

UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO - ESCOLA DE MINAS  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL  
PROGRAMA DE PÓS – GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

## **MODELAGEM NUMÉRICA NÃO LINEAR FÍSICA VIA MEF DE ESTRUTURAS DE SOLOS REFORÇADOS**

**AUTOR: ANDERSON RESENDE PEREIRA**

ORIENTADORA: Prof<sup>ª</sup>. Dr<sup>ª</sup>. Christianne de Lyra Nogueira

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação do Departamento de Engenharia Civil da Escola de Minas da Universidade Federal de Ouro Preto, como parte integrante dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil, área de concentração: Geotecnia.

Ouro Preto, março de 2003.

P436m      Pereira, Anderson Resende.  
Modelagem numérica não linear física via MEF de estruturas de solos reforçados / Anderson Resende Pereira. -- Ouro Preto : UFOP, 2003.  
viii, 168p. : il.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Ouro Preto. Escola de Minas. Departamento de Engenharia Civil.

1. Geotecnia. 2. Modelagem numérica. 3. Geossintéticos. 4. Elementos finitos. 5. Solo reforçado. I. Universidade Federal de Ouro Preto. Escola de Minas. Departamento de Engenharia Civil. II. Título.

CDU: 624.13

# **MODELAGEM NUMÉRICA NÃO LINEAR FÍSICA DE ESTRUTURAS DE SOLOS REFORÇADOS**

**AUTOR: ANDERSON RESENDE PEREIRA**

Esta dissertação foi apresentada em sessão pública e aprovada em 21 de março de 2003, pela Banca Examinadora composta pelos seguintes membros:

Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Christianne de Lyra Nogueira (Orientador / UFOP)

Prof. Dr. Luiz Gonzaga de Araújo (UFOP)

Prof. Dr. Roberto Francisco de Azevedo (UFV)

## **Agradecimentos**

- A Deus;
- À professora Christianne de Lyra Nogueira pela dedicada orientação indispensável à realização deste trabalho;
- Ao professor Luiz Gonzaga de Araújo pelas sugestões e comentários;
- À minha família, pelo incentivo e apoio na realização deste trabalho;
- Ao professor Walter Dornelas;
- Aos professores do PROPEC;
- Aos funcionários do DECIV, em especial à Rovia;
- Aos colegas da pós-graduação;
- À CAPES e CNPq pelo apoio financeiro.

## *Resumo*

---

Uma estrutura em solo reforçado é o resultado da associação do solo com um material capaz de resistir a determinados esforços a fim de melhorar suas características.

O principal objetivo desta dissertação é o desenvolvimento de um modelo computacional, baseado no método dos elementos finitos, para previsão do comportamento mecânico de estruturas de solos reforçados usando uma representação discreta. Neste caso, a representação do comportamento do solo é feita com a utilização do elemento plano (Q8), para o reforço o elemento unidimensional (B2) e (B3) e para as interfaces o elemento de interface (I6) com espessura nula.

As implementações computacionais são validadas através de exemplos encontrados na literatura do assunto.

Finalmente, a nova versão do programa ANLOG é utilizada para a simulação de um problema estudado com a versão anterior. O problema em questão é a análise de um muro de arrimo reforçado com geotêxteis.

# *Abstract*

---

The association of the soil with a material that can resist traction effort is called reinforced soil. This association improves the stability and bearing capacity and reduces the soil structure displacements.

The aim of this thesis is the development of a computational model, based on finite element method (FEM), to predict the mechanical behavior of the reinforced soil structures using a discrete representation. In this case, different types of elements are used to simulate the behavior of the soil, reinforcement and soil-reinforcement interface.

This finite element model was implemented into the ANLOG computational program (Non Linear Analysis of Geotechnical Problems) employing the quadratic isoparametric element with eight nodes (Q8) to simulate the behavior of soil; the quadratic isoparametric element with three nodes (B3) to represent the reinforcement and the null thickness quadratic isoparametric interface element (I6) to simulate the soil-reinforcement interface.

The soil element can be considered as linear elastic, non linear elastic or elastoplastic while the reinforcement element can be considered as linear elastic or non linear elastic. The interface element is considered as linear elastic ideally plastic by Mohr-Coulomb criteria.

Some examples are presented to validate the computational implementations and to illustrate the application of this model to usual situations in practice problems.

# Sumário

---

---

	página
<b>Lista de Figuras</b> .....	v
<b>Lista de Tabelas</b> .....	viii
 <b>Capítulo 1 – INTRODUÇÃO</b>	
1.1 - Considerações gerais .....	1
1.2 - Revisão bibliográfica.....	4
1.3 - Objetivo e descrição do trabalho .....	7
 <b>Capítulo 2 - OS GEOSSINTÉTICOS COMO REFORÇO</b>	
2.1 - Introdução.....	8
2.2 - Propriedades dos geossintéticos .....	15
2.3 - Comportamento mecânico de estruturas de solos reforçados.....	26
 <b>Capítulo 3 - MODELO NUMÉRICO VIA MEF PARA SIMULAÇÃO DO COMPORTAMENTO MECÂNICO DE ESTRUTURAS DE SOLOS REFORÇADOS</b>	
3.1 - Formulação via MEF do problema mecânico de equilíbrio estático.....	33
3.2 – Representação discreta - elementos finitos utilizados .....	42
 <b>Capítulo 4 – EXEMPLOS DE VALIDAÇÃO</b>	
4.1 – Barra submetida a um esforço axial.....	60
4.2 - Barra submetida a uma força distribuída por unidade de volume .....	61
4.3 – Verificação do modelo parabólico para o reforço .....	65
4.4 – Abertura da descontinuidade entre dois blocos .....	66
4.5 – Deslizamento de bloco rígido sobre descontinuidade horizontal .....	69

4.6 – Deslizamento de bloco rígido sobre descontinuidade inclinada .....	70
4.7 – Bloco elástico longo.....	72

## **Capítulo 5 - EXEMPLOS DE APLICAÇÃO**

5.1 – Ensaio de arrancamento .....	76
5.2 – Análise numérica de uma estrutura de contenção experimental reforçada.....	84
5.2.1 – Análises lineares elásticas .....	90
5.2.2 – Análises não lineares elásticas .....	95

## **Capítulo 6 – CONSIDERAÇÕES FINAIS, CONCLUSÕES E SUGESTÕES**

6.1 – Considerações Finais .....	99
6.2 – Conclusões .....	101
6.3 - Sugestões .....	102

<b>Referências Bibliográficas.....</b>	<b>103</b>
--	------------



## *Lista de Figuras*

---

---

	página
<b>Capítulo 1</b>	
Figura 1.1 - Zigurates.....	2
Figura 1.2 - Muralha da China.....	2
<b>Capítulo 2</b>	
Figura 2.1 - Otimização de projetos de estrutura de solos reforçados pelo uso de geossintéticos com função reforço.....	9
Figura 2.2 - Geotêxteis não-tecidos (Ingold e Miller, 1988) .....	10
Figura 2.3 - Exemplo de geotêxtil tecido composto por fitas extrudadas (Ingold e Miller, 1988) .....	11
Figura 2.4 - Geotêxtil tricotado (Ingold e Miller, 1988).....	12
Figura 2.5 - Geogrelhas (Ingold e Miller, 1988).....	13
Figura 2.6 - Geocélulas (Ober Geossintéticos).....	15
Figura 2.7 - Comportamento mecânico (Huesker, 2000) .....	16
Figura 2.8 - Ensaio de tração de faixa larga em geotêxtil (Zornberg, 1994) .....	19
Figura 2.9 - Curva carga x deformação obtidas de ensaios de tração simples (Martins, 2000) .....	19
Figura 2.10 - Condições de contorno em ensaios de geotêxtil, padrão e ideal .....	21
Figura 2.11 - Características de interface (Huesker, 2000) .....	21
Figura 2.12 - Ensaio para determinação dos parâmetros de atrito de interface (Vidal e Palmeira, 2001).....	22
Figura 2.13 - Elemento infinitesimal de reforço .....	24
Figura 2.14 - Estabilidade externa (Huesker, 2000) .....	27
Figura 2.15 - Estabilidade interna (Huesker, 2000).....	28
Figura 2.16 - Aterros sobre solos moles (Huesker, 2000) .....	29
Figura 2.17 - Aterros sobre estacas e capitéis (Huesker, 2000).....	30

Figura 2.18 - Aterros sobre terrenos susceptíveis a subsidência (Huesker, 2000) .....	31
---	----

### Capítulo 3

Figura 3.1 - Elemento Plano Q8 .....	43
Figura 3.2 - Elemento de Barra B2 .....	47
Figura 3.3 - Comportamento linear elástico do elemento B2 .....	49
Figura 3.4 - Elemento de Barra B3 .....	50
Figura 3.5 - Modelos de comportamento do reforço .....	53
Figura 3.6 - Elemento de Interface I6 .....	54
Figura 3.7 - Representação esquemática de ensaio de cisalhamento direto em junta de rocha.....	55

### Capítulo 4

Figura 4.1 - Exemplos de validação.....	59
Figura 4.2 - Barra submetida a uma força de tração .....	60
Figura 4.3 - Barra submetida a uma força distribuída por unidade de volume.....	61
Figura 4.4 - Teste de convergência do elemento B3 - Situação 1 - $q=cte$ .....	64
Figura 4.5 - Verificação do modelo parabólico para o reforço.....	67
Figura 4.6 - Elemento de Interface I6 sujeito a uma força de tração .....	68
Figura 4.7 - Sistema mecânico discreto equivalente.....	68
Figura 4.8 - Bloco deslizando sobre outro bloco horizontalmente .....	71
Figura 4.9 - Bloco deslizando sobre outro bloco com interface inclinada .....	72
Figura 4.10 - Variação do deslizamento em função de $P/c_i$ .....	74
Figura 4.11 - Bloco elástico longo sob força horizontal.....	75
Figura 4.12 - Distribuição da tensão de cisalhamento na interface .....	76

### Capítulo 5

Figura 5.1 - Ensaio de arrancamento - Idealização pelo MEF.....	77
Figura 5.2 - Distribuição da tensão cisalhante na interface inferior. ....	80
Figura 5.3 - Distribuição da tensão cisalhante na interface inferior para $P=30$ .....	81
Figura 5.4 - Distribuição da tensão normal no reforço para valores de $k_s$ .....	82
Figura 5.5 - Distribuição da tensão normal no reforço para valores de $P$ .....	84

Figura 5.6 - Caixa de testes de grandes dimensões da UFV .....	85
Figura 5.7 - Idealizações via MEF do problema.....	88
Figura 5.8 - Deslocamento horizontal (DH) do muro - $E_{\text{muro}}$ variado - malha 1 .....	91
Figura 5.9 - Tensão vertical ao longo da horizontal a uma altura de 1,50m - após a construção do aterro - malha 1 - linear elástica. ....	92
Figura 5.10 - Tensão vertical ao longo da profundidade - $x=3,50\text{m}$ - após a construção do aterro - malha 1 - linear elástica.....	93
Figura 5.11 - Deslocamento horizontal (DH) do muro - $E_{\text{muro}}$ variado - malha 2 - linear elástica .....	94
Figura 5.12 - Deslocamento horizontal (DH) do muro - malhas 1,2,3 e 4 – linear elástica .....	95
Figura 5.13 - Distribuição de tensão no reforço – linear elástica .....	95
Figura 5.14 - Deslocamento horizontal (DH) do muro - malha 1,2,3 e 4 – hiperbólica .....	96
Figura 5.15 - Distribuição de tensão no reforço - análise hiperbólica .....	96
Figura 5.16 - Razão de tensão – malha 3 – hiperbólica.....	96
Figura 5.17 - Razão de tensão – malha 4 – hiperbólica.....	96

# *Lista de Tabelas*

---

---

página

## **Capítulo 1**

Tabela 1.1 – Funções e solicitações predominantes em estruturas de solos reforçados ...	3
Tabela 1.2 – Solos reforçados: natureza, geometria e mecanismos de interação .....	4

## **Capítulo 2**

Tabela 2.1 - Características de atrito solo-geotêxteis determinadas em ensaios de cisalhamento direto de grande porte .....	23
---	----

## **Capítulo 4**

Tabela 4.1 – Barra sujeita a uma força de tração – Numérico x Analítico .....	61
Tabela 4.2 – Carregamento nodal equivalente – Elemento B3.....	63
Tabela 4.3 – Comparação dos deslocamentos da situação 1 .....	63
Tabela 4.4 – Comparação das tensões da situação 1 .....	65
Tabela 4.5 – Comparação dos deslocamentos da situação 2 .....	65
Tabela 4.6 – Comparação das tensões da situação 2 .....	65
Tabela 4.7 – Resultados dos elementos planos.....	70
Tabela 4.8 – Tensão e deslocamento na interface horizontal dos blocos .....	71
Tabela 4.9 – Tensão e deslocamento na interface inclinada dos blocos.....	73
Tabela 4.10 – Dados do problema: Bloco elástico longo .....	75

## **Capítulo 5**

Tabela 5.1 – Dados do problema: Ensaio de arrancamento.....	77
Tabela 5.2 – Parâmetros elásticos para os elementos de solo (Silva 1998).....	90
Tabela 5.3 – Parâmetros do modelo hiperbólico para os elementos de solo (Silva 1998).....	90
Tabela 5.4 – Parâmetros das interfaces.....	90

# *Capítulo 1*

---

## **INTRODUÇÃO**

### **1.1 - CONSIDERAÇÕES GERAIS**

Uma estrutura em solo reforçado é o resultado da associação do solo com um material capaz de resistir a elevados esforços de tração, flexão ou cisalhamento por mecanismo de interação envolvendo atrito e/ou adesão. Os principais objetivos do reforço são o aumento da resistência e diminuição da compressibilidade do maciço, resultando assim no aumento da estabilidade e capacidade de carga e na redução dos recalques e deslocamentos laterais.

A idéia da associação de elementos com funções de reforço, filtração, drenagem, separação e proteção a obras geotécnicas esteve sempre presente na história da humanidade. Como exemplos destas aplicações mais remotas, podem-se citar as estradas persas e romanas, Zigurates (Figura 1.1) e a Muralha da China (Figura 1.2). Estes sistemas são compostos por materiais vegetais fibrosos (por exemplo: mantas de raízes). Os Incas utilizavam lã de lhama misturadas ao solo na construção de estradas que resistem ao tempo até os dias de hoje, como por exemplo, o Templo de La Luna, no Peru. A aplicação pioneira que mais se aproxima de um geossintético atual foi, provavelmente, a utilização de mantas de algodão em 1926 pelo Departamento de Estradas da Carolina do Sul (USA) como reforço de camadas asfálticas em pavimento.

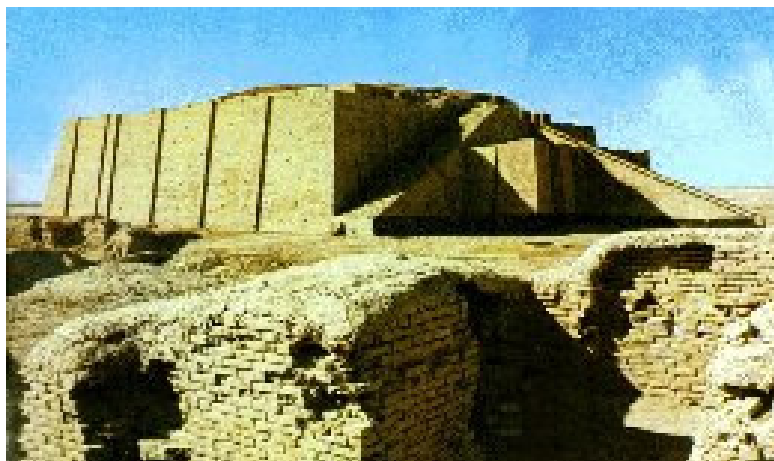


Figura 1.1 - Zigurates.



Figura 1.2 - Muralha da China.

Por causa da dificuldade de avaliação dos parâmetros de comportamento, das dificuldades de execução (praticamente artesanal), da pouca durabilidade (geralmente não podem sofrer ciclos de saturação e secagem) e do difícil controle de qualidade, a aplicação destes materiais em obras geotécnicas foi desprezada durante vários anos.

Nos anos 60, a técnica do reforço de solos por inclusões sofreu uma aceleração, quando da utilização de lâminas metálicas como elementos de reforço (“Terra Armada”), pelo engenheiro e arquiteto francês Henri Vidal.

Porém, a possibilidade de níveis de corrosão indesejados tornou necessários os tratamentos para materiais metálicos, ou ainda, a utilização de materiais mais nobres,

podendo inviabilizar economicamente a utilização destas inclusões metálicas. O desenvolvimento de materiais poliméricos veio sanar estas dificuldades, permitindo a redução de custos e prazos, facilitando os procedimentos e melhorando a confiabilidade. Sua versatilidade aumenta os campos de aplicação, surgindo continuamente novos produtos, sobretudo na última década.

Esta técnica de reforço, com inserção de materiais metálicos ou não metálicos, pode ser feita em um maciço de solo natural (técnicas de ancoragem, solo grampeado, estaca-raiz, etc.) ou em aterro compactado, agindo de modo a modificar os campos de tensões e de deformações pré-existentes na massa de solo. Em aterros compactados podem ser feitas inclusões de natureza e geometria diversas, como por exemplo, fibras, lâminas, barras, mantas, grelhas, etc. A escolha do tipo de metodologia depende da natureza das solicitações a serem absorvidas pelas inclusões, como indicado na Tabela 1.1 (Schlosser e Juran, 1979).

Tabela 1.1 – Funções e solicitações predominantes em estruturas de solos reforçados

MÉTODO DE REFORÇO	SOLICITAÇÃO DOMINANTE				FUNÇÃO DOMINANTE			
	TRAÇÃO	COMP.	CISLO	FLEXÃO	CAP. CARGA	ESTABIL.	CONTROLE DOS RECALQUES	ACELERAÇÃO DOS RECALQUES
Terra armada	•					•		
Solo grampeado	•		•			•		
Estacas-raiz	•	•		•	•		•	
Colunas de areia		•	•		•		•	•

A interação solo-reforço é condicionada por mecanismos de atrito, adesão e resistência passiva, dependendo da natureza do material, do tipo de solo e da geometria do reforço, como indica a Tabela 1.2 (Mitchell, 1987).

