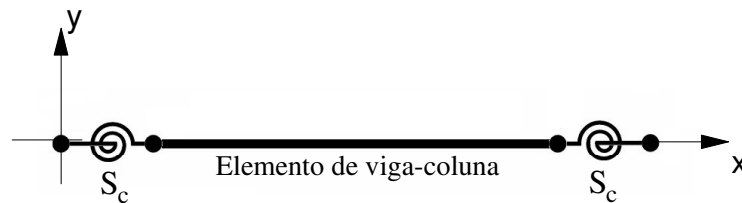
Esta dissertação é parte integrante de um amplo projeto de pesquisa denominado “*Análise Não-Linear Estática e Dinâmica de Sistemas Estruturais Metálicos*” (Silveira, 2003). A sua principal contribuição está relacionada com o desenvolvimento e a implementação computacional de um elemento finito híbrido não-linear, como apresentado na Fig. 1.1a, que incorpora os efeitos de segunda ordem, da inelasticidade do aço (S_s) e da rigidez da conexão viga-coluna (S_c). Como será visto adiante (Capítulo 2), o parâmetro S_s tem o objetivo de avaliar a resistência da seção e S_c caracteriza a rigidez da ligação.

Esse elemento finito híbrido foi integrado à metodologia de solução numérica implementada inicialmente por Silveira (1995), que investigou a estabilidade elástica de colunas, arcos e anéis com restrições unilaterais de contato, e que foi depois expandida por Galvão (2000, 2004), Rocha (2000), Pinheiro (2003) e Machado (2005).

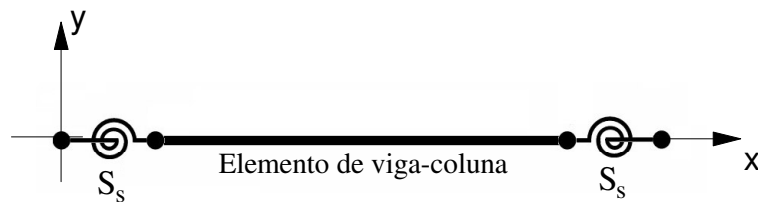
Galvão (2000) foi responsável pela implementação de formulações geometricamente não-lineares de elementos de pórtico; logo em seguida, Rocha (2000) estudou várias estratégias numéricas para o traçado completo dos caminhos não-lineares de equilíbrio; já Pinheiro (2003) se concentrou no estudo e implementação de elementos finitos para modelagem de sistemas treliçados 2D e 3D, e de um elemento híbrido para a análise de pórticos planos com ligações semi-rígidas (ver Fig. 1.1b); Galvão (2004) obteve a resposta não-linear estática e dinâmica (análises de vibração e transiente) de sistemas estruturais reticulados planos com ligações rígidas e semi-rígidas; e, por fim, Machado (2005) expandiu o sistema implementando o elemento híbrido ilustrado na Fig. 1.1c, que possibilitou a realização de análises inelásticas de segunda ordem de pórticos com ligações rígidas.



a. Efeitos: segunda ordem, plastificação e rigidez da ligação (Presente Trabalho).



b. Efeitos: segunda ordem e rigidez da ligação (Pinheiro, 2003).



c. Efeitos: segunda ordem e plastificação (Machado, 2005).

Figura 1.1 – Elementos híbridos de viga-coluna implementados no sistema computacional em desenvolvimento.

Como pode ser percebido através da Fig. 1.1, esta dissertação pode ser considerada uma continuação direta dos trabalhos de Pinheiro (2003) e Machado (2005), e ela está organizada de maneira que o seu conteúdo seja apresentado com a maior clareza possível. Assim sendo, serão citados abaixo os detalhes a respeito de cada capítulo.

A Seção 1.3, a seguir, traz alguns trabalhos associados com os vários efeitos não-lineares tratados nesta dissertação.

O Capítulo 2 é responsável pela apresentação e desenvolvimento do elemento híbrido não-linear, que é usado em seguida na análise inelástica de segunda ordem de pórticos planos com ligações semi-rígidas entre as vigas e as colunas. Inicialmente é mostrada a relação de equilíbrio força-deslocamento desse elemento, que é formado por

pares de molas em suas extremidades (ver Fig. 1.1a). Ainda nesse capítulo são mostrados os procedimentos adotados para fazer a atualização dos parâmetros S_c e S_s .

No Capítulo 3 são mostrados os detalhes da implementação computacional do referido elemento finito, onde são encontradas as várias sub-rotinas adicionadas ao sistema em desenvolvimento.

O Capítulo 4 procura validar a formulação do elemento híbrido apresentada no Capítulo 2 e as implementações computacionais realizadas através de várias análises estruturais não-lineares. Nos exemplos abordados procura-se determinar a carga crítica da estrutura, as trajetórias (ou caminhos) de equilíbrio e os diagramas de esforços internos. Sempre que possível são utilizados exemplos consagrados da literatura, os chamados *benchmarks*, para validar os resultados obtidos nesta dissertação.

Finalmente, no Capítulo 5, apresentam-se as conclusões do presente trabalho, sendo sugeridas também algumas alternativas para pesquisas futuras.

Para encerrar esta seção, vale informar que esta dissertação é parte integrante das seguintes linhas de pesquisas do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da UFOP (PROPEC/Deciv/EM/UFOP), área de Construções Metálicas:

- i. *Mecânica computacional*: que objetiva a aplicação de métodos numéricos na determinação de respostas de sistemas de engenharia;
- ii. *Comportamento e dimensionamento de estruturas metálicas*: que visa estudar isoladamente ou em conjunto o comportamento das diversas partes de uma estrutura metálica.

1.3 - PESQUISA BIBLIOGRÁFICA

Nas dissertações de Galvão (2000), Pinheiro (2003), Machado (2005) e Alvarenga (2005), todas situadas na interface das duas linhas de pesquisa do PROPEC referidas anteriormente, são fornecidas várias referências bibliográficas relacionadas com os efeitos não-lineares tratados neste trabalho, a saber: segunda ordem, inelasticidade do aço e ligações semi-rígidas. A seguir são descritas apenas aquelas referências diretamente associadas ou usadas por esta dissertação.

- Análise de Segunda Ordem

Formulações geometricamente não-lineares em referenciais Lagrangianos (RL Total e RL Atualizado) foram apresentadas por vários pesquisadores, dos quais pode-se citar: Chajes *et al.* (1987); Alves (1993a,b), Torkamani *et al.* (1997), Yang e Kuo (1994) e Chan e Chui (2000). Yang e Kuo sugeriram uma forma incremental de se calcular o vetor de forças internas com duas abordagens diferentes para os deslocamentos nodais: *deslocamentos naturais (ou corrotacionais) incrementais e rigidez externa*. Pacoste e Eriksson (1995, 1997) apresentaram formulações em RLT baseadas em relações deformação-deslocamento *melhoradas*, com a não-linearidade expressa através de funções trigonométricas.

Neuenhofer e Filippou (1998) propuseram uma formulação de segunda ordem baseada no método da flexibilidade.

Crisfield (1991) afirmou em seu livro que o termo *corrotacional* tem sido utilizado na literatura em diferentes contextos, sendo portanto, como afirmam ainda Pacoste e Eriksson (1997), uma denominação inconsistente. A idéia central desse tipo de formulação é o cálculo da matriz de rigidez e do vetor de forças internas no campo dos deslocamentos naturais. No caso do elemento de pórtico plano, existem apenas três componentes de deslocamentos naturais (duas rotações e uma translação). Das formulações com abordagem corrotacional publicadas recentemente, pode-se destacar a formulação em RLA proposta por Crisfield (1991, 1997) e Chan e Chui (2000), e as formulações desenvolvidas em RLT por Pacoste e Eriksson (1997) e Xu e Mirmiran (1997).

Ao contrário da teoria de vigas de Bernoulli, na teoria de vigas de Timoshenko os efeitos devidos às deformações cisalhantes na seção transversal não são desprezados no cálculo da rigidez da estrutura. Formulações geometricamente não-lineares baseadas na teoria de vigas de Timoshenko foram propostas por Petrolito (1995) e Pacoste e Eriksson (1997).

Paralelamente aos elementos para análises bidimensionais, tem se desenvolvido o estudo de elementos finitos para análise de segunda ordem de pórticos tridimensionais. Sabe-se de antemão que uma formulação não-linear tridimensional não é uma simples extensão de uma formulação bidimensional porque as rotações finitas tridimensionais não são quantidades vetoriais. Recentemente, vários pesquisadores têm publicado

formulações não-lineares para análise estática de pórticos tridimensionais. Entre eles pode-se destacar: Yang e Kuo (1994); Choi e Lim (1995), com uma formulação de elemento curvo; Matsununga (1996), com uma formulação para pilares não-esbeltos; Pacoste e Eriksson (1997); e Li (1998), que elaborou uma formulação aplicando a teoria de rotações finitas.

- *Análise Inelástica*

Procedimentos computacionais para simular os efeitos da plastificação da seção metálica seguem basicamente duas abordagens numéricas: o método da zona plástica e o método da rótula plástica (ver Fig. 1.2).

O método da zona plástica (ou plasticidade distribuída) é considerado bastante preciso, porém apresenta elevado custo computacional, tanto de memória quanto de processamento. Como mostrado na Fig. 1.3, ele baseia-se na discretização tanto do membro estrutural (viga, coluna) quanto da seção transversal. O elemento estrutural se apresenta como um feixe de fibras curtas no formato da seção transversal do perfil analisado. Atributos físicos como imperfeições e tensões residuais podem ser estimadas e consideradas diretamente. Esse método tem sido utilizado somente para simulação de estruturas simples e é normalmente usado para comparação (*benchmark solutions*) na calibração de problemas e validação de resultados obtidos através de outros métodos (Alvarenga, 2005). Entre os trabalhos que seguem essa abordagem, destacam-se: Vogel (1985), Ziemian (1990), Torkamani e Sonmez (2001) e recentemente Alvarenga (2005).

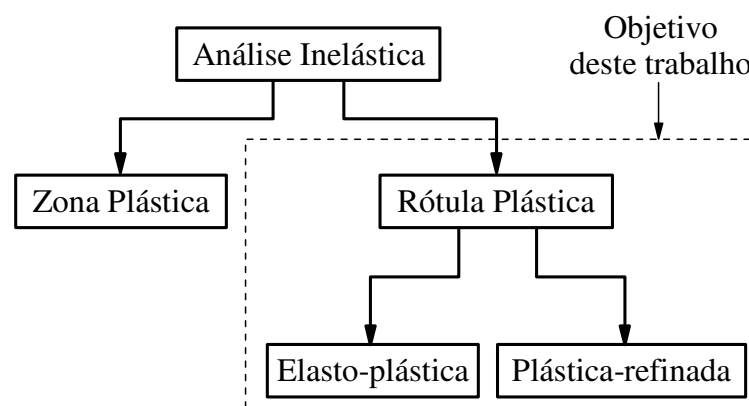


Figura 1.2 – Metodologias usualmente adotadas nas análises inelásticas.

O método da rótula plástica (ou plasticidade concentrada) tem sido muito utilizado como alternativa ao da zona plástica, uma vez que seus resultados têm se mostrado satisfatórios dentro do nível de exatidão exigida pela análise avançada de estruturas (Chan e Chui, 2000). A proposta básica do método está na idealização de um elemento finito que permita a ocorrência de rótulas plásticas em seus pontos nodais. Na verdade, a ocorrência da rótula plástica tem apenas a função de representar simbolicamente as mudanças que se operam na matriz de rigidez do elemento em questão. Essas mudanças são respostas aos efeitos de plastificação de determinados pontos nodais do elemento estrutural e seguem leis de ocorrência de acordo com a formulação que as regem.

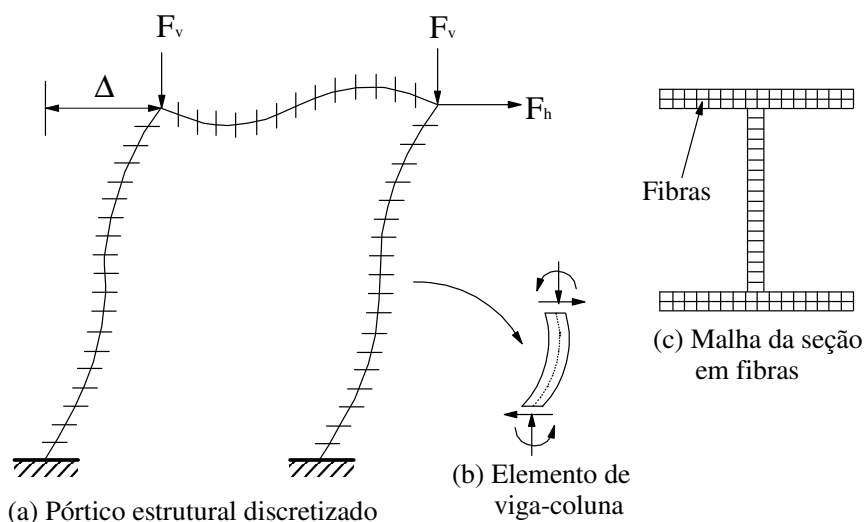


Figura 1.3 - Discretização do pórtico e seção para o método da zona plástica (Alvarenga, 2005).

Seguindo a abordagem da plasticidade concentrada, Machado (2005) estudou e implementou duas formulações de análise inelástica: a da rótula elasto-plástica e a da rótula plástica-refinada. Na primeira formulação, a seção metálica assume apenas dois comportamentos: perfeitamente elástico, quando as forças internas estão aquém da capacidade limite da seção, e perfeitamente plástico, quando esse limite é atingido. A segunda formulação permite a degradação da rigidez da seção à medida que as forças internas se aproximam da capacidade limite da seção.

Entre os trabalhos que seguem a metodologia da rótula plástica, que é objeto desta dissertação, merecem destaque: Liew (1992), Liew *et al.*, (1993a, 1993b), Chen e Sohal (1995), Chen e Kim (1997), Chen *et al.* (1996) e Chan e Chui (1997, 2000).

No Brasil, é importante mencionar que a análise inelástica de sistemas estruturais metálicos tem despertado interesse de grandes centros de pesquisa e várias dissertações e teses já foram concluídas sobre o tema (Vellasco, 1987; Vieira, 1997; Martins, 1999; Landesmann, 1999, 2003; Carneiro, 2000; Assaid, 2001; Soares Filho, 2002; Lazanha, 2003; Machado, 2005; e Alvarenga, 2005).

- Ligações Semi-Rígidas

O tema ligações semi-rígidas é bastante explorado nos livros de Chen e Lui (1991), Chen e Toma (1994), Chen e Sohal (1995) e Chan e Chui (2000). Pode-se afirmar que essas referências forneceram a base necessária para as implementações realizadas por Pinheiro (2003), e que foram aproveitadas em seguida por esta dissertação.

Sekulovic e Salatic (2001) propuseram um elemento de pórtico com ligação semi-rígida incluindo a excentricidade da conexão entre viga e pilar; posteriormente, esse mesmo elemento foi usado em uma análise dinâmica de segunda ordem (Sekulovic *et al.*, 2002).

Outros estudos têm se concentrado na definição da melhor curva momento-rotação para os diferentes tipos de ligações flexíveis. Como consequência, são encontrados na literatura os chamados modelos analíticos, matemáticos ou mistos. Os trabalhos de Richard e Abbott (1975), Frye e Morris (1975), Ang e Morris (1984), que é baseado no trabalho de Ramberg e Osgood (1943), Lui e Chen (1986, 1988), Kishi e Chen (1986a, 1986b), Al-Bermani *et al.* (1994) e Zhu *et al.* (1995), entre outros, têm como principal objetivo a proposição desses modelos.

Os livros de Chen *et al.* (1996) e Chan e Chui (2000), e o artigo recente de Sekulovic e Nefovska (2004), são de particular importância para esta dissertação pois apresentam soluções numéricas de pórticos metálicos incluindo todos os efeitos não-lineares considerados numa análise avançada. Ou seja, nessas referências podem ser encontradas formulações de elementos de viga-coluna que incorporam os efeitos de

segunda ordem, da inelasticidade do aço e da flexibilidade da ligação, além de atenderem os requisitos de várias normas internacionais (AISC-LRFD, 1986; AS 4100, 1990; BS 5950, 1990; Eurocode 3, 1990; NBR 8800, 1986, 2003) quanto à consideração das tensões residuais e das imperfeições geométricas na modelagem do problema estrutural.

2

FORMULAÇÃO DO ELEMENTO HÍBRIDO NÃO-LINEAR

2.1 - INTRODUÇÃO

Este capítulo traz a formulação do elemento híbrido de viga-coluna não-linear que será utilizado no Capítulo 4 nas diversas análises inelásticas de segunda ordem de sistemas estruturais metálicos com ligações semi-rígidas.

Como apresentado na próxima seção, serão utilizados artifícios físicos e matemáticos (molas na extremidade do elemento viga-coluna) para a inclusão dos efeitos não-lineares relacionados com a inelasticidade da seção metálica e da flexibilidade da conexão viga-coluna. No contexto matricial do MEF, chega-se então numa relação de equilíbrio força-deslocamento nodal, no sistema corrotacional do referido elemento, que incorpora as várias fontes de não-linearidade do sistema estrutural. Em seguida essa relação de equilíbrio é testada para várias situações particulares.

Na Seção 2.3 será mostrado como o parâmetro que avalia a flexibilidade (ou rigidez) da conexão, o parâmetro S_c , como já mencionado no capítulo anterior, pode ser atualizado seguindo um dos modelos matemáticos que representam o comportamento momento-rotação da ligação. Por fim, na Seção 2.4, é apresentada uma metodologia baseada no *conceito da seção montada* (Chan e Chui, 1997, 2000; Sekulovic e Nefovska, 2004; Machado, 2005) para acompanhar a degradação da resistência da seção, causada por sua plastificação, e dessa maneira avaliar e atualizar o parâmetro S_s .

2.2 - FORMULAÇÃO DO ELEMENTO HÍBRIDO

O elemento finito híbrido, como ilustrado na Fig. 2.1, é representado pelo elemento de viga-coluna padrão unido por molas (ou pseudo-molas) em série.

O efeito da conexão é modelado com um elemento de mola inserido no ponto de interseção entre a viga e a coluna. Para a grande maioria das estruturas em aço, a contribuição das forças axial e cisalhante na deformação da conexão é pequena se comparado com aquele pelo momento fletor. Por essa razão, apenas a deformação rotacional do elemento de mola é considerada em análises práticas e define-se assim S_c como o parâmetro que mede a rigidez da ligação.

Já o efeito da inelasticidade do aço, no contexto do método da rótula plástica, pode ser modelado através de outra mola, como ilustrado na mesma figura, que tem a finalidade de simular a ocorrência de rótulas plásticas no elemento, indicando assim a possibilidade de ocorrer plastificação somente nas extremidades de um elemento. A rigidez ou resistência dessa pseudo-mola, definida por S_s , é calculada a partir das forças internas do elemento híbrido e das características geométricas do perfil, como será visto mais detalhadamente adiante.

Por simplicidade de cálculo, ambos os elementos de mola possuem, por hipótese, tamanhos desprezíveis, embora alguns autores já levem em consideração um valor de excentricidade relativo ao comprimento do elemento de ligação, como descrito por Sekulovic e Salatic (2001).

Considerando-se as relações incrementais momento-rotação no ponto nodal esquerdo do elemento, em destaque na Fig. 2.1c, escreve-se:

$$\begin{pmatrix} \Delta M_{cl} \\ \Delta M_{sl} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} S_{cl} & -S_{cl} \\ -S_{cl} & S_{cl} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \Delta \theta_{cl} \\ \Delta \theta_{sl} \end{pmatrix} \quad (2.1a)$$

$$\begin{pmatrix} \Delta M_{sl} \\ \Delta M_{bl} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} S_{sl} & -S_{sl} \\ -S_{sl} & S_{sl} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \Delta \theta_{sl} \\ \Delta \theta_{bl} \end{pmatrix} \quad (2.1b)$$

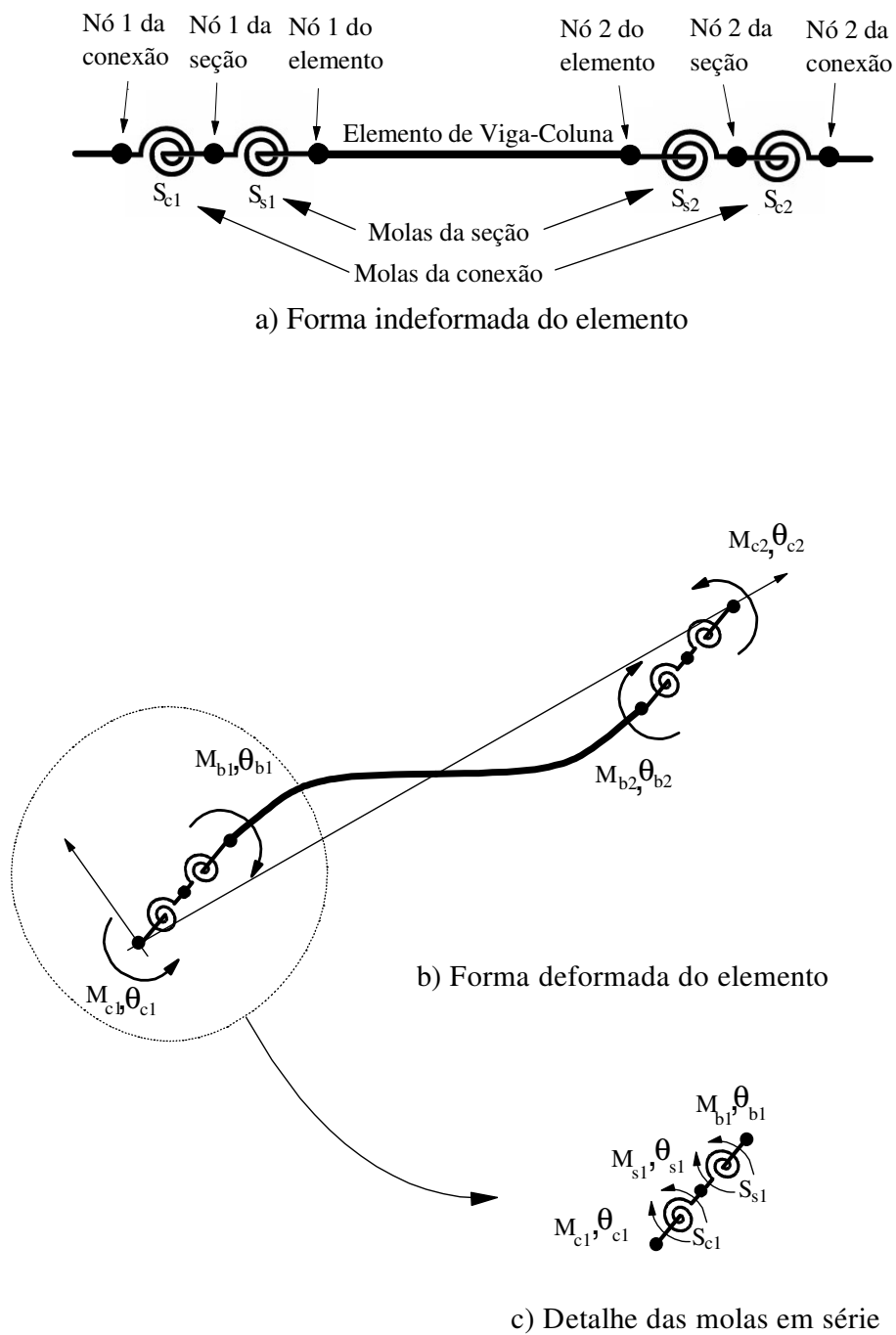


Figura 2.1 - Elemento híbrido de viga-coluna unido a pares de molas.

sendo S_{c1} e S_{s1} , como já comentado, os parâmetros que avaliam a rigidez da conexão e a resistência da seção, respectivamente, nos pontos nodais 1; ΔM_{c1} , ΔM_{s1} e ΔM_{b1} , e $\Delta \theta_{c1}$, $\Delta \theta_{s1}$ e $\Delta \theta_{b1}$ são os momentos e as rotações nodais incrementais associadas à conexão, seção e viga, respectivamente.

Note ainda que as relações anteriores podem ser reorganizadas da seguinte forma:

$$\begin{Bmatrix} \Delta M_{c1} \\ \Delta M_{s1} \\ \Delta M_{b1} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{c1} & -S_{c1} & 0 \\ -S_{c1} & S_{c1} + S_{s1} & -S_{s1} \\ 0 & -S_{s1} & S_{s1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \theta_{c1} \\ \Delta \theta_{s1} \\ \Delta \theta_{b1} \end{Bmatrix} \quad (2.2a)$$

De maneira similar, escreve-se para as molas localizadas do lado direito do elemento (pontos nodais 2):

$$\begin{Bmatrix} \Delta M_{c2} \\ \Delta M_{s2} \\ \Delta M_{b2} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{s2} & -S_{s2} & 0 \\ -S_{s2} & S_{s2} + S_{c2} & -S_{c2} \\ 0 & -S_{c2} & S_{c2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \theta_{c2} \\ \Delta \theta_{s2} \\ \Delta \theta_{b2} \end{Bmatrix} \quad (2.2b)$$

Deve-se enfatizar que o elemento de viga-coluna adotado aqui é aquele normalmente utilizado na modelagem de membros (colunas e vigas) de sistemas estruturais. Assim, sua relação momento-rotação é conhecida e é dada por (Galvão, 2000):

$$\begin{pmatrix} \Delta M_{b1} \\ \Delta M_{b2} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \Delta \theta_{b1} \\ \Delta \theta_{b2} \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

com os coeficientes K_{ij} representando os valores das rigidezes elásticas do elemento.

Para que a análise seja tratada como de segunda ordem, deve-se adotar uma formulação não-linear adequada para esse elemento. No caso de sistemas estruturais, ou membros, com presença de forças axiais P de moderada magnitude, Chan e Chui (1997) sugerem o uso de uma formulação simplificada para os coeficientes K_{ij} , ou seja:

$$K_{11} = K_{22} = \frac{4EI}{L} + \frac{2PL}{15} \quad (2.4a)$$

$$K_{12} = K_{21} = \frac{2EI}{L} - \frac{PL}{30} \quad (2.4b)$$

em que, E é o módulo de elasticidade do material, I é o momento de inércia da seção transversal, L é o comprimento do elemento finito e P é a força axial atuante. Para situações ou análises de problemas estruturais em que essa força axial P se aproxima da carga de flambagem é adequado usar formulações mais refinadas, como as desenvolvidas por Yang e Kuo (1994) e Alves (1995), que foram implementadas com sucesso por Galvão (2000).

Combinando-se as relações (2.2a), (2.2b) e (2.3), isto é, considerando o elemento híbrido de forma completa (molas-viga-molas), chega-se à seguinte relação matricial momento-rotação:

$$\begin{pmatrix} \Delta M_{c1} \\ \Delta M_{s1} \\ \Delta M_{b1} \\ \Delta M_{b2} \\ \Delta M_{s2} \\ \Delta M_{c2} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} S_{c1} & -S_{c1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -S_{c1} & S_{c1} + S_{s1} & -S_{s1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -S_{s1} & K_{11} + S_{s1} & K_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{21} & K_{22} + S_{s2} & -S_{s2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -S_{s2} & S_{s2} + S_{c2} & -S_{c2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -S_{c2} & S_{c2} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \Delta \theta_{c1} \\ \Delta \theta_{s1} \\ \Delta \theta_{b1} \\ \Delta \theta_{b2} \\ \Delta \theta_{s2} \\ \Delta \theta_{c2} \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

Considerando na relação anterior que os momentos incrementais internos ΔM_{s1} e ΔM_{s2} (segunda e quinta linhas) são iguais a zero, pois todas as cargas são aplicadas nos nós externos globais, chega-se, após algumas manipulações algébricas, às seguintes expressões para as rotações $\Delta \theta_{s1}$ e $\Delta \theta_{s2}$:

$$\begin{Bmatrix} \Delta \theta_{s1} \\ \Delta \theta_{s2} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} (S_{c1} + S_{s1}) & 0 \\ 0 & (S_{c2} + S_{s2}) \end{bmatrix}^{-1} \left[\begin{bmatrix} S_{c1} & 0 \\ 0 & S_{c2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \theta_{c1} \\ \Delta \theta_{c2} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} S_{s1} & 0 \\ 0 & S_{s2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \theta_{b1} \\ \Delta \theta_{b2} \end{Bmatrix} \right] \quad (2.6)$$

Também da Eq. (2.5), observe que os momentos fletores incrementais das conexões ΔM_{c1} e ΔM_{c2} e da viga ΔM_{b1} e ΔM_{b2} podem ser organizados matricialmente de acordo com:

$$\begin{Bmatrix} \Delta M_{c1} \\ \Delta M_{c2} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{c1} & 0 \\ 0 & S_{c2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \theta_{c1} \\ \Delta \theta_{c2} \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} S_{c1} & 0 \\ 0 & S_{c2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \theta_{s1} \\ \Delta \theta_{s2} \end{Bmatrix} \quad (2.7)$$

$$\begin{Bmatrix} \Delta M_{b1} \\ \Delta M_{b2} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} + S_{s1} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} + S_{s2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \theta_{b1} \\ \Delta \theta_{b2} \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} S_{s1} & 0 \\ 0 & S_{s2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \theta_{s1} \\ \Delta \theta_{s2} \end{Bmatrix} \quad (2.8)$$

Com a substituição da Eq. (2.6) nas Eqs. (2.7) e (2.8), e após algumas manipulações, chega-se a:

$$\Delta M_{c1} = S_{cs1} (\Delta \theta_{c1} - \Delta \theta_{b1}) \quad (2.9a)$$

$$\Delta M_{c2} = S_{cs2} (\Delta \theta_{c2} - \Delta \theta_{b2}) \quad (2.9b)$$

$$\Delta M_{b1} = S_{cs1} (\Delta \theta_{b1} - \Delta \theta_{c1}) + K_{11} \Delta \theta_{b1} + K_{12} \Delta \theta_{b2} \quad (2.9c)$$

$$\Delta M_{b2} = S_{cs2} (\Delta \theta_{b2} - \Delta \theta_{c2}) + K_{22} \Delta \theta_{b2} + K_{21} \Delta \theta_{b1} \quad (2.9d)$$

sendo S_{cs1} e S_{cs2} definidos como parâmetros que condensam os efeitos da semi-rigidez da ligação e da inelasticidade do aço, ou seja:

$$S_{cs1} = \frac{S_{c1} S_{s1}}{(S_{c1} + S_{s1})} \quad (2.10a)$$

$$S_{cs2} = \frac{S_{c2} S_{s2}}{(S_{c2} + S_{s2})} \quad (2.10b)$$

Note que as relações anteriores, no caso as Eqs. (2.9a-d), podem ser organizadas matricialmente de acordo com:

$$\begin{pmatrix} \Delta M_{c1} \\ \Delta M_{b1} \\ \Delta M_{b2} \\ \Delta M_{c2} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} S_{sc1} & -S_{sc1} & 0 & 0 \\ -S_{sc1} & K_{11} + S_{sc1} & K_{12} & 0 \\ 0 & K_{21} & K_{22} + S_{sc2} & -S_{sc2} \\ 0 & 0 & -S_{sc2} & S_{sc2} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \Delta \theta_{c1} \\ \Delta \theta_{b1} \\ \Delta \theta_{b2} \\ \Delta \theta_{c2} \end{pmatrix} \quad (2.11)$$

Mais uma vez, levando-se em consideração que ΔM_{b1} e ΔM_{b2} são iguais a zero, devido ao fato das cargas serem aplicadas apenas nos nós globais, chega-se a:

$$\begin{Bmatrix} \Delta \theta_{b1} \\ \Delta \theta_{b2} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{cs1} + K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & S_{cs2} + K_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} S_{cs1} & 0 \\ 0 & S_{cs2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \theta_{c1} \\ \Delta \theta_{c2} \end{Bmatrix} \quad (2.12a)$$

ou,

$$\begin{Bmatrix} \Delta \theta_{b1} \\ \Delta \theta_{b2} \end{Bmatrix} = \frac{1}{\beta_{cs}} \begin{bmatrix} S_{cs2} + K_{22} & -K_{12} \\ -K_{21} & S_{cs1} + K_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{cs1} & 0 \\ 0 & S_{cs2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \theta_{c1} \\ \Delta \theta_{c2} \end{Bmatrix} \quad (2.12b)$$

em que β_{cs} é dado por:

$$\beta_{cs} = (S_{cs1} + K_{11})(S_{cs2} + K_{22}) - K_{12}K_{21} \quad (2.13)$$

Substituindo-se então os valores de $\Delta \theta_{b1}$ e $\Delta \theta_{b2}$, Eq. (2.12b), nas relações (2.9a) e (2.9b), e organizando-se de uma forma compacta o resultado, chega-se a:

$$\begin{Bmatrix} \Delta M_{c1} \\ \Delta M_{c2} \end{Bmatrix} = \frac{1}{\beta_{cs}} \begin{bmatrix} \beta_{cs} S_{cs1} - S_{cs1}^2 (S_{cs2} + K_{22}) & S_{cs1} K_{12} S_{cs2} \\ S_{cs2} K_{21} S_{cs1} & \beta_{cs} S_{cs2} - S_{cs2}^2 (S_{cs1} + K_{11}) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \theta_{c1} \\ \Delta \theta_{c2} \end{Bmatrix} \quad (2.14)$$

Na equação anterior, percebe-se que a rigidez resultante se apresenta como um par de molas em série. Essas equações, aparentemente simples, são poderosas ferramentas para a consideração do efeito combinado da flexibilidade das conexões e do escoamento do

material. Assim, a relação final força-deslocamento na forma incremental para o elemento considerado, no sistema local básico, pode ser escrita como:

$$\begin{pmatrix} \Delta P \\ \Delta M_{c1} \\ \Delta M_{c2} \end{pmatrix} = \frac{1}{\beta_{cs}} \begin{bmatrix} \beta_{cs} EA/L & 0 & 0 \\ 0 & \beta_{cs} S_{cs1} - S_{cs1}^2 (S_{cs2} + K_{22}) & S_{cs1} S_{cs2} K_{12} \\ 0 & S_{cs2} S_{cs1} K_{21} & \beta_{cs} S_{cs2} - S_{cs2}^2 (S_{cs1} + K_{11}) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \Delta L \\ \Delta \theta_{c1} \\ \Delta \theta_{c2} \end{pmatrix} \quad (2.15)$$

ou, de uma forma ainda mais compacta:

$$\begin{pmatrix} \Delta P \\ \Delta M_{c1} \\ \Delta M_{c2} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} EA/L & 0 & 0 \\ 0 & K_{11}^* & K_{12}^* \\ 0 & K_{21}^* & K_{22}^* \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \Delta L \\ \Delta \theta_{c1} \\ \Delta \theta_{c2} \end{pmatrix} \quad (2.16)$$

em que:

$$K_{11}^* = S_{cs1} - \frac{S_{cs1}^2 (S_{cs2} + K_{22})}{\beta_{cs}} \quad (2.17a)$$

$$K_{12}^* = K_{21}^* = \frac{S_{cs1} S_{cs2} K_{12}}{\beta_{cs}} \quad (2.17b)$$

$$K_{22}^* = S_{cs2} - \frac{S_{cs2}^2 (S_{cs1} + K_{11})}{\beta_{cs}} \quad (2.17c)$$

2.2.1 – Transformações de Coordenadas

Note que a Equação (2.15) ou (2.16) define o equilíbrio do elemento finito híbrido no seu sistema de coordenada local básico, ou sistema corrotacional. Porém, durante a montagem da matriz de rigidez do sistema é necessário que se tenha tanto a matriz de rigidez do elemento quanto os vetores de forças nodais e deslocamentos nodais no sistema

de coordenadas globais da estrutura (todos com 6 componentes). Para isso será necessário desenvolver algumas relações para promover as mudanças dos sistemas (ver Fig. 2.2).