Tabela 1.2 – Solos reforçados: natureza, geometria e mecanismos de interação.

TIPO DE OBRAS	NATUREZA DO REFORÇO		TIPO DO MATERIAL		GEOMETRIA DO MACIÇO			TIPO DE SOLO				MECANISMO/INTERAÇÃO	
			Metálico	Não Metálico	Taludes	Muros		Argila	Silt	Areia	Cascalho	Atrito	Resistência passiva
ATERROS COMPACTADOS	Lâminas	lisas	●	●	—	—	—	—	—	—	—	●	—
		nervuradas	●	●	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	Barras		●	—	—	—	—	—	—	—	—	—	●
	Grelhas		●	●	—	—	—	—	—	—	—	—	●
	Mantas		—	●	—	—	—	—	—	—	—	●	—
	Fibras		●	●	—	—	—	—	—	—	—	●	—
SOLO IN SITU	Solo grampeado		●	—	—	—	—	—	—	—	—	●	—
	Estacas		●	●	—	—	—	—	—	—	—	—	●

O desenvolvimento de um modelo para previsão do comportamento de estruturas de solos reforçados é muito importante, sobretudo por permitir a simulação de diferentes tipos de solicitação e geometria, interferindo assim nas especificações de projeto e conduzindo a soluções inovadoras para problemas de difícil solução.

## 1.2 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Como dito anteriormente, a idéia de associar ao solo um material com resistência à tração é antiga. Porém, o avanço das técnicas de execução e de desenvolvimentos de materiais promoveu um significativo aumento do seu uso nas mais diferentes aplicações de engenharia.

Como referenciado em Zornberg (1994), as atuais orientações para projetos, conjuntamente com as propriedades dos solos e de fatores de segurança adotadas normalmente, geralmente fornecem estruturas seguras e com pequenas deformações aceitáveis, sob condições de tensões de trabalho. Estes métodos, entretanto, foram desenvolvidos para muros de geometria simples. Conseqüentemente a grande variedade de geometria dos muros, materiais de revestimento, materiais de reaterro e características de reforço que atualmente têm sido utilizadas, devem resultar num comportamento de muro diferente daquele assumido em projeto.

A realização e monitoramento de ensaios de campo em protótipos de muros em escala natural são de grande valia, principalmente, quando da necessidade de lidar com estruturas de geometria não usuais ou com carregamentos que estejam fora daqueles considerados pelos métodos de projetos empíricos. Entretanto, instrumentação e monitoramento em ensaio de muros em tamanho natural têm custo elevado.



Simulações numéricas são uma alternativa para prever o comportamento de projetos não usuais e podem ser feitas via Método dos Elementos Finitos (MEF) ou via análise limite. Via MEF torna-se possível a análise tensão-deformação das estruturas de solo reforçado ao longo da trajetória de equilíbrio durante a construção e vida útil das mesmas. Pela via da análise limite tem-se como resposta a carga de colapso e/ou o mecanismo de ruptura de uma estrutura de solo reforçado (Sousa, 2001; Sousa et al., 2001; Araújo et al., 2001; Lemos, 2002 e Araújo et al., 2003).

Assim como na análise limite, numa análise via MEF a representação de estruturas de solos reforçados pode ser feita de forma contínua ou discreta.

Na representação contínua utiliza-se um único elemento para representar o solo reforçado, o qual é tratado como um meio único, anisotrópico e homogêneo. Esta técnica torna a malha de elementos finitos bem mais simplificada e, conseqüentemente, diminui o trabalho computacional (Romstad et al., 1976; Chang et al., 1977).

A representação discreta, que é o tipo adotado neste trabalho, utiliza diferentes elementos para representar os diferentes tipos de materiais, ou seja, o solo, o reforço e a interface solo-reforço. Ela fornece diretamente informações a respeito das deformações e tensões nas interfaces, no reforço e na massa de solo.

A formulação do problema mecânico de equilíbrio estático envolvido numa análise tensão-deformação de uma estrutura de solo reforçado deve levar em conta características como a não linearidade constitutiva do solo, do reforço e da interface solo-reforço, tendo-se como exemplos os trabalhos de Duncan e Chang (1970); Duncan (1980); Nogueira (1998); Chalaturnyk et al. (1990); Karpurapu e Bathurst (1992 e 1995).

A obtenção de uma representação adequada para interface solo-reforço tem sido a motivação deste trabalho. Diferentes tipos de elementos têm sido sugeridos como descrito em Ng et al. (1997) e são variações do elemento de interface de espessura nula proposto por Goodman et al. (1968). Este elemento de interface tem como característica principal apresentar os nós com as mesmas coordenadas. Mais tarde, este elemento foi estendido, usando uma formulação isoparamétrica contínua por Zienkiewics et al. (1970) e depois por Ghaboussi et al. (1973), que usou os deslocamentos relativos entre os elementos adjacentes como um grau de liberdade independente.

Dificuldades numéricas, entretanto, podem surgir de mal condicionamento da matriz de rigidez, devido aos termos fora da diagonal muito grandes ou aos termos da diagonal serem muito pequenos, que são gerados por este tipo de elementos em certos casos. Investigações detalhadas do problema foram relatados por Day e Potts (1994), por Kaliakin e Li (1995) e Villard (1996).

Outro elemento de interface comumente usado é o elemento de espessura fina, proposto por Desai (1982) e Desai et al. (1984), em que é assumida uma espessura fina (mas não nula). Relações constitutivas particulares são usadas para o elemento de espessura fina, que leva em conta os vários modos de deformação da interface. O seu desempenho pode ser influenciado por sua espessura. Se sua espessura for muito grande, em comparação com o comprimento, se comportará como elemento plano; se sua espessura for muito pequena, dificuldades computacionais surgirão. Desai et al. (1984), após estudos paramétricos, sugerem que a relação comprimento/espessura deve estar entre 10 e 100.

Assim sendo, para que a modelagem numérica via MEF seja capaz de traduzir todos os aspectos importantes do comportamento mecânico dessas estruturas são indispensáveis: a utilização de elementos finitos para a simulação do reforço e da interface solo-reforço compatíveis com o elemento finito para a simulação do solo; a implementação de modelos constitutivos capazes de representar o comportamento tensão-deformação não linear do solo, do reforço e da interface solo-reforço, citando-se agora os trabalhos de Bathurst e Knight (1998); Borges e Cardoso (2001) e a utilização de ferramentas numéricas que leve em conta o efeito da não linearidade geométrica, vistas em Yi et al. (1995); Bergado et al. (1995); Bathurst e Knight (1998).

### **1.3 - OBJETIVO E DESCRIÇÃO DO TRABALHO**

Esta dissertação de mestrado se enquadra na linha de pesquisa de Métodos Numéricos em Geotecnia do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da UFOP e visa dar continuidade aos trabalhos via MEF que vêm sendo desenvolvidos na área de modelagem numérica de estruturas de solos reforçados (Costa e Nogueira, 1998; Salgado e Nogueira 1998; Pereira e Nogueira, 1999; Pereira e Nogueira, 2000).

A partir da motivação mostrada inicialmente, o objetivo desta dissertação é contribuir para o entendimento do comportamento mecânico de estruturas reforçadas, através da análise numérica via MEF. Para tanto, propõe-se implementar no programa computacional ANLOG o elemento unidimensional B3 e o elemento de interface (I6) com espessura nula para representar, respectivamente, o reforço e a interface solo-reforço. Com isto pretende-se representar adequadamente o deslocamento relativo entre o solo e o reforço, as tensões nos diversos materiais e os processos construtivos.

Além destes elementos representativos dos diversos materiais é apresentado também o modelo parabólico não linear para geossintéticos.

No Capítulo 2 são apresentadas as vantagens do uso da técnica de solos reforçados com ênfase no uso de geossintéticos como reforço, os tipos de geossintéticos, suas propriedades e o comportamento mecânico das estruturas de solos reforçados.

No Capítulo 3, a formulação numérica do problema mecânico é apresentada. São feitos também os tipos de representação (contínua e discreta), a formulação dos elementos e a apresentação do programa ANLOG.

No Capítulo 4, exemplos são apresentados de modo a validar as implementações computacionais realizadas. Já no Capítulo 5 são mostrados alguns exemplos de aplicação prática, como a simulação de um ensaio de arrancamento e a simulação do comportamento de uma estrutura de contenção reforçada com geotêxtil.

Finalmente, no Capítulo 6 são apresentadas as considerações finais, as conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

## *Capítulo 2*

---

### **OS GEOSSINTÉTICOS COMO REFORÇO**

#### **2.1 - INTRODUÇÃO**

A inclusão de elementos de reforço numa massa de solo induz o desenvolvimento de forças de tração nestes elementos que contribuem para a estabilidade do conjunto solo-reforço, ou seja, da estrutura de solo reforçado, favorecendo a aplicação desta técnica em substituição às soluções tradicionais tais como os muros de contenção de concreto ou de gravidade, que por questões de segurança tendem a ser pouco elevados e com inclinação suave.

A utilização de geossintéticos para aplicação de reforço de solo traz uma série de benefícios, dos quais podemos destacar: menor impacto ambiental, pois a sua utilização em geral reduz a necessidade de remoção do solo de fundação e minimiza o consumo de material de aterro, geralmente aproveitando os próprios materiais disponíveis no local; melhor ocupação dos espaços disponíveis, permitindo construções em praticamente todo tipo de solo, qualquer que seja a geometria desejada; menor custo e tempo de execução, em função das economias de materiais e espaço acima descritas.

Além disto, dois fatores adicionais são fundamentais para o desenvolvimento dessa técnica, garantindo a segurança para quem projeta e para quem executa: a existência de métodos de dimensionamento seguros e confiáveis que permitam ao projetista calcular praticamente qualquer tipo de obra que envolva reforço com geossintéticos; a existência de geossintéticos com propriedades e comportamento de longo prazo bem definidos, produzidos com qualidade assegurada, que apresentam uma ampla gama de características de resistência, módulo de rigidez e de interação com o

solo, de forma a atender à grande maioria das necessidades que possam ser previstas em projeto.

A Figura 2.1 apresenta a otimização de projetos de estrutura de solos reforçados pelo uso de geossintéticos com função reforço; o que justifica a sua utilização, sobretudo em situações de restrições de espaço implicando em estruturas de altura e inclinação elevadas.

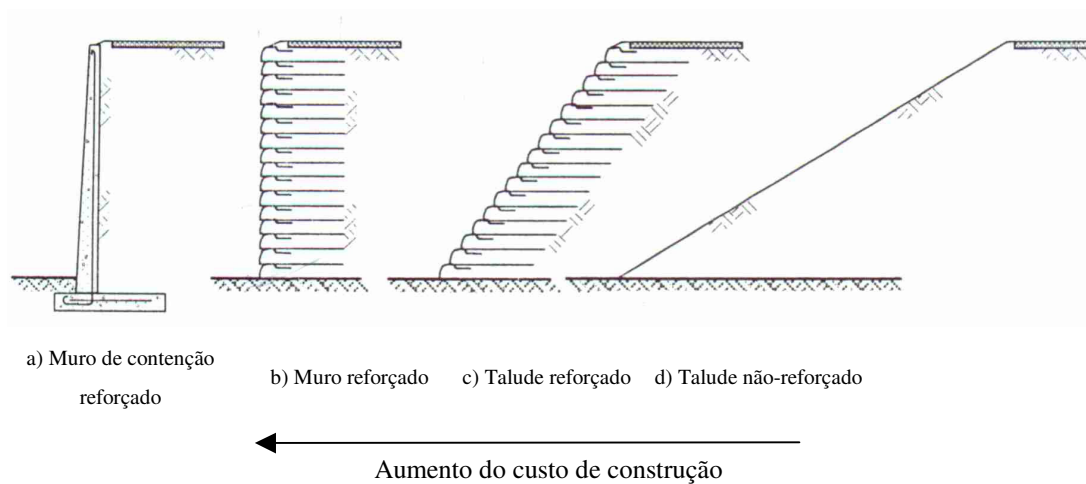


Figura 2.1 - Otimização de projetos de estrutura de solos reforçados pelo uso de geossintéticos com função reforço (Zornberg, 1998).

Dos diversos tipos de geossintéticos descritos anteriormente, serão enfocados neste item aqueles com a função reforço, tais como: geotêxteis, geogrelhas, geobarras, geotiras, geocélulas e os geocompostos de reforço, uma vez que estes tipos são os indicados às aplicações mecânicas, objeto de estudo deste trabalho.

### 2.1.1 - Geotêxteis

Os geotêxteis são mantas têxteis permeáveis, tecidas, não-tecidas ou tricotadas, geralmente produzidos com poliéster ou polipropileno.

### a) Geotêxteis não-tecidos

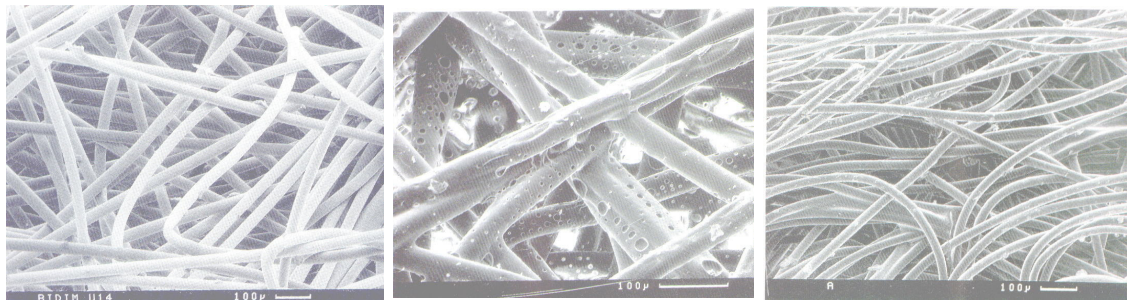
São produzidos sobre uma esteira rolante, sob a qual são dispostos aleatoriamente, os filamentos contínuos ou fibras cortadas, interligados por processos mecânico, térmico ou químico. Sua espessura é definida pela velocidade de rolagem da esteira em que os filamentos sintéticos são colocados. Dependendo do processo de interligação, os geotêxteis não-tecidos podem ser:

**a.1) Geotêxtil não-tecido agulhado:** O processo de interligação é mecânico, em que pequenas agulhas dispostas numa placa são puncionadas sobre os filamentos e fibras livres, deixando estes elementos emaranhados após a retirada da placa (Figura 2.2a).

**a.2) Geotêxtil não-tecido termoligado:** Como o próprio nome sugere, é um processo térmico, no qual as fibras são interligadas por fusão parcial obtida por aquecimento (Figura 2.2b).

**a.3) Geotêxtil não-tecido resinado:** As fibras são interligadas por meio de produtos químicos tais como: cola, resina sintética, etc. (Figura 2.2c).

Existe também o geotêxtil reforçado que é, em geral, não-tecido, no qual são introduzidos elementos de costura, fios de aço, fios sintéticos, etc., com a finalidade de melhorar suas propriedades mecânicas.



a) Agulhado

b) Termoligado

c) Resinado

Figura 2.2 - Geotêxteis não-tecidos (Ingold e Miller, 1988).

### b) Geotêxteis tecidos

Material obtido do entrelaçamento de fios, monofilamentos ou laminetes. O processo de fabricação é o sistema convencional de tecelagem, em que os fios da manta são ordenados em duas direções ortogonais. Os fios dispostos longitudinalmente à

direção de fabricação denomina-se urdume e as fibras no sentido transversal constituem a trama da manta. A Figura 2.3 ilustra um dos tipos de geotêxteis tecidos.

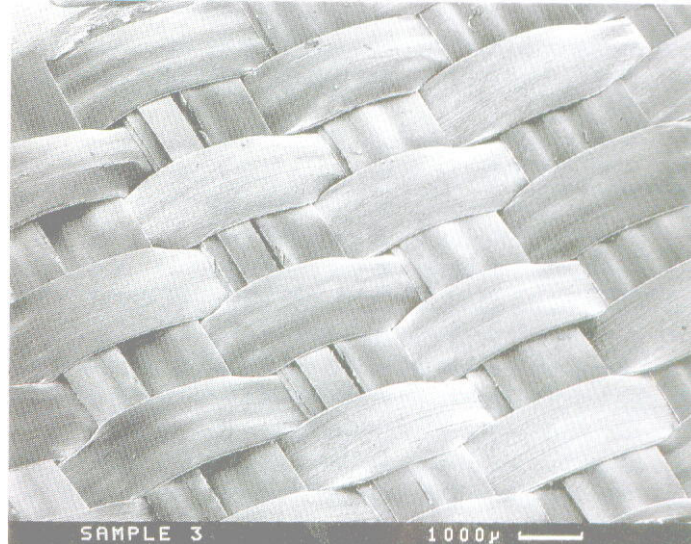
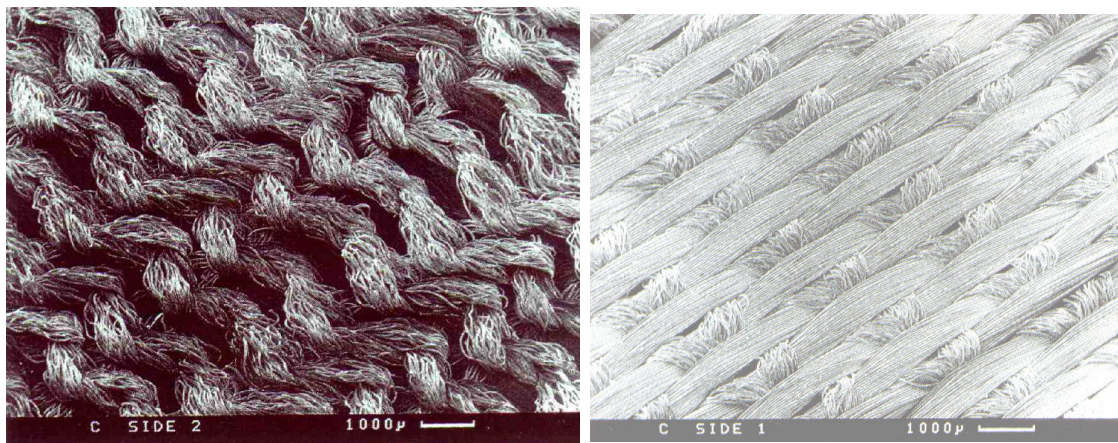


Figura 2.3 - Exemplo de geotêxtil tecido composto por fitas extrudadas (Ingold e Miller ,1988).