Parte-se então da notação simplificada da Eq. (2.16), isto é:

$$\Delta \mathbf{f}_c = \mathbf{K}_c \Delta \mathbf{d}_c \quad (2.18)$$

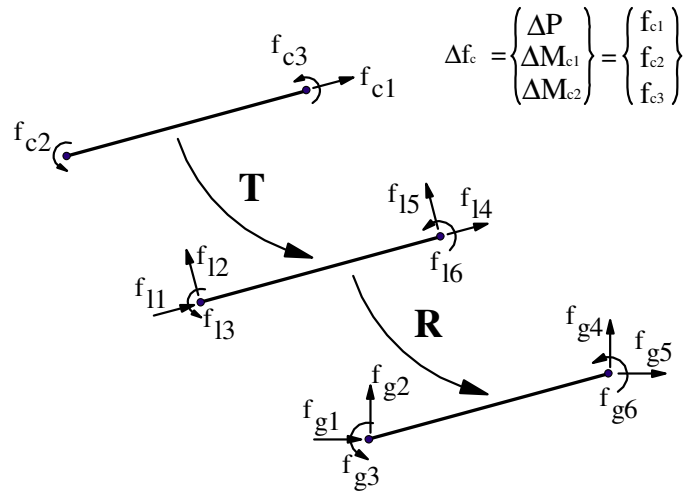


Figura 2.2 – Transformação entre os sistemas de coordenadas.

em que $\Delta \mathbf{f}_c$ e $\Delta \mathbf{d}_c$ definem os vetores que armazenam as variáveis básicas força e deslocamento, como ilustrado na Fig. 2.2. Observe que, através dessa mesma figura, chega-se à seguinte relação entre as 6 componentes de força no sistema local do elemento e as 3 componentes do sistema local básico:

$$f_{l1} = -f_{c1} \quad (2.19a)$$

$$f_{l2} = \frac{f_{c2}}{L} + \frac{f_{c3}}{L} \quad (2.19b)$$

$$f_{l3} = f_{c2} \quad (2.19c)$$

$$f_{l4} = f_{c1} \quad (2.19d)$$

$$f_{15} = -\frac{f_{c2}}{L} - \frac{f_{c3}}{L} \quad (2.19e)$$

$$f_{16} = f_{c3} \quad (2.19f)$$

que podem ser organizadas matricialmente como segue:

$$\begin{pmatrix} f_{11} \\ f_{12} \\ f_{13} \\ f_{14} \\ f_{15} \\ f_{16} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/L & 1/L \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1/L & -1/L \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} f_{c1} \\ f_{c2} \\ f_{c3} \end{pmatrix} \quad (2.20)$$

ou, de uma forma mais compacta:

$$\mathbf{f}_1 = \mathbf{T}\mathbf{f}_c \quad (2.21)$$

em que \mathbf{T} , que é chamada matriz de transformação, é escrita da seguinte forma:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/L & 1/L \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1/L & -1/L \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

Para se obter a variação (ou incremento) do vetor de forças \mathbf{f}_1 , desenvolve-se a Eq. (2.21) da seguinte maneira:

$$\Delta \mathbf{f}_1 = \Delta(\mathbf{T} \mathbf{f}_c) = \mathbf{T} \Delta \mathbf{f}_c + \Delta \mathbf{T} \mathbf{f}_c, \quad (2.23)$$

de onde se percebe que o vetor de forças incrementais $\Delta \mathbf{f}_1$ (sistema local do elemento, 6 componentes) é oriundo de duas componentes: a primeira componente representa a parcela que vem do incremento das componentes de força do sistema básico de coordenadas ($\Delta \mathbf{f}_c$); a segunda parcela vem do trabalho realizado pelas componentes de forças básicas \mathbf{f}_c que já estavam presentes no elemento antes dele se deformar com aplicação do incremento de carga. De acordo com Chan e Chui (2000), essa segunda parcela pode ser substituída pelo produto da matriz \mathbf{N} pelo vetor de deslocamentos nodais $\Delta \mathbf{d}_1$ (sistema local do elemento) como segue:

$$\Delta \mathbf{f}_1 = \mathbf{T} \Delta \mathbf{f}_c + \mathbf{N} \Delta \mathbf{d}_1 \quad (2.24)$$

sendo \mathbf{N} dada por:

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & P/L & 0 & 0 & -P/L & 0 \\ & & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 0 & 0 & 0 \\ \text{sim.} & & & P/L & 0 & 0 \\ & & & & & 0 \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

Pelo princípio do contragradiente, pode-se escrever a seguinte relação entre as componentes de deslocamentos nodais no sistema básico e local do elemento:

$$\Delta \mathbf{d}_c = \mathbf{T}^T \Delta \mathbf{d}_1 \quad (2.26)$$

Substituindo-se então (2.18) e (2.26) em (2.24), chega-se na equação de equilíbrio do elemento no seu sistema local de coordenadas, com seis componentes, ou seja:

$$\Delta \mathbf{f}_l = (\mathbf{T} \mathbf{K}_c \mathbf{T}^T + \mathbf{N}) \Delta \mathbf{d}_l \quad (2.27)$$

ou, numa forma compacta:

$$\Delta \mathbf{f}_l = \mathbf{K}_l \Delta \mathbf{d}_l \quad (2.28)$$

onde \mathbf{K}_l é a matriz de rigidez tangente do elemento de viga-coluna com elementos de mola em suas extremidades, isto é, do elemento híbrido. Observe que a transformação dessa matriz do sistema local para o global é realizada da forma tradicional, isto é:

$$\mathbf{K}_t = \mathbf{R}^T \mathbf{K}_l \mathbf{R} \quad (2.29)$$

com \mathbf{R} sendo a matriz de rotação montada usando-se os cossenos diretores do elemento, isto é:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

2.2.2 – Avaliação das Rotações $\Delta \theta_{b1}$, $\Delta \theta_{b2}$, $\Delta \theta_{s1}$ e $\Delta \theta_{s2}$

Uma vez conhecidos os incrementos $\Delta \theta_{c1}$ e $\Delta \theta_{c2}$, que definem a rotação da ligação viga-coluna, chega-se aos incrementos das rotações $\Delta \theta_{b1}$ e $\Delta \theta_{b2}$ (ver Fig. 2.1) usando-se a Equação (2.12b), que agora é escrita da seguinte forma:

$$\begin{pmatrix} \Delta\theta_{b1} \\ \Delta\theta_{b2} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} \\ t_{21} & t_{22} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \Delta\theta_{c1} \\ \Delta\theta_{c2} \end{pmatrix} \quad (2.31)$$

em que as componentes t_{ij} são definidas de acordo com a expressão a seguir:

$$\begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} \\ t_{21} & t_{22} \end{bmatrix} = \frac{1}{\beta_{cs}} \begin{bmatrix} S_{cs1}(S_{cs2} + K_{22}) & -S_{cs2}K_{12} \\ -S_{cs1}K_{21} & S_{cs2}(S_{cs1} + K_{11}) \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

Já os incrementos $\Delta\theta_{s1}$ e $\Delta\theta_{s2}$ podem ser avaliados considerando a Eq. (6) e a relação (2.31), de onde se escreve:

$$\begin{pmatrix} \Delta\theta_{s1} \\ \Delta\theta_{s2} \end{pmatrix} = \frac{1}{\beta_s} \begin{bmatrix} (S_{c2} + S_{s2}) & 0 \\ 0 & (S_{c1} + S_{s1}) \end{bmatrix} \left\{ \begin{bmatrix} S_{c1} & 0 \\ 0 & S_{c2} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \Delta\theta_{c1} \\ \Delta\theta_{c2} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} S_{s1} & 0 \\ 0 & S_{s2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} \\ t_{21} & t_{22} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \Delta\theta_{c1} \\ \Delta\theta_{c2} \end{pmatrix} \right\} \quad (2.33)$$

que após manipulações algébricas, chega-se finalmente a:

$$\begin{pmatrix} \Delta\theta_{s1} \\ \Delta\theta_{s2} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{S_{c1} + S_{s1}t_{11}}{S_{c1} + S_{s1}} & \frac{t_{12}S_{s1}}{S_{c1} + S_{s1}} \\ \frac{t_{21}S_{s2}}{S_{s2} + S_{c2}} & \frac{S_{c2} + S_{s2}t_{22}}{S_{s2} + S_{c2}} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \Delta\theta_{c1} \\ \Delta\theta_{c2} \end{pmatrix} \quad (2.34)$$

2.2.3 - Casos Particulares

A relação de equilíbrio do elemento, representada pela Eq. (2.15) ou Eq. (2.16), será agora analisada para algumas situações particulares relacionadas à plastificação da seção,

ou seja, em relação à formação de rótula plástica em uma ou em ambas as extremidades do elemento, ou mesmo quando o elemento se encontra inteiramente no regime elástico, como será mostrado logo a seguir. Em todos os casos analisados considerar-se-á inicialmente a ligação viga-coluna como sendo rígida, isto é, $S_{c1} = S_{c2} \cong \infty$.

- Sem Rótula Plástica

Caso o elemento se encontre no regime elástico, os parâmetros S_{s1} e S_{s2} , que avaliam a plastificação da seção, terão valores bastante elevados, ou seja, $S_{s1} = S_{s2} \cong \infty$, como será mostrado adiante na Seção 2.4. Isso significa, de acordo com as Eqs. (2.10), (2.11) e (2.16), que os coeficientes $K_{11}^* = K_{11}$, $K_{22}^* = K_{22}$, e $K_{12}^* = K_{12} = K_{21}$, de onde se escreve então:

$$\begin{pmatrix} \Delta P \\ \Delta M_{c1} \\ \Delta M_{c2} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} EA/L & 0 & 0 \\ 0 & K_{11} & K_{12} \\ 0 & K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \Delta L \\ \Delta \theta_{c1} \\ \Delta \theta_{c2} \end{pmatrix} \quad (2.35)$$

que é a relação de equilíbrio do elemento padrão de viga-coluna. Note que os coeficientes K_{ij} já foram definidos pelas Eqs. (2.4a) e (2.4b).

- Uma Rótula Plástica

No caso da formação de rótula plástica em uma das extremidades do elemento, por exemplo, no ponto nodal 2, significa que $S_{s2} \cong 0$, o que fornece também $S_{c2} \cong 0$. É assumido que o outro ponto nodal permaneça no regime elástico e que a ligação viga-coluna seja rígida, $S_{c1} = S_{s1} \cong \infty$. Dessa forma, sabendo-se que $\Delta M_{c2} = 0$, escreve-se (ver Eq. (2.35)):

$$\Delta\theta_{c2} = -\frac{K_{21}}{K_{22}}\Delta\theta_{c1} \quad (2.36)$$

Substituindo-se esse resultado na segunda linha de (2.35), e organizando-se os termos, chega-se a:

$$\Delta M_{c1} = \left(\frac{K_{11}K_{22} - K_{12}K_{21}}{K_{22}} \right) \Delta\theta_{c1} \quad (2.37)$$

E, assim, a equação matricial de equilíbrio pode ser reescrita de acordo com a expressão a seguir:

$$\begin{pmatrix} \Delta P \\ \Delta M_{c1} \\ \Delta M_{c2} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{K_{11}K_{22} - K_{12}K_{21}}{K_{22}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \Delta L \\ \Delta\theta_{c1} \\ \Delta\theta_{c2} \end{pmatrix} \quad (2.38)$$

Caso a força axial P seja ignorada, conclui-se, tomando-se como base as Eqs. (2.4a) e (2.4b), que $K_{11} = K_{22} = 4EI/L$ e $K_{12} = K_{21} = 2EI/L$, e a matriz de rigidez na equação anterior toma a seguinte forma:

$$\begin{pmatrix} \Delta P \\ \Delta M_{c1} \\ \Delta M_{c2} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} EA/L & 0 & 0 \\ 0 & 3EI/L & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \Delta L \\ \Delta\theta_{c1} \\ \Delta\theta_{c2} \end{pmatrix} \quad (2.39)$$

que é a relação de equilíbrio de um elemento finito engastado-apoiado.

- Duas Rótulas Plásticas

No caso da formação de duas rótulas no elemento, tem-se que $S_{c1} = S_{s1} = S_{c2} = S_{s2} \cong 0$, e assim a relação de equilíbrio do elemento toma a seguinte forma:

$$\begin{pmatrix} \Delta P \\ \Delta M_{c1} \\ \Delta M_{c2} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} EA/L & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \Delta L \\ \Delta \theta_{c1} \\ \Delta \theta_{c2} \end{pmatrix} \quad (2.40)$$

que é a relação de equilíbrio do elemento finito de treliça.

2.3 – DEFINIÇÃO DO PARÂMETRO S_c DA LIGAÇÃO

Há muitos modelos matemáticos e mistos comumente utilizados para representar as curvas $M-\phi_c$ de conexões. Entre esses modelos, estão o linear (Chan, 1994), o bilinear (Youssef-Agha, 1989), o trilinear (Gerstle, 1988), o modelo polinomial (Frye e Morris, 1975), o modelo B-spline cúbico (Jones *et al.*, 1980), o modelo bounding-line (Zhu *et al.*, 1995), o modelo de potências (Kishi e Chen, 1987a; King e Chen, 1993), o modelo de Ramberg-Osgood (Ramberg e Osgood, 1943; Shi e Atluri, 1989), o modelo de Richard-Abbott (Richard e Abbott, 1975), o modelo exponencial de Chen-Lui (Lui e Chen, 1988), entre outros.

Neste trabalho, em face da quantidade de modelos existentes, foram implementadas três funções para descrever o comportamento não-linear (curva momento-rotação) das ligações semi-rígidas, a saber: a exponencial, a exponencial modificado e a de Richard-Abbott. O fato de estarem entre as funções mais populares, de possuírem, segundo a literatura existente, boa eficiência computacional, primeiras derivadas sempre positivas e boa precisão, estão entre as razões que motivaram suas escolhas. Há ainda o fato desses modelos se ajustarem de forma bastante razoável aos dados obtidos experimentalmente

(Chan e Chui, 2000). Além desses, foi implementado ainda o modelo linear, principalmente para utilização em análises lineares, em casos onde há recomendação de norma para o uso apenas da rigidez inicial em análises estruturais e para estudos de vibrações e pequenas deflexões. As principais características dos modelos implementados serão abordadas a seguir.

2.3.1 - Modelo Linear

Este é o modelo mais simples para caracterizar o comportamento da ligação e necessita de apenas um parâmetro para definir a rigidez de uma conexão. Em virtude de sua simplicidade, o modelo linear tem sido amplamente utilizado nos estágios iniciais de desenvolvimento de métodos de análise para articulações semi-rígidas (Monforton e Wu, 1963) e na análise de vibração e bifurcação de pórticos semi-rígidos (Chan, 1994; Chan e Chui, 2000; Galvão, 2004). A função momento-rotação pode ser escrita como sendo:

$$M = S_c^o \phi_c \quad (2.41)$$

em que S_c^o é constante e igual ao valor da rigidez inicial da conexão, que pode ser obtida de experimentos. Matematicamente, uma função simples de S_c^o pode ser expressa em termos da rigidez da viga, ou seja:

$$S_c^o = \rho \frac{4EI}{L} \quad (2.42)$$

onde EI e L são a rigidez à flexão e o comprimento da viga, respectivamente, e ρ é o índice de rigidez, proposto para indicar o grau de flexibilidade da conexão. O valor de ρ varia de zero, para o caso de uma articulação idealmente rotulada, até um valor muito grande, para o caso de uma articulação idealmente rígida.

Alternativamente, a Eq. (2.42) pode ainda ser modificada pela adoção de um fator fixo η , sugerido primeiramente por Romstad e Subramanian (1970) e Yu e Shanmugam (1986), o que levará à expressão:

$$S_c^o = \frac{\eta}{1-\eta} \frac{4EI}{L} \quad (2.43)$$

Note que o fator η deve ser igual a zero para ligações rotuladas. Para o caso de ligações rígidas, deve ser considerado para η o valor unitário. Em Simões (1996) e Sekulovic e Salatic (2001), há uma variação da Eq. (2.43), adaptada para a situação em que a conexão é idealizada como sendo uma mola e sua rigidez à rotação representaria a rigidez a esforços de flexão da ligação. Para esse caso, utiliza-se um fator fixo γ que possui o mesmo princípio do fator η na Eq. (2.43), que agora é escrita como:

$$S_c^o = \frac{\gamma}{1-\gamma} \frac{3EI}{L} \quad (2.44)$$

O modelo linear é simples de ser utilizado porque a rigidez inicial das ligações é facilmente obtida de experimentos e permanece constante ao longo da análise, sem a necessidade de ser atualizada. No entanto, como ilustrado na Fig. (2.3), o modelo linear não é muito preciso em casos de grandes rotações ou deflexões, e sua utilização é mais apropriada nas análises linear, de vibração e de bifurcação, onde as deflexões são pequenas.

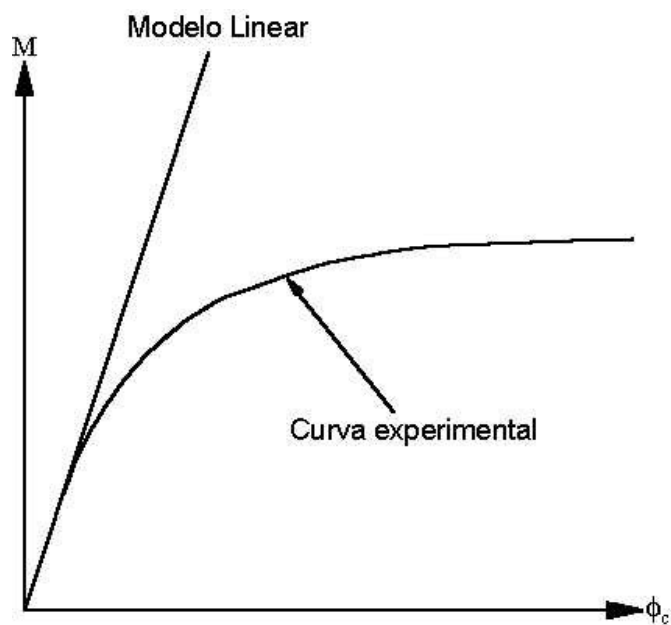


Figura 2.3 – Modelo linear e exponencial.

2.3.2 - Modelos Exponenciais

Lui e Chen (1986, 1988) propuseram um modelo exponencial para descrever a relação momento-rotação sob a forma:

$$M = M_o + \sum_{j=1}^n C_j \left[1 - \exp\left(\frac{-|\phi_c|}{2j\alpha}\right) \right] + R_{kf} |\phi_c| \quad (2.45)$$

enquanto o valor de sua rigidez tangente é dada por:

$$S_c = \left. \frac{dM}{d\phi_c} \right|_{|\phi_c|=|\phi_c|} = \sum_{j=1}^n \frac{C_j}{2j\alpha} \exp\left(\frac{-|\phi_c|}{2j\alpha}\right) + R_{kf} \quad (2.46)$$

sendo que a rigidez inicial valerá:

$$S_c^o = \left. \frac{dM}{d\phi_c} \right|_{|\phi_c|=0} = \sum_{j=1}^n \frac{C_j}{2j\alpha} + R_{kf} \quad (2.47)$$

Nas equações anteriores, M é o valor do momento na conexão; $|\phi_c|$ o módulo da deformação rotacional da conexão; M_o é o momento inicial; R_{kf} é a rigidez devido ao encruamento da ligação; α é um fator de escala; n é o número de termos considerados e C_j é o coeficiente de ajustamento da curva.

Baseados em resultados experimentais, Lui e Chen (1988) determinaram os valores dos parâmetros de ajustamento de curvas do modelo exponencial para quatro tipos de conexões: cantoneira simples de alma, cantoneira de topo e assento, ligação com chapa de topo e ligação com chapa de topo estendida. Os valores estão sumarizados na Tabela (2.1), enquanto as propriedades de cada conexão, derivadas da função exponencial, estão apresentadas nas Figs. (2.4) e (2.5).

Em geral, o modelo exponencial de Chen-Lui fornece uma boa representação do comportamento não-linear da ligação e sua precisão é comparável ao modelo B-spline cúbico (Chan e Chui, 2000). No entanto, o modelo de Chen-Lui requer um grande número de parâmetros para ajuste da curva. Além disto, se houver uma mudança abrupta na declividade da curva $M-\phi_c$, este modelo pode não representá-la corretamente. Por conseguinte, Kishi e Chen (1986) refinaram o modelo exponencial para que esse pudesse acomodar qualquer mudança acentuada na curva $M-\phi_c$. Sob condições de carregamento, a função proposta por esses pesquisadores é escrita como sendo:

$$M = M_o + \sum_{j=1}^m C_j \left[1 - \exp\left(\frac{-|\phi_c|}{2j\alpha}\right) \right] + \sum_{k=1}^n D_k (|\phi_c| - |\phi_k|) H[|\phi_c| - |\phi_k|] \quad (2.48)$$

enquanto a rigidez tangente da conexão possui a forma:

$$S_c = \left. \frac{dM}{d\phi_c} \right|_{|\phi_c|=|\phi_c|} = \sum_{j=1}^m \frac{C_j}{2j\alpha} \exp\left(\frac{-|\phi_c|}{2j\alpha}\right) + \sum_{k=1}^n D_k H[|\phi_c| - |\phi_k|] \quad (2.49)$$

e a rigidez inicial é igual a:

$$S_c^o = \left. \frac{dM}{d\phi_c} \right|_{|\phi_c|=0} = \sum_{j=1}^m \frac{C_j}{2j\alpha} + D_k H[|\phi_c|]_{k=1} \quad (2.50)$$

em que os valores M_o , α e C_j são iguais àqueles definidos nas Eqs. (2.45) e (2.46), ϕ_k são as rotações iniciais das componentes lineares, D_k um coeficiente de ajustamento para a porção linear da curva e $H[\phi]$ é a função de Heaviside, definida como sendo:

$$\begin{aligned} H[\phi] &= 1 & \text{quando } \phi \geq 0, \\ H[\phi] &= 0 & \text{quando } \phi < 0. \end{aligned} \quad (2.51)$$

Tabela 2.1 – Parâmetros do modelo exponencial de Chen-Lui utilizados para algumas ligações (Chen e Lui, 1988)

	Tipos de conexão (kip–inch)			
	A Cantoneira de alma simples (Richard et al., 1982)	B Cantoneira de topo e Assento (Azizinamini et al., 1985)	C Ligação com chapa de topo (Ostrander, 1970)	D Ligação com chapa de topo estendida (Johnson e Walpole, 1981)
M_o	0	0	0	0
R_{kf}	$0,47104 \times 10^2$	$0,43169 \times 10^2$	$0,96415 \times 10^2$	$0,41193 \times 10^3$
α	$0,51167 \times 10^{-3}$	$0,31425 \times 10^{-3}$	$0,31783 \times 10^{-3}$	$0,67083 \times 10^{-3}$
C_1	$-0,43300 \times 10^2$	$-0,34515 \times 10^3$	$-0,25038 \times 10^3$	$-0,67824 \times 10^3$
C_2	$0,12139 \times 10^4$	$0,52345 \times 10^4$	$0,50736 \times 10^4$	$0,27084 \times 10^4$
C_3	$-0,58583 \times 10^4$	$-0,26762 \times 10^5$	$-0,30396 \times 10^5$	$-0,21389 \times 10^5$
C_4	$0,12971 \times 10^5$	$0,61920 \times 10^5$	$0,75338 \times 10^5$	$0,78563 \times 10^5$
C_5	$-0,13374 \times 10^5$	$-0,65114 \times 10^5$	$-0,82873 \times 10^5$	$-0,99740 \times 10^5$
C_6	$0,52224 \times 10^4$	$0,25506 \times 10^5$	$0,33927 \times 10^5$	$0,43042 \times 10^5$
S_c^o	$0,48000 \times 10^5$	$0,95219 \times 10^5$	$0,11000 \times 10^6$	$0,30800 \times 10^6$

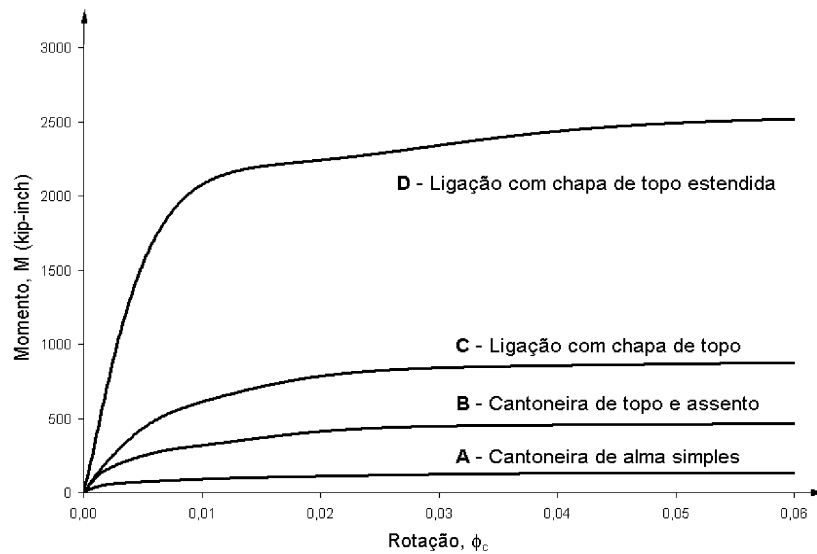


Figura 2.4 – Propriedades de ligações representadas pelo modelo exponencial de Chen e Lui: curvas momento-rotação (Pinheiro, 2003).

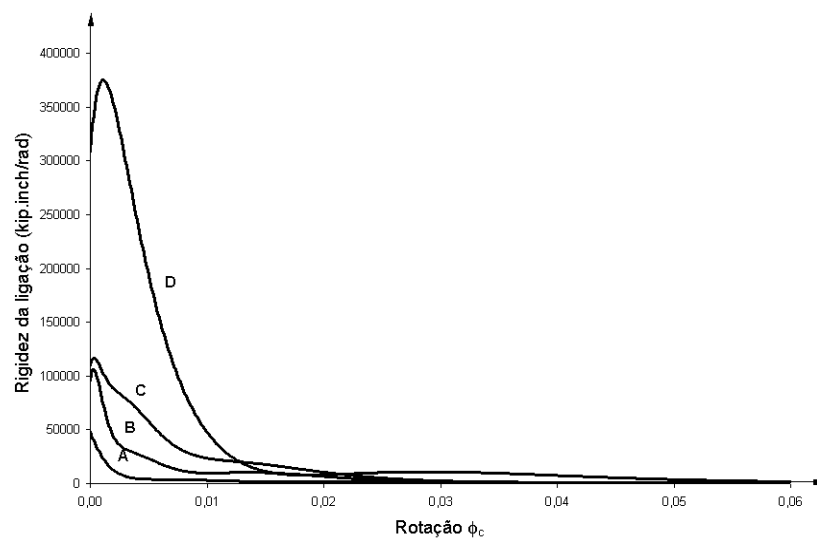


Figura 2.5 – Propriedades de ligações representadas pelo modelo exponencial de Chen e Lui: curvas rigidez-rotação (Pinheiro, 2003).

2.3.3 – Modelo de Richard-Abbott

Este modelo, que requer quatro parâmetros, foi originalmente proposto por Richard e Abbott (1975). Na trajetória de equilíbrio, o comportamento momento-rotação é descrito pela expressão:

$$M = \frac{(k - k_p)|\phi_c|}{\left[1 + \left|\frac{(k - k_p)|\phi_c|}{M_o}\right|^n\right]^{1/n}} + k_p|\phi_c| \quad (2.52)$$

enquanto a correspondente rigidez valerá:

$$S_c = \frac{dM}{d\phi_c} \Big|_{|\phi_c|=|\phi_c|} = \frac{(k - k_p)}{\left[1 + \left|\frac{(k - k_p)|\phi_c|}{M_o}\right|^n\right]^{(n+1)/n}} + k_p \quad (2.53)$$

sendo k a rigidez inicial, k_p a rigidez devido ao encruamento, n é um parâmetro definindo a curvatura do diagrama e M_o é o momento de referência. A Fig. (2.6) mostra a forma típica de uma curva obtida pelo modelo de Richard-Abbott.

Como precisa de apenas quatro parâmetros para definir a curva $M-\phi_c$ e o resultado sempre fornece uma rigidez positiva, esse modelo possui boa eficiência computacional e é um dos mais utilizados para representação de ligações semi-rígidas (Sekulovic e Nefovska, 2004).

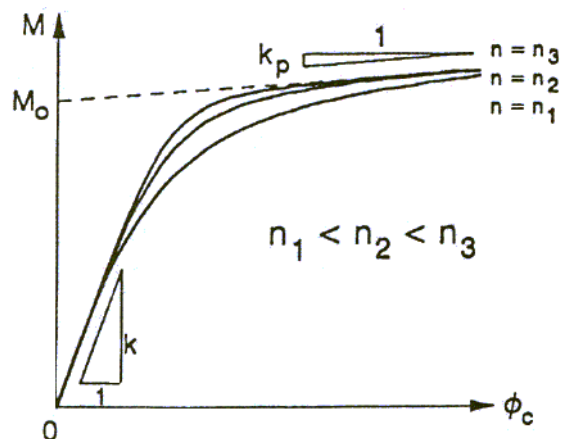


Figura 2.6 – Forma típica do modelo de Richard-Abbott (Chan e Chui, 2000).

2.3.4 – Caso de Descarregamento

No caso de descarregamento em um dos pontos nodais do elemento que possui ligação semi-rígida, que pode ser caracterizado pelo produto $M \Delta M < 0$, considerar-se-á aqui a rigidez da conexão S_c como sendo igual ao seu valor inicial S_c^0 .

Por exemplo, caso seja adotado o modelo exponencial para a ligação, o valor de S_c , caso aconteça descarregamento, valerá:

$$S_c = S_c^0 = \sum_{j=1}^n \frac{C_j}{2j\alpha} + R_{kf} \quad (2.54)$$

Vale salientar que esse fenômeno pode acontecer quando um dos lados do sistema estrutural, no caso um pórtico, é bastante solicitado, gerando assim um alívio de carregamento no lado reverso do pórtico, devido a pequenas rotações nos pontos nodais com ligações semi-rígidas.

2.4 – DEFINIÇÃO DO PARÂMETRO S_s DA SEÇÃO

Seguindo a abordagem do método da rótula plástica, duas formulações serão consideradas aqui, a saber: a elasto-plástica e a plástica-refinada (Machado, 2005). Considera-se para essas formulações, como uma alternativa à superfície de interação M-P da seção fornecida pela norma AISC-LRFD (1986), o *conceito da seção montada* proposto por Chan e Chui (1997, 2000) e usado também por Sekulovic e Nefovska (2004) e Machado (2005). Como ilustrado na Fig. (2.7), é assumido então que o núcleo da alma do perfil suportará predominantemente o carregamento axial ao qual o perfil está exposto; assim restará às outras partes da seção transversal, incluindo mesas e eventualmente, o restante da alma, suportar os esforços oriundos do momento fletor.

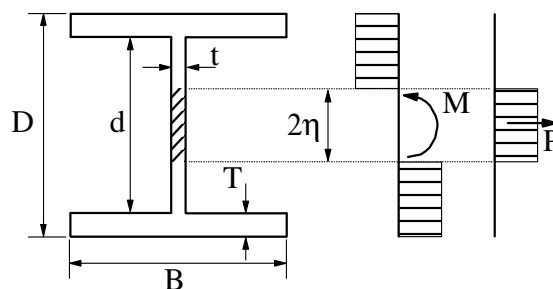


Figura 2.7 - O perfil estudado e a distribuição de tensões proposta pelo modelo.

A seção é então idealizada como uma montagem de três faixas retangulares, que são dispostas a formar as duas mesas e a alma da seção. Para o cálculo da distribuição das forças, primeiramente, deve-se definir quanto da alma é responsável por resistir ao carregamento axial, isto é:

$$\eta = \frac{P}{2\sigma_y t}, \quad \text{para } \eta \leq \frac{d}{2} \quad (2.55a)$$

$$\eta = \frac{(P - \sigma_y t d)}{2B\sigma_y}, \quad \text{para } \frac{d}{2} < \eta \leq \frac{d}{2} + T \quad (2.55b)$$

em que P é a carga axial, σ_y é tensão de escoamento, t é a espessura da alma, T é a espessura da mesa, B é a largura da mesa, d é a altura da alma e h é a metade da parcela da alma que suporta a carga axial (ver Fig. 2.7). A partir desse valor, chega-se à expressão do momento de plastificação reduzido M_{pr} , como se segue:

$$M_{pr} = \left[BT(D-T) + \left(\left(\frac{d}{2} \right)^2 - \eta^2 \right) t \right] \sigma_y, \quad \text{para } \eta \leq \frac{d}{2} \quad (2.56a)$$

$$M_{pr} = \left[\left(\frac{d}{2} \right)^2 - \eta^2 \right] B \sigma_y, \quad \text{para } \frac{d}{2} < \eta \leq \frac{d}{2} + T \quad (2.56b)$$

no qual D é a altura total da seção do perfil.

A Figura 2.8 apresenta graficamente o momento plástico reduzido para um perfil do tipo HEB 220 utilizando o procedimento acima.

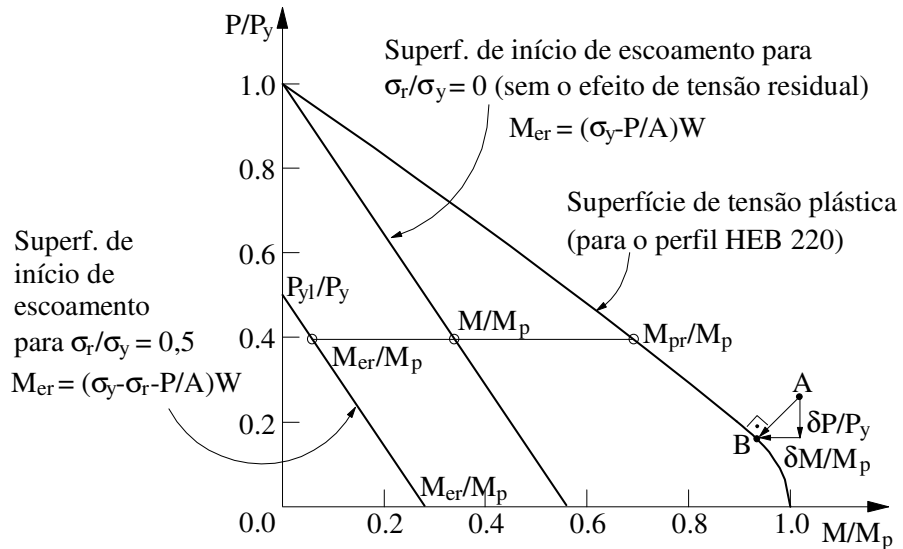


Figura 2.8 - Superfície de interação do perfil HEB 220 obtida pela presente teoria.