### **c) Geotêxteis tricotados**

Produto oriundo do entrelaçamento de fios por tricotamento, com a finalidade de aumento da resistência do produto final. Sua estrutura é constituída por feixes de multifilamentos de alta resistência aplicados sobre uma base tricotada deformável, a qual desempenha o papel de substrato, conforme mostra a Figura 2.4.





a) Base tricotada

b) Superfície superior

Figura 2.4 - Geotêxtil tricotado (Ingold e Miller, 1988).

### 2.1.2 - Geogrelhas

As geogrelhas são estruturas planares flexíveis em forma de grelha e constituídas por elementos resistentes à tração, com aberturas de tamanho suficiente para entrelaçar-se com o material de enchimento circundante. Pode ser unidirecional, (Figura 2.5a) quando apresenta elevada resistência à tração apenas em uma direção; e bidirecional (Figura 2.5b) quando apresenta elevada resistência à tração nas duas direções ortogonais.



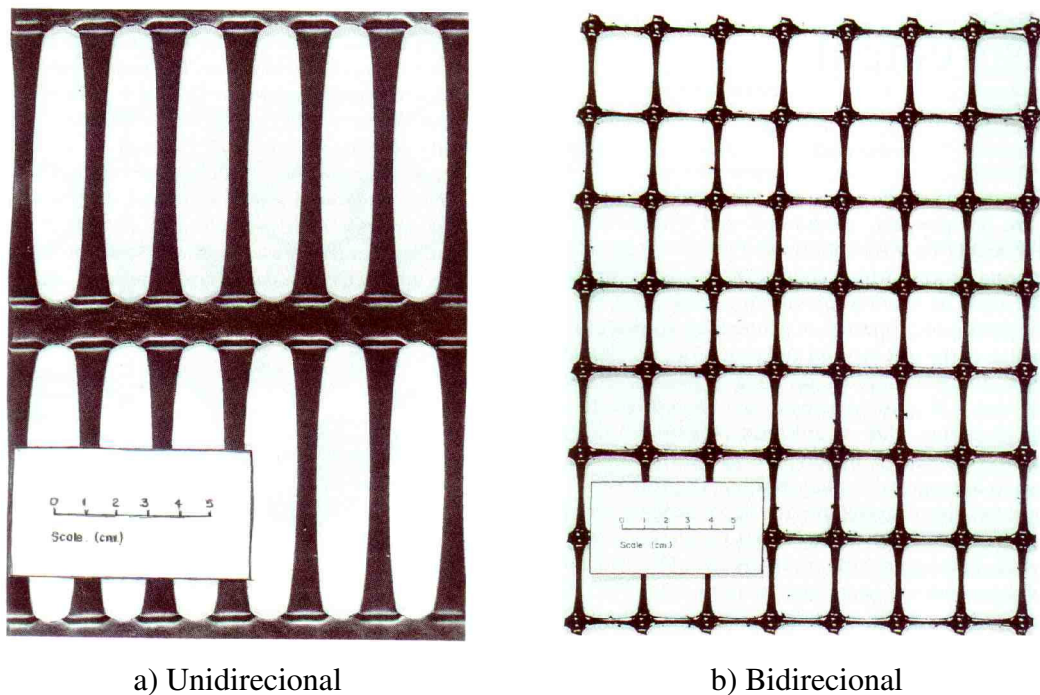


Figura 2.5 - Geogrelhas (Ingold e Miller, 1988).

As geogrelhas são compostas de polietileno de alta densidade, poliéster, ou de polipropileno e têm características de elevadas rigidez e resistência à tração. De acordo com o processo de fabricação, podem ser:

**a) Geogrelhas extrudadas** - São geralmente fabricadas em polietileno ou polipropileno e obtidas através do processo de extrusão e sucessivo estiramento, que pode ser em um único sentido, formando as geogrelhas unidirecionais, ou nos dois sentidos, formando as geogrelhas bidirecionais.

**b) Geogrelhas soldadas** - São compostas por elementos de tração longitudinais e transversais produzidos geralmente a partir de feixes de filamentos têxteis sintéticos, recobertos por um revestimento protetor e soldados nas juntas. Atualmente existem também as geogrelhas soldadas a laser, com elementos extrudados.

**c) Geogrelhas tecidas** - Estas geogrelhas são, como as geogrelhas soldadas, compostas por elementos de tração longitudinais e transversais produzidos geralmente a partir de

feixes de filamentos têxteis sintéticos, só que neste caso, tricotado ou intertecidos nas juntas e recobertos por um revestimento.

### **2.1.3 - Geobarras e geotiras**

Produtos em forma de barra e em forma de tira com função de reforço. São utilizados em meios potencialmente susceptíveis à corrosão, quase sempre com rugosidade superficial elevada para favorecer a aderência com o solo adjacente.

### **2.1.4 - Geocélulas**

As geocélulas ou sistemas de confinamento celular são tridimensionais, com painéis expansíveis feitos de polietileno de alta densidade ou tiras de poliéster. Quando são expandidos durante a instalação, estas seções ou painéis interconectados formam as paredes de uma estrutura celular tridimensional, flexível, que são preenchidas com materiais especificados e compactados (Figura 2.6).

As geocélulas foram desenvolvidas no final dos anos 70 e início dos anos 80 para dar suporte aos veículos militares em solos fracos. Eles são geralmente preenchidos com areia (porém, outro material pode ser selecionado, como por exemplo: solo fino, concreto ou solo-cimento). Um compactador manual vibratório deverá ser utilizado para a compactação. As aplicações de geocélulas incluem proteção e estabilização de superfícies de taludes acentuados, como protetor de paredes de canais e estruturas hidráulicas, suporte de carga estático e dinâmico em solos de subleito fraco, solo reforçado de múltiplas camadas e estruturas de gravidade de retenção de água.

O sistema de confinamento celular melhora o desempenho tensão-deformação do material depositado, porque materiais de baixa coesão ganham considerável resistência ao cisalhamento e rigidez sob condição confinada. A estrutura celular distribui cargas concentradas para as células adjacentes, reduzindo então, as tensões no subleito diretamente abaixo das cargas.

Um sistema de confinamento celular completo pode também incluir geotêxteis, geomembranas, georredes, geogrelhas, etc..

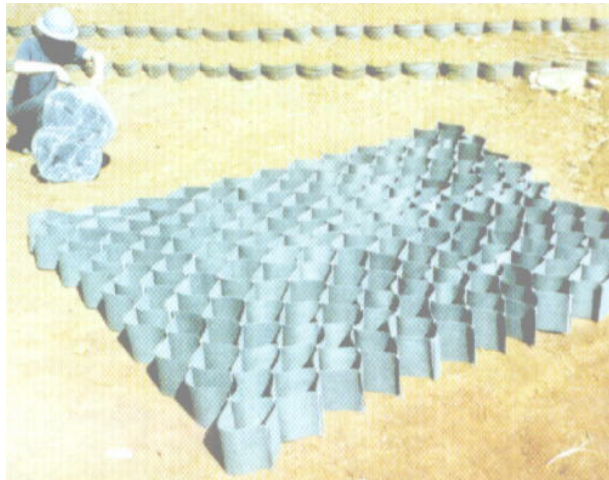


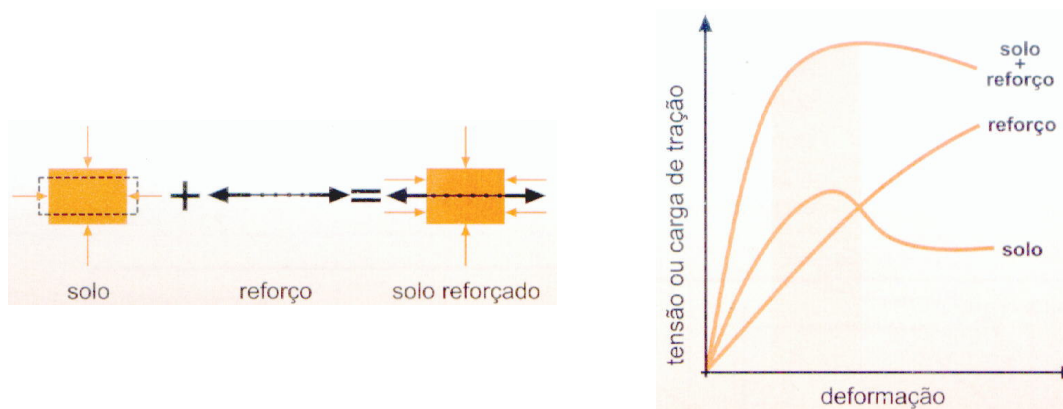
Figura 2.6 - Geocélulas (Ober Geossintéticos).

### **2.1.5 - Geocompostos de reforços**

Produtos industrializados formados pela superposição ou associação de um ou mais geossintéticos entre si ou com outros produtos, geralmente concebidos para desempenhar uma função específica.

## **2.2 - PROPRIEDADES DOS GEOSSINTÉTICOS**

Como dito anteriormente, a técnica do solo reforçado com geossintéticos consiste na inclusão destes materiais visando à obtenção de um material composto mais resistente e menos deformável. A combinação das propriedades dos dois materiais e a interação entre eles pode resultar num material com propriedades de engenharia suficientes para o bom desempenho em diversos tipos de obras. A Figura 2.7a mostra o princípio do solo reforçado e a Figura 2.7b esquematiza o comportamento tensão-deformação de cada material e o efeito da combinação de ambos em um elemento de solo reforçado.



a) Princípio do solo reforçado

b) Comportamento tensão (ou carga) deformação dos materiais

Figura 2.7 - Comportamento mecânico (Huesker, 2000).

As propriedades de um geossintético estão intimamente ligadas às propriedades dos polímeros componentes, ao modo de fabricação das fibras/filamentos, do tipo de extrusão e da estrutura do produto. Um geotêxtil não-tecido agulhado, por exemplo, é mais deformável que um geotêxtil não-tecido termoligado.

As propriedades dos geossintéticos são estudadas em laboratório a partir de dois grupos básicos de ensaios: ensaios de caracterização e ensaios de comportamento.

- **Ensaio de caracterização:** Estes ensaios, também chamados de ensaios índice, têm por objetivo a determinação das características básicas do produto, por exemplo, suas propriedades físicas, sem levar em consideração a sua interação com o meio ambiente, nem o processo de solicitação imposto na obra. Seus procedimentos são estabelecidos por norma e em geral são rápidos e simples. As características básicas são garantidas pelos fabricantes e são muito úteis no controle de qualidade.

- **Ensaio de comportamento:** Estes ensaios são aqueles que permitem considerar alguns aspectos impostos pela obra: condições de instalação (modo, tempo e intensidade das solicitações), condições ambientais e interação com os meios adjacentes.

As décadas de estudo sobre produtos sintéticos e a considerável experiência atual sobre geossintéticos estabeleceram condições para estimar as propriedades destes

produtos quando submetidos a danos de instalação e efeitos de longa duração, como fluência e degradação físico-química-biológica. Uma especificação correta deve considerar todos os aspectos que envolvem a escolha e a instalação dos geossintéticos de modo que satisfaça as condições de projeto, garantindo sua contribuição para a estabilidade de uma determinada obra.

### **2.2.1 - Propriedades físicas**

As propriedades físicas dos geossintéticos estão intimamente ligadas às propriedades dos polímeros componentes, ao modo de fabricação das fibras/filamentos, do tipo de extrusão e da estrutura do produto. Para os geotêxteis e produtos correlatos podem ser citados:

a) Espessura nominal [ $t_{GT}$ ](mm)

É a espessura do geotêxtil, submetido a uma pressão confinante de 2kPa, aplicada numa área de 2500mm<sup>2</sup>, por placas rígidas paralelas;

b) Gramatura [ $M_A$ ](g/m<sup>2</sup>)

Massa por unidade de área obtida a partir de corpos de prova de 100 x 100mm;

c) Porosidade [ $n_{GT}$ ](%)

Determinada geralmente em função da gramatura ( $M_A$ ) e espessura nominal do geotêxtil ( $t_{GT}$ ), da densidade da fibra/ filamento ( $\rho_f$ ) e da massa específica da água à 4°C ( $\gamma_a$ ). Pode ser obtida pela expressão:

$$n_{GT} = 1 - M_A / (t_{GT} \cdot \rho_f \cdot \gamma_a) \quad (2.1)$$

### **2.2.2 - Propriedades mecânicas**

Praticamente em todas as aplicações, os geossintéticos estão sujeitos a solicitações mecânicas, seja na fase de instalação e construção, seja durante a vida útil da obra, mesmo que a função principal não seja reforço.

As principais propriedades associadas às solicitações mecânicas na fase de instalação, construção e utilização são: resistência à tração, resistência à penetração ou à perfuração, resistência aos danos de instalação, resistência à abrasão e fluência.

As principais propriedades associadas às solicitações mecânicas que serão destacadas neste trabalho são:

#### a) Resistência à tração

A resistência à tração de um geossintético pode ser obtida através do ensaio de tração (unidirecional não confinada) (Figura 2.8) e está diretamente relacionada a fatores como a temperatura e velocidade de ensaio, cujos efeitos estão intimamente ligados às propriedades da estrutura dos polímeros e com o processo de fabricação. Os procedimentos para realização deste ensaio foram normalizados pela ASTM D4595, ISO/EN10319(1993) e NBR12824(1993). Eles são realizados com velocidade de 20mm/min e utiliza corpos de prova de 20cm de largura (ensaios de faixa larga) e 10cm de altura livre.

Este ensaio consiste em aplicar à amostra de geossintético forças de tração crescentes e unidirecionais, registrando-se suas deformações até a ruptura. A curva do ensaio relaciona as deformações  $\epsilon(\%)$  com as respectivas forças de tração,  $T$  (kN/m), conforme mostrado na Figura 2.9, onde  $T_{\text{máx}}$  é a força máxima de tração, tomada como a resistência à tração do material.

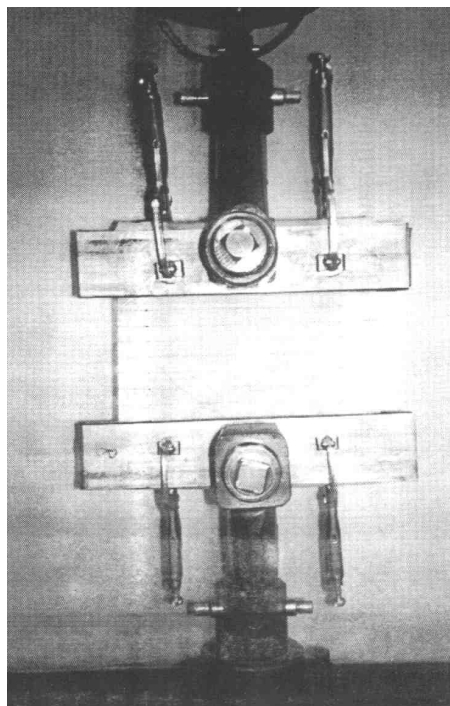


Figura 2.8 – Ensaio de tração de faixa larga em geotêxtil (Zornberg, 1994).

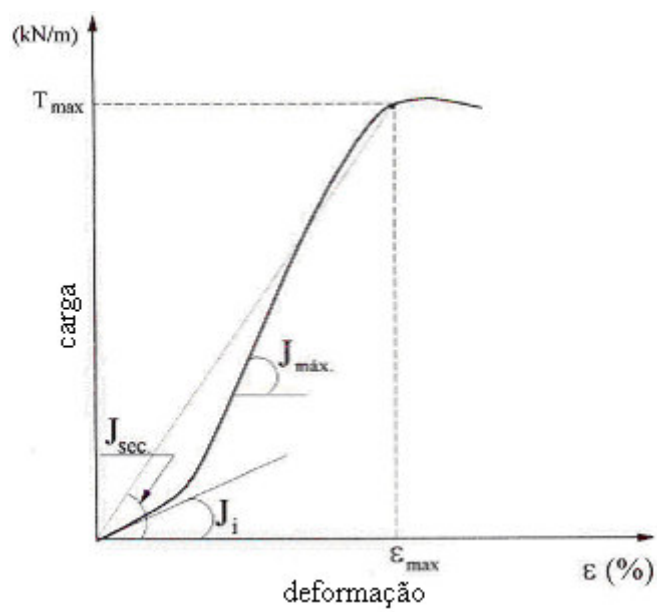


Figura 2.9 – Curva carga x deformação obtida de ensaios de tração (Martins, 2000).

b) Rigidez

A rigidez ( $J$ ) do geossintético pode ser obtida da curva carga x deformação (Figura 2.9) do ensaio de tração não confinado, através da qual pode-se definir: a rigidez tangente inicial ( $J_i$ ) dada pelo coeficiente angular da tangente ao ponto inicial da curva carga-alongamento; a rigidez tangente máxima ( $J_{máx}$ ) correspondente ao coeficiente angular da tangente ao trecho de máxima declividade da curva carga-alongamento; e a rigidez secante ( $J_{sec}$ ) expressa pelo coeficiente angular da reta interseção entre a origem e um ponto qualquer da curva carga x deformação, que geralmente corresponde à deformação de 10%.

Tanto a norma ISO/EN quanto a NBR definem os módulos de rigidez obtidos a partir de ensaios de tração não confinados. Na realidade, geotêxteis não tecidos agulhados tendem a serem mais rígidos quando confinados e o ideal seria obter-se a deformabilidade do produto nestas condições.

As condições de contorno do ensaio de tração, portanto, afetarão o valor estimado para a rigidez ( $J$ ) dos geotêxteis (Zornberg, 1994). Admitindo-se um comportamento constitutivo, antes da ruptura, como linear elástico, tem-se para o ensaio de tração não confinada (Figura 2.10a) a seguinte rigidez não confinada:

$$J_{nc} = \frac{\Delta\sigma_x}{\Delta\epsilon_x} = E.t \quad (2.2)$$

onde  $E$  e  $t$  são respectivamente, o módulo de Young e a espessura do geotêxtil.

Entretanto, quando as deformações laterais são restringidas (Figura 2.10b), tem-se a seguinte rigidez confinada para o geotêxtil:

$$J_c = \frac{\Delta\sigma_x}{\Delta\epsilon_x} = \frac{E.t}{1-\nu^2} = \frac{J_{nc}}{1-\nu^2} \quad (2.3)$$

onde  $\nu$  é o coeficiente de poisson do geotêxtil.

Uma vez que o intervalo de valores possíveis para o coeficiente de poisson varia de 0 até 0,5, então, a rigidez estimada quando as deformações laterais são impedidas será maior do que a estimada quando estas deformações são possíveis de ocorrer.



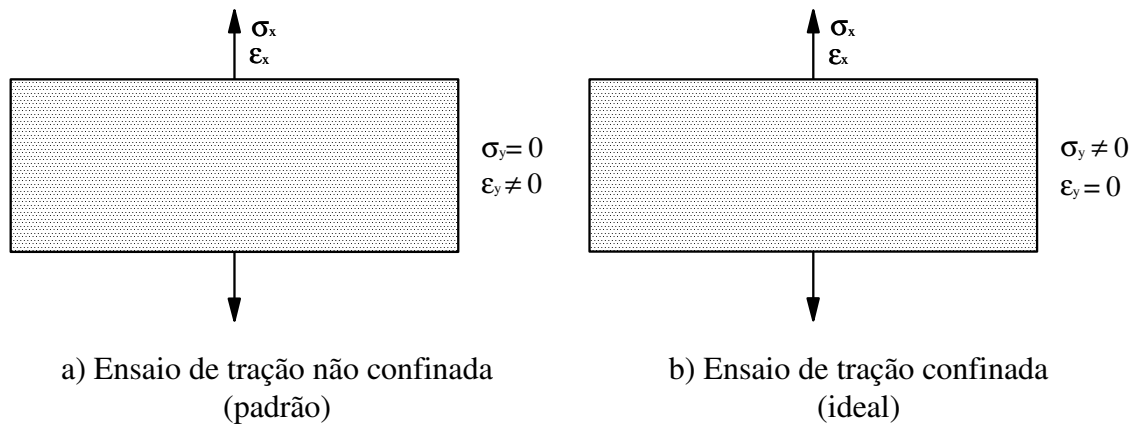


Figura 2.10 – Condições de contorno em ensaios de geotêxtil, padrão e ideal.

### c) Características de interface

Conforme ilustra a Figura 2.11, a interface solo/reforço de uma estrutura de solo reforçado está sujeita às seguintes situações: deslizamento e arrancamento.

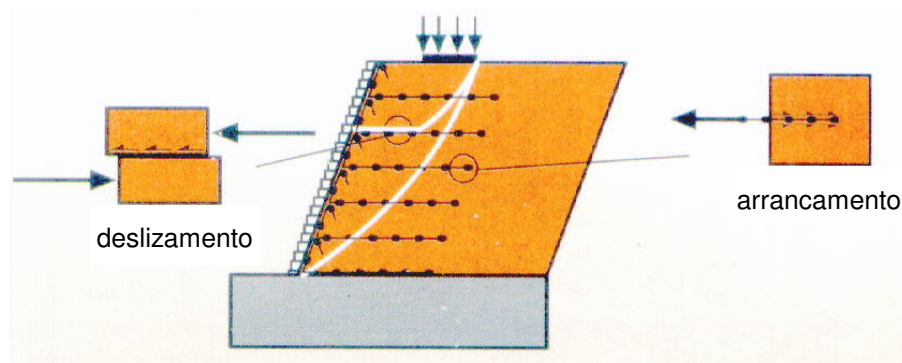


Figura 2.11 – Características de interface (Huesker, 2000).

#### c.1) Deslizamento

A resistência ao deslizamento da interface solo/reforço pode ser determinada através de ensaios de plano inclinado (onde a tensão confinante é desprezada), ou em caixas de cisalhamento de grande porte (onde a tensão confinante levada em conta).

Estes ensaios foram normalizados pela ISO12957 (1999) e são ilustrados na Figura 2.12.

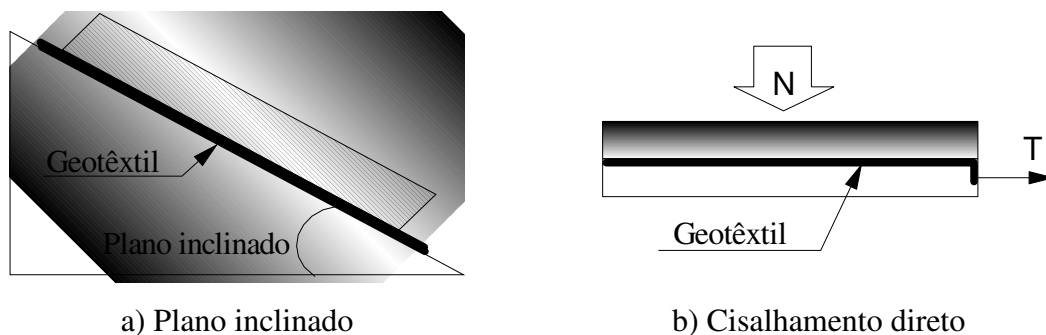


Figura 2.12 – Ensaio para determinação dos parâmetros de atrito de interface (Vidal e Palmeira, 2001).

Gomes (1993), considerando o critério de resistência de Mohr-Coulomb, apresenta resultados para os parâmetros de resistência ( $c$  e  $\phi$ ) para interface entre geotêxteis e diversos solos tomados como padrão, indicados na Tabela 2.1. Analisando estes resultados, observa-se que o ângulo de atrito solo-geotêxtil é muito próximo ao do solo-solo, no caso dos não-tecidos agulhados de baixa e média gramatura. Apenas geotêxteis muito lisos apresentam redução deste ângulo. Ensaio em solos coesivos indicam uma manutenção do ângulo de atrito e redução da coesão, sem que ocorra, entretanto, o desaparecimento desta coesão.

Tabela 2.1 - Características de atrito solo-geotêxteis determinadas em ensaios de cisalhamento direto de grande porte.

Caixa superior	Caixa inferior	Interface (sem e com geotêxtil)											
		Sem geot		OP-20		OP-30		OP-60		PR2004		PR4004	
		c (kPa)	$\phi$ (°)	c (kPa)	$\phi$ (°)	c (kPa)	$\phi$ (°)	c (kPa)	$\phi$ (°)	c (kPa)	$\phi$ (°)	c (kPa)	$\phi$ (°)
Brita	Brita	0	45	8	42	10	44	10	43	1	42	3	45
Brita*	Base lisa	0	28	2	37	3	39	2	40	1	30	2	37
Brita**	Base lisa	10	18	27	16	26	20	2	40	11	21	16	26
Seixo rolado	Seixo rolado	0	41	2	41	1	41	0	40	0	38	0	40
Seixo rolado	Base lisa	0	31	2	28	3	31	3	30	1	24	2	28
Pedrisco	Pedrisco	0	37	1	37	1	37	0	37	1	35	0	39
Pedrisco	Base lisa	0	17	3	31	2	32	2	30	0	28	2	32
Areia fofa	Areia fofa	0	38	0	38	1	37	0	36	1	32		
Areia densa	Areia densa	3	41	4	40	4	40	4	40	5	36		
Areia úmida	Areia úmida	6	40,5			5	40,5			6	35		
Caulinita h=28%	Caulinita h=28%	22	32	19	34	18	34	18	34	18	30		
Caulinita h=34%	Caulinita h=34%	20	24			12	29			13	21		
Areia+10% caulinita	Areia+10% caulinita	6	36			5	35			4	31		

Ensaios sob tensão normal máxima de 150kPa.

\*Para tensão normal até 50kPa

\*\*Para tensão normal entre 50 e 150kPa

### c.2) Arrancamento

As técnicas atuais de ensaio para determinação da resistência ao arrancamento só se aplicam a materiais rígidos pouco afetados pelo confinamento, pois a parte do geossintético extraída passa a trabalhar em tração unidirecional não confinada. Atualmente este ensaio vem sendo usado apenas para geogrelhas, cujo comportamento é em função das condições de atrito das superfícies de contato e da resistência passiva ao cisalhamento do solo atrás dos nós.

Para determinação da força de tração máxima ( $T_{\max}$ ) durante um ensaio de arrancamento, considere o elemento infinitesimal de reforço ilustrado na Figura 2.13 em estado de equilíbrio estático, em condição plana de deformação, ou seja:

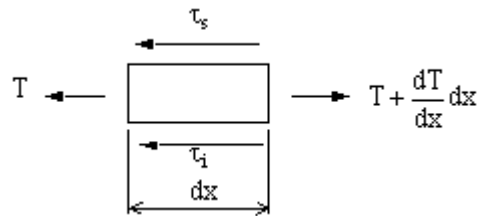


Figura 2.13 – Elemento infinitesimal de reforço.

$$\frac{dT}{dx} dx - (\tau_s + \tau_i) dx = 0 \quad (2.4)$$

ou ainda,

$$\frac{dT}{dx} = (\tau_s + \tau_i) \quad (2.5)$$

onde  $\tau_s$  e  $\tau_i$  são, respectivamente, as tensões cisalhantes na interface superior e inferior do reforço e  $T$  é a força de tração no reforço.

Adotando-se o critério de resistência de Mohr-Coulomb e supondo que o material das interfaces superior e inferior são idênticos, pode-se obter a seguinte equação para a força de tração máxima no reforço:

$$T = \int_0^L 2(c + \sigma \tan \phi) dx \quad (2.6)$$

onde  $L$  é o comprimento do reforço,  $\sigma$  é a tensão confinante e  $c$  e  $\phi$  são respectivamente a coesão e o ângulo de atrito da interface solo-reforço.

Supondo-se uma distribuição de tensão normal  $\sigma$  uniforme ao longo do reforço de comprimento  $L$  chega-se à expressão abaixo:

$$T_{\text{máx}} = 2(c + \sigma \tan \phi)L \quad (2.7)$$

### 2.2.3 - Determinação da resistência à tração de projeto

A resistência e a rigidez à tração do reforço a serem utilizadas em projetos de solo reforçado dependem das características da obra, características do reforço, resistência do reforço ao final da vida útil da obra e requisitos de operacionalidade da obra.

Em alguns tipos de obras é necessário impor um limite para a sua deformação de modo a garantir sua operacionalidade durante a sua vida útil. Neste caso, o esforço de tração admissível no reforço  $T(\epsilon, t, \theta)$  a ser utilizado no projeto é aquele correspondente à deformação ( $\epsilon$ ) especificada para o reforço ao final da vida útil da obra (tempo  $t$ ) sob temperatura  $\theta$ .

O valor da resistência de projeto é dado por:

$$T_{\text{proj}} = \frac{T_{\text{ref}}}{FR_{\text{dm}} \cdot FR_{\text{amb}} \cdot f_m} \quad (\text{critério de ruptura}) \quad (2.8)$$

$$T_{\text{proj}} = \frac{T(\epsilon, t, \theta)}{FR_{\text{dm}} \cdot FR_{\text{amb}} \cdot f_m} \quad (\text{critério de operacionalidade}) \quad (2.9)$$

onde  $T_{\text{proj}}$  é a resistência à tração de projeto do reforço;  $T(\epsilon, t, \theta)$  é a resistência à tração correspondente à deformação  $\epsilon$  em um tempo de carregamento  $t$ , a uma temperatura  $\theta$ ;  $T_{\text{ref}}$  é a resistência de referência do reforço ao final da vida útil da obra (carga de ruptura por fluência);  $FR_{\text{dm}}$  é o fator de redução para levar em conta danos mecânicos ao reforço (danos de instalação);  $FR_{\text{amb}}$  é o fator de redução para levar em conta danos ambientais

(ataque químicos e biológicos) e  $f_m$  é o fator para levar em conta incertezas sobre o material de reforço (extrapolação de resultados de ensaios, dispersão de resultados, etc.).

Os fatores de redução são característicos para cada produto e variam bastante, especialmente em função da matéria prima (polímero constituinte do geossintético). Os valores a serem considerados devem ser fornecidos e certificados pelos fabricantes e devem ser sempre aplicados na análise de um projeto e especificação de geossintéticos para reforço. Na falta de informações garantidas pelos fabricantes, existem recomendações de normas que devem ser seguidas a fim de garantir a segurança da obra.

## **2.3 - COMPORTAMENTO MECÂNICO DE ESTRUTURAS DE SOLOS REFORÇADOS**

### **2.3.1 - Estruturas de contenção e taludes íngremes**

Uma das aplicações clássicas de reforço de solos com geossintéticos ocorre na construção de estruturas de contenção (face tipicamente vertical) e de taludes íngremes (face com inclinação geralmente superior a  $70^\circ$ ). A solução de estruturas de arrimos reforçados com geossintéticos pode trazer economias substanciais em comparação com as soluções convencionais de muros de arrimo, como mostrado anteriormente na Figura 2.1.

A metodologia convencional de dimensionamento de estruturas de contenção em solo reforçado é muito semelhante à metodologia adotada para estrutura de arrimo de gravidade.

Inicialmente, considerando-se o maciço reforçado como um sistema rígido, são verificadas as condições de estabilidade externa incluindo, como ilustrado na Figura 2.14, o deslizamento ao longo da base, o tombamento, a capacidade de carga do solo de fundação e a estabilidade global.

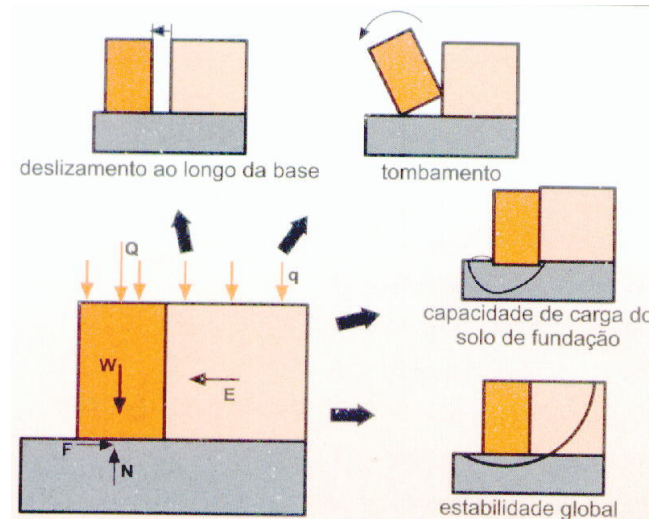


Figura 2.14 - Estabilidade externa (Huesker, 2000).

A estabilidade interna do maciço reforçado é garantida, como ilustrado na Figura 2.15, pela determinação do espaçamento ( $S$ ) de modo que :

$$T_{\text{proj}} = \sigma'_h / S \quad (2.10)$$

onde  $\sigma'_h$  é a distribuição de tensão efetiva horizontal entre uma camada de reforço; e pelo comprimento de ancoragem ( $L_a$ ) definido como:

$$L_a = T_{\text{proj}} / (2\sigma'_v \tan \phi) \quad (2.11)$$

em que  $\sigma'_v$  é a distribuição de tensão efetiva vertical ao longo do reforço e  $\phi$  é o ângulo de atrito da interface solo-reforço.

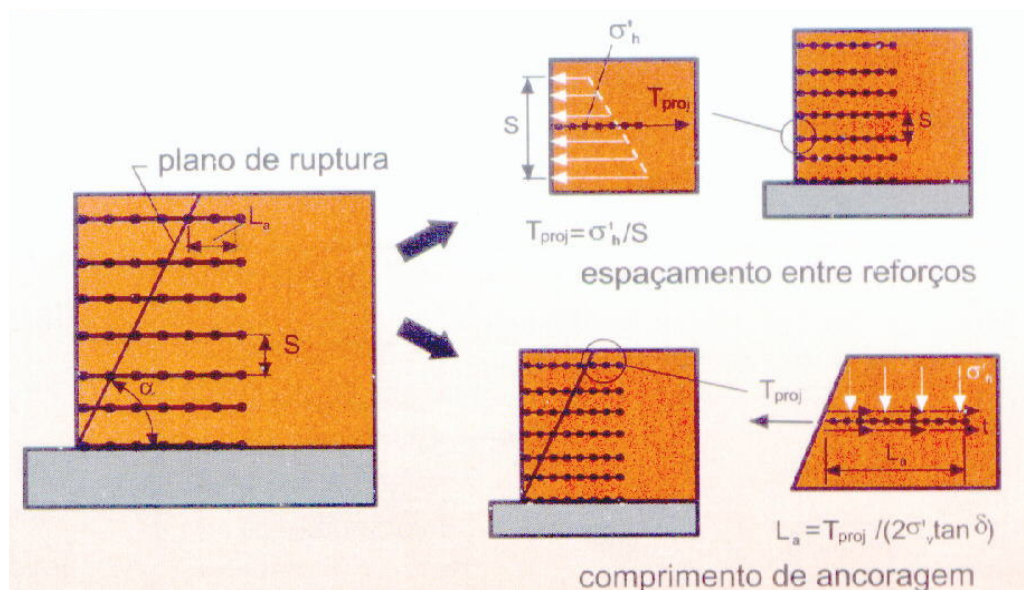


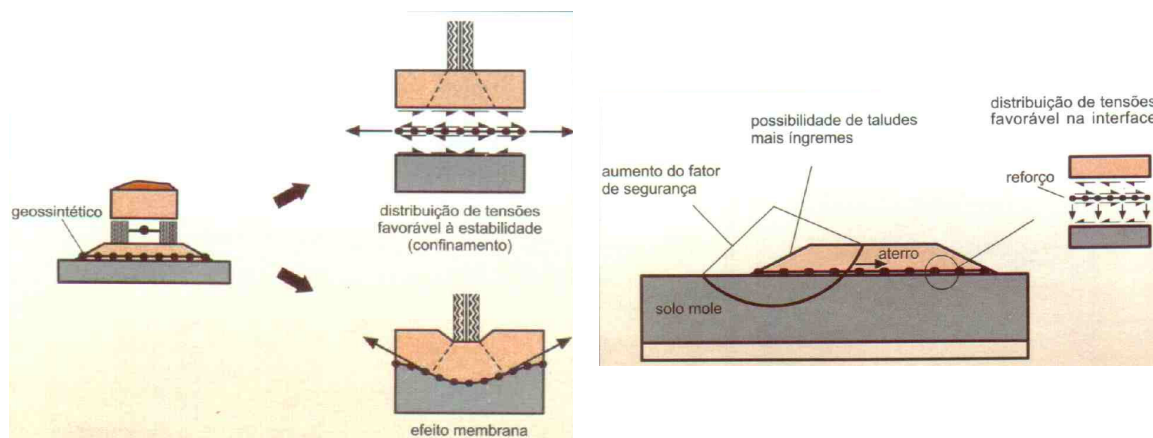
Figura 2.15 - Estabilidade interna (Huesker, 2000).