Observe na figura anterior a superfície de início de escoamento da seção considerando ou não as tensões residuais. Essa superfície separa duas regiões, a primeira (inferior) informa que qualquer combinação de M-P que se situe dentro dela indica que a seção se comporta de forma elástica, e nenhuma modificação na rigidez nessa seção é necessária. No caso das componentes se posicionarem na segunda região (superior) deverá ocorrer uma perda de resistência nessa seção, uma vez que parte dela já atingiu a fase de escoamento. Não existe possibilidade de uma seção assumir componentes M-P tais que se posicionem fora da curva de interação, devendo haver uma compensação dessas componentes de força para que se posicionem, no máximo, sobre a curva. Nesse caso, será assumido que se formou uma rótula plástica e a rigidez da seção S_s será reduzida a zero. A superfície de início de escoamento depende da força axial P e da existência de tensão residual σ_r , e assim define-se o momento de início de escoamento M_{er} de acordo com (Chan e Chui, 2000; Machado, 2005):

$$M_{er} = \left(\sigma_y - \sigma_r - \frac{P}{A} \right) W \quad (2.57)$$

com W sendo o módulo de resistência elástico.

Finalmente, o parâmetro que descreve a resistência da seção S_s , ou que simula a degradação da resistência causada pela plastificação da seção, pode ser definido de acordo com a expressão a seguir (Chan e Chui, 2000; Sekulovic e Nefovska, 2004; Machado, 2005):

$$S_s = \frac{6EI}{L} \frac{|M_{pr} - M|}{|M - M_{er}|}, \quad \text{para } M_{er} < M < M_{pr} \quad (2.58)$$

na qual EI é a rigidez à flexão da seção, L é o comprimento do elemento, M_{pr} é o momento de plastificação reduzido (Eq. 2.56) e M_{er} é o momento de início de escoamento (Eq. 2.57).

Percebe-se da equação anterior que S_s assumirá valores de zero a infinito, porém, para fins computacionais, deve-se limitar esses valores a 10^{-10} e 10^{10} , respectivamente. Esses dois valores representam os extremos em que o momento pode se igualar ao momento plástico e elástico.

Toda essa discussão para a correção do parâmetro S_s é válida quando se realiza uma análise plástica-refinada, de onde se acompanha a degradação da resistência da seção. Nas análises puramente elasto-plásticas não existe o acompanhamento da degradação da resistência da seção, isto é, ela se comporta como perfeitamente elástica até o instante que as componentes M-P atingem a superfície limite de interação, e a partir daí, o parâmetro S_s assumirá o valor zero.

3

BASE COMPUTACIONAL

3.1 – INTRODUÇÃO

O objetivo deste capítulo é apresentar os procedimentos computacionais adotados nesta dissertação para a análise inelástica de segunda ordem de estruturas metálicas com ligações semi-rígidas. Como já enfatizado no Capítulo 1, as implementações foram realizadas numa *base computacional* já existente, proveniente dos trabalhos de Silveira (2005), Rocha (2000), Galvão (2000), Pinheiro (2003), e recentemente por Machado (2005).

Deve-se mencionar que foram introduzidas também modificações nessa base computacional no sentido de atualizá-la em relação à versão da linguagem FORTRAN. Idealizada em sua gênese por Silveira (1995) usando o FORTRAN 77 (Microsoft Developer Studio, 1994), utilizou-se aqui para o desenvolvimento das novas rotinas e implementações a linguagem computacional FORTRAN 90 (Compaq Computer Corporation, 2000). Destaca-se ainda que todas as análises foram realizadas em um micro computador Pentium 4, CPU de 2,4 GHz e com 1GB de memória RAM.

Na próxima seção é apresentada uma visão geral do sistema computacional em desenvolvimento.

Os fundamentos teóricos e computacionais para uma análise estrutural não-linear são apresentados na Seção 3.3. Já nas Seções 3.4, 3.5 e 3.6 estão presentes as principais sub-rotinas do programa que sofreram intervenção direta deste trabalho.

3.2 – VISÃO GERAL DO PROGRAMA

A Figura 3.1 fornece uma visão geral esquemática do programa computacional que vem sendo desenvolvido desde 1995, após a conclusão da tese de doutorado de Silveira (1995). Observe que o sistema computacional é dividido em dois grandes módulos de análise: estática e dinâmica. Sendo que cada análise se divide em dois tipos de solução: linear e não-linear.

Na Figura 3.2 são destacados os trabalhos de pesquisa que contribuíram com o módulo das análises estáticas, e em particular, para as soluções não-lineares, onde se destaca o objetivo desta dissertação, que é estender a capacidade de análise do programa em considerar o acoplamento de vários efeitos não-lineares: segunda ordem, inelasticidade do aço e ligações semi-rígidas.

Já na Figura 3.3 pode-se visualizar, através dos quadros em cor cinza, as partes do programa que sofreram intervenções importantes nesta dissertação. Para melhor compreensão, indica-se em cada etapa ou processo, o nome da sub-rotina correspondente. Algumas dessas sub-rotinas serão detalhadas mais à frente.

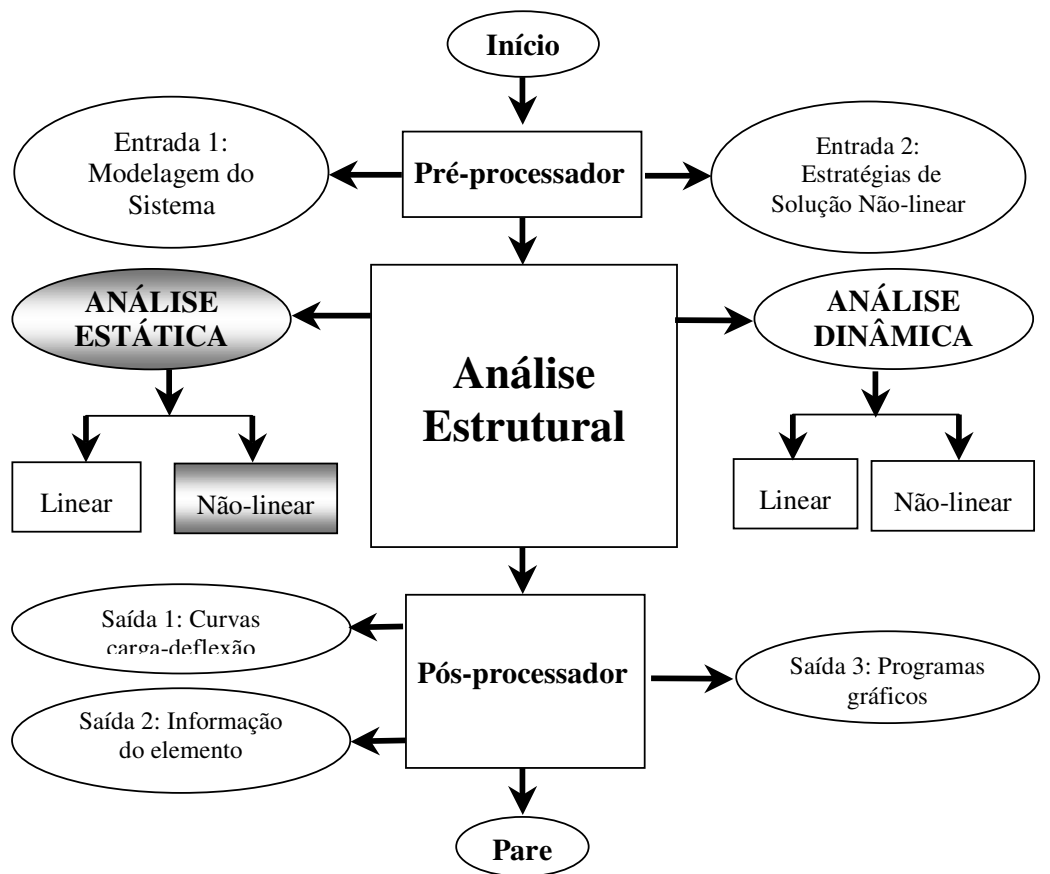


Figura 3.1 – Visão geral esquemática do programa.

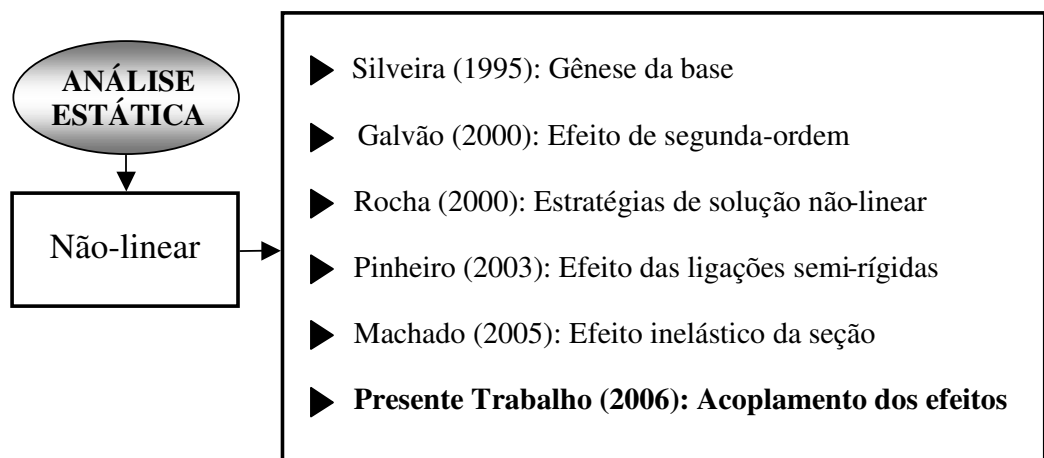


Figura 3.2 – Análise estática não-linear: evolução da base computacional.

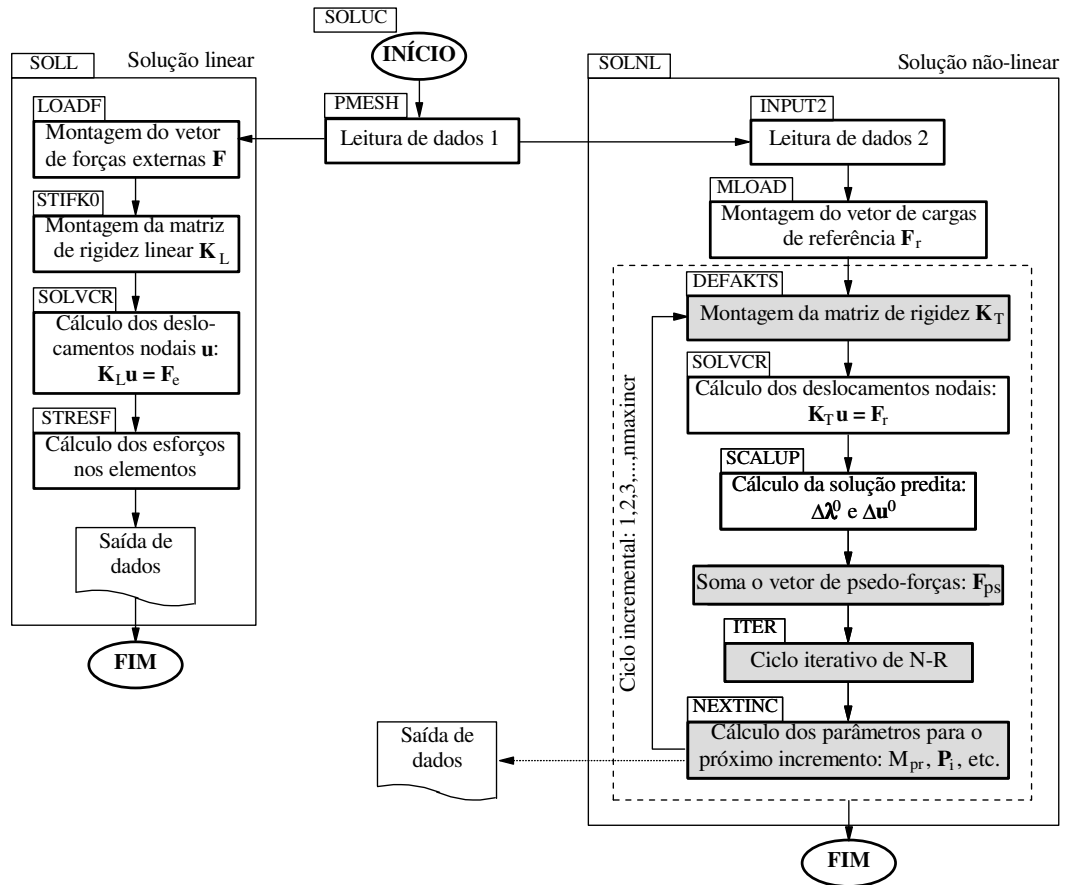


Figura 3.3 – Procedimentos para as análises linear e não-linear.

Através do fluxograma da Fig. 3.3, constata-se que a sub-rotina PMESH é responsável pela leitura do arquivo definido como *dados1*, que contém as informações básicas envolvidas na modelagem de um sistema via MEF, isto é, sobre a malha adotada, aspectos geométricos e físicos do sistema estrutural, sobre o carregamento externo atuante, e o tipo de solução a ser adotada. Nas Figs. 3.4 e 3.5 estão dois exemplos de arquivos utilizados na análise inelástica de segunda ordem de um pórtico com ligações semi-rígidas (modelos linear e não-linear, respectivamente). Observe através dessas figuras que a segunda e a terceira linhas definem dados como: número de pontos nodais (**npoin**), número de elementos (**nelem**), ..., indicador de ligação semi-rígida (**semi**) e indicador da formulação inelástica (**plast**). A partir da quarta linha são introduzidos os macro-comandos que indicam que informações serão lidas na sequência.

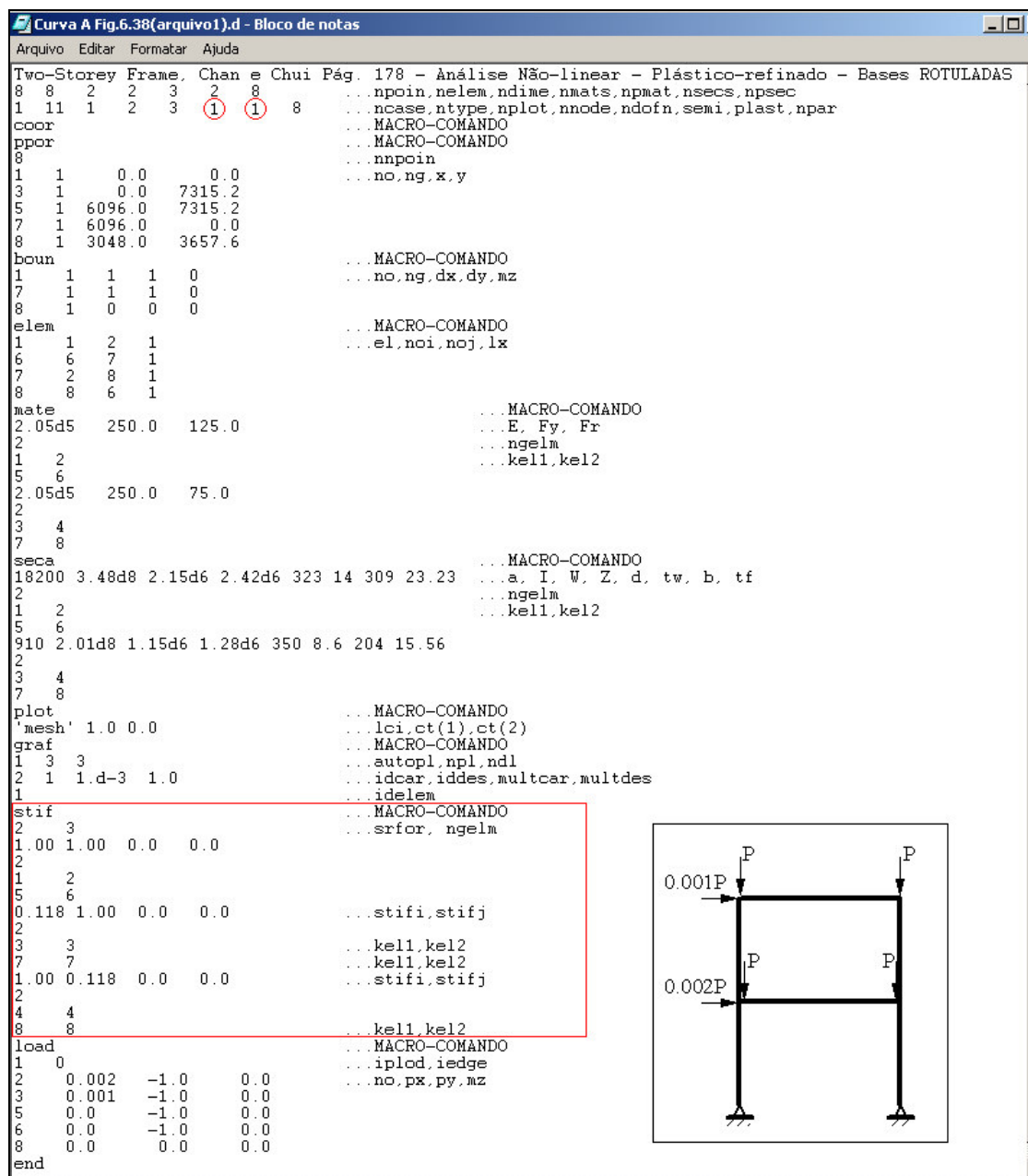


Figura 3.4 – Arquivo de dados para a análise inelástica de um pórtico plano com ligações semi-rígidas (modelo linear).

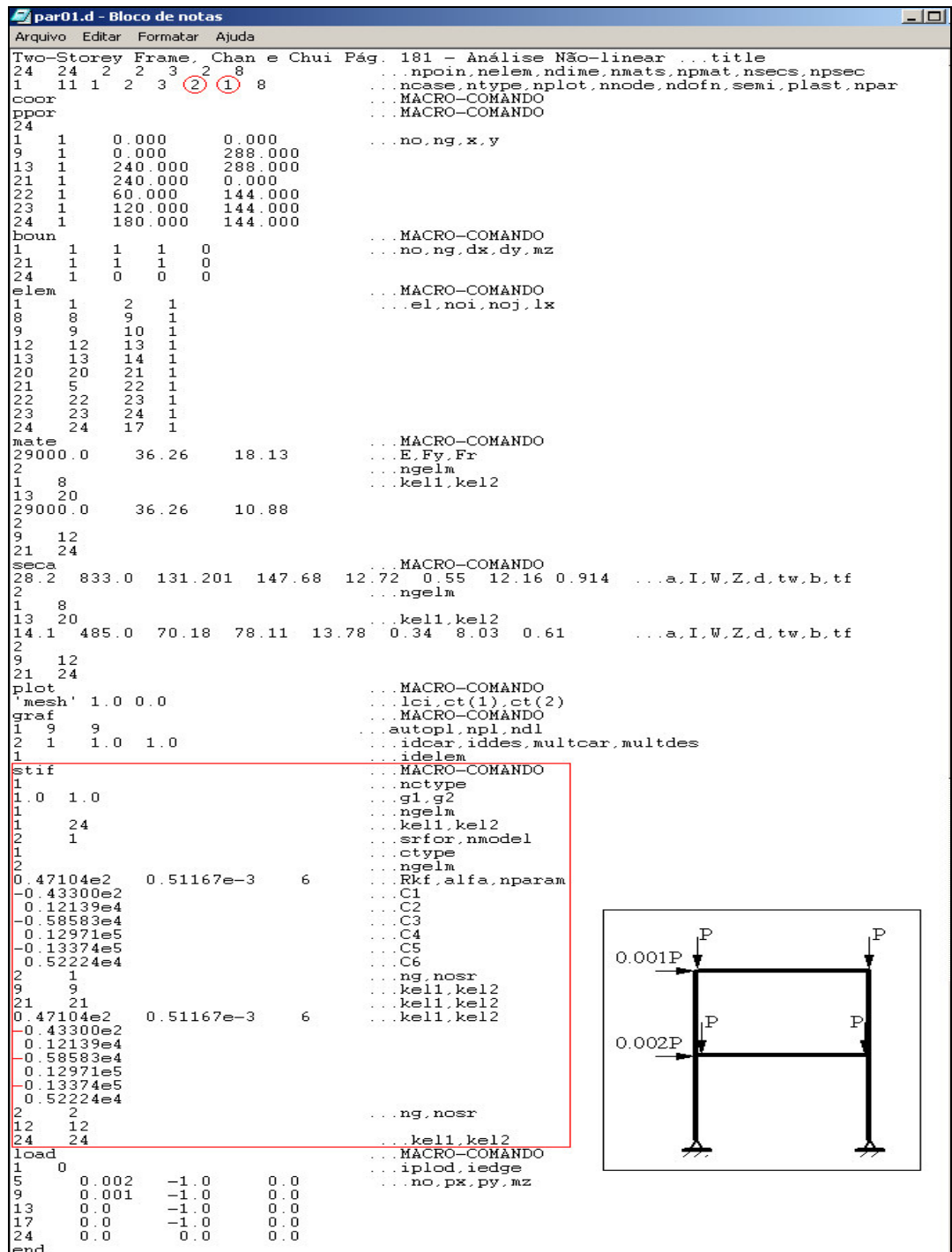


Figura 3.5 – Arquivo de dados para a análise inelástica de um pórtico plano com ligações semi-rígidas (modelo não-linear).

Ainda nesses arquivos das Figs. 3.4 e 3.5, note que estão em destaque na terceira linha os valores das variáveis **semi** e **plast**, que se referem aos dados da semi-rigidez da ligação e da análise inelástica, respectivamente, e abaixo seguem explicações sobre essas variáveis:

i. **semi**: define se haverá ou não a leitura dos dados dos elementos semi-rígidos, além de indicar o comportamento da ligação. Se for igual a 1, os valores de semi-rigidez do elemento híbrido são mantidos constantes, o que vale tanto para a solução linear quanto para a não-linear. Se for igual a 2, indica que as conexões se comportam de forma não-linear, o que é utilizado apenas na solução de mesmo tipo. Além destes, **semi** pode assumir apenas o valor zero, o que indica a ausência de conexões semi-rígidas. Caso o valor de **semi** seja igual a 1 ou 2, será necessária a introdução no arquivo de dados do macro-comando STIF (também em destaque nas figuras), que tem por finalidade identificar o início da leitura dos dados relacionados à modelagem das conexões semi-rígidas. Além disso, se **semi** receber valor zero, o macro-comando STIF não será identificado e a solução requerida, seja ela linear ou não-linear, restringir-se-á àquela com ligações idealmente rígidas. Maiores detalhes sobre a modelagem das ligações podem ser encontrados na dissertação de Pinheiro (2003);

ii. **plast**: define o tipo de formulação plástica a ser considerada. Os valores adotados para este parâmetro são 0, que indica o emprego da formulação elasto-plástica, e 1, que considera a formação de rótulas plásticas através do modelo refinado (formulação plástica-refinada). Além disso **plast** pode assumir um valor diferente de 0 ou 1, indicando assim que a análise da estrutura será feita apenas no regime elástico. Maiores detalhes sobre as formulações elasto-plástica e refinada, assim como os detalhes dos dados necessários para a realização de uma análise inelástica, estão em Machado (2005).

Após a leitura dos dados gerais do sistema estrutural, caso a solução do problema seja não-linear, parte-se, de acordo com a Fig. 3.3, para a leitura do arquivo de dados (sub-rotina INPUT2, ver Fig. 3.6) que contém as informações sobre a formulação do elemento híbrido não-linear (**form**), a estratégia de incremento de carga (**einc**), estratégia de iteração (**eite**), incremento inicial do parâmetro de carga (**faci**), o número máximo de incrementos (**ninc**) e de iterações (**nitmax**), entre outros parâmetros

relativos à estratégia de solução não-linear escolhida (Rocha, 2000; Galvão, 2000; Pinheiro, 2003; Machado, 2005).

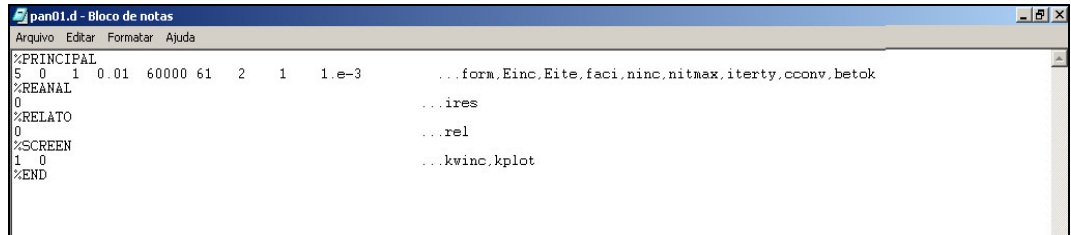


Figura 3.6 – Arquivo que define a estratégia de solução não-linear.

3.3 – SOLUÇÃO NÃO-LINEAR

A análise avançada de sistemas estruturais metálicos via MEF, envolve, invariavelmente, a solução de um sistema de equações algébricas não-lineares, e por isso devem ser incorporados procedimentos iterativos em cada passo de carga.

No presente trabalho são definidas seqüências de incrementos de carga $\Delta\lambda_1, \Delta\lambda_2, \Delta\lambda_3, \dots, \Delta\lambda_{ninc}$, e são obtidas seqüências de deslocamentos nodais incrementais $\Delta\mathbf{u}_1, \Delta\mathbf{u}_2, \Delta\mathbf{u}_3, \dots, \Delta\mathbf{u}_{ninc}$, e o que se deseja obter em cada um dos incrementos de carga é o equilíbrio de forças do sistema estrutural, isto é:

$$\mathbf{F}_i(\mathbf{u}) \cong \mathbf{F}_e, \text{ ou ainda, } \mathbf{F}_i(\mathbf{u}) \cong \lambda\mathbf{F}_r + \mathbf{F}_{ps} \quad (3.1)$$

em que o vetor das forças internas \mathbf{F}_i é função dos deslocamentos nodais \mathbf{u} da estrutura, \mathbf{F}_e é o vetor de forças externas, λ é o parâmetro de carga responsável pelo escalonamento do vetor de cargas de referência \mathbf{F}_r , e \mathbf{F}_{ps} é o vetor de pseudo-forças, que aparece após o início da formação das rótulas em algum elemento finito e tem o objetivo de limitar a força normal P e o momento fletor M desse elemento ao longo da superfície de resistência da seção (Machado, 2005).

No entanto, como \mathbf{F}_i é uma função não-linear dos deslocamentos \mathbf{u} , a solução do problema $(\Delta\lambda, \Delta\mathbf{u})$ não satisfaz, a priori, a Eq. (3.1). Após a seleção do incremento inicial do parâmetro de carga $(\Delta\lambda^0)$, determina-se o incremento inicial dos deslocamentos nodais $\Delta\mathbf{u}^0$. Procura-se então, através de uma dada estratégia de iteração, corrigir a solução incremental inicialmente proposta com o objetivo de se restaurar o equilíbrio da estrutura da forma mais eficiente possível. Estratégias incrementais e iterativas foram amplamente discutidas e analisadas no trabalho de Rocha (2000). Num contexto computacional, para um dado passo de carga, esse processo pode ser resumido em duas etapas:

i. a partir da última configuração de equilíbrio da estrutura (configuração t), é selecionado um incremento de carga, definido aqui como incremento inicial do parâmetro de carga, $\Delta\lambda^0$, procurando satisfazer ou não alguma equação de restrição imposta ao problema. Após a seleção de $\Delta\lambda^0$, determina-se o incremento inicial dos deslocamentos nodais $\Delta\mathbf{u}^0$. As aproximações $\Delta\lambda^0$ e $\Delta\mathbf{u}^0$ caracterizam a chamada ***solução incremental predita*** (ver seção 3.3.1 a seguir);

ii. na segunda etapa de solução, procura-se, através de uma dada estratégia de iteração, corrigir a solução incremental inicialmente proposta na etapa anterior, com o objetivo de restaurar o equilíbrio da estrutura o mais eficientemente possível. Se as iterações realizadas envolvem não só os deslocamentos nodais \mathbf{u} , mas também o parâmetro de carga λ , então uma equação adicional de restrição é requerida. A forma desta equação de restrição é o que distingue as várias estratégias de iteração (Rocha, 2000; ver Seção 3.3.2).

3.3.1 - Solução Incremental Predita

O primeiro passo para a obtenção da solução incremental predita, ou solução incremental inicial tangente — $\Delta\lambda^0$ e $\Delta\mathbf{u}^0$ — consiste na montagem, usando informações da última configuração de equilíbrio da estrutura, da matriz de rigidez tangente \mathbf{K} . Em seguida resolve-se o sistema de equações:

$$\mathbf{K}_T \delta \mathbf{u}_r = \mathbf{F}_r \quad (3.2)$$

para determinar os deslocamentos nodais tangenciais, $\delta \mathbf{u}_r$. A magnitude desse vetor é arbitrária, apenas a sua direção é importante; \mathbf{F}_r , como já mencionado, é o vetor de forças nodais tomado como referência.

Várias estratégias de incremento de carga que permitem que se faça uma seleção automática do incremento inicial do parâmetro de carga $\Delta \lambda^0$ foram implementadas por Silveira (1995) e Rocha (2000). Essa seleção pode estar condicionada a uma equação de restrição adicional imposta ao problema, como mostrado na Figura 3.7 para a restrição do *comprimento de arco* (Crisfield, 1991, 1997).

Com a definição de $\Delta \lambda^0$, calculam-se os deslocamentos nodais incrementais tangenciais escalonando-se $\delta \mathbf{u}_r$ como indicado:

$$\Delta \mathbf{u}^0 = \Delta \lambda^0 \delta \mathbf{u}_r \quad (3.3)$$

Nesse estágio o parâmetro de carga e os deslocamentos nodais totais são atualizados, ou seja:

$${}^{t+\Delta t} \lambda = {}^t \lambda + \Delta \lambda^0 \quad (3.4a)$$

$${}^{t+\Delta t} \mathbf{u} = {}^t \mathbf{u} + \Delta \mathbf{u}^0 \quad (3.4b)$$

onde ${}^t \lambda$ e ${}^t \mathbf{u}$ caracterizam o ponto de equilíbrio obtido no último passo de carga, como indicado na Fig. 3.7.

Através da Fig. 3.8 (ou mesmo Fig. 3.3), que fornece esquematicamente a estratégia de solução não-linear adotada neste trabalho, pode-se notar que a sub-rotina SCALUP é responsável pela obtenção da solução incremental predita.

As Soluções (3.4a) e (3.4b) raramente satisfazem a condição de equilíbrio do sistema estrutural, de forma que iterações subseqüentes são necessárias para que se possa restaurar o equilíbrio do sistema estrutural. Os procedimentos numéricos envolvendo estratégias de iterações que permitem variações do parâmetro de carga são encontrados também em Silveira (1995) e Rocha (2000).

3.3.2 – Ciclo Iterativo

No esquema tradicional do método de Newton-Raphson, o parâmetro de carga λ é mantido constante durante o ciclo iterativo. Porém, caso se pretenda acompanhar todo o traçado da trajetória de equilíbrio, com possíveis passagens pelos pontos limites (e pontos de bifurcação), é necessário que seja permitida a variação de λ a cada iteração.

Seguindo, então, a técnica geral de solução inicialmente proposta por Batoz e Dhett (1979), em que é permitida a variação do parâmetro de carga, escreve-se que a mudança nos deslocamentos nodais é governada pela seguinte equação de equilíbrio:

$$\mathbf{K}^{(k-1)} \delta \mathbf{u}^k = -\mathbf{g}(\mathbf{u}^{(k-1)}, \lambda^k), \quad k \geq 1 \quad (3.5)$$

com \mathbf{g} representando, na terminologia da programação matemática, o vetor gradiente que deve se anular ao longo do ciclo iterativo, indicando, assim, que um novo ponto de equilíbrio da estrutura foi atingido. Na Eq. (3.5), nota-se que \mathbf{g} é função dos deslocamentos nodais totais $\mathbf{u}^{(k-1)}$, calculados na última iteração, e do valor corrente do parâmetro de carga total λ^k , que agora também é incógnita. Esse parâmetro corrente pode ser escrito como:

$$\lambda^k = \lambda^{(k-1)} + \delta \lambda^k \quad (3.6)$$

em que $\delta \lambda^k$ é a correção do parâmetro de carga. Substituindo (3.6) em (3.5) e expandindo o seu lado direito, chega-se a:

$$\mathbf{K}^{(k-1)} \delta \mathbf{u}^k = -\left[\mathbf{F}_i^{(k-1)} - (\lambda^{(k-1)} + \delta \lambda^k) \mathbf{F}_r - \mathbf{F}_{ps} \right] \quad (3.7)$$

em que o produto $\lambda^{(k-1)} \mathbf{F}_r$ caracteriza parte do vetor das forças externas total atuante na última iteração. A equação anterior pode ainda ser escrita da seguinte forma:

$$\mathbf{K}^{(k-1)} \delta \mathbf{u}^k = -\mathbf{g}^{(k-1)} + \delta \lambda^k \mathbf{F}_r \quad (3.8)$$

que é a equação procurada para se trabalhar durante o ciclo iterativo. De (3.8), tem-se que os deslocamentos nodais iterativos podem ser decompostos em duas parcelas:

$$\delta \mathbf{u}^k = \delta \mathbf{u}_g^k + \delta \lambda^k \delta \mathbf{u}_r^k \quad (3.9)$$

sendo:

$$\delta \mathbf{u}_g^k = -\mathbf{K}^{-1(k-1)} \mathbf{g}^{(k-1)} \quad (3.10a)$$

$$\delta \mathbf{u}_r^k = \mathbf{K}^{-1(k-1)} \mathbf{F}_r \quad (3.10b)$$

Aqui $\delta \mathbf{u}_g^k$ é a correção que seria obtida da aplicação do método de Newton-Raphson com a estratégia convencional de incremento do parâmetro de carga constante; $\delta \mathbf{u}_r^k$ é o vetor de deslocamentos iterativos resultante da aplicação de \mathbf{F}_r . Caso seja adotado o método de Newton-Raphson modificado, $\delta \mathbf{u}_r^k$ é igual ao vetor de deslocamentos tangenciais $\delta \mathbf{u}_r$ calculado na seção anterior através da Eq. (3.2) e não se modifica durante as iterações, pois \mathbf{K} não se altera.

A correção do parâmetro de carga, $\delta \lambda^k$ — única incógnita da Eq. (3.9) —, é determinada introduzindo-se uma equação de restrição, como a *equação do comprimento de arco* (ver Fig. 3.7), que deverá ser respeitada a cada iteração. Com a determinação de $\delta \lambda^k$, retorna-se à Eq. (3.9) para a obtenção da correção dos deslocamentos.

Com o conhecimento das correções $\delta \lambda^k$ e $\delta \mathbf{u}^k$, faz-se a atualização das variáveis incrementais do problema:

$$\Delta \lambda^k = \Delta \lambda^{(k-1)} + \delta \lambda^k \quad (3.11a)$$

$$\Delta \mathbf{u}^k = \Delta \mathbf{u}^{(k-1)} + \delta \mathbf{u}_g^k + \delta \lambda^k \delta \mathbf{u}_r^k \quad (3.11b)$$

Para o parâmetro de carga e os deslocamentos nodais totais escreve-se:

$${}^{t+\Delta t}\lambda = {}^t\lambda + \Delta\lambda^k \quad (3.12a)$$

$${}^{t+\Delta t}\mathbf{u} = {}^t\mathbf{u} + \Delta\mathbf{u}^k \quad (3.12b)$$

Os procedimentos descritos nessa seção são repetidos até que um dado critério de convergência seja atendido, como ilustrado na Fig. 3.8. Nessa mesma figura pode ser visto também que a sub-rotina ITER é responsável pelo ciclo iterativo descrito nos parágrafos anteriores.