Diferentes tipos de faces podem ser empregadas em estruturas de contenção em solo reforçado, tais como: alvenaria de blocos, face de concreto e blocos pré-moldados. Os diferentes tipos de face permitem soluções econômicas e esteticamente agradáveis, porém, não tem função estrutural.

### 2.3.2 - Aterros sobre solos moles

Outro tipo de obra em que os geossintéticos podem contribuir para o aumento da estabilidade é a de aterros sobre solos moles. Além disto, a presença do reforço permite a construção da obra em menos tempo e/ou com taludes mais íngremes, o que pode provocar reduções substanciais do custo. Dois tipos de situações de construção de aterros sobre solos moles podem ser citados: aterros baixos para base de pavimentos, Figura 2.16a, e aterros altos sobre solos moles, Figura 2.16b.





a) Aterros baixos para base de pavimentos

b) Aterros altos sobre solos moles

Figura 2.16 - Aterros sobre solos moles (Huesker, 2000).

Nas estradas não pavimentadas, o mecanismo de instabilização do maciço é provocado, devido à sua baixa altura, pelas tensões verticais transmitidas pelos veículos pesados para o aterro e subleito. Tais estradas são comuns, como vias de acesso a obras maiores, vias de escoamento de produções agrícolas, minerais, industriais, estradas em áreas de exploração florestal, áreas de estacionamento e manobras de veículos, etc. A presença do reforço na interface aterro-solo mole confere os seguintes benefícios: favorece a distribuição de tensões no aterro e na fundação, aumentando a capacidade de carga do conjunto; minimiza o contínuo desenvolvimento de rodeiras pela ação estabilizante do efeito membrana e minimiza perdas de material do aterro.

No caso de aterros mais altos, o mecanismo de instabilização do conjunto é majoritariamente provocado pelo peso próprio do aterro. A presença da camada de reforço na base provê uma força estabilizadora que se opõe ao mecanismo de ruptura, aumentando-se assim, o fator de segurança da obra. A presença do reforço na base de aterros altos traz os seguintes benefícios: distribuição de tensões no solo mole mais favorável à estabilidade; diminuição de recalques diferenciais ao longo da base do aterro; diminuição das perdas e material de aterro; aumento do fator de segurança do conjunto; utilização de taludes mais íngremes e aumento da velocidade de construção da obra.

A utilização combinada de reforço e bermas de equilíbrio podem permitir a otimização de projetos com adoção de reforços de maior resistência e bermas de menor extensão, ou vice-versa.

### 2.3.3 - Aterros sobre estacas e capitéis

Neste caso, a presença das estacas visa minimizar os recalques do aterro devido ao adensamento do solo mole. A presença da camada de reforço permite uma melhor distribuição das cargas para as estacas, otimizando a utilização destes elementos de fundação (Figura 2.17), evitando-se a necessidade da utilização de uma laje rígida de concreto. Nas regiões abertas entre os capitéis, o geossintético suporta as cargas verticais do aterro através do efeito membrana, complementando o efeito de arco observado em camadas granulares. O arqueamento de solo provoca a transferência lateral de cargas de compressão (para as estacas) com redução de tensão vertical na região que sofreu afundamento (superfície do solo mole). Ele atua também no sentido de conter o deslocamento lateral dos taludes do aterro, em substituição à cravação de estacas inclinadas nesta região.

Em geral, o dimensionamento do reforço é feito em função da altura do aterro (carga vertical sobre o reforço) e da relação espaçamento entre capitéis/ dimensões dos capitéis, além dos níveis de deformação máximos permitidos para o geossintético.

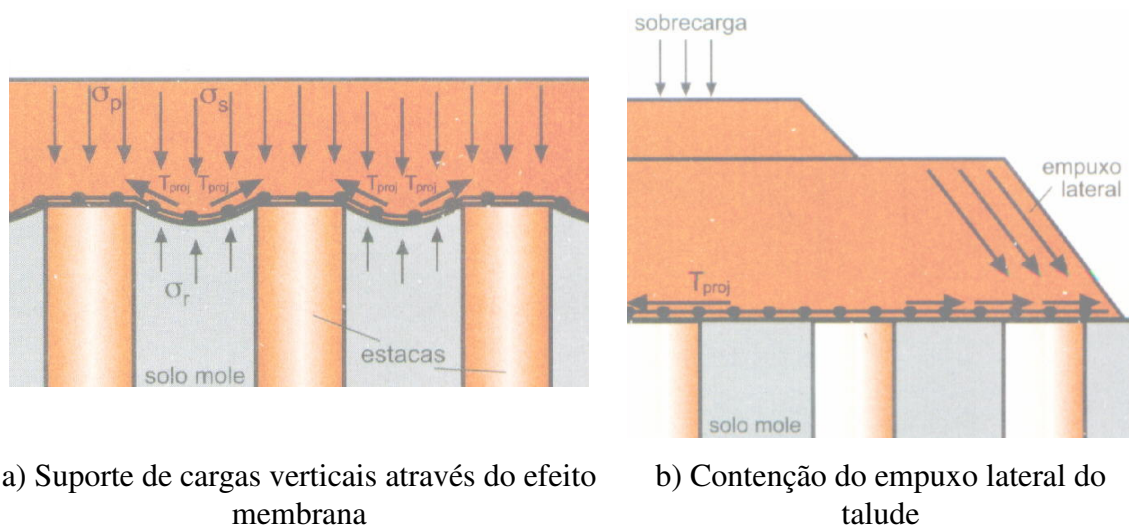


Figura 2.17 - Aterros sobre estacas e capitéis (Huesker, 2000).

### 2.3.4 - Aterros sobre terrenos susceptíveis a subsidência

A minimização de efeitos de subsidência ou cavidades sobre aterros pode também ser obtida com a utilização de geossintéticos. O reforço deve então atuar como uma “ponte” sobre estes vãos, minimizando as deformações na base e evitando a perda de material de aterro pela cavidade. O mecanismo de atuação do reforço é bastante semelhante ao caso de aterros em solos moles estaqueados, conforme mostrado na Figura 2.18. Da mesma forma, portanto, este tipo de aplicação requer geossintéticos de alta resistência e elevada rigidez. É possível, em obras onde há o risco de ocorrerem tais cavidades, a utilização de reforços dotados de sistema de instrumentação de alerta. Assim, ocorrendo o problema, o reforço evita o colapso imediato da estrutura e permite a ação de reparo da perda de material de base.

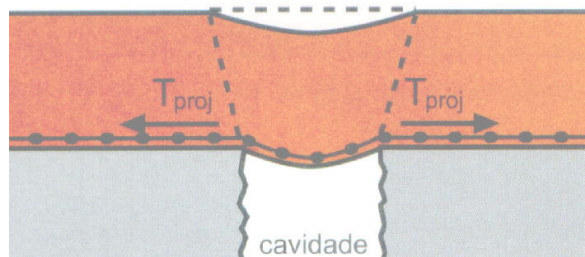


Figura 2.18 - Aterros sobre terrenos susceptíveis a subsidência (Huesker, 2000).

## *Capítulo 3*

---

### **MODELO NUMÉRICO VIA MEF PARA SIMULAÇÃO DO COMPORTAMENTO MECÂNICO DE ESTRUTURAS DE SOLOS REFORÇADOS**

A representação dos solos reforçados através do método dos elementos finitos pode ser feita de forma contínua ou discreta.

Na representação contínua utiliza-se um único elemento para representar o solo reforçado, sendo a massa de solo reforçado tratada como um meio único, anisotrópico e homogêneo (contínuo equivalente). A elaboração da malha de elementos finitos fica facilitada porque a influência do reforço é diretamente incorporada na propriedade do material, reduzindo substancialmente o tamanho da malha de elementos finitos e, conseqüentemente, o trabalho computacional (Romstad et al. (1976) e Chang et al. (1977)).

As desvantagens desta representação são a impossibilidade de primeiro, modelar o deslocamento relativo entre o reforço e o solo, segundo, estudar as tensões no reforço e, finalmente, modelar adequadamente o processo construtivo.

Na representação discreta, adotada neste trabalho, utiliza-se diferentes elementos para representar o solo, o reforço e a interface entre o solo e o reforço. A representação discreta do solo reforçado fornece diretamente informações a respeito das deformações e tensões nas interfaces, no reforço e na massa de solo. Além disso, permite a modelagem do deslocamento relativo entre o reforço e o solo, bem como a simulação adequada do processo construtivo. Entretanto, para se obter resultados precisos é necessário que a escolha do elemento finito, assim como a sua distribuição, seja feita de forma a permitir

suficiente flexibilidade na malha, sobretudo entre as camadas de reforço, de forma a se obter uma distribuição correta de deformações e tensões.

Neste capítulo será apresentada a formulação via MEF do problema mecânico de equilíbrio estático em condição de estado plano de deformação, considerando-se a não linearidade física ou constitutiva, bem como a formulação dos diferentes elementos finitos que podem ser utilizados numa representação discreta de uma estrutura de solo reforçado.

### 3.1 - FORMULAÇÃO VIA MEF DO PROBLEMA MECÂNICO DE EQUILÍBRIO ESTÁTICO

A equação diferencial parcial que governa o problema mecânico de equilíbrio estático é dada por

$$\nabla^T \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{b} = \mathbf{0} \text{ em } V \quad (3.1)$$

e está sujeita às seguintes condições de contorno:

$$\boldsymbol{\sigma} \mathbf{n} = \mathbf{q}_n \text{ em } S_q \text{ (condição de contorno natural)} \quad (3.2a)$$

$$\mathbf{u}_i = 0 \text{ em } S_u \text{ (condição de contorno essencial)} \quad (3.2b)$$

onde  $V$  é o domínio do problema,  $S_q$  e  $S_u$  são, respectivamente, os contornos do domínio com força e deslocamentos prescritos.  $\nabla$  é um operador diferencial,  $\boldsymbol{\sigma}$  é o vetor das componentes de tensão,  $\mathbf{b}$  é o vetor de forças de corpo (peso próprio),  $\mathbf{q}_n$  é o vetor de forças de superfície,  $\mathbf{n}$  é o vetor normal à superfície  $S_q$  e  $\mathbf{u}_i$  é o vetor dos deslocamentos.

O vetor das tensões ( $\boldsymbol{\sigma}$ ) relaciona-se com o vetor das deformações ( $\boldsymbol{\epsilon}$ ) através da seguinte equação constitutiva:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}_t(\boldsymbol{\sigma}) \boldsymbol{\epsilon} \quad (3.3)$$

onde  $\mathbf{D}_t$  é uma matriz que depende do modelo constitutivo adotado para representar o comportamento tensão-deformação do material. No caso de materiais que apresentam não linearidade física, a matriz  $\mathbf{D}_t$  é dependente, por exemplo, do estado de tensão.

A equação de compatibilidade que relaciona deformação e deslocamento pode ser expressa por:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \nabla \mathbf{u} \quad (3.4)$$

Substituindo-se as Equações 3.3 e 3.4 na Equação 3.1, chega-se à seguinte equação diferencial para o problema de equilíbrio, em termos dos deslocamentos:

$$\nabla^T (\mathbf{D}_t(\sigma) \nabla \mathbf{u}) + \mathbf{b} = \mathbf{0} \text{ em } V \quad (3.5)$$

A obtenção da solução exata de  $\mathbf{u}$  da Equação 3.5 não é trivial e muitas vezes só se torna possível para condições geométricas, de contorno e carregamento muito simples. Logo, a utilização de procedimentos numéricos, ainda que fornecendo uma solução aproximada ( $\mathbf{u}^*$ ) para essa equação, vem sendo uma saída para obtenção de soluções de problemas mais gerais.

Neste trabalho, adotou-se o método dos resíduos ponderados para obtenção da forma integral da Equação 3.5, cujo enfoque puramente matemático, consiste em minimizar o resíduo  $R(\mathbf{u}^*)$  gerado ao se escrever a equação de equilíbrio em função de uma solução aproximada  $\mathbf{u}^*$ . Assim sendo:

$$R(\mathbf{u}^*) = \nabla^T (\mathbf{D}_t(\sigma) \nabla \mathbf{u}^*) + \mathbf{b} \text{ em } V \quad (3.6)$$

Pelo MEF a solução aproximada  $\mathbf{u}^*$  pode ser escrita em termos dos seus valores nodais como

$$\mathbf{u}^* = \mathbf{N} \hat{\mathbf{u}} \text{ em } V \quad (3.7)$$

onde  $\mathbf{N}$  é a matriz que contém as funções de interpolação  $N_i$  que dependem do elemento finito adotado e  $\hat{\mathbf{u}}$  é o vetor dos deslocamentos nodais do elemento. Usando essa aproximação, pode-se obter a forma residual da equação de equilíbrio no domínio ( $V_e$ ) de cada elemento finito, ou seja:

$$\mathbf{R}(\hat{\mathbf{u}}) = \nabla^T (\mathbf{D}_t(\sigma) \nabla \mathbf{N} \hat{\mathbf{u}}) + \mathbf{b} \text{ em } V_e \quad (3.8)$$

Aplicando-se o método de Galerkin, que adota como funções de ponderação as próprias funções de interpolação em deslocamento, pode-se então, obter a forma integral da equação de equilíbrio em termos dos deslocamentos nodais, ou seja:

$$\int_{V_e} \mathbf{N}^T \mathbf{R}(\hat{\mathbf{u}}) dV_e = \int_{V_e} \mathbf{N}^T (\nabla^T (\mathbf{D}_t(\sigma) \nabla \mathbf{N} \hat{\mathbf{u}}) + \mathbf{b}) dV_e = 0 \quad (3.9)$$

ou ainda,

$$\int_{V_e} (\nabla \mathbf{N})^T [\mathbf{D}_t(\sigma) (\nabla \mathbf{N}) \hat{\mathbf{u}}] dV_e + \int_{V_e} \mathbf{N}^T \mathbf{b} dV_e = 0 \quad (3.10)$$

Definindo-se  $\mathbf{B} = \nabla \mathbf{N}$  e integrando-se por partes, tem-se:

$$- \int_{V_e} \mathbf{B}^T \underbrace{\mathbf{D}_t(\sigma) \mathbf{B} \hat{\mathbf{u}}}_{\boldsymbol{\sigma}} dV_e + \int_{S_e} \mathbf{N}^T \underbrace{\mathbf{D}_t(\sigma) \mathbf{B} \hat{\mathbf{u}} \mathbf{n}}_{\mathbf{q}_n} dS_e + \int_{V_e} \mathbf{N}^T \mathbf{b} dV_e = 0 \quad (3.11)$$

ou ainda,

$$\int_{V_e} \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma} dV_e = \int_{S_e} \mathbf{N}^T \mathbf{q}_n dS_e + \int_{V_e} \mathbf{N}^T \mathbf{b} dV_e \quad (3.12)$$

onde  $\mathbf{q}_n$  é força de superfície aplicada no contorno ( $S_e$ ) do elemento.

Definindo-se o vetor de força interna  $\mathbf{F}_{\text{int}}$  como o vetor de força nodal equivalente ao estado de tensão dado pela integral

$$\mathbf{F}_{\text{int}} = \int_{V_e} \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma} dV_e \quad (3.13)$$

e o vetor de força externa  $\mathbf{F}_{\text{ext}}$  definido como:

$$\mathbf{F}_{\text{ext}} = \mathbf{F}_s + \mathbf{F}_b \quad (3.14)$$

em que

$$\mathbf{F}_s = \int_{S_e} \mathbf{N}^T \mathbf{q}_n dS_e \quad (3.15a)$$

é o vetor de força nodal equivalente às forças de superfície, e

$$\mathbf{F}_b = \int_{V_e} \mathbf{N}^T \mathbf{b} dV_e \quad (3.15b)$$

é o vetor de força nodal equivalente às forças de corpo (peso próprio), pode-se escrever a equação de equilíbrio em nível de cada elemento finito como:

$$\mathbf{F}_{int} = \mathbf{F}_{ext} \quad (3.16)$$

Aplicando-se a Equação 3.16 a todos os elementos da malha de elementos finitos, é obtido um sistema de equações algébrico em termos dos deslocamentos nos pontos nodais da malha de elementos finitos que, depois de aplicadas as condições de contorno essenciais, representará o equilíbrio estático de um problema mecânico.

A Equação 3.16 é não linear devido a não linearidade constitutiva da parcela de força interna e, portanto, alguma estratégia deve ser adotada para a obtenção da solução aproximada do problema.