Note que após a convergência do processo, segue-se para a preparação das informações necessárias para começar o próximo passo de carga. Entre essas informações estão a atualização das coordenadas do sistema, o cálculo das forças internas para cada elemento finito (P , M_1 e M_2), a obtenção dos parâmetros de rigidez da ligação S_c e de resistência S_s para cada elemento, a avaliação do incremento do comprimento de arco Δl , caso aconteça a variação do parâmetro de carga durante o ciclo iterativo. Tudo isso é feito na sub-rotina NEXTINC (ver Figs. 3.4 e 3.8), que será apresentada detalhadamente adiante.

Na próxima seção são introduzidos os procedimentos computacionais adotados neste trabalho (sub-rotina DEFAKTS) para a obtenção da matriz de rigidez \mathbf{K} de cada elemento, que como apresentado no capítulo anterior é função de vários parâmetros, isto é, $\mathbf{K} = \mathbf{K}(\mathbf{u}, P, M_1, M_2, S_c, S_s)$. Conseqüentemente chega-se na matriz de rigidez do sistema estrutural. Em seguida mostra-se como o vetor de forças internas de cada elemento é calculado (sub-rotina VETFI), que é também função dos mesmos parâmetros.

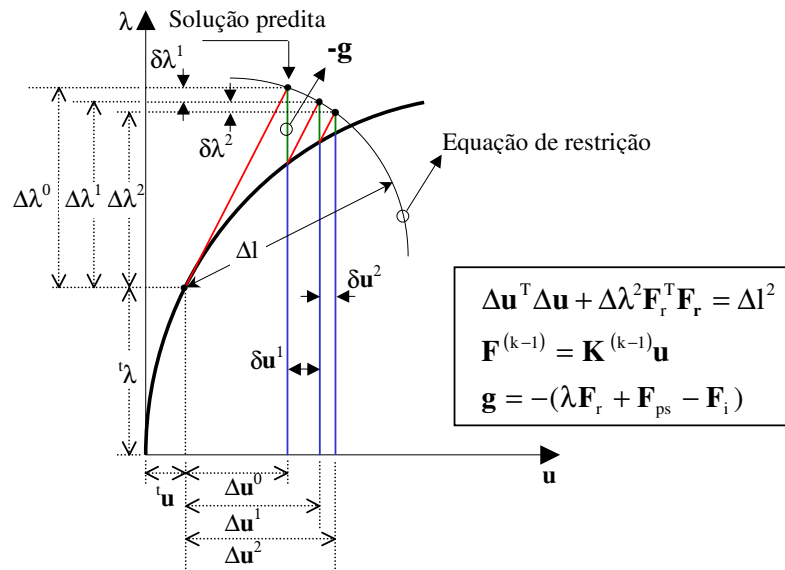


Figura 3.7 – Estratégia de solução não-linear baseada no método de Newton-Raphson e na técnica de comprimento de arco (Crisfield, 1991; Rocha, 2000).

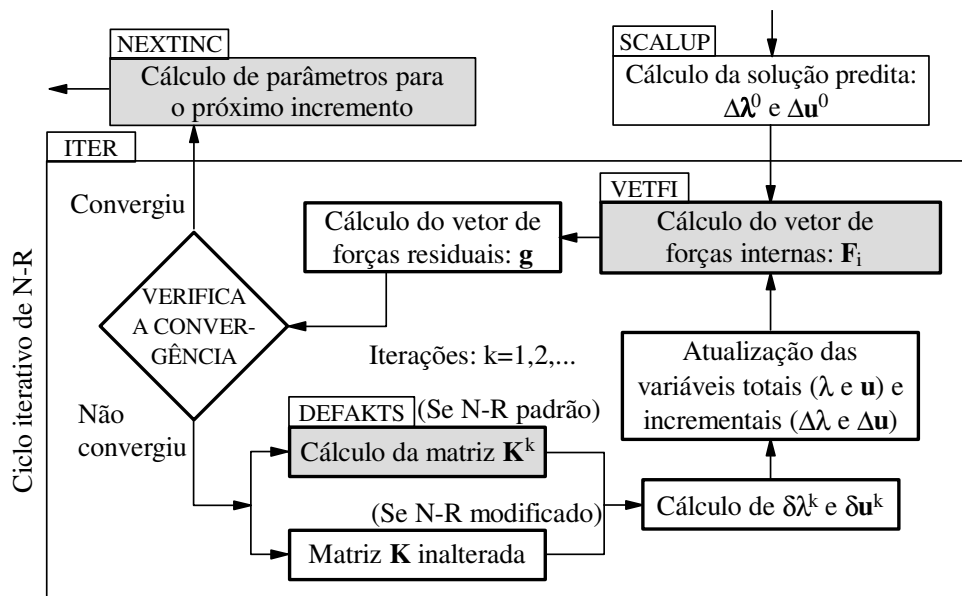


Figura 3.8 – Ciclo iterativo de Newton-Raphson.

3.4 – SUB-ROTINA DEFAKTS

Esta sub-rotina é responsável pela montagem da matriz de rigidez do sistema estrutural de acordo com a formulação e tipo de elemento: treliça plana, pórtico plano e treliça espacial. Da sub-rotina DEFAKTS, chama-se outra rotina, definida como MATRIG, que tem a finalidade de montar a matriz de rigidez do elemento de pórtico plano de acordo com a formulação escolhida (Pinheiro, 2003; Machado, 2005).

O algoritmo da sub-rotina MATRIG é apresentado na Fig. 3.9. Desse algoritmo pode-se notar que a rotina responsável pela montagem da matriz de rigidez do elemento seguindo a formulação desenvolvida no capítulo anterior, incluindo os efeitos de segunda ordem, inelasticidade do aço e semi-rigidez da ligação, é chamada DEFKG2.

As tarefas realizadas por essa última rotina estão descritas na Fig. 3.10. Note que após a obtenção da matriz de rigidez do elemento no sistema corrotacional (Eq. 2.15), onde são necessários os parâmetros S_{s1} , S_{s2} , S_{c1} e S_{c2} , montam-se as matrizes \mathbf{T} (Eq. 2.22), \mathbf{R} (Eq. 2.30) e \mathbf{N} (Eq. 2.25). Em seguida, realizam-se as transformações necessária para se chegar na matriz do elemento no sistema de coordenadas global. O armazenamento dessa matriz do elemento na matriz de rigidez do sistema estrutural é feito na sub-rotina MATRIG (Fig. 3.9).

```
Declaração das variáveis;  
Inicialização das variáveis;  
Loop: 1,2,...,nelem  
    Preparação das variáveis do elemento;  
    Calcula a matriz de transformação Trn;  
    Define os deslocamentos em coordenadas locais;  
    Calcula a matriz de rigidez de acordo com a formulação:  
        Sub-rotina DEFKG2 (efeitos de segunda ordem, inelástico do  
        aço e ligações semi-rígidas).  
    Armazena Kg em AKTS;  
    Armazena DelMpc em Fps;  
Fim do Loop
```

Figura 3.9 – Algoritmo da sub-rotina MATRIG.

```

Declaração das variáveis;
Inicialização das variáveis;
Definição dos elementos da matriz de rigidez  $\mathbf{K}_c$ ;
Definição das matrizes de transformação  $\mathbf{T}$ ,  $\mathbf{R}$  e  $\mathbf{N}$ ;
Calcula as matrizes de rigidez tangente  $\mathbf{K}_1$  e  $\mathbf{K}_T$ :

$$\mathbf{K}_1 = (\mathbf{T}^T \mathbf{K}_c \mathbf{T}) + \mathbf{N};$$


$$\mathbf{K}_T = (\mathbf{R}^T \mathbf{K}_1 \mathbf{R}).$$


```

Figura 3.10 – Algoritmo da sub-rotina DEFKG2.

3.5 – SUB-ROTINA VETFI

Essa rotina tem a função de calcular o vetor de forças internas \mathbf{F}_i , que deve ser comparado com o vetor de forças externas \mathbf{F}_e , no sentido de se verificar o equilíbrio do sistema estrutural.

Ela funciona de forma análoga à sub-rotina MATRIG, pois necessita também da matriz de rigidez de cada elemento. Essa rotina pode ser conferida na Fig. 3.11. Note que dela é chamada a sub-rotina LOPIN3, que é responsável pela obtenção dos esforços ΔP , ΔM_{c1} e ΔM_{c2} , que são armazenados no vetor \mathbf{f}_c no sistema corrotacional do elemento (ver Fig. 3.12). A transformação desse vetor para o sistema local do elemento e em seguida para o sistema global é feita na sub-rotina VETFI.

```

Declaração das variáveis;
Inicialização das variáveis;
Loop: 1,2,...,nelem
    Preparação das variáveis do elemento;
    Calcula a matriz de transformação  $\mathbf{Trn}$ ;
    Define os deslocamentos em coordenadas locais;
    Calcula o vetor de forças internas de acordo com a formulação:
        Sub-rotina LOPIN3;
    Se necessário transforma o vetor de forças internas para o
        Sistema global:  $\mathbf{Fil} \Rightarrow \mathbf{Fig}$ ;
    Armazena  $\mathbf{Fig}$  em  $\mathbf{Fi}$  (assembly);
Fim do Loop

```

Figura 3.11 – Algoritmo da sub-rotina VETFI.

```

Declaração das variáveis;
Inicialização das variáveis;
Montagem da matriz de transformação T;
Inicializa Kg e monta a matriz KT do elemento;
    Sub-rotina DEFKG2;
Calcular o vetor de forças:
    fg = KT ug;
Transforma o vetor de forças fg (6 comp.) para fc (3 comp.)
    fc = T fg.

```

Figura 3.12 – Algoritmo da sub-rotina LOPIN3.

3.6 – SUB-ROTINA NEXTINC

É considerada uma das mais importantes rotinas da base computacional em desenvolvimento, pois tem a função de atualizar e calcular vários parâmetros para o próximo passo de carga. Como já mencionado, entre esses parâmetros estão a atualização das coordenadas do sistema, o cálculo das forças internas em cada elemento finito (P , M_{c1} e M_{c2} , sub-rotina DEFFINT), a obtenção dos parâmetros de rigidez da ligação S_c e de resistência S_s para cada elemento (em cada ponto nodal), a avaliação do incremento do comprimento de arco Δl (ou outros parâmetros, como os incrementos de deslocamento, energia, ou mesmo carregamento desejados) caso aconteça a variação do parâmetro de carga durante o ciclo iterativo.

A Fig. 3.13 apresenta o algoritmo simplificado dessa sub-rotina.

Veja que após o cálculo das solicitações internas em cada elemento, faz-se a verificação da extrapolação do número máximo de iterações, da violação da superfície de interação e de outras prescrições pertinentes à formulação usada. Esse controle permite que, caso ocorra violação, abandone-se o passo de carga anterior e reinicie-se o processo de solução com um passo de carga menor.

```

Declaração das variáveis;
Inicialização das variáveis;
Calcula as forças internas resultantes:
    Sub-rotina DEFFINT;
Verifica se o incremento de carga é variável:
    Sim:
        Verifica se foi extrapolado o número máximo de iterações:
            Não:
                Atualiza as coordenadas totais;
                Atualiza os parâmetros ( $S_c$  e  $S_s$ ) para o próximo passo
                de carga;
                Imprime os resultados.
            Sim:
                Calcula o  $\Delta\lambda$  a partir da estratégia de controle de
                incremento escolhida;
                Abandona o passo de carga anterior e reinicia o
                processo de cálculo com um incremento inicial menor
                ( $\lambda * \Delta\lambda$ ).
        Não:
            Atualiza a semi-rigidez das conexões;
            Verifica se foi extrapolado o número máximo de iterações e se
            houve violação de algumas das prescrições adotadas, definindo
            o  $\Delta\lambda$  para o próximo passo de carga, caso necessário:
                Não:
                    Atualiza vetores de coordenadas totais;
                    Atualiza os parâmetros ( $S_c$  e  $S_s$ ) para o próximo passo
                    de carga;
                    Imprime os resultados.
                Sim:
                    Abandona o passo de carga anterior e reinicia o
                    processo de cálculo com um incremento inicial menor
                    ( $\lambda * \Delta\lambda$ ).

```

Figura 3.13 – Algoritmo da sub-rotina NEXTINC.

Nas análises em que a rigidez da ligação possui um comportamento não-linear, torna-se necessário, a cada estágio de carregamento, a atualização do parâmetro S_c para aqueles elementos que apresentam conexão semi-rígida. Portanto, foram introduzidas intervenções na sub-rotina NEXTINC para se realizar tal atualização. Na Fig. 3.14 são apresentados os passos necessários para se atualizar a rigidez da ligação, caso sejam usados os modelos matemáticos apresentados no capítulo anterior, Seção 2.3. Desse modo, pode ser chamada uma das três sub-rotinas a seguir, que têm o intuito de realizar o cálculo da variável S_c :

- i. sub-rotina DEFCHENLUI: modelo exponencial de Lui e Chen (1986, 1988);
- ii. sub-rotina DEFKISHICHEN: modelo exponencial modificado de Kishi e Chen (1986a, 1986b);
- iii. sub-rotina DEFRICHABBO: modelo de Richard-Abbott (1975).

No presente trabalho leva-se em conta ainda a possibilidade de ocorrer descarregamento em determinados nós da estrutura com ligação semi-rígida. Assim, caso aconteça esse descarregamento, considerar-se-á para a rigidez da ligação S_c , no próximo passo de carga, o seu valor inicial, isto é, S_c^0 .

1. Identificam-se os nós com ligação semi-rígida;
2. Calcula-se o incremento de rotação relativa durante o último passo de carga através da relação entre o momento incremental no nó da conexão e o valor da semi-rigidez na configuração de referência;
3. Calcula-se o valor total da rotação relativa do ponto nodal a partir da soma do valor incremental com o acumulado até a configuração de referência;
4. Monta-se a equação que descreve o comportamento não-linear da conexão através da matriz que armazena os dados do modelo escolhido para a formulação de tal componente, que pode ser representada pelos modelos exponencial de Chen e Lui, pelo exponencial modificado e pelo modelo de Richard-Abbott;
5. Obtém-se o valor da semi-rigidez atualizado através da substituição da rotação relativa total na expressão obtida no passo anterior;
6. Este valor de semi-rigidez encontrado no passo 5 relativo ao passo anterior é utilizado na montagem da matriz de rigidez e do vetor de forças internas do próximo estágio de carregamento e este processo segue até a carga crítica da estrutura.

Figura 3.14 – Atualização do parâmetro de rigidez S_c da ligação.

4

EXEMPLOS DE VALIDAÇÃO

4.1 – INTRODUÇÃO

Este capítulo traz várias análises numéricas não-lineares de sistemas estruturais metálicos. Ele tem o objetivo de validar a teoria apresentada no Capítulo 2 juntamente com os procedimentos computacionais adotados e mostrados no capítulo anterior.

A Figura 4.1 fornece as estruturas que serão abordadas aqui a partir da próxima seção. Os três primeiros sistemas estruturais (Figs. 4.1a, b, c; Seções 4.2, 4.3 e 4.4) são considerados exemplos clássicos encontrados na literatura e definidos por alguns autores como *Benchmarks* (Williams, 1964; Vogel, 1985; Tin-Loi e Misa, 1996). Os outros problemas estruturais (Figs. 4.1d, e, f, g; Seções 4.5, 4.6, 4.7 e 4.8) são mais complicados e têm sido bastante utilizados recentemente para validar formulações inelásticas de segunda ordem (Chan e Chui, 2000; Sekulovic e Nefovska, 2004; Machado, 2005).

Antes de começar as análises propriamente ditas, entretanto, serão feitos a seguir alguns comentários gerais sobre as diversas modelagens realizadas e também sobre as estratégias de solução não-linear adotadas para resolver os problemas:

i. apenas o elemento finito híbrido não-linear apresentado no Capítulo 2 foi utilizado nas modelagens, mesmo se tratando de análises puramente elásticas e nos casos de ligações rígidas e rotuladas;

ii. nas análises puramente elásticas, como serão apresentadas nos dois primeiros exemplos, considerou-se para a tensão de escoamento da seção σ_y um valor muito grande, e como consequência $S_s \equiv \infty$. Dessa maneira não se atinge o momento incipiente M_y da seção durante a análise, tampouco o momento de plastificação M_p ;

iii. nas situações de ligação rígida entre os elementos ou membros, ou mesmo entre o elemento e o apoio, considerou-se para S_c , que é o parâmetro que avalia a rigidez da conexão, um valor também bastante elevado;

iv. no caso das ligações rotuladas entre os elementos ou membros, ou mesmo entre o elemento e o apoio, considerou-se para S_c um valor muito pequeno, ou seja, para representar $S_c \cong 0$;

v. com o objetivo de organizar a apresentação dos dados, será fornecida em alguns exemplos apenas a identificação dos perfis usados para os membros dos pórticos; suas características geométricas são apresentadas em uma tabela fornecida no Apêndice A;

vi. procurando compensar as diferenças existentes entre os perfis usinados e soldados, e como as análises inelásticas são baseadas no *conceito da seção montada* (ver Seção 2.4), adotar-se-á aqui uma espessura equivalente da mesa como uma das características geométricas do perfil. Essa espessura equivalente da mesa é calculada supondo que a força axial atuante seja desprezível, o que se leva a concluir que o momento de plastificação reduzido M_{pr} torna-se igual ao momento de plastificação da seção M_p . Para maiores detalhes ver Machado (2005);

vii. procurou-se adotar como estratégia de solução não-linear, na maioria dos exemplos, incrementos de carga muito pequenos de forma a avaliar com precisão a carga de colapso do sistema. Esses incrementos foram mantidos constantes ao longo do processo iterativo caracterizando assim o emprego apenas do método de Newton-Raphson (padrão ou modificado);

viii. procurou-se adotar em todas as análises o método de Newton-Raphson modificado;

ix. naqueles exemplos em que foi necessário ultrapassar certos pontos limites (pontos de máximos e mínimos) ao longo da trajetória de equilíbrio da estrutura, adotou-se aqui, como já comentado no capítulo anterior, a técnica de comprimento de arco (Crisfield, 1991), ou mesmo a técnica da norma mínima dos deslocamentos residuais (Chan, 1988). Detalhes dessas e de outras técnicas de continuidade do caminho não-linear de equilíbrio são encontradas em Rocha (2000) ou Galvão (2000), que também contribuíram com a base computacional utilizada.

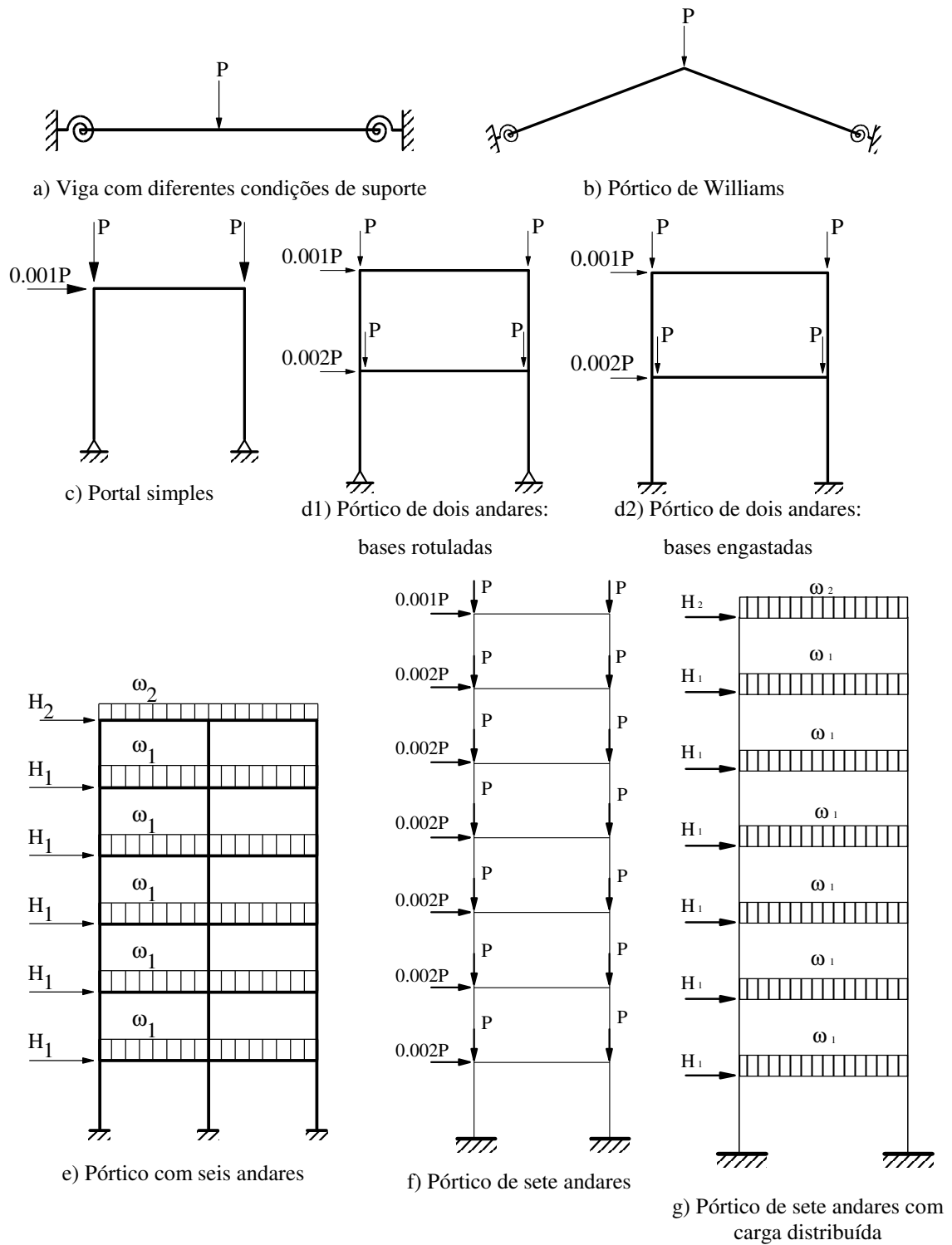


Figura 4.1 – Exemplos estruturais analisados nesta dissertação.

4.2 – VIGA COM DIFERENTES CONDIÇÕES DE SUPORTE

O primeiro sistema estrutural a ser analisado neste capítulo é mostrado na Fig. 4.2. Trata-se de uma viga submetida a uma carga concentrada P aplicada no meio do vão, de comprimento $L = 50,8$ cm (20 in), com seção transversal retangular de dimensões $b = 2,54$ cm (1") e $h = 0,32$ cm (1/8"), e módulo de elasticidade $E = 2,068 \cdot 10^{11}$ N/m² (3,0 10^7 psi).

Este exemplo foi investigado inicialmente por Mondkar e Powell (1977) e Yang e Saigal (1984), que realizaram uma análise elástica de segunda ordem da viga apoiada rigidamente ao seu suporte ($S_c \cong \infty$). Posteriormente, Chan e Chui (1996) estudaram a mesma viga e obtiveram resultados muito próximos aos desses pesquisadores, e ainda analisaram o comportamento do sistema para o caso da conexão entre a viga e o suporte ser semi-rígida.

A mesma análise geometricamente não-linear foi realizada neste trabalho e os resultados são mostrados na Fig. 4.3, onde estão apresentadas as trajetórias de equilíbrio da viga considerando os mesmos tipos de conexões adotados por Chan e Chui (1996), ou seja: rígida ($S_c \cong \infty$) e semi-rígidas ($S_c = EI/L$ e $S_c = 10 EI/L$). Nota-se claramente a boa concordância entre os resultados aqui obtidos e os de Chan e Chui.

Por fim, vale destacar que foram considerados na modelagem da viga 10 elementos finitos iguais de 5,08 cm (ver Fig. 4.2) e uma tensão de escoamento σ_y bastante elevada para garantir que a resposta do sistema aconteça, durante todo o estágio de carregamento, no regime elástico.

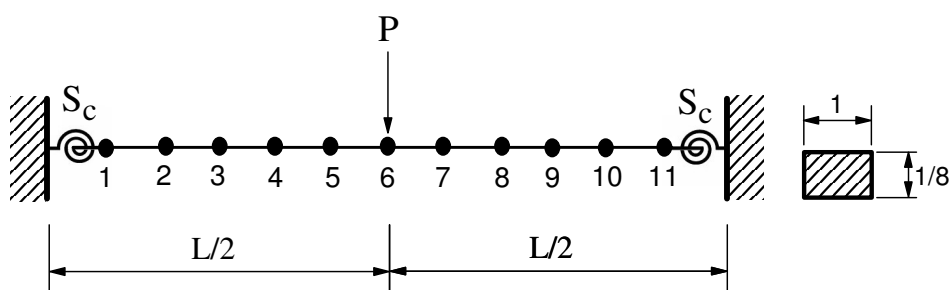
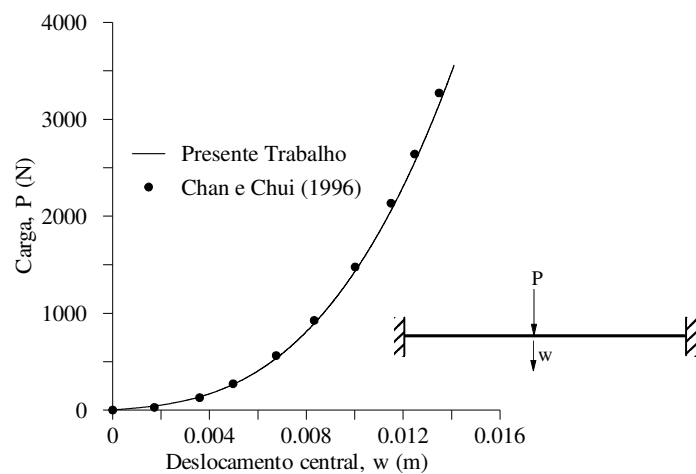
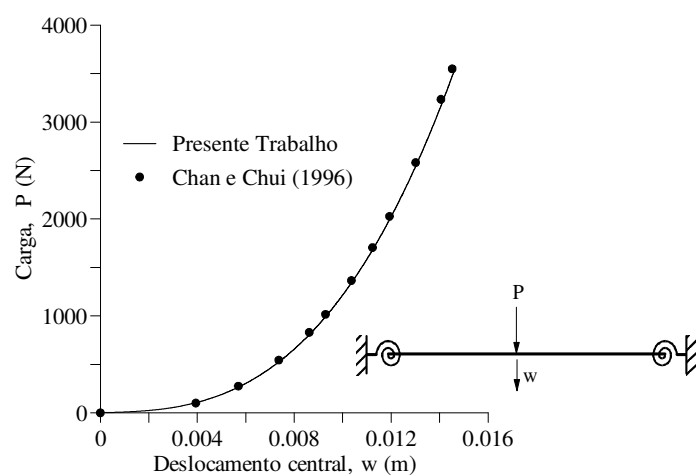


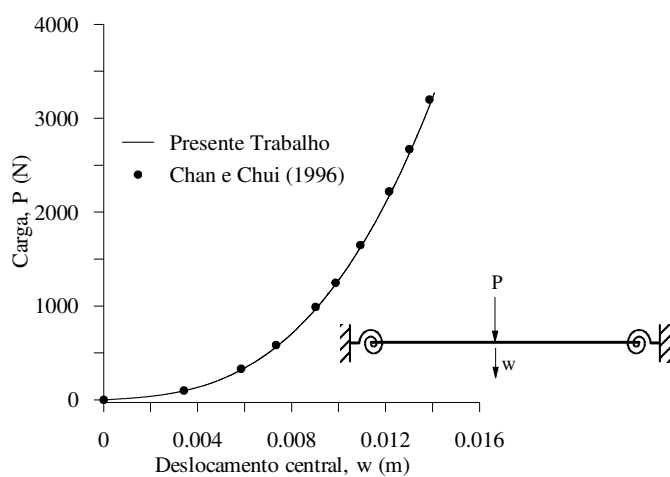
Figura 4.2 – Viga e modelo de EF adotado.



a) Ligação rígida: $S_c \cong \infty$.



b) Ligação semi-rígida: $S_c = 10 EI/L$.



c) Ligação semi-rígida: $S_c = EI/L$.

Figura 4.3 – Trajetórias de equilíbrio de uma viga com diferentes condições de apoio.

4.3 – PÓRTICO DE WILLIAMS

É verificada, mais uma vez, a possibilidade de se empregar o elemento finito híbrido formulado no Capítulo 2 na modelagem puramente elástica de sistemas estruturais não-lineares com diferentes condições de suporte. A estrutura a ser analisada agora é ilustrada na Fig. 4.4, e trata-se do famoso pórtico de Williams (Williams, 1964). Esse pesquisador obteve resultados experimentais para o caso da ligação rígida entre o suporte e a estrutura. Desde então, esses resultados têm sido utilizados na validação de várias formulações geometricamente não-lineares (Alves, 1993; Yang e Kuo, 1994; Pacoste e Ericsson, 1997; Galvão, 2000).

Procurando então investigar a influência da flexibilidade do suporte no comportamento pré e pós-crítico do pórtico, e seguindo sugestão do artigo de Tin-Loi e Misa (1996), consideraram-se então aqui as seguintes condições de apoio: rígido ($S_c \cong \infty$); semi-rígido ($S_c = 0,203 \cdot 10^3 \text{ Nm/rad}$); e rotulado ($S_c \cong 0$). Utilizaram-se ainda na modelagem desse problema os seguintes dados: 4 elementos finitos por membro (ver Fig. 4.4); rigidez flexional $EI = 1,05 \cdot 10^3 \text{ Nm}^2$; rigidez axial $EA = 8,38 \cdot 10^6 \text{ N}$; e módulo de elasticidade do material $E = 7,1 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$.

As respostas não-lineares dessa estrutura para as diferentes condições de bordo consideradas são mostradas através dos caminhos de equilíbrio da Fig. 4.5. Através da Tab. 4.1 podem-se comparar os valores do primeiro ponto limite de carga aqui obtido com aqueles de Tin-Loi e Misa. Mais uma vez, observe a boa concordância dos resultados desta dissertação com aqueles da literatura.

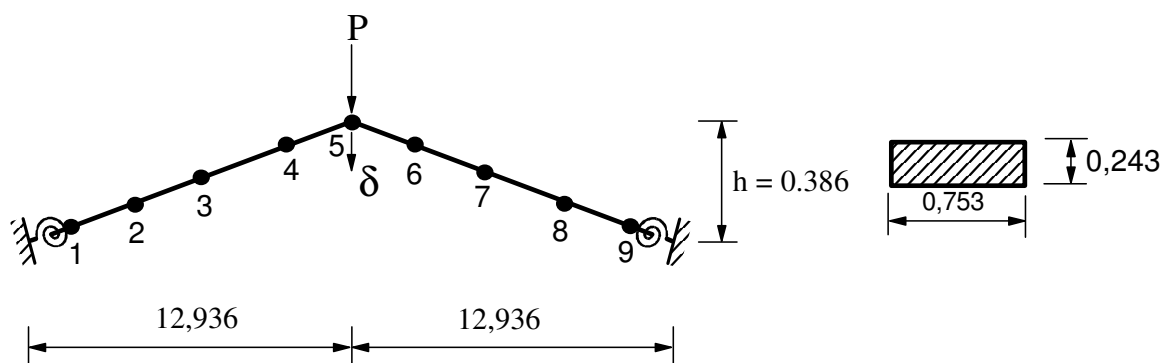
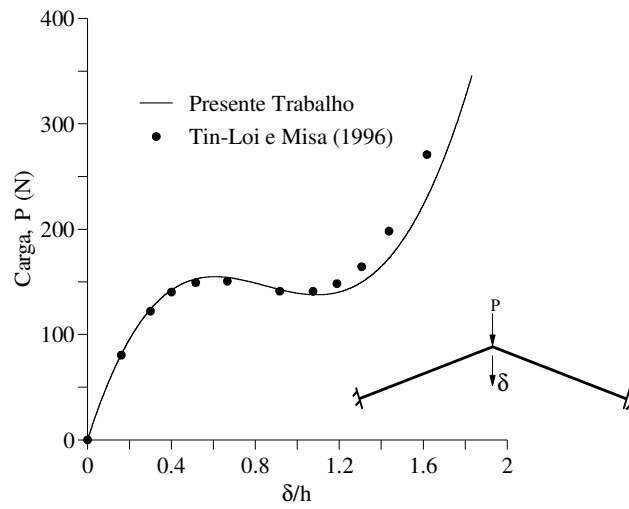
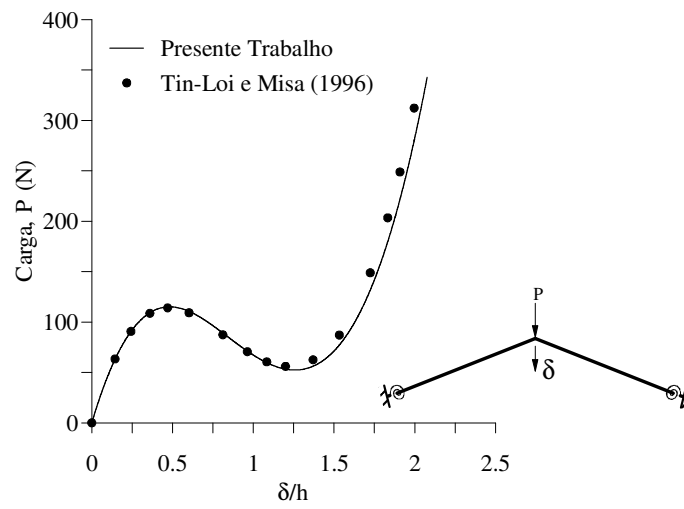


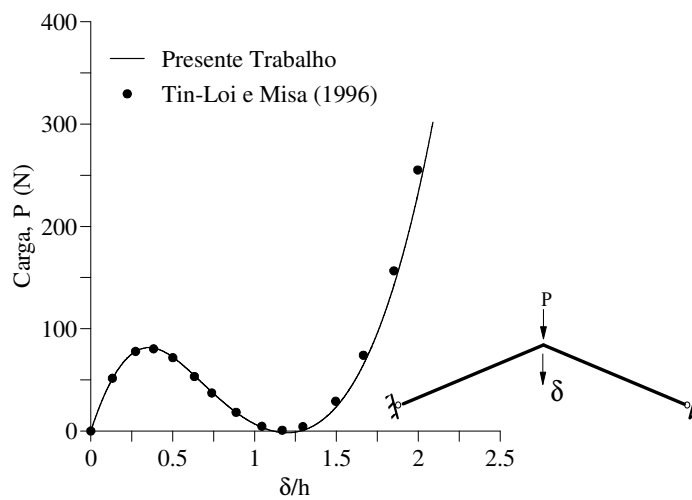
Figura 4.4 – Pórtico de Williams e modelo de EF adotado.



a) Ligação rígida



b) Ligação semi-rígida



c) Ligação rotulada

Figura 4.5 – Trajetórias de equilíbrio não-lineares do pórtico de Williams.

Tabela 4.1 – Carga limite (P_{lim}) do pórtico de Williams (em N).

P_{lim}				
Tipo de Bordo	Valor de S_c	PT	LIT	Erro (%)
Rígido	$S_c \cong \infty$	154,87	151,23	2,41%
Semi-rígido	$S_c = 0,203$	115,05	114,04	0,88%
Rotulado	$S_c \cong 0$	81,51	80,93	0,72%

Obs.: PT = presente trabalho; LIT = Tin-Loi e Misa (1996).

Através das trajetórias de equilíbrio apresentadas na Fig. 4.5, que são resumidas na Fig. 4.6, assim como os valores de P_{lim} da Tab. 4.1, pode-se constatar a forte influência da rigidez da conexão no comportamento não-linear e estabilidade de sistemas estruturais que são bastante utilizados em coberturas das edificações. Em geral, esses sistemas apresentam perda de estabilidade por ponto limite, seguido por um salto dinâmico (*snap-through buckling mode*). De onde se conclui a importância dessas análises para que uma estrutura desse tipo possa ser projetada com precisão e segurança.

Por fim, destaca-se ainda que o traçado completo desses caminhos de equilíbrio foi conseguido através do emprego do método de Newton-Raphson com a técnica da norma mínima dos deslocamentos residuais (Chan, 1988).

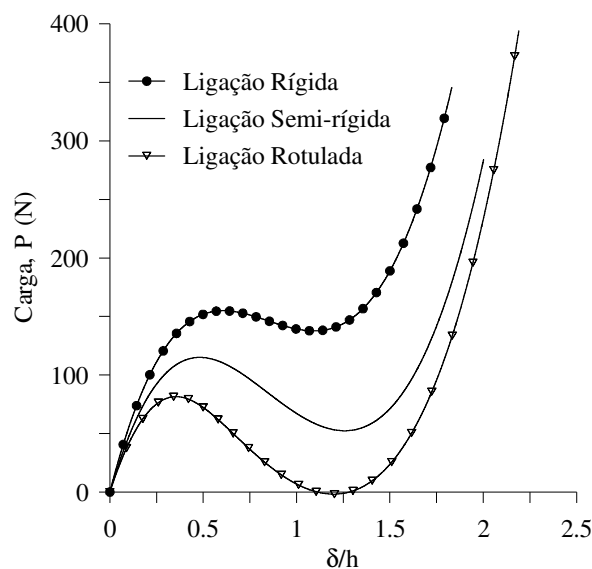


Figura 4.6 – Trajetórias de equilíbrio para diferentes condições de bordo.

4.4 – PORTAL SIMPLES BIAPOIADO

Esta seção traz as análises elástica e inelástica de segunda ordem do portal simples metálico biapoado mostrado na Fig. 4.7. Serão considerados nessas análises dois tipos de ligações entre a viga e as colunas, a saber: rígida e semi-rígida. Esse portal é submetido a cargas verticais P no topo da coluna e por uma carga horizontal igual a $0,001 P$, que tem o propósito de desestabilizar o sistema.

Esse exemplo foi inicialmente proposto por Lui e Chen (1988), que estabeleceram o valor teórico da carga de flambagem elástica do pórtico com conexão semi-rígida (viga-coluna), considerando para a rigidez da conexão $S_c = 10 EI/L$. O valor obtido para essa carga foi $P_{cr} = 1,56 EI/L^2$. Eles forneceram também a trajetória de equilíbrio desse problema, obtida através de uma análise numérica. Eles consideraram o módulo de elasticidade E , a inércia I e o comprimento L como constantes para todos os membros.

A mesma análise elástica de segunda-ordem desse portal foi realizada por Pinheiro (2003) com a intenção de validar suas implementações, agora incluindo também a situação de ligação rígida viga-coluna. Chan e Chui (2000) também consideraram em suas análises não-lineares, em regime elástico, esses dois tipos de ligação.

Procurando então validar a modelagem desse problema através do elemento finito híbrido proposto no Capítulo 2, são mostradas através da Fig. 4.8, as curvas parametrizadas, carga - deslocamento lateral do portal, obtidas através desta dissertação. Os resultados são comparados com aqueles de Pinheiro e Chan e Chui. Observe que

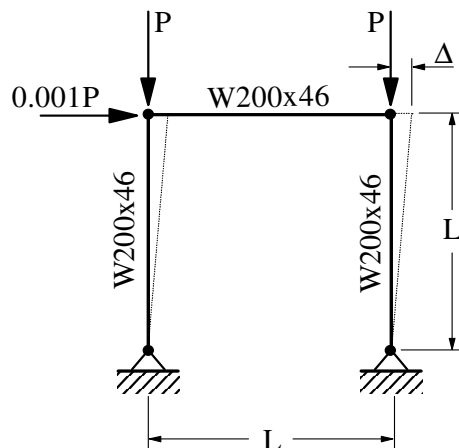


Figura 4.7 - Portal simples biapoado.

para a situação de ligação semi-rígida, as curvas geradas numericamente tendem a se aproximar assintoticamente do valor teórico da carga crítica fornecida por Lui e Chen (1988).

Vale informar, mais uma vez, que utilizou-se para o material das barras do portal, um valor bastante elevado para a tensão de escoamento σ_y com o intuito de garantir que toda a análise aconteça em regime elástico e, seguindo o trabalho de Pinheiro (2003), adotaram-se 10 elementos finitos na discretização de cada membro.

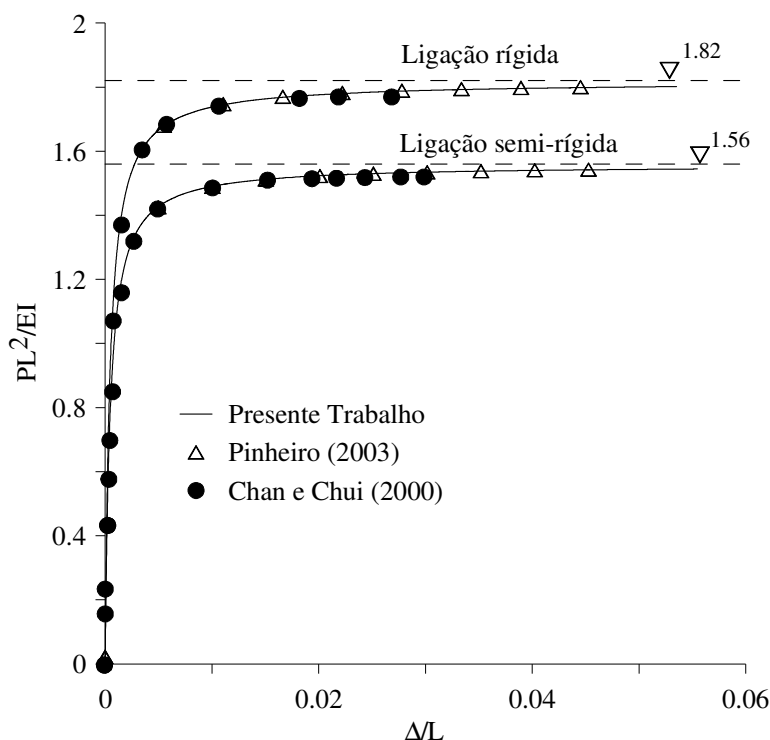


Figura 4.8 - Trajetórias de equilíbrio das análises elásticas de segunda ordem do portal simples.

Tabela 4.2 – Cargas críticas das análises elásticas de segunda - ordem do portal simples.

Valores de β ($P_{cr} = \beta EI/L^2$)			
Tipo de Ligação	Presente Trabalho	Pinheiro (2003)	Chan e Chui (2000)
Rígida	1,82	1,82	1,82
Semi-Rígida	1,56	1,56	1,56

Procurando estabelecer uma análise mais realística desse portal simples biapoiado, e por conseguinte da sua carga de colapso, será incluído agora o efeito da plastificação em função do escoamento gradual ou não do material. No caso de escoamento gradual define-se a abordagem como refinada-plástica; quando não se considera esse escoamento gradual chama-se a análise de elasto-plástica (Machado, 2005).

Seguindo então o *conceito da seção montada* (Seção 2.4) com essas duas abordagens de inclusão da inelasticidade do aço, adotou-se na modelagem do pórtico: o mesmo perfil W200x46 para todos os membros (ver Fig. 4.7); o módulo de elasticidade $E = 200 \text{ kN/mm}^2$; a tensão de escoamento $\sigma_y = 250 \text{ N/mm}^2$; a tensão máxima residual $\sigma_r = 0,5\sigma_y$, seguindo recomendação da ECCS (1983); e uma malha de 3 elementos finitos (1 elemento por membro).

Os resultados obtidos por este trabalho para a análise inelástica de segunda - ordem, seguindo o modelo refinado-plástico e elasto-plástico, para o portal simples com *ligação rígida* ($S_c \cong \infty$) entre as vigas e as colunas são apresentados através da Fig. 4.9 e Tab. 4.3. Nessas figuras e tabelas pode-se notar a similaridade entre as respostas não-lineares apresentadas e os valores da carga crítica obtidas por Machado (2005), Chan e Chui (2000) e por esta dissertação.

Já os resultados obtidos aqui com a inclusão dos vários efeitos não-lineares relacionados com a geometria, plastificação da seção e flexibilidade da conexão, isto é, da análise inelástica de segunda - ordem do portal simples com *ligação semi-rígida* ($S_c = 10 EI/L$) entre a viga e as colunas, são apresentados através da Fig. 4.10 e Tab. 4.4. Mais uma vez, veja a boa concordância entre as trajetórias de equilíbrio e os valores da carga crítica fornecidas por Chan e Chui (2000) e por esta dissertação.

O comportamento pós-crítico do pórtico foi obtido combinando-se a estratégia de comprimento de arco ao método de Newton-Raphson (Crisfield, 1991; Rocha, 2000).

Dessas análises pode-se concluir que a carga de flambagem é significativamente reduzida quando se introduz a combinação dos efeitos da flexibilidade da ligação e da plastificação dos membros, em particular, para a abordagem refinada-plástica. Note que a carga crítica varia de $P_{cr} = 1,82 EI/L^2$, para o caso da análise elástica com ligação rígida, até o valor de $P_{cr} = 1,28 EI/L^2$, para a situação de análise inelástica (abordagem refinada-plástica) com ligação semi-rígida.

Por fim, deve-se enfatizar que em todas as análises realizadas nesta seção, ao longo de todo o processo de carregamento da estrutura, considerou-se a rigidez da conexão viga-coluna como sendo constante (modelo linear $M-\phi_c$). No próximo exemplo deste capítulo será explorada a influência do modelo não-linear da ligação no comportamento de um pórtico com dois andares.

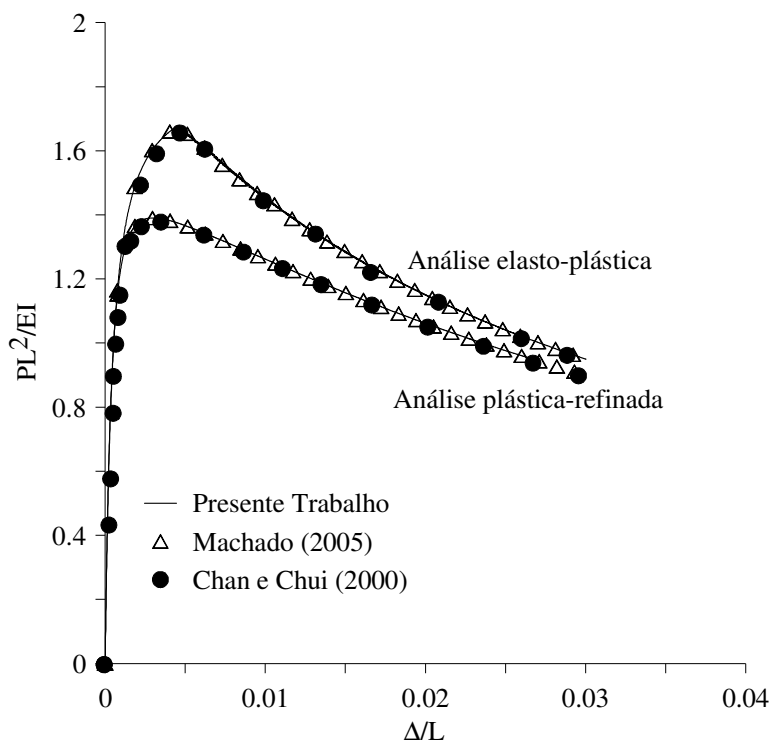


Figura 4.9 - Trajetórias de equilíbrio das análises inelásticas de segunda ordem do portal simples com ligação viga-coluna rígida ($S_c \cong \infty$).

Tabela 4.3 – Cargas críticas das análises inelásticas de segunda ordem do portal simples com ligação viga-coluna rígida ($S_c \cong \infty$).

Tipo de análise	Valores de β ($P_{cr} = \beta EI/L^2$)		
	Presente Trabalho	Machado (2005)	Chan e Chui (2000)
Elasto-plástica	1,68	1,68	1,68
Refinada-	1,39	1,39	1,39

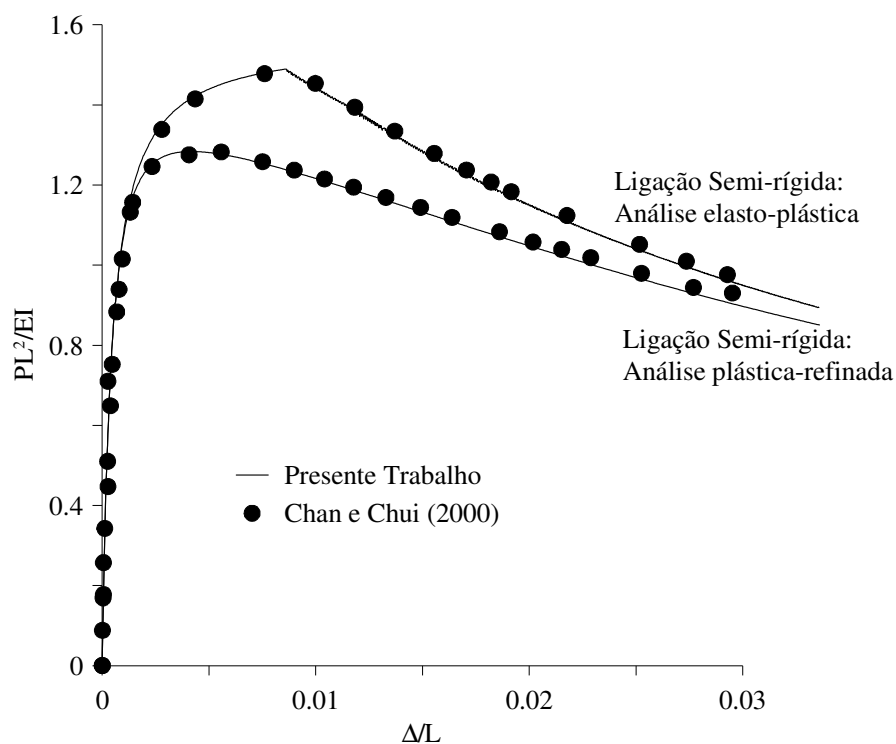


Figura 4.10 - Trajetórias de equilíbrio das análises inelásticas de segunda ordem do portal simples com ligação viga-coluna semi-rígida ($S_c = 10 EI/L$).

Tabela 4.4 – Cargas críticas das análises inelásticas de segunda ordem do portal simples com ligação viga-coluna semi-rígida ($S_c = 10 EI/L$).

Tipo de análise	Valores de β ($P_{cr} = \beta EI/L^2$)	
	Presente Trabalho	Chan e Chui (2000)
Elasto-plástica	1,49	1,49
Refinada-plástica	1,28	1,28

4.5 – PÓRTICO DE DOIS ANDARES

As implementações realizadas são agora testadas nas análises inelásticas de segunda ordem dos dois pórticos mostrados na Fig. 4.11. Observe que a diferença entre esses sistemas estruturais está nas condições de suporte (bases rotuladas e engastadas). O carregamento atuante que é aplicado aqui de forma incremental, é constituído por cargas verticais P nos quatro pontos onde as vigas se unem às colunas e por forças horizontais desestabilizadoras de $0,001P$ e $0,002P$, como pode ser visto na mesma figura.

Lui e Chen (1988) realizaram inicialmente *análises elásticas* de segunda ordem desses pórticos considerando os tipos de ligação viga-coluna ilustrados na Fig. 4.12, incluindo também a conexão rígida. Eles adotaram para descrever a relação momento-rotação dessas juntas o modelo exponencial (ver Seção 2.3.2). Pinheiro (2003) utilizou então os resultados desses pesquisadores para validar suas implementações.

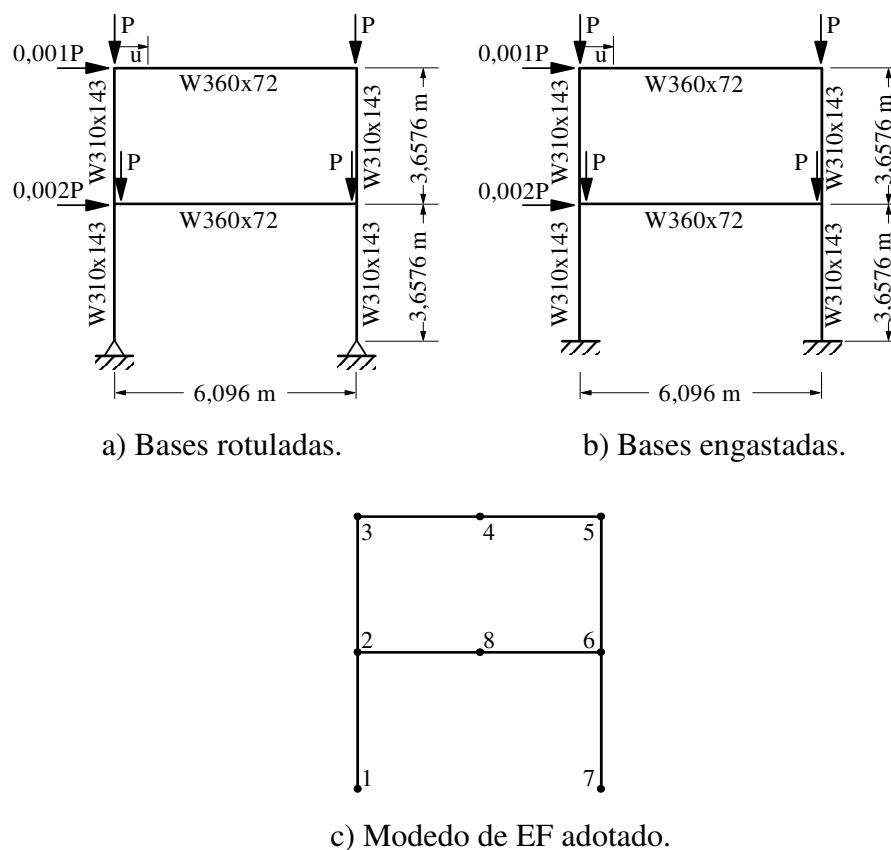


Figura 4.11 – Pórtico de dois andares com diferentes condições de apoio e conexões.

Chan e Chui (2000) procuraram ampliar o estudo de Lui e Chen (1988) incluindo as análises inelásticas de segunda ordem desses pórticos com os mesmos tipos de conexões semi-rígidas e considerando também a ligação rígida viga-coluna. Os resultados obtidos por Chan e Chui para esse último tipo de ligação, para os dois pórticos, foram comparados com os de Machado (2005), onde se obteve boa concordância entre os resultados.

Deseja-se então dar continuidade a essas *análises inelásticas* incluindo-se agora o efeito da flexibilidade dessas ligações no comportamento dos pórticos, como na pesquisa de Chan e Chui. Utilizou-se inicialmente nesta dissertação o modelo linear momento-rotação para essas juntas, onde foi tomado para o parâmetro S_c , em cada modelo, o valor da sua rigidez inicial S_c^0 (ver Tab. 2.1 no Capítulo 2). Em seguida, como será mostrado mais adiante, empregou-se o modelo exponencial momento-rotação sugerido por Lui e Chen (1988), e também usado por Chan e Chui, para aproximar o comportamento dessas ligações semi-rígidas.

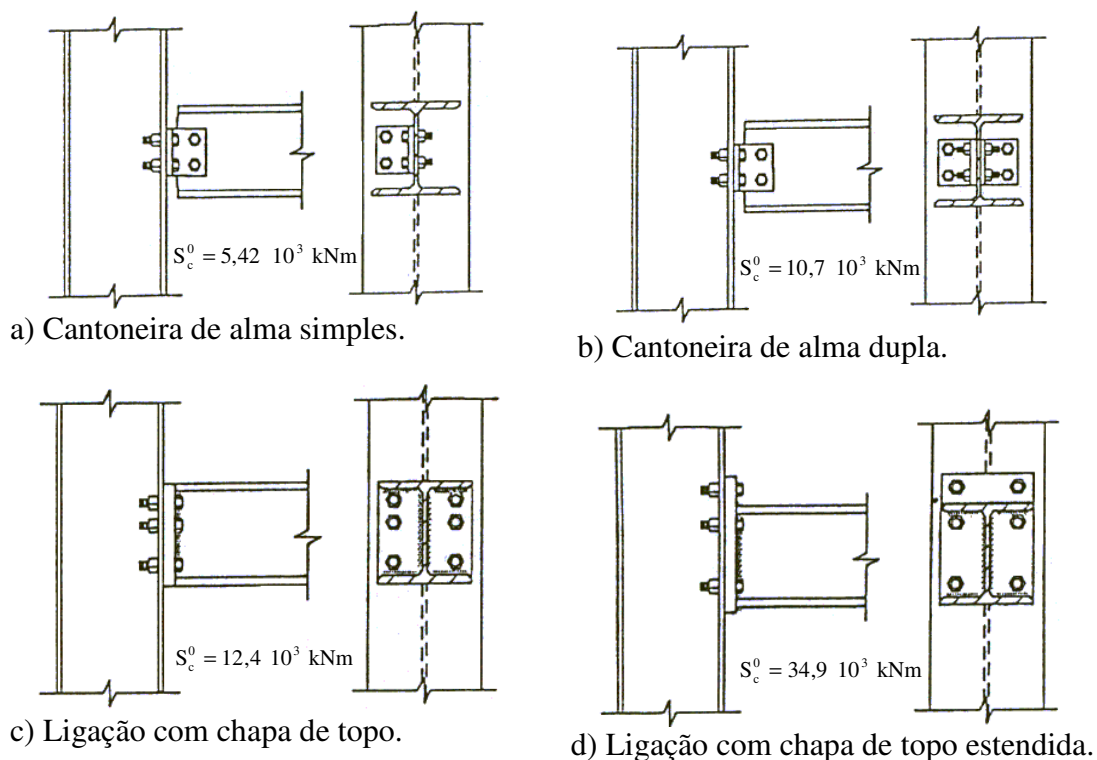


Figura 4.12 – Tipos de ligações viga-coluna adotados (Lui e Chen, 1988).

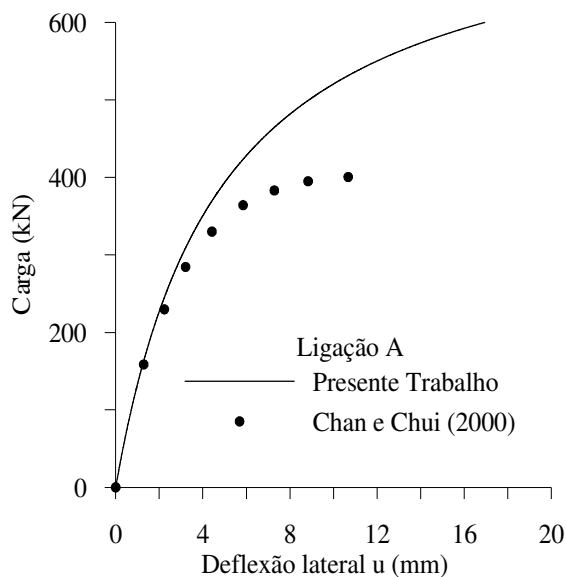
Como pode ser visto também na Fig. 4.11, foram usados os perfis W310x143 e W360x72 para as colunas e vigas, respectivamente, e os seguintes valores do módulo de elasticidade, tensão de escoamento e tensão residual máxima: $E = 205 \text{ kN/mm}^2$, $\sigma_y = 250 \text{ N/mm}^2$, $\sigma_r = 0,3\sigma_y$ para as colunas e $\sigma_r = 0,5\sigma_y$ para as vigas (de acordo com a ECCS). A malha usada na discretização dos pórticos é mostrada na mesma figura.

Nas Figuras 4.13 e 4.14 são apresentados os caminhos de equilíbrio não-lineares dos pórticos rotulado e engastado, respectivamente, para as ligações da Fig. 4.12. Como já comentado, os resultados apresentados nessas figuras foram obtidos considerando o modelo linear momento-rotação para todas essas juntas. E ainda, vale enfatizar que essas análises inelásticas foram baseadas na formulação refinada-plástica, isto é, acompanhando a degradação ou perda da resistência da seção.

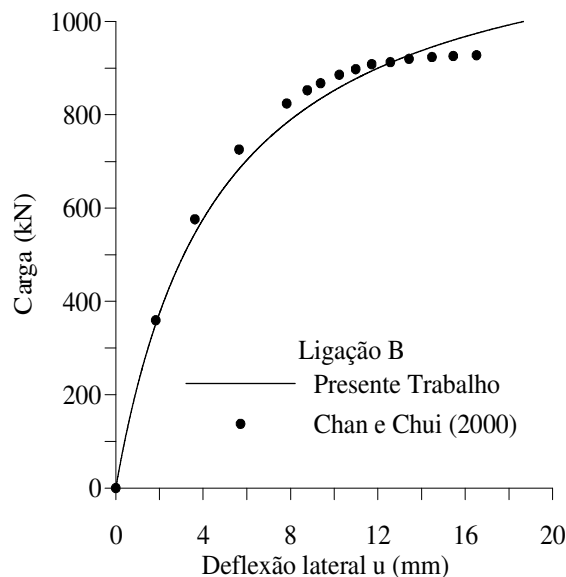
Considerando então os resultados mostrados nas Figs. 4.13 e 4.14, bem como os valores das cargas limites, fornecidos nas Tabs. 4.5 e 4.6, para os dois pórticos, podem-se fazer os seguintes comentários:

- i. como esperado, as cargas limites fornecidas para o pórtico com apoios engastados foram maiores do que as do pórtico biapoiado, independente do tipo da conexão;
- ii. para ambos os pórticos, como também esperado, à medida que se aumenta o parâmetro de rigidez da conexão S_c , no caso S_c^0 (ou mesmo o parâmetro γ , ver Seção 2.3.2 do Capítulo 2), maiores cargas de colapsos são obtidas;
- iii. para ambos os pórticos, observe que quanto menor o valor da rigidez da conexão S_c (no caso, cantoneira de alma simples e cantoneira de alma dupla), maior é a diferença entre os resultados aqui obtidos e aqueles fornecidos por Chan e Chui (2000), que consideraram a resposta não-linear da junta;
- iv. por outro lado, a adoção do modelo linear ou não-linear para representar o comportamento da ligação mostrou-se menos importante à medida que o parâmetro de rigidez da conexão S_c aumenta;
- v. observe através da Tab. 4.6 que o tipo e modelo da ligação (linear ou não-linear) da conexão não parece ter grande influência no comportamento crítico do pórtico com bases engastadas; o mesmo não pode ser afirmado para o pórtico com bases rotuladas;

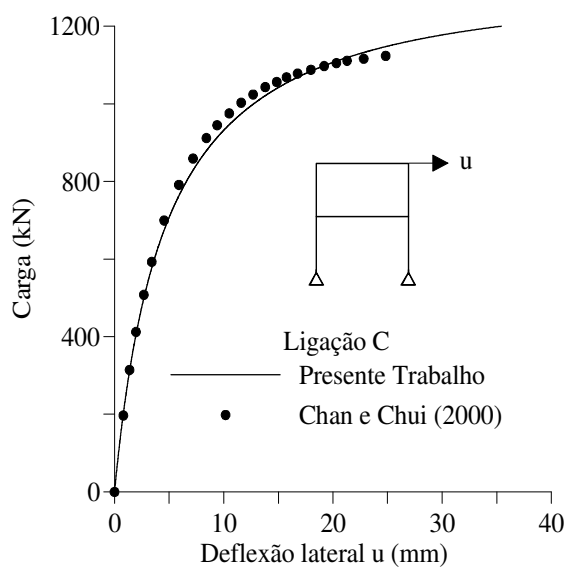
vi. em outras palavras, no caso do pórtico com bases engastadas, o efeito que parece ser o dominante é o da plastificação dos membros.



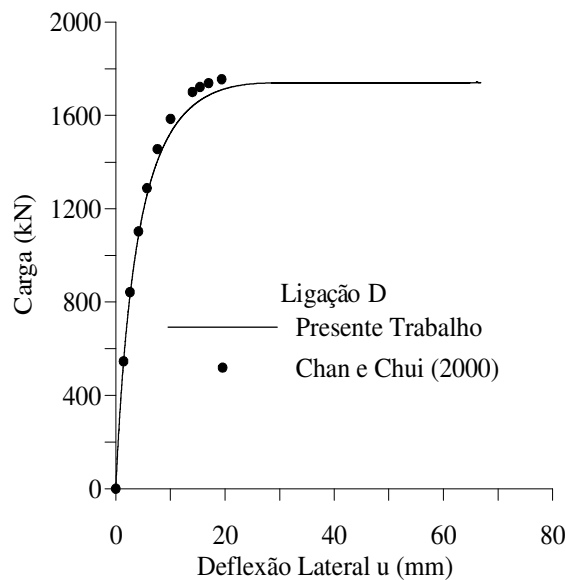
(a) Cantoneira de alma simples.



(b) Cantoneira de alma dupla.

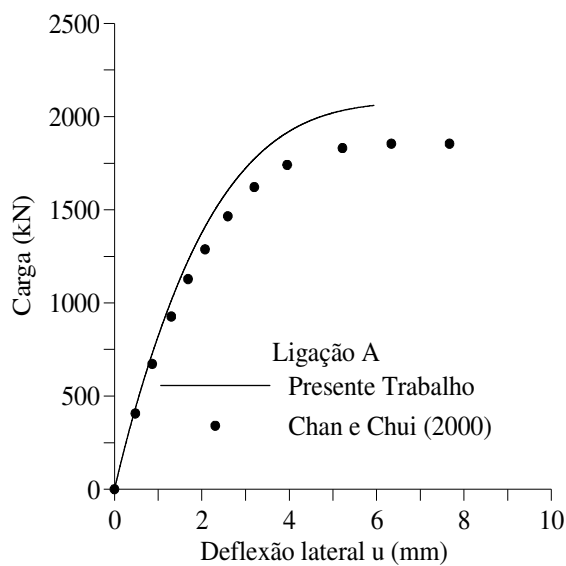


(c) Chapa de topo.

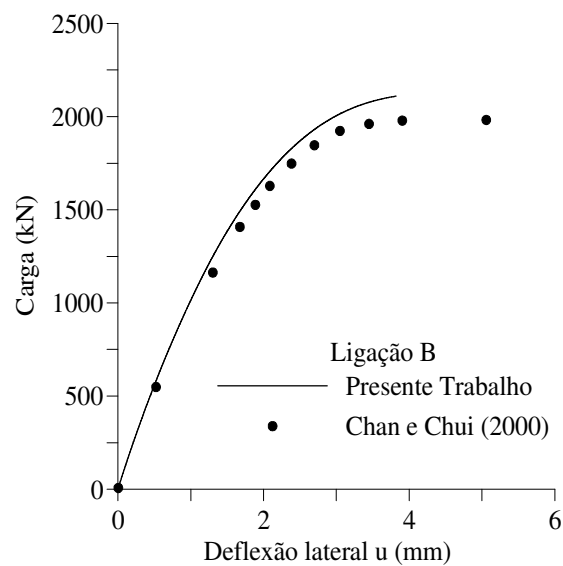


(d) Chapa de topo estendida.

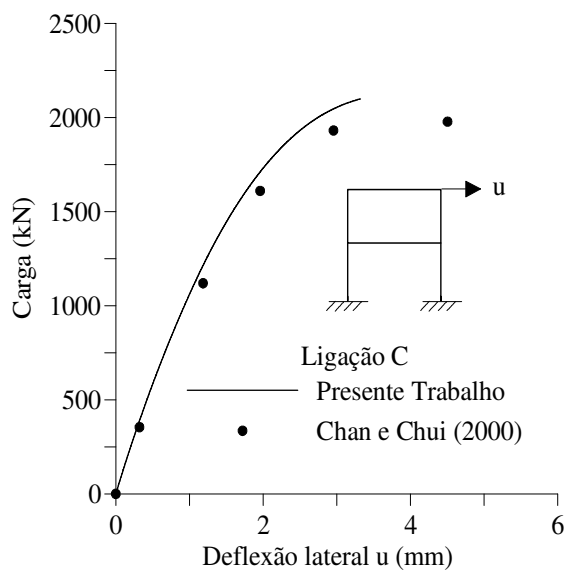
Figura 4.13 – Trajetórias de equilíbrio do pórtico com bases rotuladas e ligações semi-rígidas viga-coluna (modelo linear).



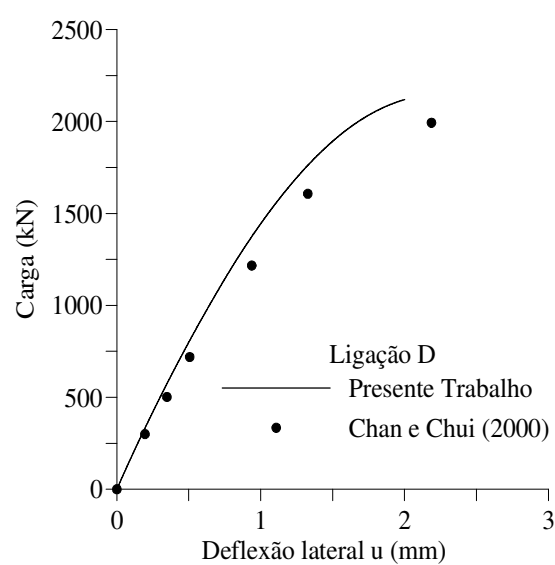
(a) Cantoneira de alma simples.



(b) Cantoneira de alma dupla.



(c) Chapa de topo.



(d) Chapa de topo estendida.

Figura 4.14 – Trajetórias de equilíbrio do pórtico com bases engastadas e ligações semi-rígidas viga-coluna (modelo linear).

Tabela 4.5 – Cargas limites do pórtico com bases rotuladas e ligações viga-coluna semi-rígidas (modelo linear).

P_{cr} (kN)			
Tipo de Ligação	Presente Trabalho (S _c : constante)	Chan e Chui (2000) (S _c : variável)	Erro (%)
A	752,4	395,87	90,10
B	1176,0	907,37	29,60
C	1265,4	1098,66	15,18
D	1739,5	1699,14	2,37
Rígida	1960	1854,82	5,67

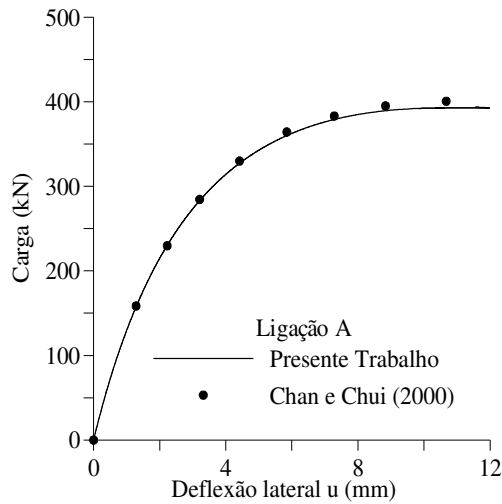
Tabela 4.6 – Cargas limites do pórtico com bases engastadas e ligações viga-coluna semi-rígidas (modelo linear).