Entre as diversas estratégias de solução de sistemas de equação não lineares, a mais comumente empregada é a que combina procedimentos incrementais e iterativos. Nessa estratégia, a solução do problema é obtida atualizando-se o vetor de deslocamento nodal ( $\hat{\mathbf{u}}_{n+1}$ ) no final de cada incremento de carga ( $\Delta \mathbf{F}$ ), fazendo-se:

$$\hat{\mathbf{u}}_{n+1} = \hat{\mathbf{u}}_n + \Delta \hat{\mathbf{u}}_n \quad (3.17)$$

onde  $\hat{\mathbf{u}}_n$  é o vetor de deslocamento nodal no início de um dado incremento de carga e  $\Delta \hat{\mathbf{u}}_n$  é o vetor de incremento de deslocamento nodal no passo de carga corrente. Da mesma forma, os vetores de deformação ( $\boldsymbol{\epsilon}_{n+1}$ ) e tensão ( $\boldsymbol{\sigma}_{n+1}$ ) no final de cada incremento de carga podem ser atualizados, fazendo-se:



$$\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1} = \boldsymbol{\varepsilon}_n + \Delta\boldsymbol{\varepsilon}_n \quad (3.18a)$$

$$\boldsymbol{\sigma}_{n+1} = \boldsymbol{\sigma}_n + \Delta\boldsymbol{\sigma}_n \quad (3.18b)$$

em que  $\boldsymbol{\varepsilon}_n$  e  $\boldsymbol{\sigma}_n$  são, respectivamente, os vetores de deformação e tensão numa dada configuração de equilíbrio (n) e

$$\Delta\boldsymbol{\varepsilon}_n = \mathbf{B}\Delta\hat{\mathbf{u}}_n \quad (3.19b)$$

$$\Delta\boldsymbol{\sigma}_n = \mathbf{D}_t(\boldsymbol{\sigma})\Delta\boldsymbol{\varepsilon}_n \quad (3.19b)$$

são, respectivamente, os vetores de incrementos de deformação e tensão no passo de carga corrente.

Partindo-se de uma dada configuração de equilíbrio ( $\hat{\mathbf{u}}_n$ ,  $\boldsymbol{\varepsilon}_n$  e  $\boldsymbol{\sigma}_n$ ), uma solução incremental inicial ( $\Delta\hat{\mathbf{u}}_n^0$ ) ou predita pode ser obtida e corrigida por iterações sucessivas, do tipo Newton-Raphson, até ser atingido uma nova configuração de equilíbrio. Ou seja,

$$\Delta\hat{\mathbf{u}}_n = \Delta\hat{\mathbf{u}}_n^0 + \sum_{k=1}^{\text{iter}} \delta\Delta\hat{\mathbf{u}} \quad (3.20)$$

onde iter é o número de iterações necessárias para atingir-se a convergência dentro do passo de carga corrente.

### 3.1.1 - Obtenção da Solução Incremental Inicial

Para a obtenção da solução incremental inicial  $\Delta\hat{\mathbf{u}}_n^0$ , a parcela de força interna da Equação 3.16 é obtida considerando uma aproximação linear para o incremento de tensão dentro de um dado incremento de carga. Desta forma, pode-se escrever a equação de equilíbrio no passo corrente como:

$$\mathbf{K}_t \Delta\hat{\mathbf{u}}_n^0 = \Delta\mathbf{F}_{\text{ext}} \quad (3.21)$$

onde

$$\Delta \mathbf{F}_{\text{ext}} = \mathbf{F}_{\text{ext}} / \text{ninc} \quad (3.22a)$$

é o vetor de incremento de força externa em que ninc é o número de incremento de carga adotado ao longo da trajetória de equilíbrio e

$$\mathbf{K}_t = \int_V \mathbf{B}^T \mathbf{D}_t(\boldsymbol{\sigma}_n) \mathbf{B} dV \quad (3.22b)$$

é a matriz de rigidez avaliada no início de cada incremento de carga em função do estado de tensão no início do incremento ( $\boldsymbol{\sigma}_n$ ).

### 3.1.2 - Obtenção da Correção da Solução Incremental Inicial

A Equação 3.16 pode ser escrita na forma residual incremental do Método de Newton-Raphson como:

$$\boldsymbol{\psi}(\Delta \hat{\mathbf{u}}) = \Delta \mathbf{F}_{\text{int}}(\Delta \hat{\mathbf{u}}) - \Delta \mathbf{F}_{\text{ext}} \quad (3.23)$$

onde

$$\Delta \mathbf{F}_{\text{int}}(\Delta \hat{\mathbf{u}}) = \int_{V_e} \mathbf{B}^T \Delta \boldsymbol{\sigma} dV_e \quad (3.24)$$

O problema consiste em encontrar o vetor  $\Delta \hat{\mathbf{u}}^*$  que satisfaça a seguinte equação

$$\boldsymbol{\psi}(\Delta \hat{\mathbf{u}}^*) = \Delta \mathbf{F}_{\text{int}}(\Delta \hat{\mathbf{u}}^*) - \Delta \mathbf{F}_{\text{ext}} = 0 \quad (3.25)$$

Através da expansão em série de Taylor, desprezando-se o termos de ordem igual ou superior à segunda, pode-se obter a seguinte forma linearizada da Equação 3.25 na vizinhança de  $\Delta \mathbf{u}^k$ , da k-ésima iteração

$$\boldsymbol{\psi}^{k+1} = \boldsymbol{\psi}^k + \left\{ \frac{\partial \boldsymbol{\psi}}{\partial \Delta \mathbf{u}} \right\}^k \delta \Delta \mathbf{u}^k = 0 \quad (3.26)$$

ou ainda,

$$\delta \Delta \mathbf{u}^k = [\mathbf{K}_t^k]^{-1} \{-\boldsymbol{\psi}^k\} \quad (3.27)$$

onde

$$\{-\boldsymbol{\psi}^k\} = \{\Delta \mathbf{F}_{\text{ext}} - \Delta \mathbf{F}_{\text{int}}(\Delta \hat{\mathbf{u}}^k)\} \quad (3.28)$$

é o vetor de força desequilibrada numa dada iteração e

$$\mathbf{K}_t^k = \left\{ \frac{\partial \boldsymbol{\psi}}{\partial \Delta \hat{\mathbf{u}}} \right\}^k = \left\{ \frac{\partial \Delta \mathbf{F}_{\text{int}}}{\partial \Delta \hat{\mathbf{u}}} \right\}^k = \int_v \mathbf{B}^T \mathbf{D}_t(\boldsymbol{\sigma}^k) \mathbf{B} dV \quad (3.29)$$

onde  $\mathbf{K}_t^k$  é a matriz de rigidez tangente na iteração k.

A princípio, o esquema iterativo garante que, a cada incremento, o equilíbrio global, as condições de compatibilidade, as condições de contorno e as relações constitutivas sejam satisfeitos. Isto, porém, ocorre dentro de uma tolerância pré-estabelecida, a qual não deverá ser nem muito grande, para que uma resposta imprecisa não seja obtida, nem muito pequena, para que não seja gasto esforço computacional desnecessário.

No final de cada ciclo iterativo uma verificação do estado de convergência da solução é feita, através de um critério de convergência, indicando o momento em que o ciclo iterativo deve ser interrompido.

A seguir serão apresentados alguns critérios de convergência:

a) Força

Este critério é definido pela relação entre a norma euclidiana do vetor de forças desequilibradas na iteração corrente ( $\mathbf{F}_{\text{des}}$ ) e a norma euclidiana do vetor de força externa ( $\mathbf{F}_{\text{ext}}$ ):

$$\frac{\|\mathbf{F}_{\text{des}}\|}{\|\mathbf{F}_{\text{ext}}\|} \leq \text{TOLER} \quad (3.30)$$

em que

$$\mathbf{F}_{\text{des}} = \mathbf{F}_{\text{ext}} - \mathbf{F}_{\text{int}} \quad (3.31)$$

e  $\mathbf{F}_{\text{int}}$  e  $\mathbf{F}_{\text{ext}}$  são os vetores de força interna e de força externa definidos pelas Equações 3.13 e 3.14. Deve-se observar que este critério utiliza o valor atualizado dos vetores de força interna e externa. Sua aplicação em termos de incrementos de força interna e externa ( $\Delta\mathbf{F}_{\text{int}}$  e  $\Delta\mathbf{F}_{\text{ext}}$ ) pode se tornar muito restritivo (de difícil convergência) para incrementos de carga muito pequenos.

#### b) Deslocamento

Neste caso, o critério de convergência é definido pela relação entre a norma euclidiana do vetor de incrementos de deslocamentos iterativos (ou da iteração corrente),  $(\delta\Delta\hat{\mathbf{u}})$  e a norma euclidiana do vetor de incrementos de deslocamentos,  $(\Delta\hat{\mathbf{u}})$ . Ou seja,

$$\frac{\|\delta\Delta\hat{\mathbf{u}}\|}{\|\Delta\hat{\mathbf{u}}\|} \leq \text{TOLER} \quad (3.32)$$

Este critério se torna muito restritivo (de difícil convergência) para incrementos muito pequenos.

#### c) Energia

Este critério utiliza a relação entre a energia interna na iteração corrente,  $(E^k)$ , e o incremento de energia inicial,  $(E^0)$ , tal como proposto por Bathe (1982). Ou seja,

$$\frac{E^k}{E^0} \leq \text{TOLER} \quad (3.33)$$

em que

$$E^k = (\delta\Delta\hat{\mathbf{u}})^k \cdot (\mathbf{F}_{\text{ext}} - \mathbf{F}_{\text{int}}^k) \quad (3.34)$$

$$E^0 = \Delta\hat{\mathbf{u}}^0 \cdot \Delta\mathbf{F} \quad (3.35)$$

O critério das forças é o mais utilizado. Entretanto, Bathe e Cimento (1981) sugerem uma combinação dos critérios de força e energia. Segundo eles, esta

combinação dá origem a um critério bastante eficiente uma vez que tanto a força desequilibrada quanto os deslocamentos iterativos tendem a zero nas proximidades da solução.

### 3.1.3 - Incrementos Automáticos de Carga

Um processo de solução é dito eficiente quando, para uma dada tolerância, o seu custo computacional é baixo e a resposta é obtida de modo confiável e com o mínimo de esforço para o analista. Vem daí a necessidade de utilização de técnicas de soluções automáticas, pois sem o conhecimento suficiente do comportamento do meio o analista pode prescrever incrementos de carga muito pequenos fazendo com que a solução se torne extremamente cara, ou incrementos tão grandes que gerem dificuldades na convergência durante as iterações de equilíbrio.

O controle do processo nesses casos é feito através do fator de carga ( $\lambda$ ). Este fator varia de zero à unidade em cada etapa de um processo iterativo; e, é obtido pelo somatório, ao longo da trajetória de carregamento, dos fatores de incrementos de carga, ( $\Delta\lambda$ ). Assim sendo, vários ciclos incrementais são realizados até que os fatores de carga atinjam um valor unitário.

A técnica implementada no programa ANLOG, versão 1998, para cálculo do incremento automático de carga é baseada na equação proposta por Crisfield (1981) e modificada por Ramm (1981, 1982)

$$\Delta\lambda_i = \Delta\lambda_{i-1} \left( \frac{I_d}{I_{i-1}} \right)^{0.5} \quad (3.36)$$

onde  $\Delta\lambda_i$  é o fator de incremento no passo corrente,  $\Delta\lambda_{i-1}$  é o fator de incremento do passo anterior,  $I_d$  é o número máximo de iterações desejadas em cada passo ( $I_d \cong 3$ ) e  $I_{i-1}$  é o número de iterações necessárias para a convergência do passo anterior.

Os fatores de incrementos de carga calculados automaticamente não poderão ser maiores ou menores que valores máximos e mínimos ( $\Delta\lambda_{\max}$  e  $\Delta\lambda_{\min}$ ) fornecidos pelo usuário para que o programa não entre num “loop” infinito.

Se a convergência não é verificada para um número máximo de iterações num dado passo, uma simples estratégia de corte do tamanho do passo é utilizada. Este corte é definido pela relação abaixo também sugerida por Criesfield (1981).

$$\Delta\lambda_i = \left( \frac{\text{TOLER}}{\text{ratio}} \right) \Delta\lambda_{i-1} \quad (3.37)$$

onde TOLER é a tolerância adotada e ratio é um adimensional definido em função do critério de convergência adotado.

No processo de automatização do processo de solução torna-se necessário, ainda, que o usuário forneça um número inteiro (ninc) que definirá o valor do fator de incremento de carga no início de cada bloco ( $\Delta\lambda_0$ ). O programa ANLOG se encarregará de definir os vetores de fator de incremento de carga, no início de cada bloco de carga (iblok). As componentes destes vetores são definidas pela relação

$$\Delta\lambda_0^{\text{iblok}} = \frac{\lambda^{\text{iblok}-1} - \lambda^{\text{iblok}}}{\text{ninc}} \quad (3.38)$$

Ao longo de cada bloco os valores dos fatores de incrementos de carga subsequentes são calculados de acordo com a Equação 3.36.

### 3.2 - REPRESENTAÇÃO DISCRETA - ELEMENTOS FINITOS UTILIZADOS

Como mencionado anteriormente, na representação discreta de solos reforçados adota-se diferentes tipos de elementos finitos para representar os constituintes desta estrutura: o solo, o reforço e a interface solo-reforço.

No modelo numérico proposto neste trabalho, adotou-se o elemento plano (Q8) quadrilateral quadrático isoparamétrico de 8 nós para representar o solo; os elementos unidimensionais (B2) linear isoparamétrico de 2 nós e (B3) quadrático isoparamétrico de 3 nós para representar o reforço; e o elemento de interface (I6) quadrático isoparamétrico de 6 nós e com espessura nula para representar a interface solo-reforço.

### 3.2.1 - Elemento Plano Q8

A Figura 3.1 apresenta uma ilustração do elemento plano Q8, cujas funções de interpolação  $N_i$  são indicadas nas Equações 3.39, onde  $\xi_i$  e  $\eta_i$  são os valores das coordenadas naturais  $(\xi, \eta)$  dos pontos nodais do elemento.

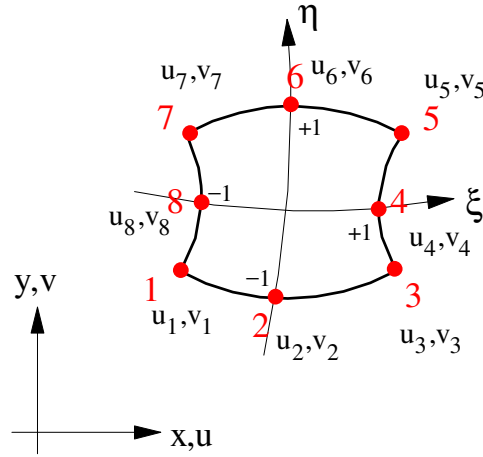


Figura 3.1 – Elemento Plano Q8.

$$N_i(\xi, \eta) = 0.25(1 + \xi\xi_i)(1 + \eta\eta_i)(\xi\xi_i + \eta\eta_i - 1), \quad i = 1, 3, 5 \text{ e } 7 \quad (3.39a)$$

$$N_i(\xi, \eta) = 0.5(\xi_i^2)(1 + \xi\xi_i)(1 - \eta^2) + 0.5(\eta_i^2)(1 + \eta\eta_i)(1 - \xi^2), \quad i = 2, 4, 6 \text{ e } 8 \quad (3.39b)$$

Considerando-se a condição de deformação no plano  $xy$ , pode-se escrever as componentes dos deslocamentos ( $u$  e  $v$ ) em qualquer ponto do elemento como:

$$\mathbf{u} = \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \mathbf{N}\hat{\mathbf{u}} \quad (3.40)$$

onde

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & \cdots & N_8 & 0 \\ 0 & N_1 & \cdots & 0 & N_8 \end{bmatrix} \quad (3.41)$$

é a matriz que contém as funções de interpolação  $N_i$  definidas nas Equações 3.39 e

$$\hat{\mathbf{u}}^T = [u_1 \quad v_1 \quad \dots \quad u_8 \quad v_8] \quad (3.42)$$

é o vetor de deslocamentos nodais do elemento.

A geometria de um elemento pode ser definida usando as mesmas funções de interpolação  $N_i$  da aproximação dos deslocamentos (conceito de elemento isoparamétrico). Assim sendo, o vetor posição  $\mathbf{x}$  em qualquer ponto do elemento pode ser aproximado via MEF por:

$$\mathbf{x} = \begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix} = \mathbf{N}\hat{\mathbf{x}} \quad (3.43)$$

onde

$$\mathbf{x}^T = [x_1 \quad y_1 \quad \dots \quad x_8 \quad y_8] \quad (3.44)$$

é o vetor das coordenadas dos pontos nodais. A seguinte relação pode ser obtida entre os dois sistemas de coordenadas natural  $(\xi, \eta)$  e global  $(x, y)$ :

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial \xi} \\ \frac{\partial}{\partial \eta} \end{Bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix}}_{\mathbf{J}} \begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{Bmatrix} \quad (3.45)$$

onde  $\mathbf{J}$  é a matriz jacobiana, a qual indica o quão “deformado” um determinado elemento está em relação ao elemento no sistema de coordenada natural.

A matriz jacobiana  $\mathbf{J}$  é obtida através da Equação 3.43, ou seja:

$$\begin{Bmatrix} \partial x / \partial \xi \\ \partial y / \partial \xi \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial N_1 / \partial \xi & 0 & \dots & \partial N_8 / \partial \xi & 0 \\ 0 & \partial N_1 / \partial \xi & \dots & 0 & \partial N_8 / \partial \xi \end{bmatrix} \hat{\mathbf{x}} \quad (3.46a)$$

$$\begin{Bmatrix} \partial x / \partial \eta \\ \partial y / \partial \eta \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial N_1 / \partial \eta & 0 & \dots & \partial N_8 / \partial \eta & 0 \\ 0 & \partial N_1 / \partial \eta & \dots & 0 & \partial N_8 / \partial \eta \end{bmatrix} \hat{\mathbf{x}} \quad (3.46b)$$

O volume elementar  $dV_e = dx dy dz$  pode ser escrito em coordenadas naturais como:



$$dV_e = \det J(\xi, \eta) d\xi d\eta \quad (3.47)$$

A matriz de rigidez do elemento plano  $\mathbf{K}^{Q8}$  é obtida integrando-se numericamente, pelo método da quadratura de gauss, as integrais definidas nas Equações 3.22b ou 3.29, e envolvem a definição das matrizes  $\mathbf{B}$  e  $\mathbf{D}_t$ .