P_{cr} (kN)			
Tipo de Ligação	Presente Trabalho (S _c : constante)	Chan e Chui (2000) (S _c : variável)	Erro (%)
A	2078,6	2135,04	2,64
B	2139,4	2135,04	0,20
C	2147,2	2135,04	0,57
D	2175,5	2135,04	1,89
Rígida	2190	2135,04	2,57

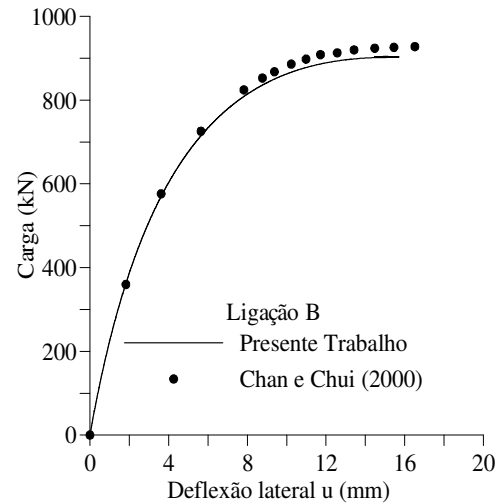
Procurando representar de forma mais realística o comportamento momento-rotação dessas juntas, e numa tentativa também de se melhorar os resultados obtidos para o caso das conexões mais flexíveis no pórtico com bases rotuladas (mais sensível ao tipo de ligação semi-rígida), utilizou-se então, como já comentado anteriormente, o modelo exponencial sugerido por Lui e Chen (também usado por Chan e Chui) para representá-las nas novas análises inelásticas de segunda ordem. Os parâmetros necessários para descrever essas ligações estão listados no Capítulo 2, na Tab. 2.1.

Os resultados obtidos através dessas novas análises são apresentados nas Figs. 4.15 e 4.16, e Tabs. 4.7 e 4.8, para os dois pórticos não-contraventados. Novamente são

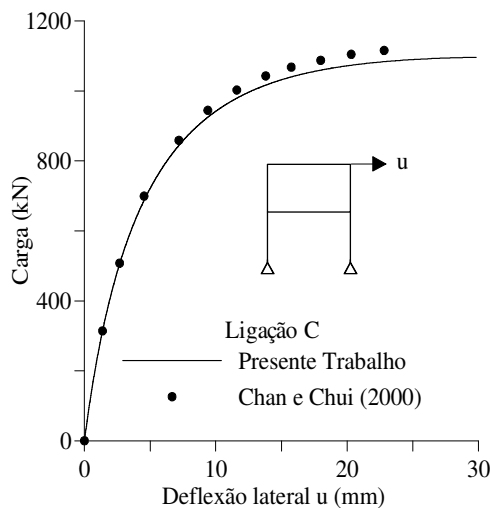
usadas as informações do livro de Chan e Chui para comparações. Como pode ser constatado através dessas figuras e tabelas, os resultados obtidos aqui são bastante próximos daqueles da literatura, validando, mais uma vez, as implementações realizadas neste trabalho.



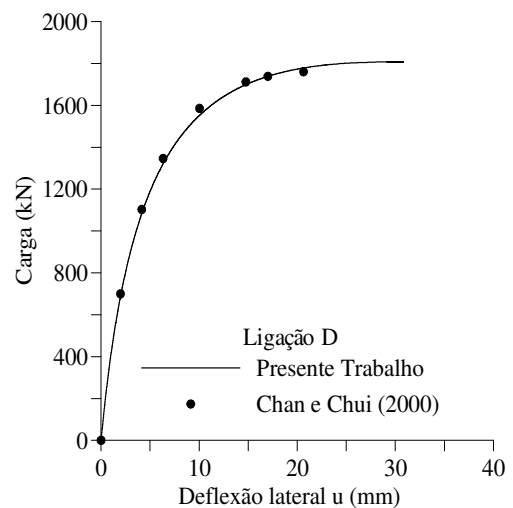
(a) Cantoneira de alma simples.



(b) Cantoneira de alma dupla.

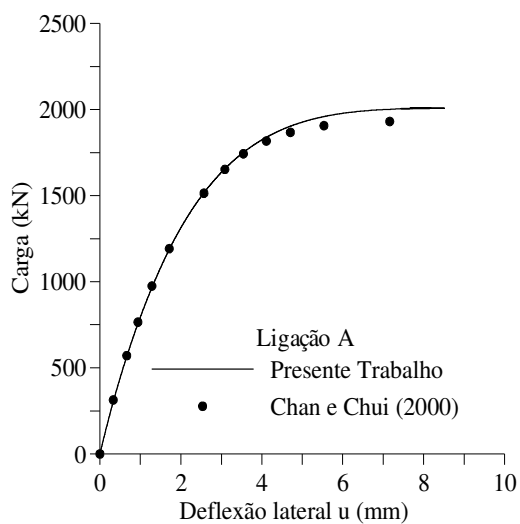


(c) Chapa de topo.

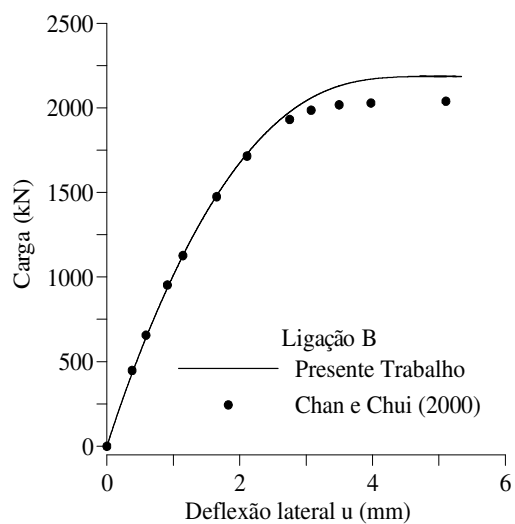


(d) Chapa de topo estendida.

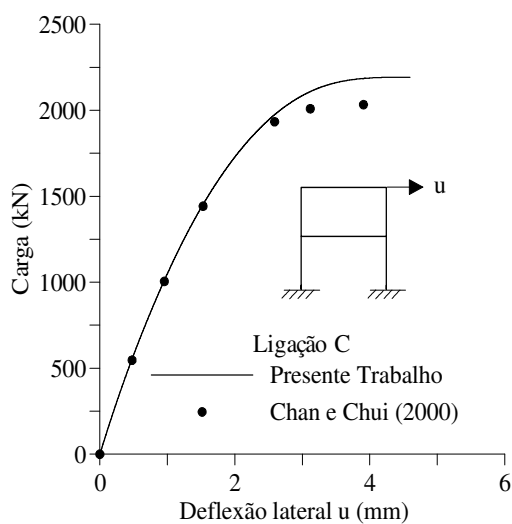
Figura 4.15 – Trajetórias de equilíbrio do pórtico com bases rotuladas e ligações viga-coluna semi-rígidas (modelo não-linear).



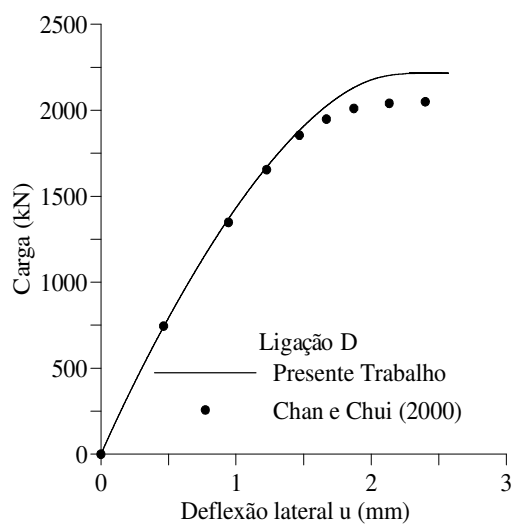
(a) Cantoneira de alma simples.



(b) Cantoneira de alma dupla.



(c) Chapa de topo.



(d) Chapa de topo estendida.

Figura 4.16 – Trajetórias de equilíbrio do pórtico com bases engastadas e ligações viga-coluna semi-rígidas (modelo não-linear).

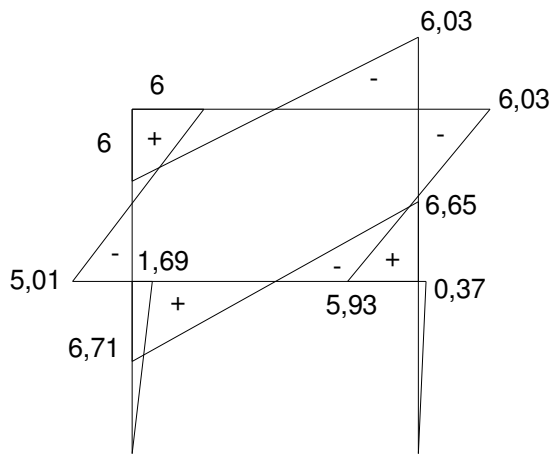
Tabela 4.7 – Cargas limites do pórtico com bases rotuladas e ligações viga-coluna semi-rígidas (modelo não-linear).

P_{cr} (kN)			
Tipo de Ligação	Presente Trabalho (S _c : variável)	Chan e Chui (2000) (S _c : variável)	Erro (%)
A	395,07	395,87	0,20
B	904,27	907,37	0,34
C	1097,23	1098,66	0,13
D	1807,13	1699,14	6,35
Rígida	1960	1854,82	5,67

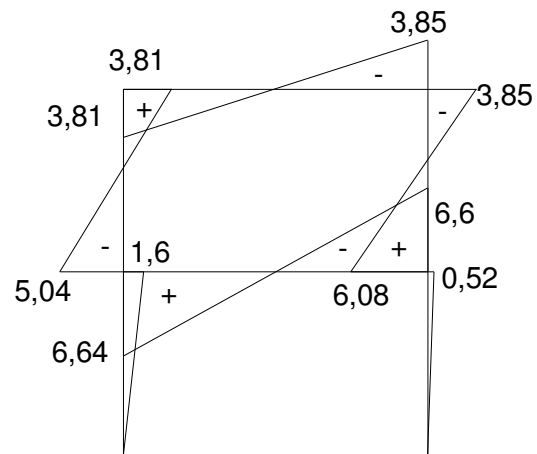
Tabela 4.8 – Cargas limites do pórtico com bases engastadas e ligações viga-coluna semi-rígidas (modelo não-linear).

P_{cr} (kN)			
Tipo de Ligação	Presente Trabalho (S _c : variável)	Chan e Chui (2000) (S _c : variável)	Erro (%)
A	2009,56	2135,04	5,88
B	2185,83	2135,04	2,38
C	2192,5	2135,04	2,69
D	2216,12	2135,04	3,80
Rígida	2190	2135,04	2,57

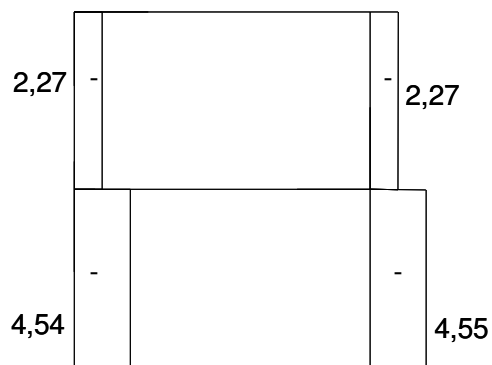
Como complemento dessas análises, são mostrados na Fig. 4.17 os diagramas de esforços internos (no caso, momento fletor e esforço normal) no instante em que antecede a ruína do pórtico com bases rotuladas e ligações semi-rígidas (modelo não-linear). Observe que foram escolhidas apenas as ligações do tipo A e C, e vale informar que os momentos fletores apresentados estão em kNm e as forças normais em kN.



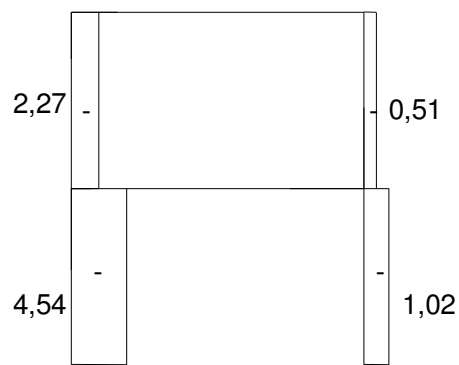
(a) Momento fletor: Ligação A.



(b) Momento fletor: Ligação C.



(c) Esforço normal: Ligação A.



(d) Esforço normal: Ligação C.

Figura 4.17 – Diagramas de momento fletor e esforço normal no instante que antecede o colapso do pórtico com bases rotuladas e ligações viga-coluna semi-rígidas (modelo não-linear).

4.6 – PÓRTICO DE SEIS ANDARES

O sistema estrutural metálico a ser analisado nesta seção é mostrado na Fig. 4.18. Trata-se do pórtico de seis andares de Vogel (Vogel, 1985), que é utilizado na calibração de sistemas computacionais idealizados para análise inelástica de estruturas em aço (Ziemian, 1993; Chan e Chui, 2000; Machado, 2005). As dimensões do pórtico, assim como os perfis adotados para as vigas e colunas, podem ser conferidas na mesma figura. Seu carregamento principal é formado por cargas distribuídas ω_1 e ω_2 aplicadas nas vigas e por cargas horizontais concentradas desestabilizadoras que estão nos pontos de encontro das vigas com os pilares. Seguindo as prescrições da ECCS (1983), são consideradas imperfeições no prumo dos pilares no valor de $\Psi_0 = 1/300$.

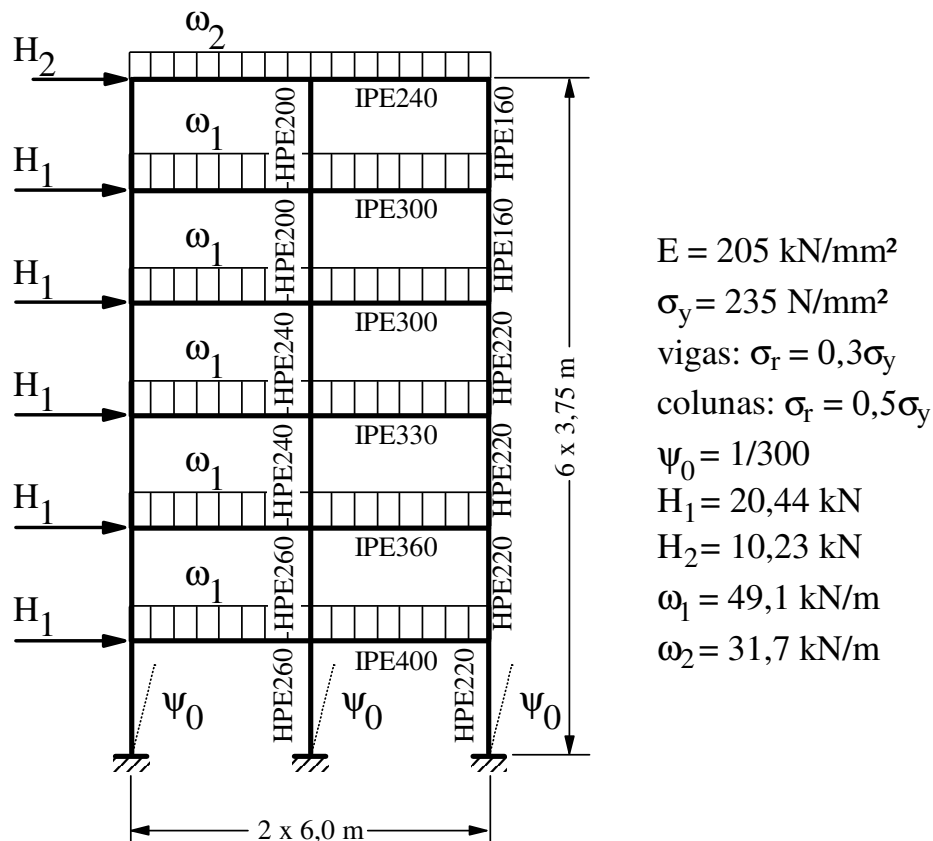


Figura 4.18 – Pórtico de seis andares de Vogel (Vogel, 1985).

É importante mencionar que Vogel (1985) empregou os métodos da zona plástica (ZP) e da rótula plástica (RP) para resolver o referido pórtico. Ziemian (1993), em pesquisa realizada na Universidade de Cornell, Estados Unidos, re-analisou essa estrutura através dos programas CU-SP2D (White, 1980) e CU-STAND (Hsieh, 1989), que também são baseados nas metodologias da zona plástica e rótula plástica, respectivamente. Deve-se destacar que nessas análises só foram consideradas as ligações rígidas entre as vigas e as colunas, e os resultados obtidos por esses pesquisadores serão usados adiante para comparação.

Procurando então verificar o comportamento dessa estrutura para outros tipos de ligações, e seguindo sugestões novamente extraídas do livro de Chan e Chui (2000), foram feitas aqui diversas análises inelásticas de segunda ordem do pórtico de Vogel com ligações semi-rígidas. As mesmas ligações flexíveis viga-coluna usadas na modelagem do pórtico de dois andares, da seção anterior, foram consideradas aqui, incluindo os modelos lineares e não-lineares. A Fig. 4.19 fornece a malha de EF e a forma adotada para a aplicação do carregamento externo atuante.

Mais uma vez, são utilizados neste trabalho, os caminhos de equilíbrio da estrutura e os valores do fator de carga de colapso do pórtico para validar os resultados obtidos do programa computacional em desenvolvimento, que podem ser vistos na Fig. 4.20 e Tabs. 4.9 e 4.10.

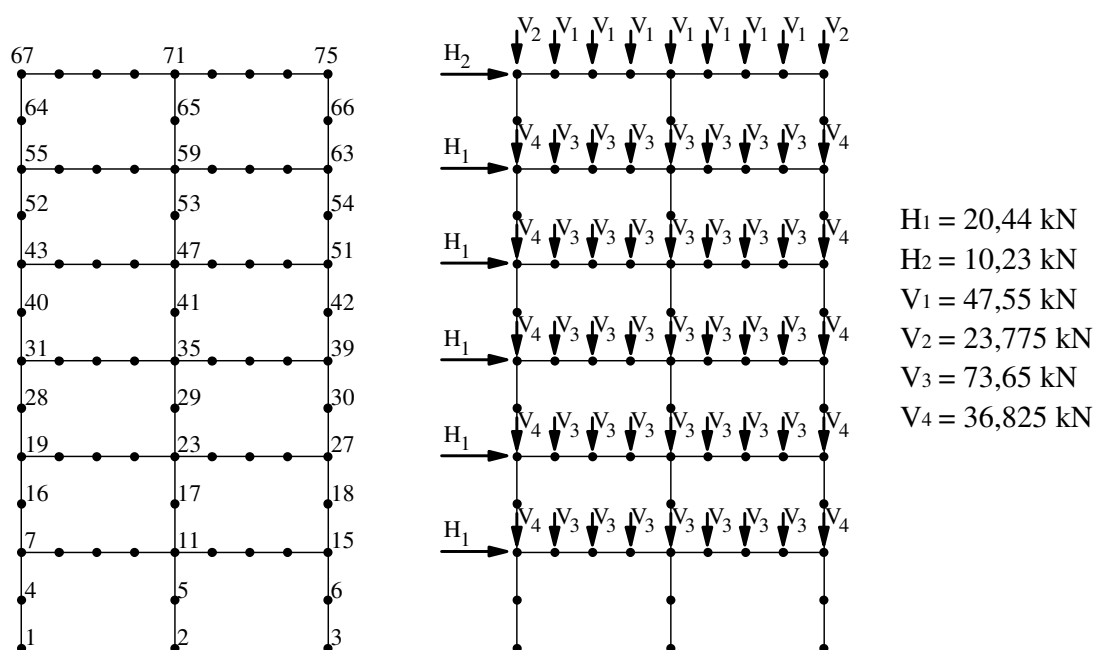
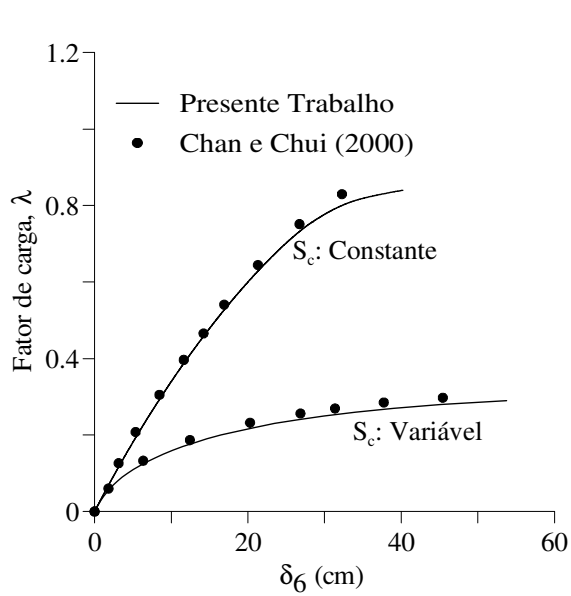
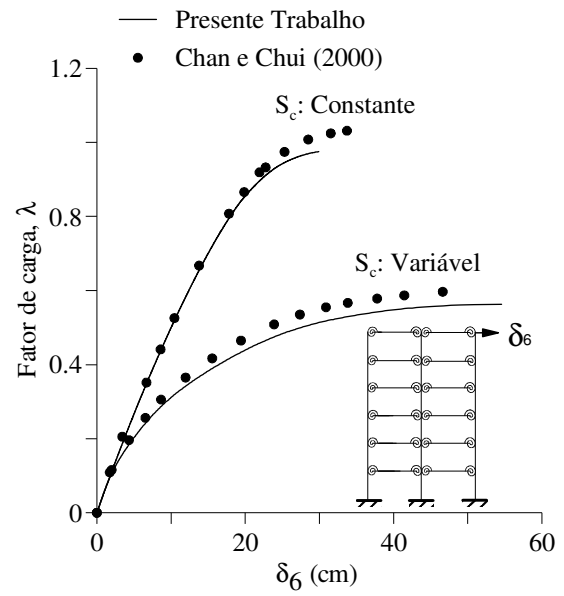


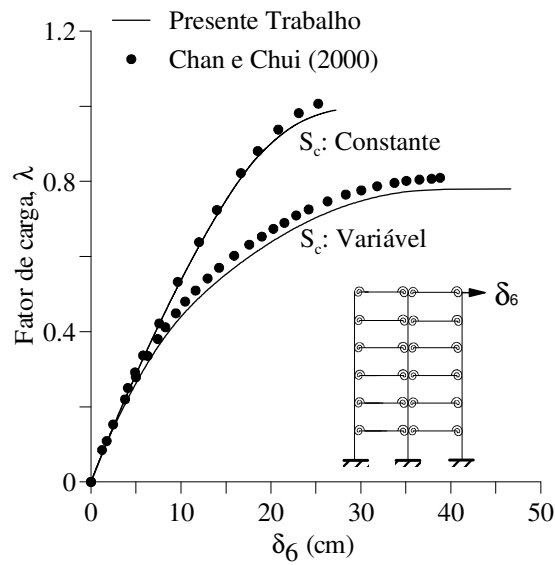
Figura 4.19 – Malha de EF adotada e forma de aplicação do carregamento considerada.



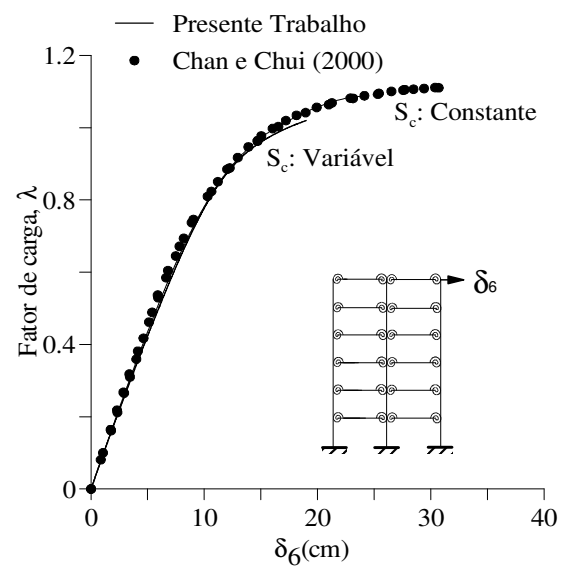
a) Ligação A: cantoneira de alma simples.



b) Ligação B: cantoneira de alma dupla.



c) Ligação C: chapa de topo.



d) Ligação D: chapa de topo estendida.

Figura 4.20 – Trajetórias de equilíbrio do pórtico de Vogel com ligações viga-coluna semi-rígidas (modelos linear e não-linear).

Tabela 4.9 – Fatores de carga de colapso λ para o pórtico de Vogel
(**Modelo linear** da ligação viga-coluna).

P = λ V ₂ (ponto nodal 75, ver Fig. 4.19)			
Tipo de Ligação	Presente Trabalho (S _c : constante)	Chan e Chui (2000) (S _c : constante)	Erro (%)
A	0,84	0,89	5,62
B	0,97	1,03	5,82
C	0,99	1,04	4,81
D	1,02	1,09	6,42

Tabela 4.10 – Fatores de carga de colapso λ para o pórtico de Vogel
(**Modelo não-linear** da ligação viga-coluna).

P = λ V ₂ (ponto nodal 75, ver Fig. 4.19)			
Tipo de Ligação	Presente Trabalho (S _c : variável)	Chan e Chui (2000) (S _c : variável)	Erro (%)
A	0,29	0,31	6,45
B	0,57	0,59	3,39
C	0,78	0,81	3,70
D	1,10	1,09	0,92

Deve-se enfatizar que os resultados mostrados nessas tabelas e figuras foram obtidos tratando o problema da inelasticidade do aço através da abordagem refinada-plástica, que permite capturar a transição do escoamento inicial da seção até sua plastificação total. Novamente, observe a boa concordância entre os resultados desta dissertação com aqueles extraídos do trabalho de Chan e Chui. Dessa análise, podem-se, adicionalmente, fazer os seguintes comentários:

- i. o comportamento pré-crítico do sistema estrutural em estudo, independente do tipo de ligação escolhido, é bastante influenciado pelo modelo de ligação adotado (linear ou não-linear);
- ii. como esperado, os fatores de carga de colapso λ obtidos para o modelo linear das ligações foram maiores que para o modelo não-linear, com exceção da ligação mais rígida tipo D, cujo valor de λ não parece ser influenciado pelo modelo de ligação;
- iii. para os pórticos com ligações mais flexíveis (tipos A e B), é possível observar que o comportamento global do sistema estrutural é dominado predominantemente pela flexibilidade da ligação, pois os momentos últimos dessas conexões são extremamente menores que os momentos plásticos das seções das vigas;
- iv. já o comportamento do pórtico, com as outras ligações (tipos C e D) parece ser governado pelo acoplamento dos vários efeitos não-lineares considerados na análise: segunda ordem, inelasticidade do aço e flexibilidade da ligação.

Para verificar, mais uma vez, a capacidade do elemento híbrido desenvolvido e implementado neste trabalho de representar uma conexão rígida entre os membros (no caso, viga-coluna), assumindo para o parâmetro S_c um valor bastante elevado ($S_c \cong \infty$), realizou-se então aqui a análise inelástica de segunda ordem do pórtico de Vogel considerando esse tipo de ligação.

Os resultados dessa análise são apresentados através das Figs. 4.21 e 4.22, e Tab. 4.11. Na Fig. 4.21 são mostradas as trajetórias de equilíbrio obtidas por Machado (2005), Chan e Chui (2000) e por esta dissertação; na Fig. 4.22 podem ser vistos os valores dos esforços internos (momento fletor e esforço normal) obtidos aqui e aqueles extraídos de Machado (2005) e por Ziemian (1993), para o valor do fator de carga λ que antecede o colapso do sistema; e, por fim, a Tab. 4.11 fornece os valores desse fator de colapso λ encontrados em várias referências importantes, inclusive os do artigo original de Vogel (1985).

Para concluir essa análise, comenta-se apenas que foram obtidas apenas 11 rótulas plásticas ao longo do processo de perda de resistência do sistema estrutural em estudo. Esse número coincide com o de Machado (2005) e Chan e Chui (2000), mas diverge bastante das 19 rótulas plásticas informadas por Ziemian (1993). Entretanto, essa diferença não se reflete em problema, uma vez que foi possível concluir que os valores

dos momentos fletores indicam uma formação iminente de rótulas nas posições indicadas por Ziemian (1993).

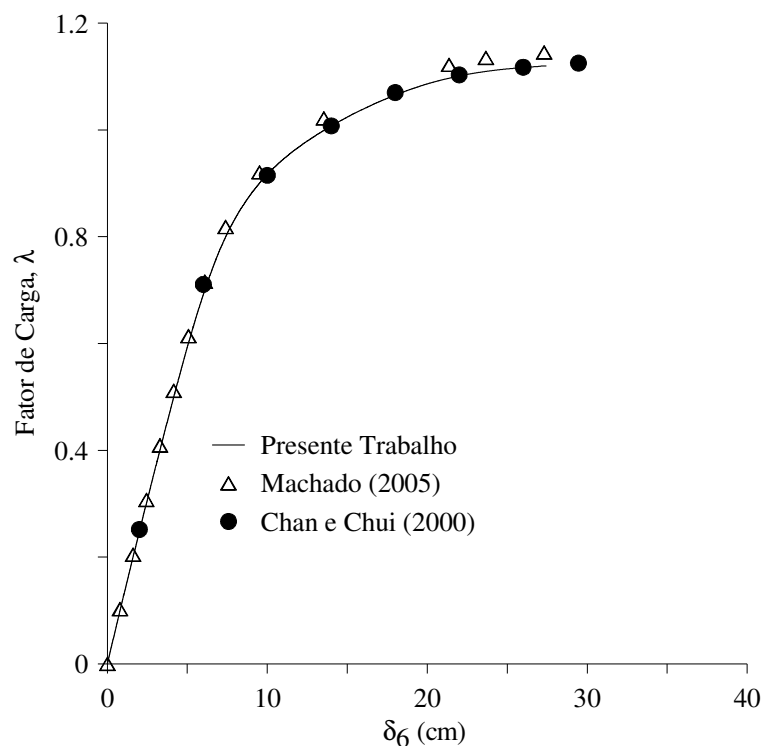
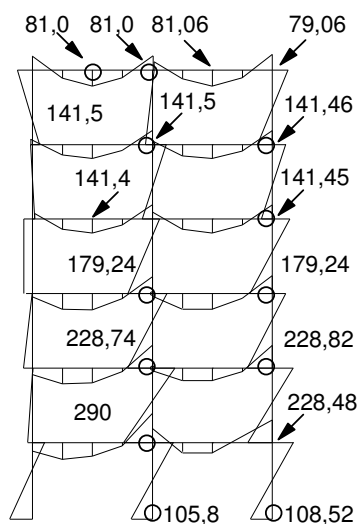


Figura 4.21 – Trajetórias de equilíbrio do pórtico de Vogel com **ligações rígidas** viga-coluna.

Tabela 4.11 – Fatores de carga crítica para a formulação plástica-refinada.

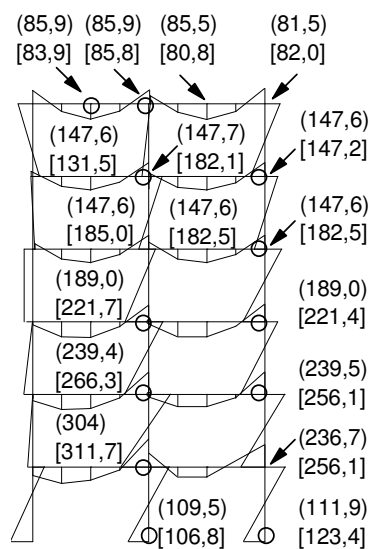
P = λV_2 (ponto nodal 75, ver Fig. 4.19)	
Referência	Fator de carga λ
Presente Trabalho, RP	1,11
Machado (2005), RP	1,15
Chan e Chui (2000), RP	1,13
Ziemian (1993), RP	1,13
Vogel (1985), RP	1,12
Ziemian (1989), ZP	1,18
Vogel (1985), ZP	1,11



102	204,86	103,1
- 245,84	- 519,8	- 280
- 390,36	- 837,5	- 452,78
- 513,93	- 1157,7	- 644,7
- 627,12	- 1482	- 843
- 723	-	-
1832		1033

a) Presente Trabalho: momento fletor.

b) Presente Trabalho: esforço normal.



(105)	(215)	(108)
[105]	[233]	[109]
- (254)	- (546)	- (288)
[260]	[594]	[287]
- (404)	- (877)	- (468)
[415]	[943]	[476]
- (534)	- (1210)	- (667)
[558]	[1292]	[678]
- (652)	- (1547)	- (873)
[686]	[1646]	[889]
- (750)	-	- (1070)
[785]		[1095]
(1914)		
[2025]		

c) Referências: momento fletor.

d) Referências: esforço normal.

Valores Presente Trabalho: Fig. 4.22 (a) e (b).

(Machado, 2005): Fig.4.22 (c) e (d).

[Ziemian, 1993, RP]: Fig. 4.22 (c) e (d).

Figura 4.22 – Diagramas de momento fletor e esforço normal no instante que antecede o colapso do pórtico de Vogel com ligação rígida viga-coluna.

4.7 – PÓRTICO DE SETE ANDARES

O último sistema estrutural considerado neste capítulo é o pórtico metálico de um único vão e sete andares mostrado na Fig. 4.23.

Essa estrutura foi utilizada inicialmente por Sekulovic e Nefovska (2004) para validar suas análises inelásticas de segunda ordem com a inclusão do efeito da flexibilidade das ligações viga-coluna. Dois estudos foram conduzidos por esses pesquisadores: a análise de flambagem do pórtico, de acordo com o carregamento atuante na Fig. 4.23a; e a análise da sua capacidade de carga através do sistema de cargas mostrado na Fig. 4.23b.

O objetivo desta seção é então tentar reproduzir os resultados obtidos por Sekulovic e Nefovska. Na mesma Fig. 4.23 estão as dimensões da estrutura, bem como os perfis que constituem as vigas e as colunas. Considerou-se para o carregamento da análise da capacidade de carga os seguintes valores para H_1 , H_2 , ω_1 e ω_2 : $H_1 = 24$ kN, $H_2 = 12$ kN, $\omega_1 = 67,5$ kN e $\omega_2 = 50$ kN. E adotou-se ainda para o módulo de elasticidade, a tensão de escoamento e a tensão máxima residual: $E = 205$ kN/m²; $\sigma_y = 235$ N/mm²; e $\sigma_r = 0,3\sigma_y$ para as vigas e $\sigma_r = 0,5\sigma_y$ para as colunas, como prescrito na norma ECCS (1983).

Além da ligação rígida entre viga e coluna, consideraram-se também as ligações semi-rígidas representadas na Fig. 4.24, cujos dados são apresentados na Tab. 4.12. Essas ligações são denominadas aqui, seguindo o trabalho de Sekulovic e Nefovska, de *Ligação A* e *Ligação B*. Adicionalmente, dois tipos de modelos foram considerados para representar o comportamento dessas ligações flexíveis: o linear e o não-linear. No caso do modelo linear, foi assumido um valor constante para o parâmetro S_c ao longo de todo o processo de carregamento, isto é, o valor da rigidez inicial da conexão k (S_c^0) (ver Tab. 4.12). Para o modelo não-linear adotou-se a expressão proposta por Richard-Abbott (1975) (ver Capítulo 2, Seção 2.3.3) para representar a curva momento-rotação, com os quatro parâmetros necessários para representar as curvas das ligações A e B mostrados também na mesma tabela.

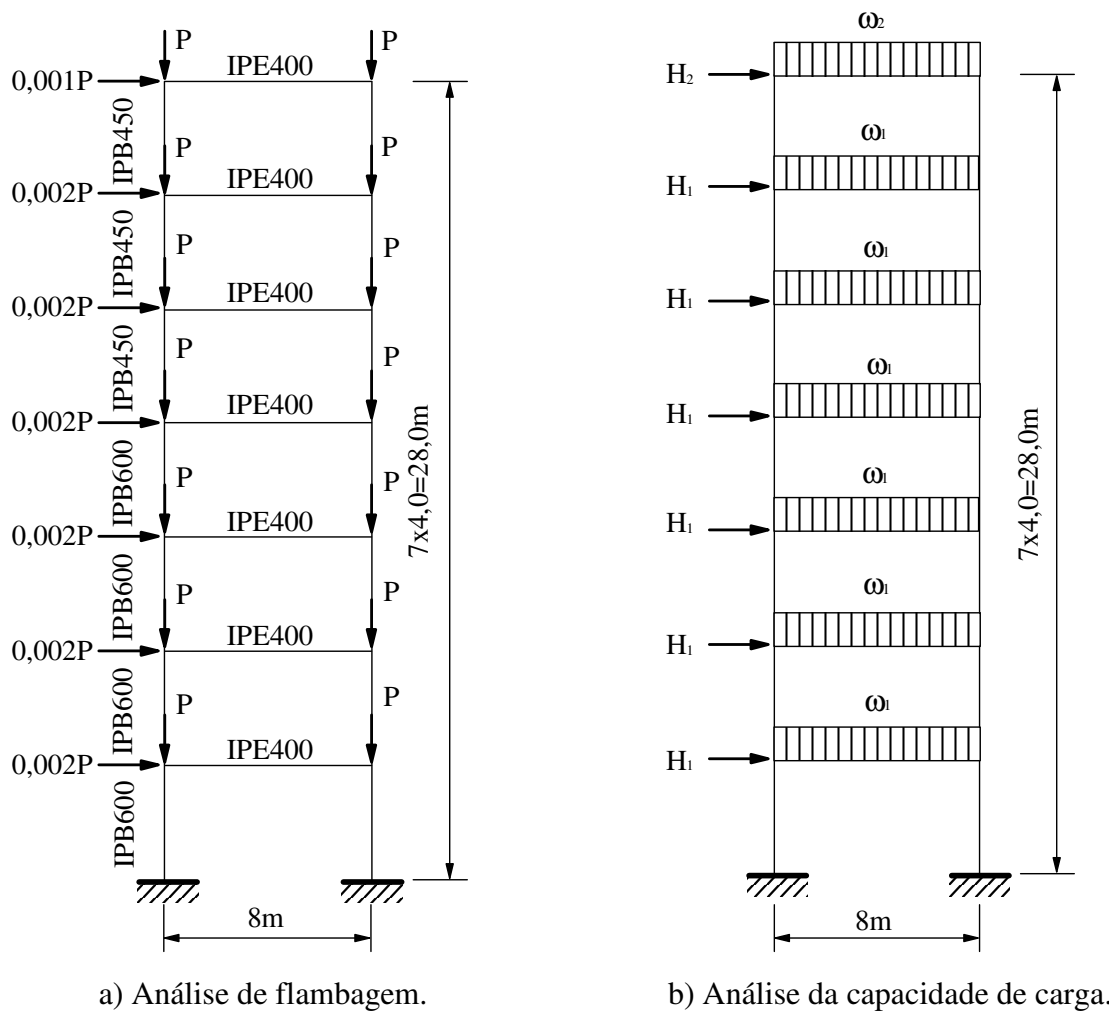


Figura 4.23 – Pórtico de sete andares e um vão (Sekulovic e Nefovska, 2004).

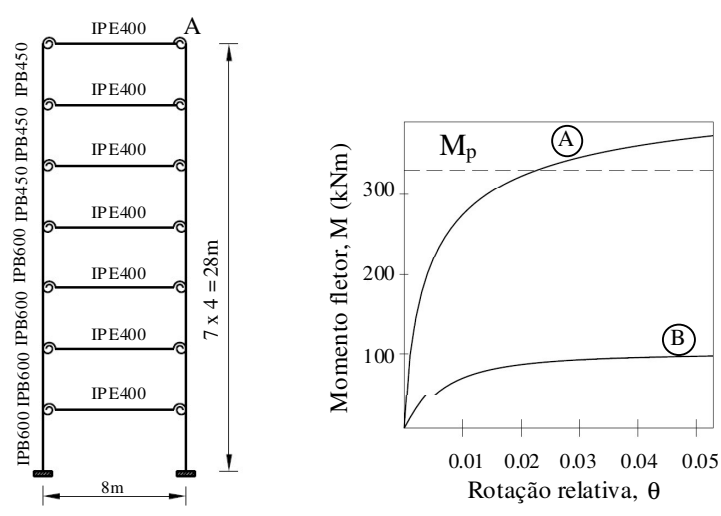


Figura 4.24 – Ligações semi-rígidas adotadas: curvas momento - rotação.

Tabela 4.12 – Parâmetros para modelagem das ligações semi-rígidas A e B.

Ligação	k	M_u	n	k_p	γ
A	$2,0 \cdot 10^5$	$4,5 \cdot 10^2$	0,65	0,0	0,737
B	$1,243 \cdot 10^4$	$1,017 \cdot 10^2$	1,5	0,0	0,148

Obs. k (S_c° , kNm/rad): rigidez inicial; M_u (kNm): momento último de referência;
n: parâmetro que define a curvatura do diagrama;
 k_p : a rigidez devido ao encruamento; γ : fator fixo (ver Eq. 2.62).

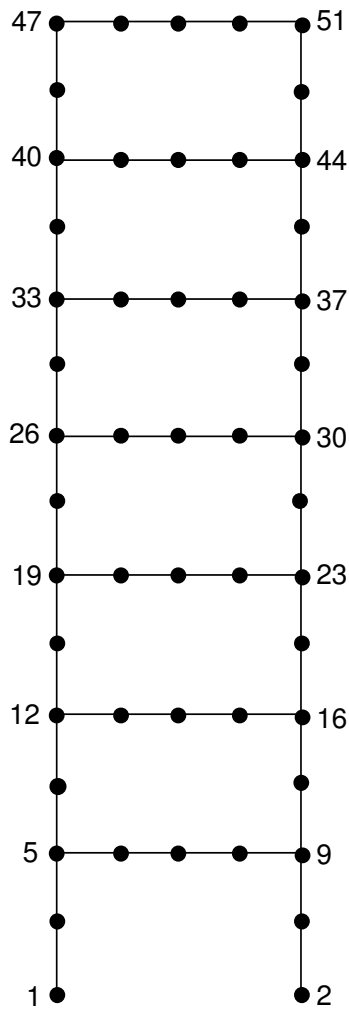
4.7.1 – Análise de Flambagem do Pórtico

A malha de EF e o esquema de carregamento adotado para a verificação da flambagem do pórtico de sete andares estão ilustrados na Fig. 4.25.

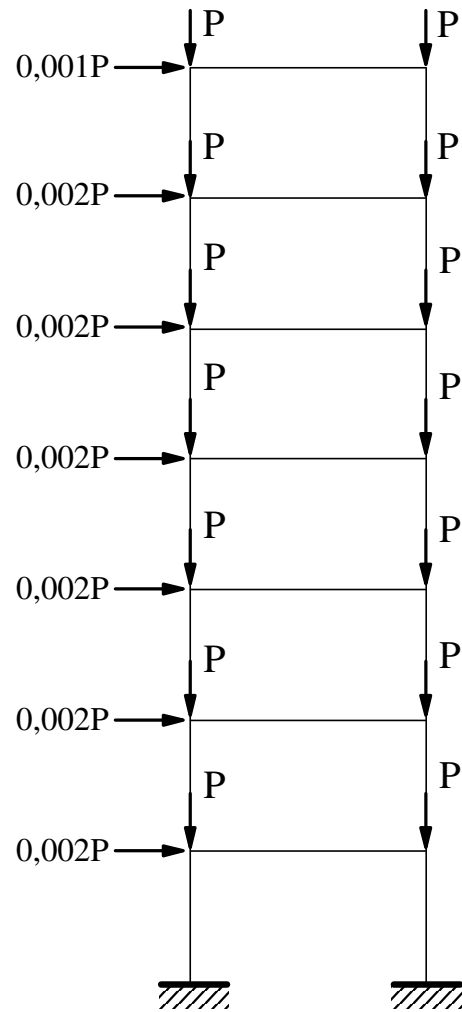
Os resultados das análises de flambagem elástica e inelástica (seguindo a metodologia refinada-plástica) da estrutura com *ligações rígidas* entre as vigas e colunas são apresentados na Fig. 4.26 e os valores obtidos para a carga crítica estão na Tab. 4.13. Já os resultados para as análises (elástica e inelástica) do pórtico com as ligações flexíveis do tipo A e B (ver Tab. 4.13) podem ser vistos nas Figs. 4.27 e 4.28. A Tabela 4.13 também apresenta os valores das cargas críticas obtidas através desses estudos. A Figura 4.29 traz um resumo desses resultados encontrados para as análises elásticas e inelásticas.

Assim, baseando-se nos resultados numéricos fornecidos pelo programa em desenvolvimento e naqueles extraídos do artigo de Sekulovic e Nefovska (2004), que podem ser vistos também nas mesmas figuras e tabela, é possível fazer os seguintes comentários:

- i. inicialmente, observa-se uma boa concordância entre os resultados aqui obtidos e os da literatura, principalmente durante o comportamento pré-crítico do pórtico, independente do tipo de análise;
- ii. apesar de uma certa discrepância entre os valores das cargas críticas apresentadas na Tab. 4.13, principalmente nas análises inelásticas, pode ser verificada,



a) Malha de EF.



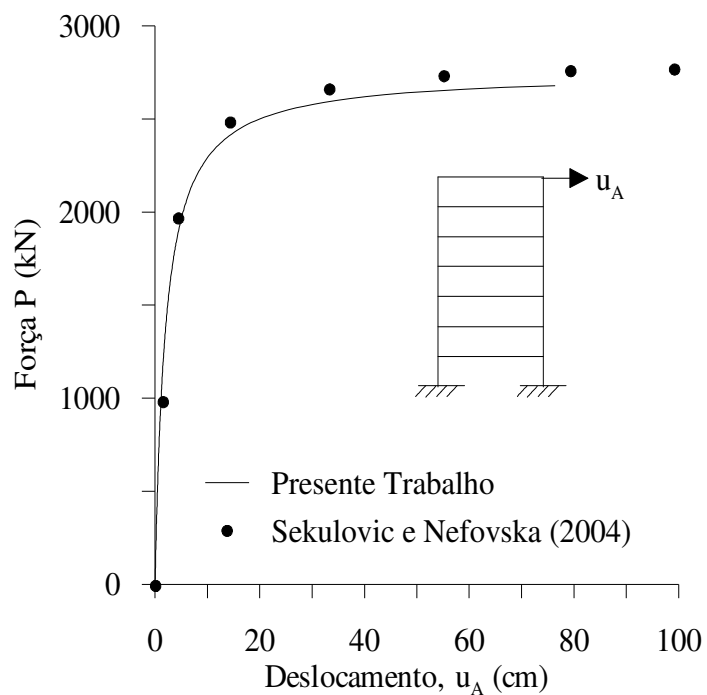
b) Forma de carregamento adotado.

Figura 4.25 – Malha de EF e esquema do carregamento empregado para a análise de flambagem do pórtico.

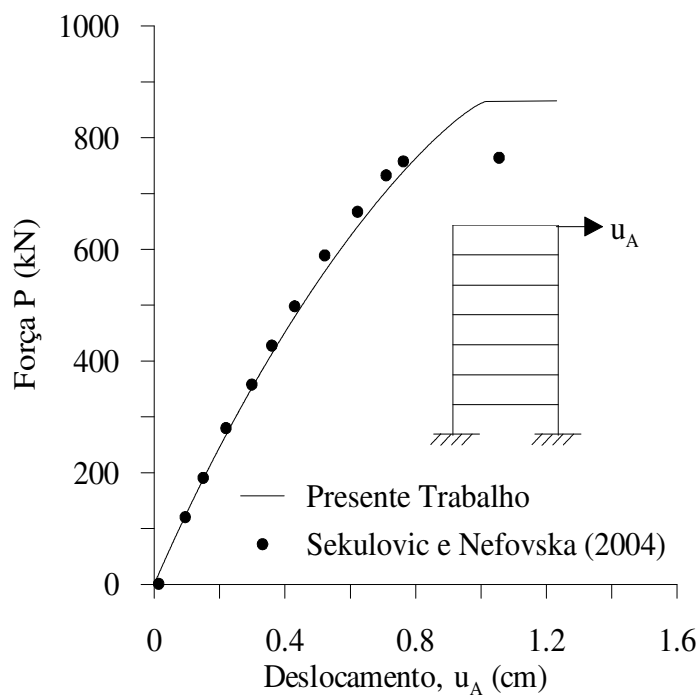
através das figuras, uma similaridade entre as trajetórias de equilíbrio obtidas pelas duas referências;

iii. nota-se claramente (Fig. 4.29) que a flexibilidade das conexões é o fator governante do comportamento do pórtico nas análises elásticas; o tipo da ligação semi-rígida (linear ou não-linear) exerce também papel importante nesse tipo de análise;

iv. nas análises elásticas, como esperado, a carga crítica do pórtico com ligações rígidas viga-coluna foi superior àquela do pórtico com ligação semi-rígida A, que por sua vez, foi maior que a carga crítica da estrutura com ligação B;

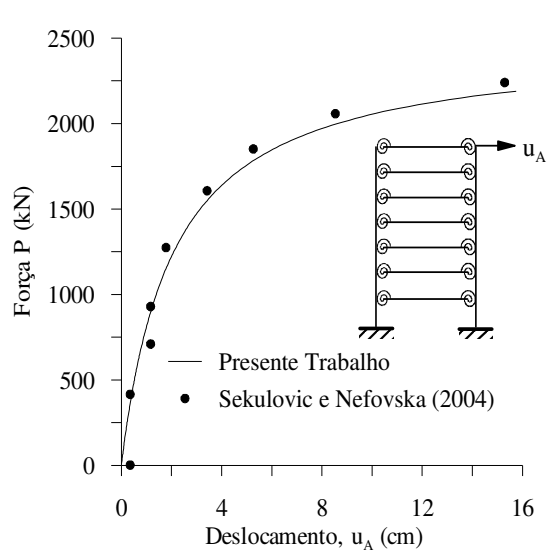


a) Análise elástica.

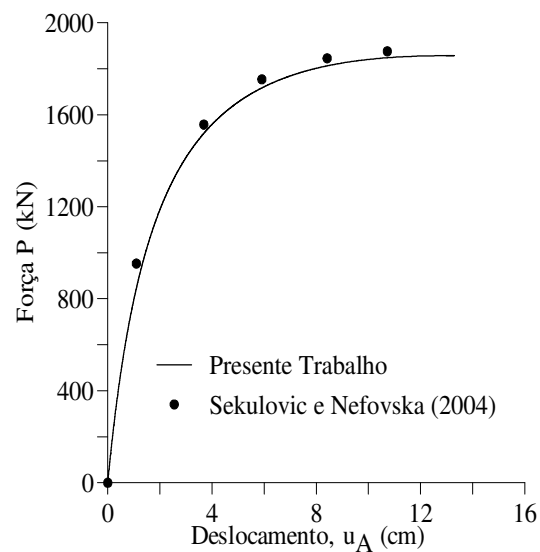


b) Análise inelástica (formulação refinada-plástica).

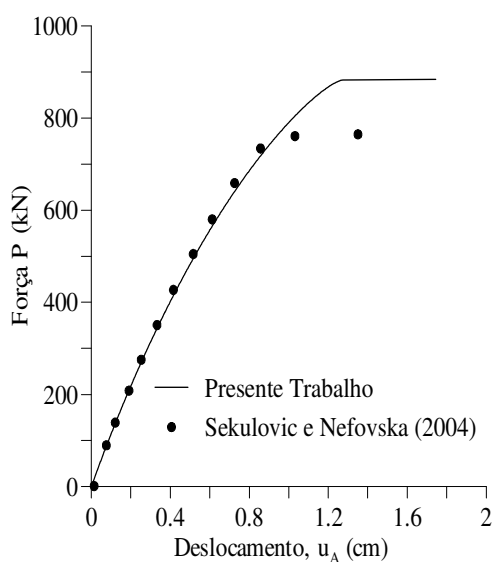
Figura 4.26 – Análise de flambagem: curvas carga P - deslocamento horizontal u_A do pórtico de sete andares com **ligação rígida** viga-coluna.



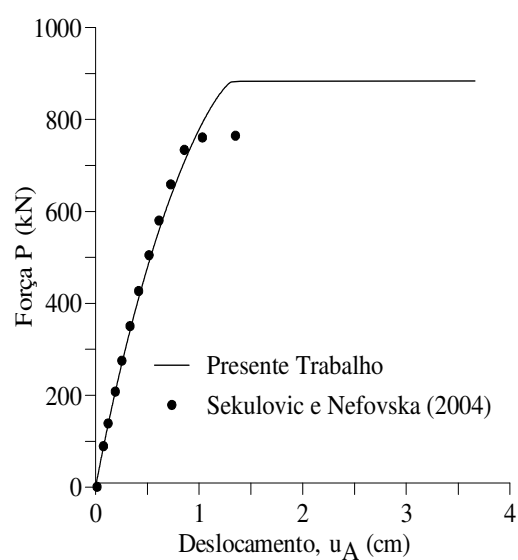
a) Análise elástica: modelo linear.



b) Análise elástica: modelo não-linear.

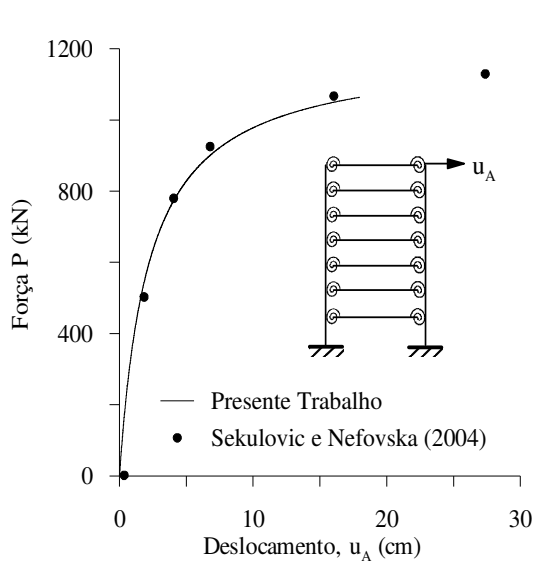


c) Análise inelástica: modelo linear.

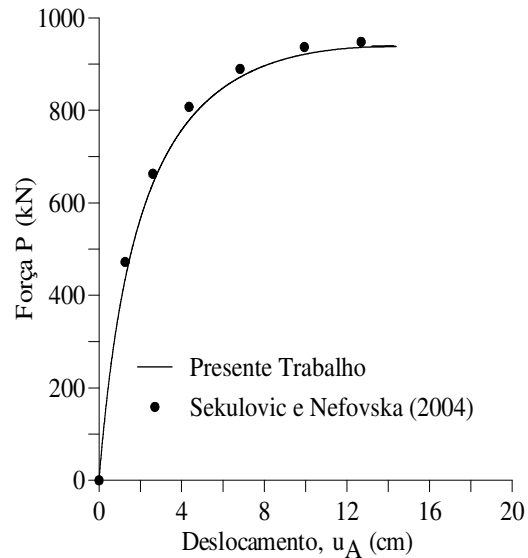


d) Análise inelástica: modelo não-linear.

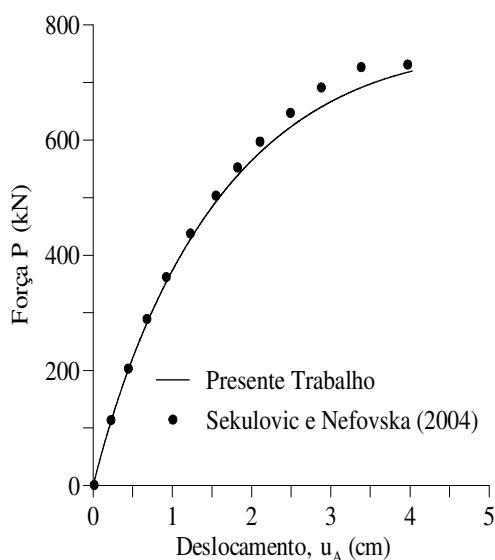
Figura 4.27 – Análise de flambagem: curvas carga P - deslocamento horizontal u_A do pórtico de sete andares com *ligação semi-rígida A viga-coluna* (modelos linear e não-linear).



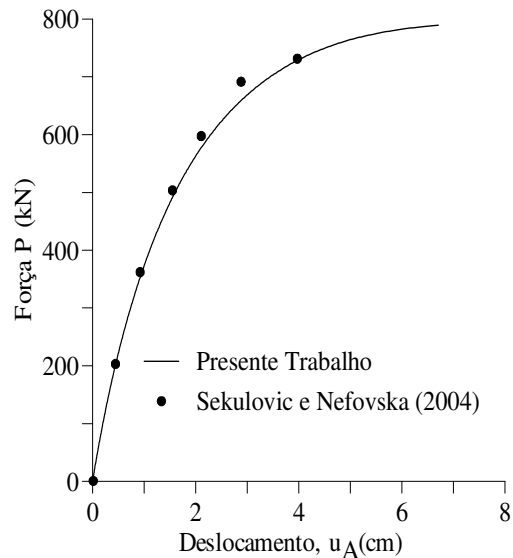
a) Análise elástica: modelo linear.



b) Análise elástica: modelo não-linear.

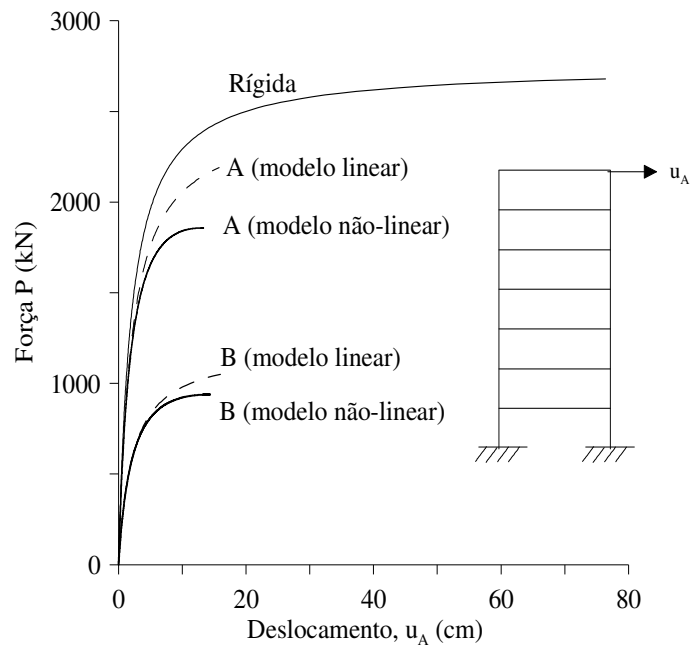


c) Análise inelástica: modelo linear.

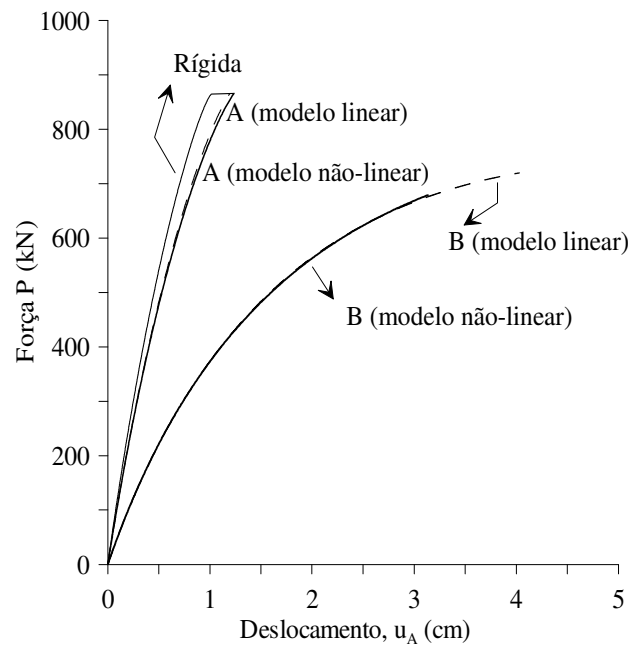


d) Análise inelástica: modelo não-linear.

Figura 4.28 – Análise de flambagem: curvas carga P - deslocamento horizontal u_A do pórtico de sete andares com *ligação semi-rígida B viga-coluna* (modelos linear e não-linear).



a) Análise elástica.



b) Análise inelástica (formulação refinada-plástica).

Figura 4.29 – Análise de flambagem: curvas carga P - deslocamento horizontal u_A do pórtico para os vários tipos de ligações consideradas.

Tabela 4.13 – Análise de flambagem: cargas críticas para o pórtico de sete andares.

P_{cr} (kN)						
	<i>Análise Elástica</i>			<i>Análise Inelástica</i>		
Ligação	PT	LIT	Erro (%)	PT	LIT	Erro (%)
Rígida	3036	2794	8,7	869	753	15,4
A (linear)	2450	2515	2,6	884	753	17,4
B (linear)	1340	1210	10,7	747	718	4,0
A (não-linear)	1857	1883	1,4	884	753	17,4
B (não-linear)	939	948	0,9	789	717	10,0

Obs. PT: presente trabalho; LIT: Sekulovic e Nefovska (2004).

v. ainda das análises elásticas, verifique que os modelos não-lineares das conexões contribuíram para a redução da carga crítica do pórtico;

vi. das análises inelásticas, verifica-se inicialmente que o tipo e modelo de ligação não parece ser o fator governante da carga crítica do pórtico;

vii. ainda de acordo com as cargas críticas obtidas das análises inelásticas torna-se aparente a grande influência e domínio do efeito da plastificação dos membros dos pórticos, especialmente daquelas colunas localizadas nos dois primeiros andares. O momento de plastificação M_p desses elementos é muito menor que o momento de capacidade elástica M_e ;

viii. veja, através da Fig. 4.29b, que as trajetórias obtidas do pórtico com ligações rígidas e semi-rígida A (modelo linear e não-linear) são semelhantes, assim como os valores de P_{cr} apresentados na Tab. 4.13;

ix. note também através da Fig. 4.29b, que a ligação semi-rígida B (modelo linear e não-linear) parece influenciar significativamente no comportamento pré-crítico do pórtico, entretanto, ela não contribui significativamente para reduzir o valor de P_{cr} , quando comparado com os outros tipos de ligações (ver Tab. 4.13).

4.7.2 - Análise de Capacidade de Carga do Pórtico

A malha de EF e o esquema de carregamento adotado para a verificação da capacidade de carga do pórtico de sete andares estão na Fig. 4.30. Note que as cargas uniformemente distribuídas $\omega_1 = 67,5 \text{ kN}$ e $\omega_2 = 50 \text{ kN}$, mostradas na Fig. 4.23b, foram transformadas nos carregamentos nodais equivalentes $V_1 = 50\text{kN}$, $V_2 = 67,5\text{kN}$, $V_3 = 100\text{kN}$ e $V_4=135\text{kN}$; as cargas que agem lateralmente, como já definidas, são iguais a $H_1 = 12\text{kN}$ e $H_2 = 24 \text{ kN}$.

Seguindo a organização da seção anterior, são apresentadas primeiramente, através da Fig. 4.31, as trajetórias de equilíbrio das análises de capacidade de carga elástica e inelástica (segundo também a metodologia refinada-plástica) do pórtico com *ligações rígidas* viga-coluna. A Figura 4.34 traz um resumo desses resultados encontrados para todas essas análises.

Mais uma vez, baseando-se nos resultados numéricos obtidos nesta dissertação e naqueles extraídos do artigo de Sekulovic e Nefovska (2004), é possível fazer as seguintes observações:

- i. inicialmente, observa-se uma boa concordância entre os resultados aqui obtidos e os da literatura, principalmente durante o comportamento pré-crítico do pórtico, independente do tipo da análise;
- ii. O fator de carga limite λ obtido pela análise elástica é maior que o fator correspondente à análise inelástica, sendo importante lembrar que o parâmetro λ aumenta à medida que há uma redução da flexibilidade da ligação.
- iii. Em pórticos com ligação rígida, destaca-se apenas a influência da capacidade de momento plástico da viga e da coluna no comportamento do elemento estrutural.

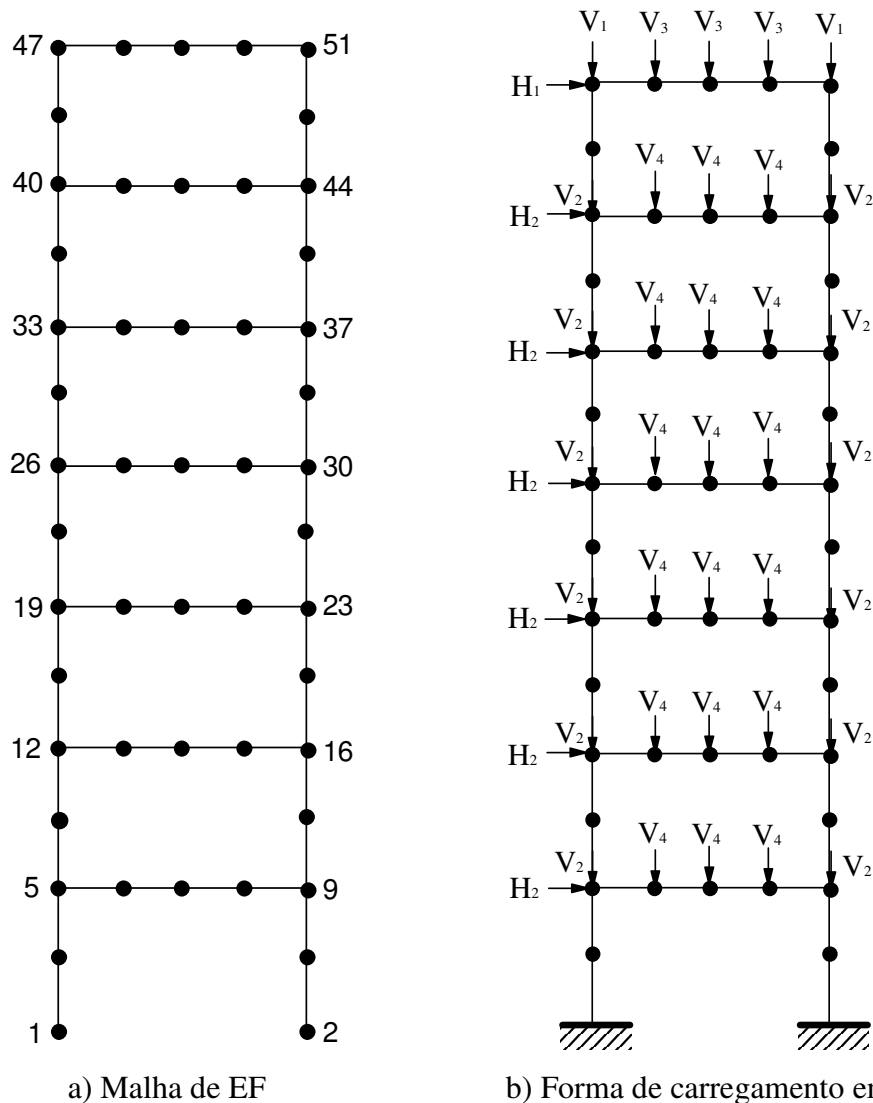
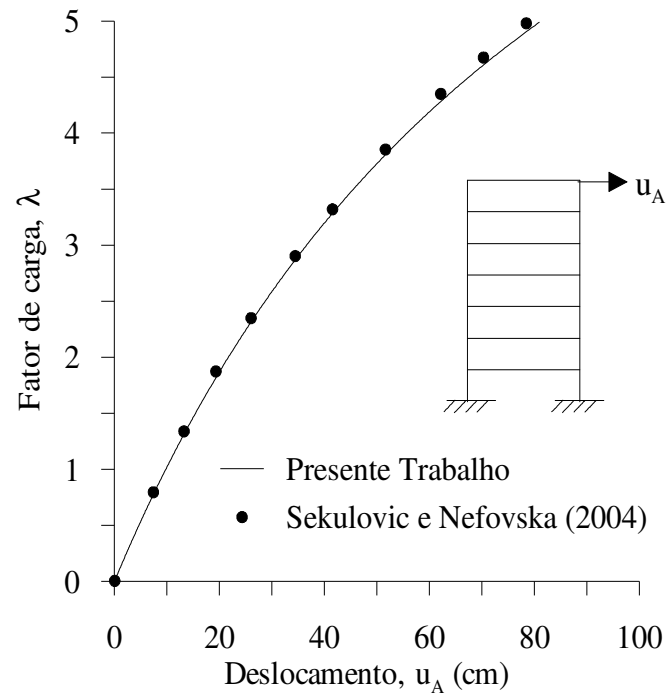
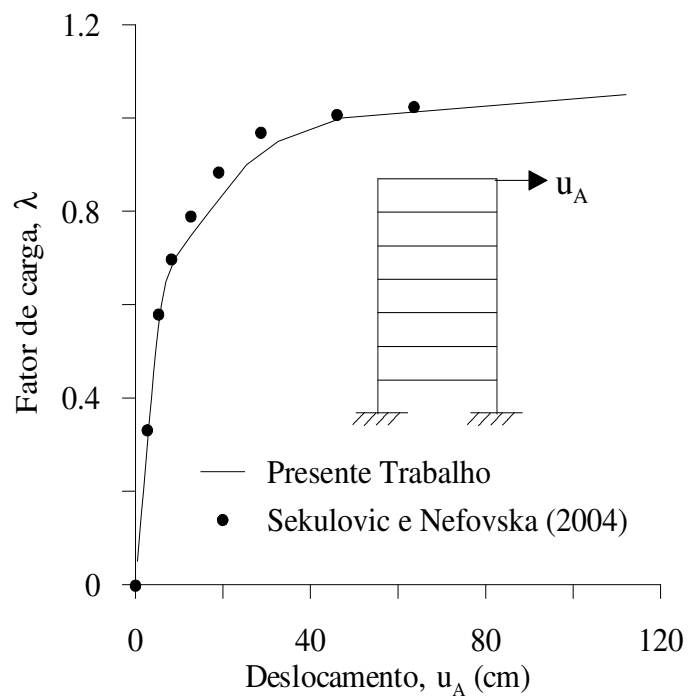


Figura 4.30 – Malha de EF e esquema do carregamento empregado para a análise de capacidade de carga do pórtico de sete andares.

iv. já para o pórtico com ligação semi-rígida B (modelo não-linear), é notado que a flexibilidade da conexão exerce grande influência no comportamento global do sistema estrutural. Isso talvez possa ser explicado pelo valor muito pequeno do seu momento último de referência M_u ($M_u = 1,017 \cdot 10^2 \text{kNm}$) em relação ao momento de plastificação M_p do perfil da viga (IPE 400, $M_p = 307,14 \text{kNm}$).