A matriz  $\mathbf{B}$  define a condição cinemática do problema (Equação 3.4) relacionando as componentes do vetor de deformação  $\boldsymbol{\varepsilon}$  com as componentes de deslocamentos nodais  $\hat{\mathbf{u}}$  em cada elemento. Assim sendo, pode-se escrever:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = -\mathbf{B}\hat{\mathbf{u}} \quad (3.48)$$

em que

$$\mathbf{B} = [\mathbf{B}_1 \quad \dots \quad \mathbf{B}_8] \quad (3.49)$$

e

$$\mathbf{B}_i = \nabla \mathbf{N}_i \quad (3.50)$$

onde

$$\nabla = \begin{bmatrix} \partial/\partial x & 0 \\ 0 & \partial/\partial y \\ 0 & 0 \\ \partial/\partial y & \partial/\partial x \end{bmatrix} \quad (3.51a)$$

é o operador diferencial em deslocamento para problemas planos de deformação. O sinal negativo na Equação 3.48 indica a convenção de deformação e tensão positiva na compressão.

A matriz  $\mathbf{D}_t$ , como dito anteriormente, depende do modelo constitutivo adotado para representar o comportamento tensão-deformação do material e relaciona

(Equação 3.3) o vetor das componentes de deformação  $\boldsymbol{\varepsilon}$  com o vetor das componentes de tensão

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.52)$$

Considerando-se uma relação constitutiva elástica, a matriz  $\mathbf{D}_t$  no caso de deformação plana e axissimétrica pode ser expressa por:

$$\mathbf{D} = \frac{E_t}{(1 + \nu_t)(1 - 2\nu_t)} \begin{Bmatrix} 1 - \nu_t & \nu_t & \nu_t & 0 \\ \nu_t & 1 - \nu_t & \nu_t & 0 \\ \nu_t & \nu_t & 1 - \nu_t & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1 - 2\nu_t}{2} \end{Bmatrix} \quad (3.53)$$

onde  $E_t$  e  $\nu_t$  são, respectivamente, o módulo de deformabilidade e o coeficiente de Poisson tangentes, que permanecem constantes no caso de uma lei constitutiva linear e variam com o nível de tensão e ou deformação, no caso de uma lei constitutiva não linear.

A matriz  $\mathbf{D}_t$  para modelos de comportamento elastoplástico apresenta duas parcelas, uma elástica ( $\mathbf{D}_e$ ) e outra plástica ( $\mathbf{D}_p$ ), de modo que:

$$\mathbf{D}_t = \mathbf{D}_e - \mathbf{D}_p \quad (3.54)$$

A definição destas matrizes para o modelo Cam-Clay, Lade 77 e Lade-Kim (1988a, b e c) pode ser encontrada em Nogueira (1998).

### 3.2.2 - Elemento Unidimensional B2

O elemento de barra (B2) com dois pontos nodais, ilustrado na Figura 3.2, apresenta dois graus de liberdade por nó em relação ao sistema de coordenada (x,y). No entanto, é mais conveniente apresentar sua formulação no sistema de coordenada (x',y') em relação ao qual se tem apenas um grau de liberdade por nó.

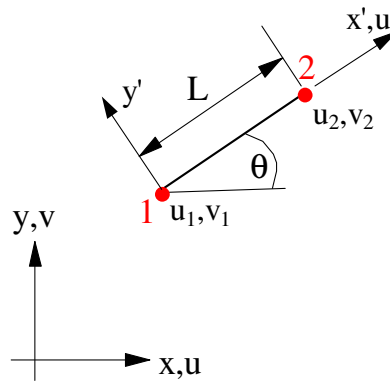


Figura 3.2 – Elemento de Barra B2.

O deslocamento  $\mathbf{u}'$  em qualquer ponto deste elemento em relação ao sistema de coordenada (x',y') pode ser definido em termos dos deslocamentos nodais  $\hat{\mathbf{u}}'$  por:

$$\mathbf{u}' = \mathbf{N}\hat{\mathbf{u}}' \quad (3.55)$$

em que

$$\hat{\mathbf{u}}'^T = [u'_1 \quad u'_2] \quad (3.56)$$

é o vetor dos deslocamentos nodais e

$$\mathbf{N} = [N_1 \quad N_2] \quad (3.57)$$

é a matriz das funções de interpolação  $N_i$  onde

$$N_1 = 1 - \frac{x'}{L} \quad (3.58a)$$

$$N_2 = \frac{x'}{L} \quad (3.58b)$$

Apenas a componente de deformação longitudinal é levada em conta para este elemento, o que permite expressar a deformação do reforço ( $\epsilon$ ) da seguinte forma:

$$\epsilon = \epsilon_{x'} = -\mathbf{B}\mathbf{u}' \quad (3.59)$$

onde

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} +\frac{1}{L} & -\frac{1}{L} \end{bmatrix} \quad (3.60)$$

Da mesma forma, como a deformação, apenas a componente de tensão normal ( $\sigma_{x'}$ ) é considerada. Assim sendo, adotando-se um comportamento linear elástico durante a tração como indicado na Figura 3.3, tem-se que:

$$\mathbf{D}_t = [E_t] \quad (3.61)$$

onde  $E_t$  é o módulo de deformabilidade tangente do reforço.

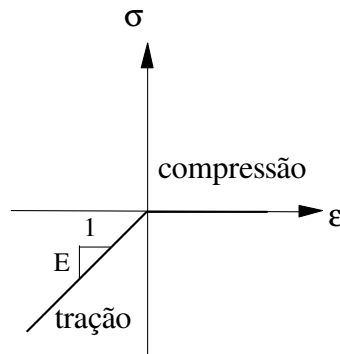


Figura 3.3 – Comportamento linear elástico do elemento B2.

Para este elemento, a matriz de rigidez em relação ao sistema de coordenada ( $x'$ ,  $y'$ ) é obtida integrando-se exatamente as Equações 3.22b ou 3.29, resultando na expressão:

$$\mathbf{K}_{2 \times 2}^e = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.62)$$

em que  $A$  é a área da seção transversal considerada constante ao longo do elemento e corresponde numericamente à espessura do reforço.

Em relação ao sistema de coordenada  $(x,y)$ , o vetor deslocamento nodal ( $\hat{\mathbf{u}}$ ) pode ser obtido através da seguinte transformação:

$$\hat{\mathbf{u}} = \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \end{Bmatrix} = \mathbf{T} \begin{Bmatrix} u'_1 \\ u'_2 \end{Bmatrix} \quad (3.63)$$

onde

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 \\ \sin \theta & 0 \\ 0 & \cos \theta \\ 0 & \sin \theta \end{bmatrix} \quad (3.64)$$

é a matriz de transformação e  $\theta$  é o ângulo entre a direção longitudinal do elemento com o eixo  $x$  (Figura 3.2).

Usando a mesma matriz de transformação  $\mathbf{T}$  (Equação 3.64), pode-se determinar a matriz de rigidez em relação ao sistema de coordenada global  $(x, y)$ , ou seja,

$$\mathbf{K}_{4 \times 4}^{B2} = \mathbf{T}_{4 \times 2}^T \mathbf{K}_{2 \times 2} \mathbf{T}_{2 \times 4} \quad (3.65)$$

que resulta em

$$\mathbf{K}_{4 \times 4}^{B2} = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin \theta \cos \theta & -\cos^2 \theta & -\sin \theta \cos \theta \\ \sin \theta \cos \theta & \sin^2 \theta & -\sin \theta \cos \theta & -\sin^2 \theta \\ -\cos^2 \theta & -\sin \theta \cos \theta & \cos^2 \theta & \sin \theta \cos \theta \\ -\sin \theta \cos \theta & -\sin^2 \theta & \sin \theta \cos \theta & \sin^2 \theta \end{bmatrix} \quad (3.66)$$

### 3.2.3 - Elemento Unidimensional B3

O elemento unidimensional B3 é ilustrado na Figura 3.4 e apresenta 6 graus de liberdade.

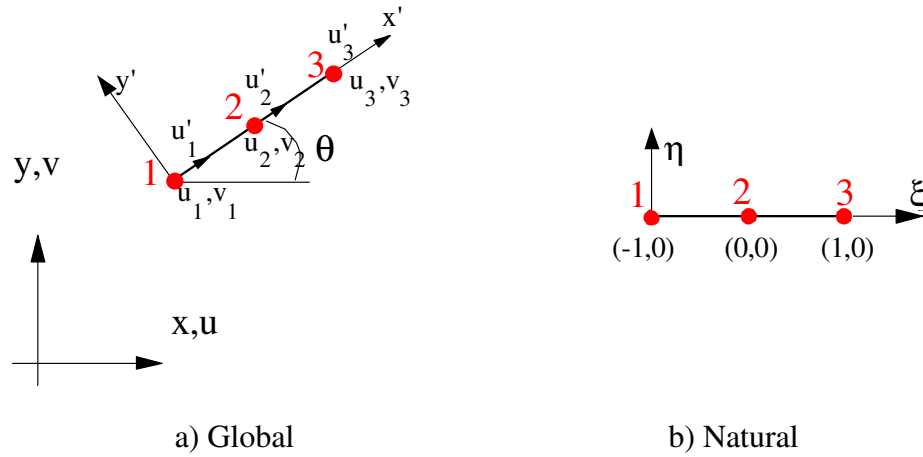


Figura 3.4 – Elemento B3.

O vetor posição  $\mathbf{x}'$  de um ponto qualquer do elemento pode ser escrito em termos das coordenadas dos pontos nodais  $\hat{\mathbf{x}}'$  pela equação abaixo:

$$\mathbf{x}' = \mathbf{N}\hat{\mathbf{x}}' \quad (3.67)$$

onde

$$\hat{\mathbf{x}}'^T = [x'_1 \quad 0 \quad x'_2 \quad 0 \quad x'_3 \quad 0] \quad (3.68)$$

é o vetor de coordenadas nodais no sistema de coordenada  $(x', y')$  e

$$\mathbf{N} = [N_1 \quad 0 \quad N_2 \quad 0 \quad N_3 \quad 0] \quad (3.69)$$

é a matriz das funções de interpolação  $N_i$  definidas como:

$$N_1 = 0.5(\xi^2 - \xi) \quad (3.70a)$$

$$N_2 = (1 - \xi^2) \quad (3.70b)$$

$$N_3 = 0.5(\xi^2 + \xi) \quad (3.70c)$$

Da mesma forma, o vetor de deslocamento  $\mathbf{u}'$  em qualquer ponto do elemento pode ser escrito em termos dos deslocamentos nodais  $\hat{\mathbf{u}}'$  pela expressão:

$$\mathbf{u}' = \mathbf{N}\hat{\mathbf{u}}' \quad (3.71)$$

onde

$$\hat{\mathbf{u}}'^T = [u'_1 \quad 0 \quad \dots \quad u'_3 \quad 0] \quad (3.72)$$

Os vetores  $\hat{\mathbf{x}}'$  e  $\hat{\mathbf{u}}'$  podem ser escritos em termos dos vetores  $\hat{\mathbf{x}}$  e  $\hat{\mathbf{u}}$ , no sistema de coordenada global, usando a seguinte transformação:

$$\hat{\mathbf{x}}' = \mathbf{T}^T \hat{\mathbf{x}} \quad (3.73)$$

$$\hat{\mathbf{u}}' = \mathbf{T}^T \hat{\mathbf{u}} \quad (3.74)$$

onde

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \theta & -\sin \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sin \theta & \cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cos \theta & -\sin \theta \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (3.75)$$

em que  $\theta$  é o ângulo que a tangente ao ponto nodal faz com o eixo x e

$$\cos \theta = \frac{dx/d\xi}{ds/d\xi} \quad (3.76a)$$

$$\sin \theta = \frac{dy/d\xi}{ds/d\xi} \quad (3.76b)$$

onde

$$\frac{dx}{d\xi} = \sum_{i=1}^3 \frac{dN_i}{d\xi} x_i \quad (3.77)$$

$$\frac{dy}{d\xi} = \sum_{i=1}^3 \frac{dN_i}{d\xi} y_i \quad (3.78)$$

e

$$\frac{ds}{d\xi} = \sqrt{\left(\frac{dx}{d\xi}\right)^2 + \left(\frac{dy}{d\xi}\right)^2} \quad (3.79)$$

A matriz de rigidez deste elemento é obtida através da integração numérica pelo método da quadratura de Gauss e dada por:

$$\mathbf{K}_{6 \times 6}^{B3} = \int_{-1}^{+1} \mathbf{B}^T \mathbf{D}_t \mathbf{B} A \frac{ds}{d\xi} d\xi \quad (3.80)$$

onde A é a área da seção transversal do reforço, adotada como constante.

A matriz constitutiva  $\mathbf{D}_t$  relaciona a componente de tensão normal  $\sigma_x$  com a componente de deformação axial  $\epsilon_x$  e é definida como:

$$\mathbf{D}_t = [E_t] = [J_t / A] \quad (3.81)$$

onde  $E_t$  é o módulo de deformabilidade tangente,  $J_t$  é a rigidez determinada no ensaio de tração não confinada (Item 2.2.2) e A corresponde à espessura do reforço.

Dois modelos podem ser adotados para representar a relação constitutiva: o linear elástico (Figura 3.5a) no qual a rigidez por unidade de comprimento J é tomada como constante e o parabólico elástico (Figura 3.5b) tal como proposto por Karpurapu e Bathurst (1992 e 1995).



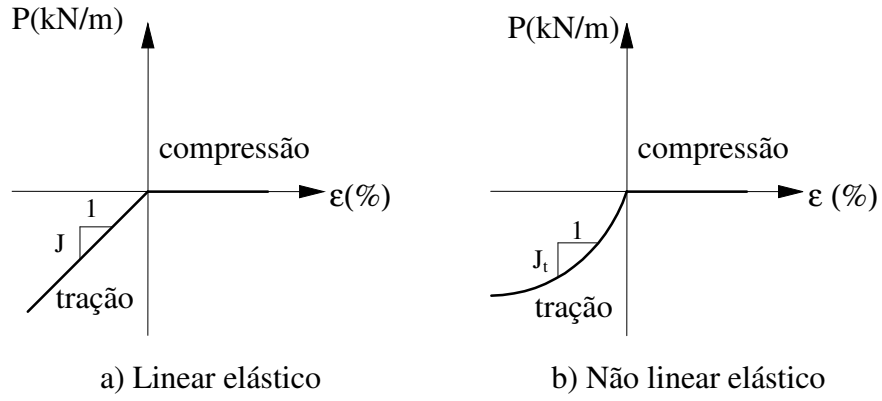


Figura 3.5 – Modelos de comportamento do reforço.

Neste modelo, a carga  $P$  por unidade de comprimento e a rigidez tangente  $J_t$ , se relaciona com a deformação  $\epsilon$  na camada de reforço através das equações:

$$P = a\epsilon + b\epsilon^2 \quad (3.82)$$

$$J_t = \frac{dP}{d\epsilon} = a + 2b\epsilon \quad (3.83)$$

onde  $a$  e  $b$  são constantes obtidas de ensaios de tração, como indicado no Item 2.2.2.

A matriz  $\mathbf{B}$  é definida como:

$$\epsilon = \epsilon_x = -\mathbf{B}\hat{u}' \quad (3.84)$$

em que

$$\mathbf{B} = \left[ \frac{dN_1}{d\xi} \frac{d\xi}{dx} \cos \theta \quad \frac{dN_1}{d\xi} \frac{d\xi}{dx} \sin \theta \quad \dots \quad \frac{dN_3}{d\xi} \frac{d\xi}{dx} \cos \theta \quad \frac{dN_3}{d\xi} \frac{d\xi}{dx} \sin \theta \right] \quad (3.85)$$

### 3.2.4 - Elemento de Interface I6

Os elementos de interface são elementos especiais utilizados para representar as interfaces entre materiais, juntas, etc. e são capazes de simular os seus diversos movimentos relativos. A interface pode permanecer intacta, sofrer deslizamento, abertura e/ou fechamento. Os elementos convencionais planos são inadequados para modelar estes comportamentos, pois a compatibilidade requerida nestes elementos impede os movimentos relativos entre os materiais adjacentes.

O elemento de interface implementado neste trabalho é ilustrado na Figura 3.6 e suas funções de interpolação são apresentadas nas Equações 3.86 (Sharma; 1987a e 1987b ).

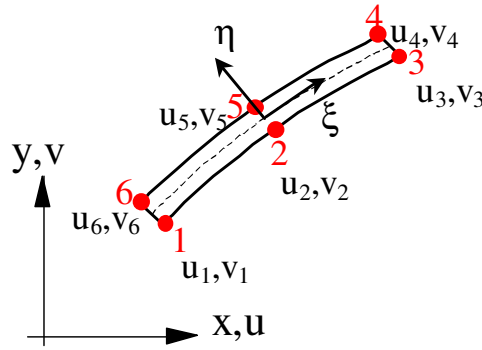


Figura 3.6 – Elemento de Interface I6.

$$N_1 = N_6 = 0.5(\xi^2 - \xi) \quad (3.86a)$$

$$N_2 = N_5 = (1 - \xi^2) \quad (3.86b)$$

$$N_3 = N_4 = 0.5(\xi^2 + \xi) \quad (3.86c)$$

A matriz de rigidez deste elemento é calculada pela equação

$$\mathbf{K}_{12 \times 12}^{I6} = \int_s \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} ds = \int_{-1}^{+1} \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} \frac{ds}{d\xi} d\xi \quad (3.87)$$

onde  $\mathbf{D}_t$  é a matriz constitutiva dada por

$$\mathbf{D}_t = \begin{bmatrix} k_s & 0 \\ 0 & k_n \end{bmatrix} \quad (3.88)$$

onde  $k_s$  e  $k_n$  são, respectivamente, as “rigidezes” cisalhante e normal (em unidade de força por volume) que podem ser obtidas de uma curva típica, como ilustrado na Figura 3.7, de um ensaio de cisalhamento direto (Goodman, 1968) para o qual  $\delta_n$  é o deslocamento relativo normal da interface,  $F_n/L$  é força normal por unidade de comprimento,  $\delta_s$  é o deslocamento relativo cisalhante e  $F_s/L$  é força cisalhante por unidade de comprimento. Como pode ser observado na Figura 3.7, o elemento de interface resiste apenas à compressão.