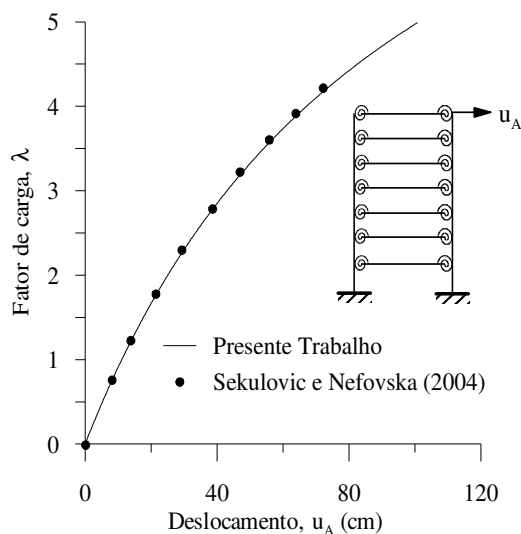


a) Análise elástica.

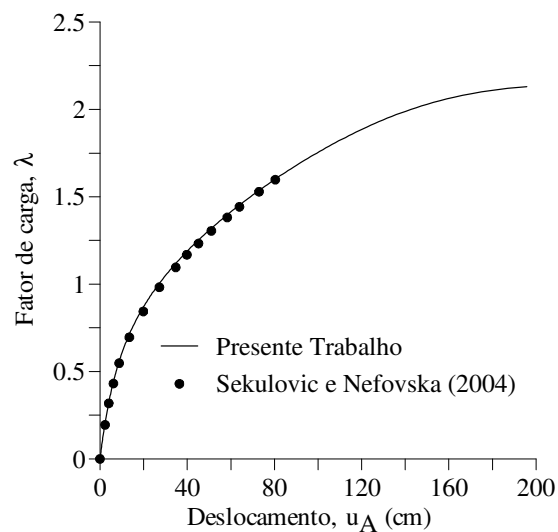


b) Análise inelástica (formulação refinada-plástica).

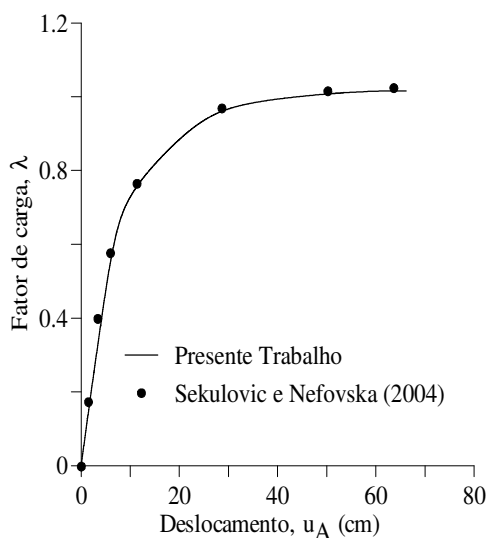
Figura 4.31 – Análise de capacidade de carga: curvas carga P - deslocamento horizontal u_A do pórtico de sete andares com *ligação rígida* viga-coluna.



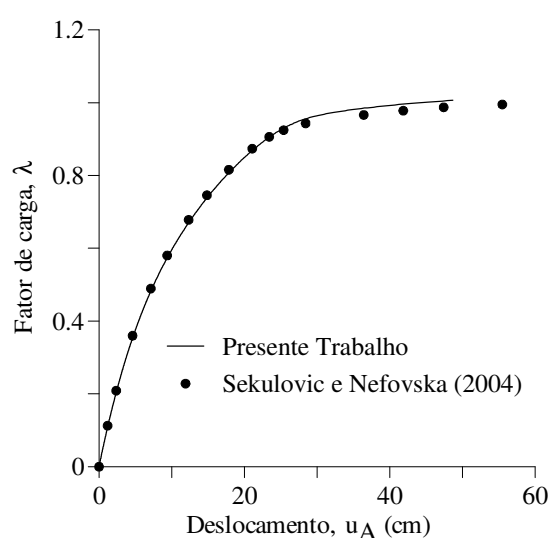
a) Análise elástica: modelo linear.



b) Análise elástica: modelo não-linear.

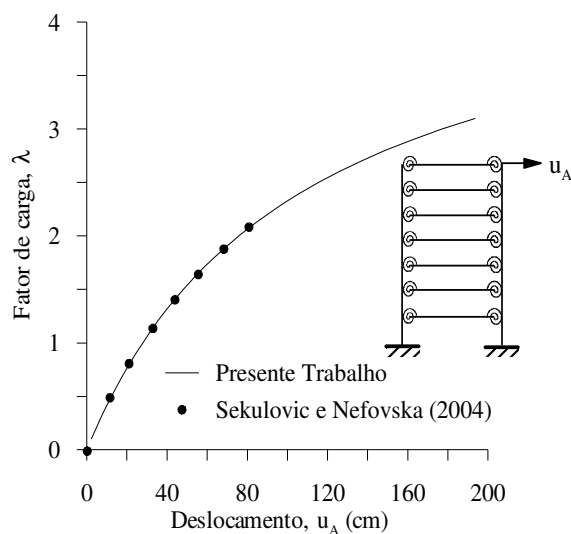


c) Análise inelástica: modelo linear.

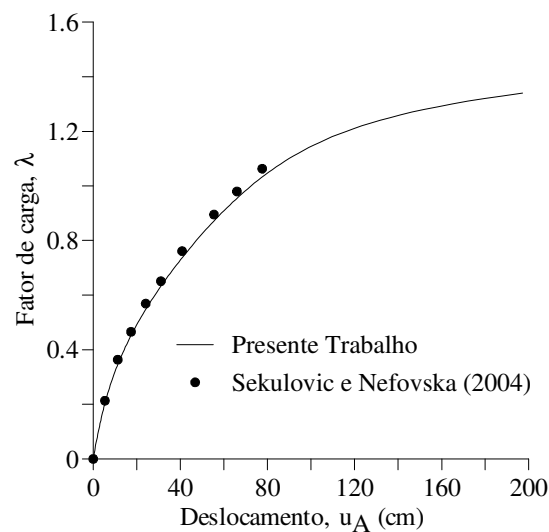


d) Análise inelástica: modelo não-linear.

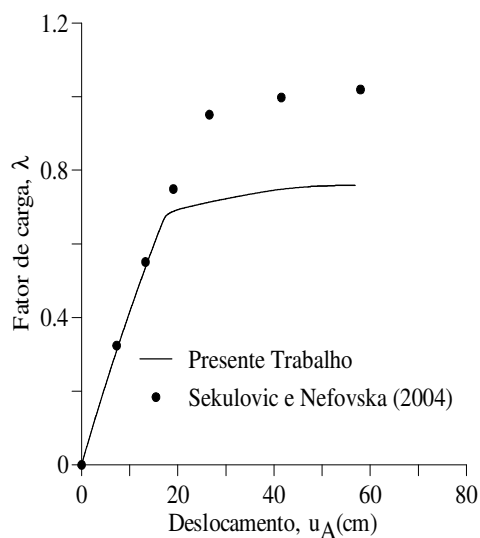
Figura 4.32 – Análise de capacidade de carga: curvas carga P - deslocamento horizontal u_A do pórtico de sete andares com *ligação semi-rígida A viga-coluna* (modelos linear e não-linear).



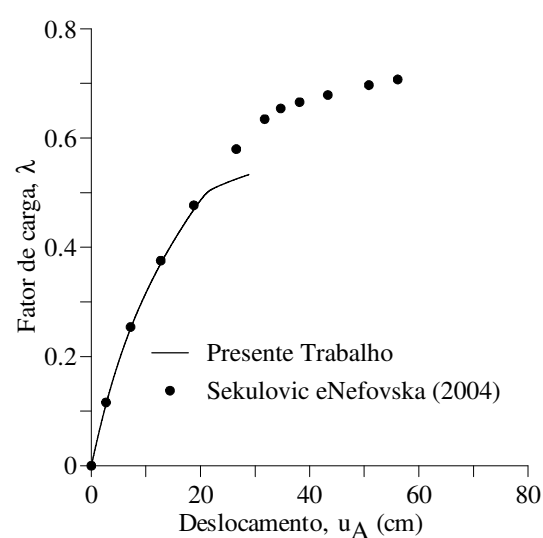
a) Análise elástica: modelo linear.



b) Análise elástica: modelo não-linear.

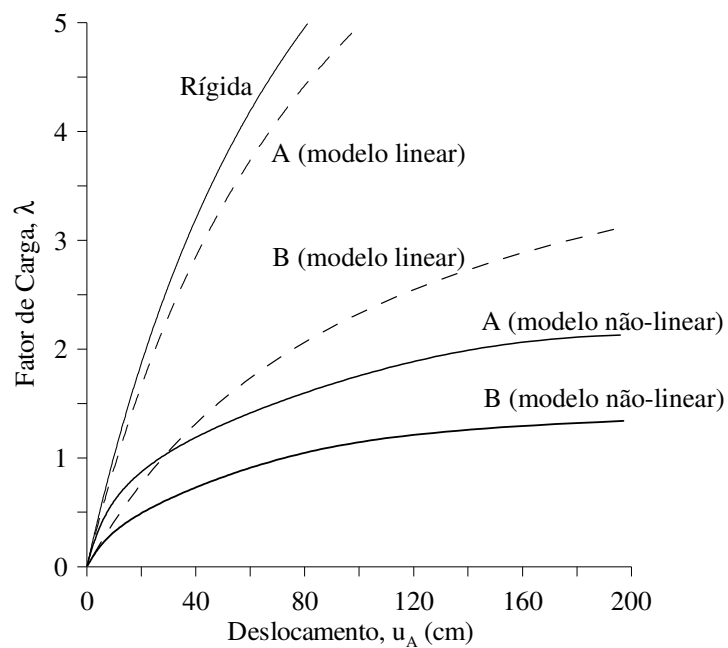


c) Análise inelástica: modelo linear.

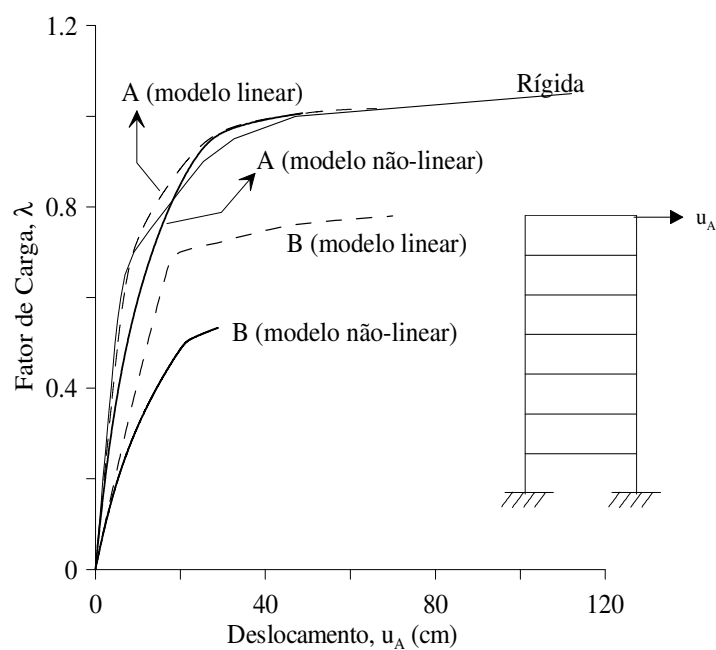


d) Análise inelástica: modelo não-linear.

Figura 4.33 – Análise de capacidade de carga: curvas carga P - deslocamento horizontal u_A do pórtico de sete andares com *ligação semi-rígida B viga-coluna* (modelos linear e não-linear).



a) Análise elástica.



b) Análise inelástica (formulação refinada-plástica).

Figura 4.34 – Análise de capacidade de carga: curvas carga P - deslocamento horizontal u_A do pórtico para os vários tipos de ligações consideradas.

5

CONSIDERAÇÕES FINAIS

5.1 - CONCLUSÕES

Com a finalidade de validar as implementações e avaliar a eficiência computacional da formulação do elemento finito híbrido não-linear em estudo, foram analisados no Capítulo 4 vários exemplos de sistemas estruturais com respostas numéricas já consagradas pela literatura.

Dessas análises, conclui-se que os efeitos de segunda ordem, da ligação semi-rígida e da inelasticidade do aço podem afetar significativamente o comportamento pré-crítico e a capacidade de carga da estrutura.

Das análises inelásticas realizadas, pode-se afirmar que o comportamento global da estrutura pode ser afetado ou controlado pelos valores da capacidade de momento plástico M_p da seção dos perfis e pela capacidade de momento último M_u da ligação flexível. Conclui-se então que a relação momento plástico (M_p) da seção/momento último da ligação (M_u) é de suma importância para a análise inelástica de estruturas com ligações flexíveis. Se essa razão for muito maior que 1, o comportamento estrutural será controlado pelos efeitos inelásticos; caso a relação se aproxime de 1, tanto a ligação quanto a inelasticidade da seção influenciarão de forma equilibrada no comportamento estrutural; e, se for muito menor que 1, a ligação flexível governará a resposta do sistema.

Alguns comentários ainda podem ser feitos baseados nos resultados obtidos das análises do capítulo anterior, isto é:

- i. a análise avançada (ou seja, a inclusão dos vários efeitos não-lineares do sistema na análise), é uma ferramenta capaz de capturar o limite de resistência e de estabilidade de uma estrutura;
- ii. numa análise avançada, pode-se considerar de forma direta o comportamento/dimensionamento do sistema estrutural como um todo, desconsiderando assim a análise isolada de cada membro;
- iii. com a análise avançada, fatores importantes como a redistribuição de esforços no regime inelástico podem ser capturados;
- iv. ao se empregar a norma LRFD, a análise da estrutura é realizada a partir do cálculo do comprimento efetivo K para a avaliação da capacidade de cada membro; a análise avançada não exige o conhecimento do comprimento efetivo K ;
- v. estratégias de solução específicas para problemas com trajetórias de equilíbrio fortemente não-lineares devem ser usadas (por exemplo, o método de Newton-Raphson acoplado à técnica da norma mínima dos deslocamentos residuais ou técnica do comprimento de arco);
- vi. no caso de conexão flexível entre os membros da estrutura, verificou-se que o tipo de modelo da ligação (linear ou não-linear) pode exercer grande influência no comportamento global do sistema;
- vii. uma discretização refinada do sistema estrutural pode compensar eventuais problemas com a formulação;
- viii. computadores pessoais de alta velocidade e grande capacidade de memória viabilizam hoje o emprego da análise avançada de estruturas metálicas;
- ix. como no trabalho de Machado (2005), foram encontrados problemas de instabilidade numérica relacionados com a singularidade da matriz de rigidez nos pontos de colapso da estrutura;
- x. outro fator relevante é a tendência de acontecer descarregamento em determinados nós da estrutura de alguns exemplos, e que pode acarretar resultados discrepantes nas análises. Foram realizadas, entretanto, algumas implementações com o intuito de evitar essas inconsistências;
- xi. por fim, no caso do pórtico de sete andares (Sekulovic e Nefovska, 2004), percebeu-se em algumas análises que os valores da carga crítica não foram satisfatórios, apesar de ter sido utilizado basicamente a mesma formulação inelástica e modelo de

ligação do elemento finito híbrido usado por esses pesquisadores. É provável que as diferenças encontradas estejam relacionadas com a formulação de segunda ordem do elemento de viga-coluna e com a discretização do pórtico.

5.2 – FUTURAS PESQUISAS

Diante da variedade de problemas estruturais que necessitam de melhor compreensão, serão apresentadas a seguir algumas sugestões para futuras pesquisas que podem usufruir da base computacional existente e em desenvolvimento, dando continuidade assim ao projeto de expandi-la. Desse modo, sugerem-se os seguintes temas:

- i. a expansão do sistema computacional para realizar análise inelástica de segunda ordem de sistemas estruturais metálicos *contraventados* com ligações rígidas e flexíveis;
- ii. a *análise dinâmica* não-linear de pórticos metálicos incluindo os efeitos de segunda ordem, da inelasticidade e das ligações semi-rígidas;
- iii. a implementação computacional de outras *formulações inelásticas*;
- iv. a implementação computacional de outras formulações para o tratamento das *ligações flexíveis*;
- v. a realização de *análises paramétricas* usando a base computacional existente;
- vi. a análise avançada de estruturas em aço sob *condições de incêndio*; e
- vii. a análise avançada de *estruturas mistas*.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AISC (1986), *Load and Resistance Factor Design Specification for Structural Steel Buildings*, 1st edn., American Institute of Steel Construction, AISC, Chicago, IL.
- Al-Bermani, F. G. A. et al. (1994), Cyclic and Seismic Response of Flexibly Jointed Frames, *Eng. Struct.*, v. 16(4), p. 249-255.
- Alvarenga, A.R. e Silveira, R.A.M. (2005), Considerations on Advanced Analysis of Steel Portal Frames (paper submetido no *XXVI Ibero-Latin American Congress of Computational Methods in Engineering (XXVI CILAMCE)*, Guarapari/ES/Brazil).
- Alves, R.V. (1993a), Formulação para Análise Não-Linear Geométrica em Referencial Lagrangiano Total. 1º Seminário de Doutorado, COPPE/UFRJ.
- Alves, R.V. (1993b), Formulação para Análise Não-Linear Geométrica em Referencial Lagrangiano Atualizado. 3º Seminário de Doutorado, COPPE/UFRJ.
- Alves, R.V. (1995), *Instabilidade Não-Linear Elástica de Pórticos Espaciais*. Tese de Doutorado, Programa de Engenharia Civil/COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- Ang, K.M. e Morris, G.A. (1984), Analysis of Three-dimensional Frames with Flexible Beam - column Connections. *Can. J. Civil Eng.*, v. 11, p. 245-254.
- AS 4100 (1990), *Steel Structures*, Standards Australia, Sydney, Australia.
- Assaid, L.M.B. (2001), *Método Plástico Aplicado às Estruturas Aporticadas de Aço*, Tese de Doutorado, Programa de Engenharia Civil/COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro/RJ, Brasil.
- Batoz, J.L. e Dhatt, G. (1979), Incremental Displacement Algorithms for Nonlinear Problems. *Int. J. Numer. Methods Eng.*, Vol. 14, p. 1262-1267.
- BS 5950 (1990), *Structural Use of Steelwork in Buildings*. Part 1, British Standards Institution, London, England.
- Carneiro, D.S. (2000), *Análise Plástica Aplicada a Estruturas Aporticadas em Aço*, Dissertação de Mestrado, Programa de Engenharia Civil/COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- Chajes, A. e Churchill, J.E. (1987), Nonlinear Frame Analysis by Finite Element Methods. *Journal of Structural Engineering*, Vol. 113, No. 6, p. 1221-1235.

- Chan, S.L. (1994), Vibration and Modal Analysis of Steel Frames with Semi-rigid Connections, *Eng. Struct.*, v. 16(1), p. 25-31.
- Chan, S.L. (1988), Geometric and Material Nonlinear Analysis of Beam-Columns and Frames Using the Minimum Residual Displacement Method, *Int. J. Numer. Methods Eng.*, Vol. 26, pp. 2657-2669.
- Chan, S.L. e Chui, P.P.T. (2000), *Non-linear Static and Cyclic Analysis of Steel Frames with Semi-rigid Connections*, Elsevier, Oxford.
- Chan, S.L. e Chui, P.P.T. (1997), A Generalised Design-based Elasto-plastic Analysis of Steel Frames by Sections Assemblage Concept, *Journal of Engineering Structures*, v. 19(8), p. 628-636.
- Chen, W.F. and Lui, E.M. (1991), *Stability Design of Steel Frames* CRC, Press, Inc., Boca Raton, Fla.
- Chen, W.F. e Kim, S-E. (1997), *LRFD Steel Design using Advanced Analysis*. CRC Press, Inc., Flórida, USA.
- Chen, W.F. e Sohal, I. (1995), *Plastic Design and Second-order Analysis of Steel Frames*, Springer-Verlag, New York.
- Chen, W.F. e Toma, S. (1994), *Advanced Analysis of Steel Frames: Theory, Software and Applications*. CRC Press, INC., flórida, USA.
- Chen, W.F., Goto, Y. e Liew, J.Y.R. (1996), *Stability Design of Semi-Rigid Frames*, John Wiley & Sons Inc., USA.
- Choi, J.K. e Lim, J.K.(1995), General Curved Beam Elements Based on The Assumed Strain Fields. *Computers & Structures*, Vol 55, N^o 3, p. 379-386.
- Crisfield, M.A. (1991), *Non-Linear Finite Element Analysis of Solids and Structures*, Vol 1, John Wiley & Sons.
- Crisfield, M.A. (1997), *Non-Linear Finite Element Analysis of Solids and Structures*, Vol 2, John Wiley & Sons.
- ECCS. (1983), *Ultimate Limit State Calculation of Sway Frames with Rigid Joints*. Pub. No. 33 European Convention for Constructional steelwork,.
- Eurocode 3 (1990), *Design of Steel Structures*, Vol. 1, Eurocode edited draft.
- Frye, M.J. e Morris, G.A. (1975), Analysis of Flexibly Connected Steel Frames, *Can. J. Civil Eng.*, v. 2(3), p. 280-291.

- Galvão, A.S. (2000), *Formulações Não-lineares de Elementos Finitos para Análise de Sistemas Estruturais Metálicos Reticulados Planos*, Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Deciv/EM/UFOP.
- Galvão, A.S. (2004), *Instabilidade Estática e Dinâmica de Pórticos Planos com Ligações Semi-rígidas*, Tese de Doutorado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da PUC-Rio, Rio de Janeiro/RJ, Brasil.
- Gerstle, K.H. (1988), Effect of Connections on Frames, J. Construct. Steel Res., v. 10, p. 241-267.
- Hsieh, S.H., Deierlein, G.G., McGuire, W. e Abel, J.F. (1989), Technical Manual for CU-STAND, Structural Engineering Report No. 89-12, School of Civil and Environmental Engineering, Cornell University, Ithaca, NY.
- Jones, S.W., Kirby, P.A. e Nethercot, D.A. (1980), Effect of Semi-rigid Connections on Steel Column Strength, J. Construct. Steel Res., v. 1, p. 38-46.
- King, W.S. e Chen, W.F. (1993), A LRFD-Based Analysis Method for Semi-rigid Frame Design, Structural Engineering Report No. CE-STR-93-15, School of Civil Engineering, Purdue Univ., West Lafayette, IN.
- Kishi, N. e Chen, W.F. (1986a), Data Base of Steel Beam-to-column Connections, Structural Engineering Report No. CE-STR-93-15, School of Civil Engineering, Purdue Univ., West Lafayette, IN.
- Kishi, N. e Chen, W.F. (1987a), Moment-Rotation Relation of Top and Seat Angle Connections, Structural Engineering Report No. CE-STR-87-4, School of Civil Engineering, Purdue Univ., West Lafayette, IN.
- Landesmann, A. (1999), *Análise e Implementação de Modelo Plástico para Estruturas Metálicas Aporticadas*, Dissertação de Mestrado, Programa de Engenharia Civil/COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro/RJ, Brasil.
- Landesmann, A. (2003), *Modelo Não-linear Inelástico para Análise de Estruturas Metálicas Aporticadas em Condições de Incêndio*, Tese de Doutorado, Programa de Engenharia Civil/COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil.
- Lazanha, E.C. (2003), *Análise Dinâmica Elasto-plástica de Estruturas Metálicas sob Excitação Aleatória do Vento*, Dissertação de Mestrado, EP-USP, São Paulo, Brasil.
- Li, M. (1998), The Finite Deformation Theory for Beam, Plate and Shell Part III, The Three-dimensional Beam Theory and the FE formulation, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. N° 162, p. 287-300.

- Liew, J.Y.R. (1992), *Advanced Analysis for Frame Design*. Ph.D. Thesis, Purdue University, West Lafayette, IN.
- Liew, J.Y.R., White, D.W. e Chen, W.F. (1993a), Second-order Refined Plastic Hinge Analysis for Frame Design: Part I, *Journal of Structural Engineering ASCE*, v. 119(11), p. 3196-3216.
- Liew, J.Y.R., White, D.W. e Chen, W.F. (1993b), Second-order refined plastic hinge analysis for frame design: Part II. *Journal of Structural Engineering ASCE*, v. 119(11), p. 3217-3237.
- Lui, E.M. e Chen, W.F. (1986), Analysis and Behavior of Flexible-Jointed Frames, *Eng. Struct.*, v. 8, p. 1007-118.
- Lui, E.M. e Chen, W.F. (1988), Behavior of Braced and Unbraced Semi-rigid Frames, *Int. J. Solids Structures*, v. 24(9), p. 893-913.
- Machado, F.C.S. (2005), *Análise Inelástica de Segunda ordem de Sistemas Estruturais Metálicos*, Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Deciv/EM/UFOP.
- Martins, G.V. (1999), *Síntese Plástica e Análise Modal de Pórticos Metálicos Submetidos a Cargas não Proporcionais*, Dissertação de Mestrado, Universidade de Brasília, Brasília, DF, Brasil.
- Matsununga, H. (1996), Buckling Instabilities of Thick Elastic Beams Subjected to Axial Stresses. *Computers & Structures*, Vol. 59, N° 5, p. 859-868.
- Monforton, A.R. e Wu, T.S. (1963), Matrix Analysis of Semi-rigid Connected Frames, *J. Struct. Div. ASCE*, v. 89(ST6), p. 13-42.
- NBR 8800 (1986), *Projeto e Execução de Estruturas em Aço de Edifícios*, ABNT, Rio de Janeiro, Brasil.
- Neuenhofer, A. e Filippou, F.C. (1998), Geometrically Nonlinear Flexibility-Based Frame Finite Element. *Journal of the Structural Engineering*, Vol. 124, N° 6, p. 704-711.
- Pacoste, C. e Eriksson, A. (1995), Element Behavior in Post-critical Plane Frames Analysis. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, N° 125, p. 319-343.
- Pacoste, C. e Eriksson, A. (1997), Beam Elements in Instability Problems. *Comput Methods Appl. Mech. Engrg.*, N° 144, p. 163-197.
- Petrolito, J. (1995), Stiffness Analysis of Beam Using a Higher-Order Theory, *Computers & Structures*, Vol. 55, N° 1, p. 33-39.

- Pinheiro, L. (2003), *Análises Não-lineares de Sistemas Estruturais Metálicos Rotulados e Semi-rígidos*, Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, Deciv/EM/UFOP.
- Ramberg, W. e Osgood, W.R. (1943), Description of Stress-Strain Curves by Three parameters, Technical Report N°. 902, National Advisory Committee for Aeronautics, Washington, DC.
- Richard, R.M. e Abbott, B.J. (1975), Versatile Elastic-plastic Stress-strain Formula, J. Eng. Mech. Div. ASCE, v. 101(4), p. 511-515.
- Rocha, G. (2000), *Estratégias de Incremento de Carga e de Iteração para Análise Não-linear de Estruturas*, Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Deciv/EM/UFOP.
- Romstad, K.M. e Subramanian, C.V. (1970), Analysis of Frames with Partial Connection Rigidity, J. Struct. Div. ASCE, v. 96(ST11), p. 2283-2300.
- Sekulovic, M. e Nefovska-Danilovic, M. (2004), Static Inelastic Analysis of Steel Frames with Flexible Connections, Theoret. Appl. Mech., vol. 31, No. 2, p. 101-134.
- Sekulovic, M. e Salatic, R. (2001), Nonlinear Analysis of Frames with Flexible Connections, Computers & Structures, v. 79(11), p. 1097-1107.
- Sekulovic, M., Salatic, R. e Nefovska, M. (2002), Dynamic Analysis of Steel Flexible Connections, Comp Struct., v.80(11), p. 935-955.
- Shi, G. e Atluri, S.N. (1989), Static and Dynamic Analysis of Space Frames with Nonlinear Flexible Connections, Int. J. Num. Methods Eng., v. 28, p. 2635-2650.
- Silveira, R.A.M. (1995), *Análise de Elementos Estruturais Esbeltos com Restrições Unilaterais de Contato*, Tese de Doutorado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil/PUC-Rio, Rio de Janeiro/RJ, Brasil.
- Silveira, R.A.M. (2003), *Análise Não-linear Estática e Dinâmica de Estruturas Metálicas*, CNPq, Produtividade em Pesquisa, Processo: 300363 / 00 - 1 (projeto em andamento).
- Simões, L. M. C. (1996), Optimization of Frames with Semi-rigid Connections, Comp. Struct., v. 60(4), p. 531-539.
- Soares Filho, M. (2002), *Análise Dinâmica de Pórticos Elasto-plásticos com Conexões Semi-rígidas Utilizando Programação Matemática*, Projeto de Tese de Doutorado em Estruturas, Universidade de Brasília, Brasília, DF, Brasil.
- Tin-Loi, F. e Misa, J.S. (1996), Large Displacement Elastoplastic Analysis of Semirigid Steel Frames, Int. J. Num. Methods Eng., Vol. 39, p. 741-762.

- Torkamani, M.A.M., Sonmez, M. e Cao, J. (1997), Second-Order Elastic Plane-Frame Analysis Using Finite-Element Method. *Journal of Structural Engineering*, Vol 12, N° 9, p. 1225-1235.
- Torkamani, M.A.M., e Sonmez, M. (2001), Inelastic Large Deflections Modeling of Beam-columns. *ASCE J. Struct. Engineer.* Vol. 123 (9) 1997, pp. 1225 a 1235.
- Vellasco, P.C.G.S. (1987), *Estudo da Não-linearidade do Material em Micro-idealização de Estruturas de Aço*, Dissertação de Mestrado, PUC-Rio, Rio de Janeiro, Brasil.
- Vieira, F.C.P. (1997), *Análise de Estruturas Metálicas Espaciais Aporticadas com Diferentes Funções de Plastificação*, Dissertação de Mestrado, Universidade de Brasília, Brasília, DF, Brasil.
- Vogel, U. (1985), Calibrating Frames, *Stahlbau*, v. 54 (outubro), p. 295-311.
- Williams, F.W. (1964), An Approach to the Nonlinear Behavior of the Members of a Rigid Jointed Plane Framework with Finite Deflections, *Quart. J. Mech. Appl. Math.*, 17(4), p. 451-469, 1964.
- Xu, Z. e Mirmiran, A. (1997), Looping Behavior of Arches Using Corotational Finite Element. *Computers & Structures*, Vol. 62, N° 6, p. 1059-1071.
- Yang, Y.B. e Kuo, S.R. (1994), *Theory & Analysis of Nonlinear Framed Structures*, Prentice Hall.
- Youssef-Agha, W. e Aktan, H.M. (1989), Seismic Response of Low-rise Steel Frames, *Struct. Div. ASCE*, v. 115(3), p. 594-607.
- Yu, C.H., Shanmugan, N.E. (1986), Stability of Frames with Semi-rigid Joints, *Comp. Struct.*, v. 23(5), p. 639-648.
- Zhu, K. et al. (1995), Dynamic Response of Flexibility Jointed Frames, *J. Struct. Div. ASCE*, v. 17(8), p. 575-580.
- Ziemian, R.D. (1993), Examples of Frame Studies Used to Verify Advanced Methods of Inelastic Analysis. In: *Plastic Hinge Based Methods for Advanced Analysis and Design of Steel Frames*, Structural Stability Research Council, SSRC, Lehigh Univ., Bethlehem, PA.

APÊNDICE A:

Tabela de Perfis

A.1 – TABELA DE PERFIS USADOS NOS EXEMPLOS DE VALIDAÇÃO

Nesta seção será apresentada uma tabela com o resumo das características geométricas de todos os perfis metálicos usados nos exemplos de validação. Todos esses dados foram tirados tanto das referências bibliográficas quanto das tabelas fornecidas por alguns fabricantes, conforme normas nacionais e internacionais.

Destaca-se ainda que foram acrescentados além dos dados de cada um dos perfis usados no presente trabalho, os valores das espessuras das mesas equivalentes (t_{fe}). Estes valores foram apresentados por motivo da formulação estudada exigir tal mudança. Maiores detalhes a respeito da introdução desse parâmetro são fornecidos na primeira seção do Capítulo 4.

Tabela D.1 – Tabela de perfis utilizados.

Perfil	A (mm ²)	I _x (mm ⁴)	W _x (mm ³)	Z _x (mm ³)	d (mm)	tw (mm)	b (mm)	tf (mm)	tf _e (mm)	Obs.:
W200x46	5890	45,8x10 ⁶	451x10 ³	498x10 ³	203	7,24	203	11,0	11,28	W8x31
W200x71	9097	76,6x10 ⁶	709x10 ³	803x10 ³	216	10,16	206	17,4	17,62	W8x48
W310x143	18200	348x10 ⁶	2150x10 ³	2420x10 ³	323	14,0	309	22,9	23,23	W12x96
W360x72	9100	201x10 ⁶	1150x10 ³	1280x10 ³	350	8,6	204	15,1	15,56	W14x48
W410x74	9550	27,5x10 ⁶	1330x10 ³	1510x10 ³	413	9,7	180	16,0	16,23	W16x50
W460x74	9450	333x10 ⁶	1460x10 ³	1650x10 ³	457	9,0	190	14,5	14,74	W18x50
W530x123	15700	761x10 ⁶	2800x10 ³	3210x10 ³	544	13,1	212	21,2	21,56	W21x83
HEA340	13300	276,9x10 ⁶	1678x10 ³	1850x10 ³	330	9,5	300	16,5	17,56	
HEB300	14900	251,7x10 ⁶	1678x10 ³	1869x10 ³	300	11,0	300	19,0	20,06	
IPE240	3912	38,9x10 ⁶	324x10 ³	367x10 ³	240	6,2	120	9,8	10,63	
IPE300	5381	83,5x10 ⁶	557x10 ³	628x10 ³	300	7,1	150	10,7	11,36	
IPE330	6261	117,7x10 ⁶	713x10 ³	804x10 ³	330	7,5	160	11,5	12,39	
IPE360	7273	162,7x10 ⁶	903x10 ³	1019x10 ³	360	8,0	170	12,7	13,54	
IPE400	8446	231,3x10 ⁶	1156x10 ³	1307x10 ³	400	8,6	180	13,5	14,58	
HEB160	5425	24,92x10 ⁶	312x10 ³	354x10 ³	160	8,0	160	13,0	13,61	
HEB200	7808	56,96x10 ⁶	570x10 ³	643x10 ³	200	9,0	200	15,0	15,70	
HEB220	9104	80,91x10 ⁶	736x10 ³	827x10 ³	220	9,5	220	16,0	16,64	
HEB240	10600	112,6x10 ⁶	938x10 ³	1053x10 ³	240	10,0	240	17,0	17,80	
HEB260	11840	149,2x10 ⁶	1148x10 ³	1283x10 ³	260	10,0	260	17,5	18,46	
HE450B	21800	798,9x10 ⁶	3551x10 ⁶	3982x10 ³	450	14	300	26	27,06	IPB450
HE600B	27000	171x10 ⁷	5701x10 ³	6425x10 ³	600	15,5	300	30	31,08	IPB600