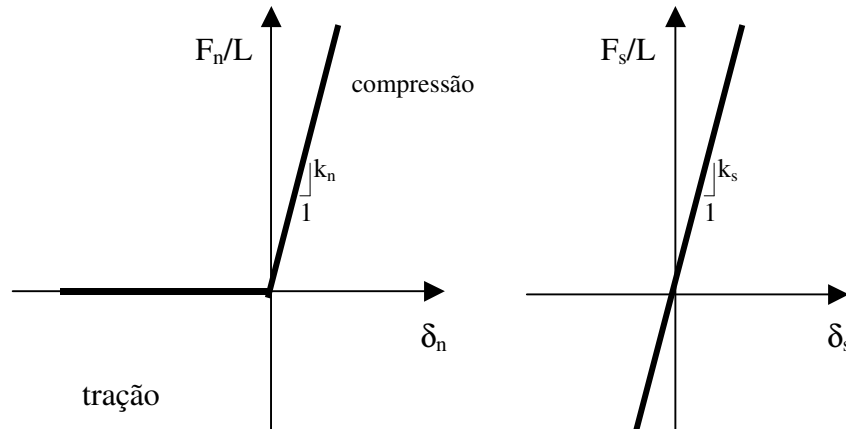


Figura 3.7 – Representação esquemática de ensaio de cisalhamento direto em junta de rocha.

O vetor  $\boldsymbol{\delta}$  de deslocamentos relativos entre os nós das faces superior e inferior da interface pode ser escrito como:

$$\boldsymbol{\delta} = \begin{Bmatrix} \delta_s \\ \delta_n \end{Bmatrix} = -\mathbf{B}\hat{\mathbf{u}} \quad (3.89)$$

em que

$$\hat{\mathbf{u}}^T = [u_1 \quad v_1 \quad \dots \quad u_6 \quad v_6] \quad (3.90)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} -\mathbf{N}_1 & -\mathbf{N}_2 & -\mathbf{N}_3 & \mathbf{N}_3 & \mathbf{N}_2 & \mathbf{N}_1 \end{bmatrix} \quad (3.91)$$

onde  $\mathbf{N}_1, \mathbf{N}_2, \mathbf{N}_3$ , são matrizes que tem a seguinte forma:

$$\mathbf{N}_i = N_i \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}, i=1, 2, 3 \quad (3.92)$$

sendo  $N_i$  as funções de interpolação (dadas pelas Equações 3.86) e  $\theta$  o ângulo que a junta (ou interface) faz com o eixo x;  $\cos \theta$  e  $\sin \theta$  são calculados pelas Equações 3.76.

As tensões cisalhante ( $\tau$ ) e normal ( $\sigma$ ) podem ser relacionadas com  $k_s$  e  $k_n$  através da seguinte equação:

$$\begin{Bmatrix} \tau \\ \sigma \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_s & 0 \\ 0 & k_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_s \\ \delta_n \end{Bmatrix} \quad (3.93)$$

O critério de resistência de Mohr-Coulomb é utilizado para determinar um valor limite para tensão cisalhante ( $\tau_{\max}$ ) na interface segundo a expressão:

$$\tau_{\max} = c_i + \sigma \tan \phi_i \quad (3.94)$$

onde  $c_i$  e  $\phi_i$  são, respectivamente, a coesão e o ângulo de atrito da interface solo-reforço que podem ser obtidos a partir de ensaio de cisalhamento direto.

Em cada estágio do carregamento, a tensão cisalhante ( $\tau$ ) é comparada com a tensão cisalhante limite ( $\tau_{\max}$ ). Se  $\tau \geq \tau_{\max}$ , então a rigidez cisalhante é tomada como um valor muito pequeno e a rigidez normal é mantida constante para os próximos estágios de carregamento. Se  $\tau < \tau_{\max}$ , então, é feita a verificação da componente de tensão normal ( $\sigma$ ). Se  $\sigma > 0$  então a interface está submetida a um esforço de compressão e a rigidez normal e cisalhante são mantidas constante. No entanto, se  $\sigma \leq 0$ , então a interface está submetida a um esforço de tração e neste caso a tensão cisalhante é definida como nula e as rigidezes normal e cisalhante são tomadas como um valor residual muito pequeno.

## Capítulo 4

---

### EXEMPLOS DE VALIDAÇÃO

Este capítulo tem por objetivo apresentar alguns exemplos que validem as implementações computacionais realizadas, sendo estes sintetizados na Figura 4.1.

O exemplo apresentado no Item 4.1 e ilustrado na Figura 4.1a trata de uma barra sem peso próprio submetida a uma força axial de tração, cuja solução numérica em termos de deslocamento e tensão são verificadas e comparadas com solução analítica.

No Item 4.2, é feito um estudo de uma barra sob efeito de uma força distribuída por unidade de volume  $q(x)$ , conforme mostrado na Figura 4.1b. São analisadas duas situações: na primeira, a carga distribuída é constante, e na segunda, ela varia linearmente ao longo da barra. É feita também, neste exemplo, uma comparação entre a eficiência dos elementos unidimensionais B2 e B3.

Em seguida, no Item 4.3, usando o mesmo esquema apresentado na Figura 4.1a, é testado o modelo parabólico para o reforço, tal como proposto por Karpurapu e Bathurst (1992 e 1995).

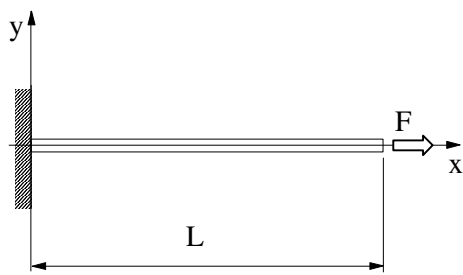
O exemplo mostrado na Figura 4.1c e apresentado no Item 4.4 tem como objetivo validar a implementação do elemento de interface I6. Neste exemplo, dois blocos dispostos um sobre o outro, são submetidos a um carregamento normal à descontinuidade CD de modo a provocar sua abertura (Araújo, 1998). Comparações com a solução analítica são feitas, considerando-se um comportamento linear elástico tanto para os blocos, quanto para a interface.

A Figura 4.1d representa o deslizamento entre dois blocos provocado por uma força horizontal distribuída ao longo da face inferior do bloco superior. Neste caso é

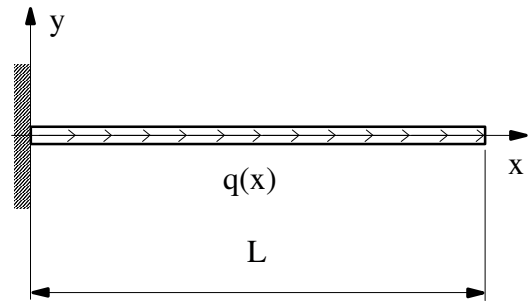
feita a verificação, no Item 4.5, quanto ao deslocamento relativo horizontal entre os blocos desprezando-se o peso próprio dos mesmos.

No Item 4.6 apresenta-se um exemplo similar ao anterior, mas agora, a interface entre os blocos é inclinada de  $45^\circ$  (Figura 4.1e). O objetivo neste caso é a verificação dos deslocamentos dos blocos, modelados como linear elástico, sujeitos à ação do peso próprio. Também é feita neste exemplo uma verificação quanto à ruptura, usando o modelo Mohr-Coulomb.

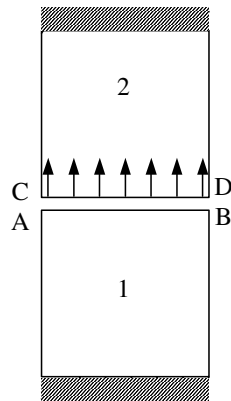
Um outro exemplo analisado foi estudado por Ng et al (1997) e trata de um bloco elástico longo que tem sua face inferior ligada a um material rígido (representado pela interface) e submetido a uma força axial de compressão em uma de suas extremidades (Figura 4.1f). Comparações com o resultado teórico apresentado por Hird e Russell (1990) são feitas.



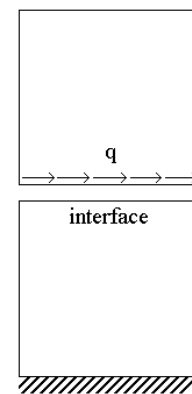
a) Barra submetida à força axial



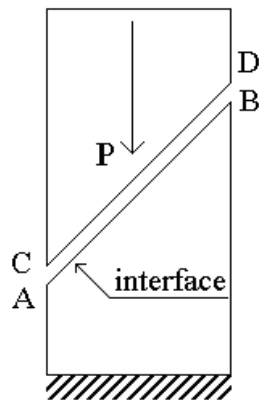
b) Barra sob ação de força por unidade de volume



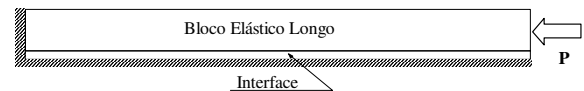
c) Interface sujeito a uma força de tração.



d) Bloco rígido deslizando sobre interface horizontal



e) Bloco rígido deslizando sobre interface inclinada



f) Bloco elástico longo deslizando sobre interface

Figura 4.1 – Exemplos de validação.

#### 4.1 - BARRA SUBMETIDA A UM ESFORÇO AXIAL

A situação indicada na Figura 4.2a representa uma barra de comprimento  $L$  e seção transversal constante  $A$ , com uma extremidade engastada e a outra livre, submetida a uma força axial de tração  $F$  na extremidade livre.

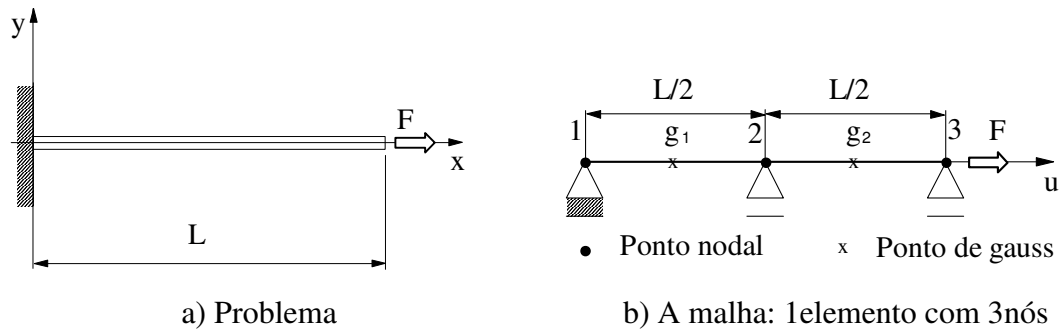


Figura 4.2 - Barra submetida a uma força de tração.

Este tipo de problema conduz, desprezando-se as forças de peso próprio, a uma distribuição uniforme de tensão ao longo da barra dada por:

$$\sigma(x) = \frac{F}{A} \quad (4.1)$$

Considerando-se o comportamento do material linear elástico, tem-se para as condições de contorno impostas (extremidades engastada e livre) a seguinte distribuição de deslocamento ao longo desta barra:

$$u(x) = \frac{F}{EA} x \quad (4.2)$$

onde  $E$  é o módulo de elasticidade do material.

Este problema é simulado, via MEF, com apenas 1 elemento de barra B3 como indicado na Figura 4.2b. Com relação às condições de contorno essenciais, é importante ressaltar que apesar deste problema ser naturalmente unidimensional, é necessária a imposição, neste caso, das restrições de deslocamento na vertical de modo a se retirar a singularidade da matriz de rigidez global (Equação 3.80) quando da utilização de



malhas constituídas apenas por elementos unidimensionais. Esta observação é válida para os exemplos dos itens 4.2 e 4.3.

Os resultados analíticos e numéricos são apresentados na Tabela 4.1, indicando que a solução numérica é exata.

Um valor constante de 10kPa foi obtido para a tensão normal ( $\sigma$ ) no pontos de gauss  $g_1$  e  $g_2$  indicados na Figura 4.2b em conformidade com a solução analítica.

Tabela 4.1 – Barra sujeita a uma força de tração – Numérico x Analítico

Ponto	x(m)	u(x) (mm)	
		u=5x	MEF
1	0	0	0
2	0,5	2,5	2,5
3	1,0	5,0	5,0

$$A=0,01\text{m}^2; \quad E=2000\text{kPa}; \quad F=0,1\text{kN}$$

## 4.2 - BARRA SUBMETIDA A UMA FORÇA DISTRIBUÍDA POR UNIDADE DE VOLUME

Considere agora a situação indicada na Figura 4.3a, na qual se tem uma barra de comprimento  $L$  e área de seção transversal  $A$  constante, com uma extremidade engastada e a outra livre, submetida a uma força distribuída por unidade de volume de intensidade  $q(x)$ .

Duas condições de carregamento que conduzem à distribuição de tensão não uniforme ao longo da barra são analisadas neste exemplo. A situação 1 é aquela em que a força por unidade de volume  $q(x)$  é constante e a situação 2 é aquela em que esta força  $q(x)$  varia linearmente ao longo da barra segundo a relação:

$$q(x) = ax + b \quad (4.3)$$

Para a situação 1, a distribuição de tensão  $\sigma(x)$  varia linearmente ao longo da barra e é dada por:

$$\sigma(x) = q(x - L) \quad (4.4)$$

Já para a situação 2 tem-se a seguinte forma quadrática para a distribuição de tensão:

$$\sigma(x) = \frac{a}{2}(x^2 - L^2) + b(x - L) \quad (4.5)$$

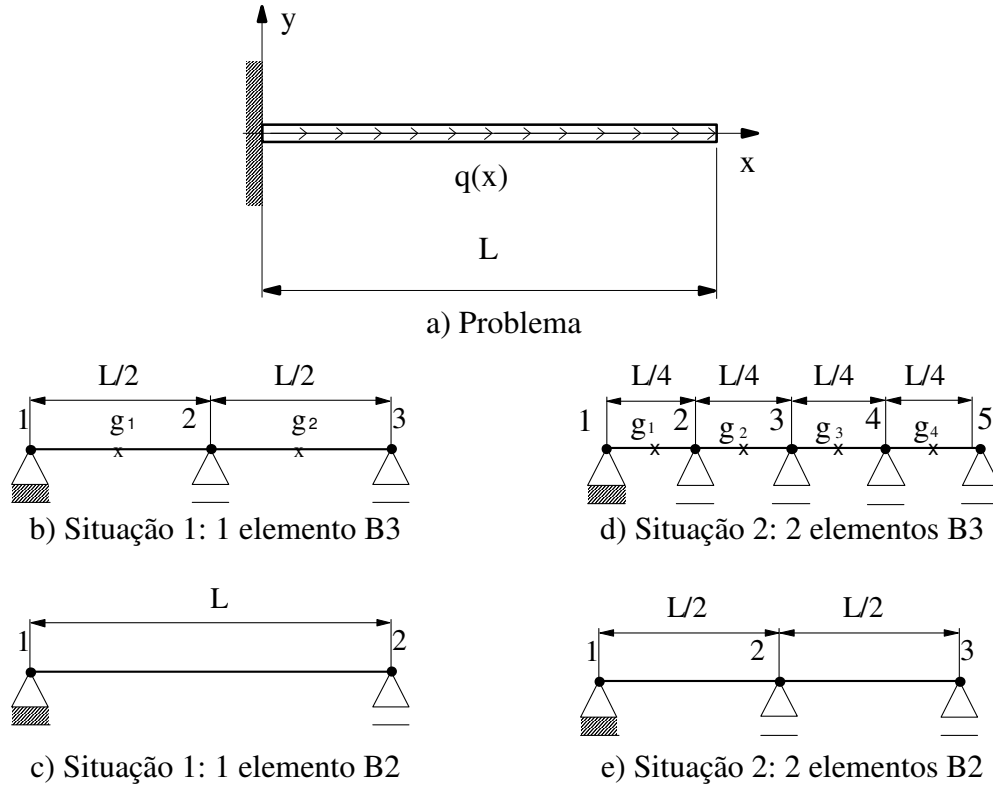


Figura 4.3 - Barra submetida a uma força distribuída por unidade de volume.

Considerando o comportamento tensão-deformação linear elástico e adotando a convenção de sinal para deformação negativa durante a tração, tem-se para a situação 1:

$$u(x) = \frac{q}{E} \left[ Lx - \frac{1}{2}x^2 \right] \quad (4.6)$$

e para a situação 2:

$$u(x) = \frac{1}{E} \left\{ -\frac{ax^3}{6} - \frac{bx^2}{2} + \left[ \frac{aL}{2} + b \right] xL \right\} \quad (4.7)$$

Em cada uma das duas situações citadas anteriormente, são feitas, ainda, análises com elementos unidimensionais B2 e B3, como ilustrado na Figura 4.3, para que se possa comparar o desempenho de cada um, tomando como referência a solução analítica.

Para simulação da situação 1 empregou-se apenas um elemento unidimensional B2 e B3 (Figura 4.3b e 4.3c); e para a simulação da situação 2 foram utilizados, dois elementos B3 e, inicialmente, dois elementos de barra B2 (Figura 4.3d e 4.3e).

O vetor de carregamento nodal equivalente ( $\mathbf{F}$ ), para o elemento B3, é obtido através da integral:

$$\mathbf{F} = \int_V \mathbf{N}q(x)dV = \int_0^L \mathbf{N}q(x)Adx = \int_{-1}^{+1} \mathbf{N}q(x)A \frac{dx}{d\xi} d\xi \quad (4.8)$$

onde  $\mathbf{N}$  é a matriz das funções de interpolação  $N_i$  definidas nas Equações 3.69.

Na Tabela 4.2 são apresentados os carregamentos nodais equivalentes para as situações 1 e 2, considerando-se a área da seção transversal constante.

Tabela 4.2 – Carregamento nodal equivalente – Elemento B3.

Ponto	Situação 1		Situação 2	
	$F_x$ (kN)	$F_y$ (kN)	$F_x$ (kN)	$F_y$ (kN)
1	0,01667	0	0	0
2	0,06667	0	0,008333	0
3	0,01667	0	0,008333	0
4	-	-	0,025	0
5	-	-	0,008333	0

$$A=0,01\text{m}^2; \quad E=2000\text{kPa}; \quad F=0,1\text{kN}$$

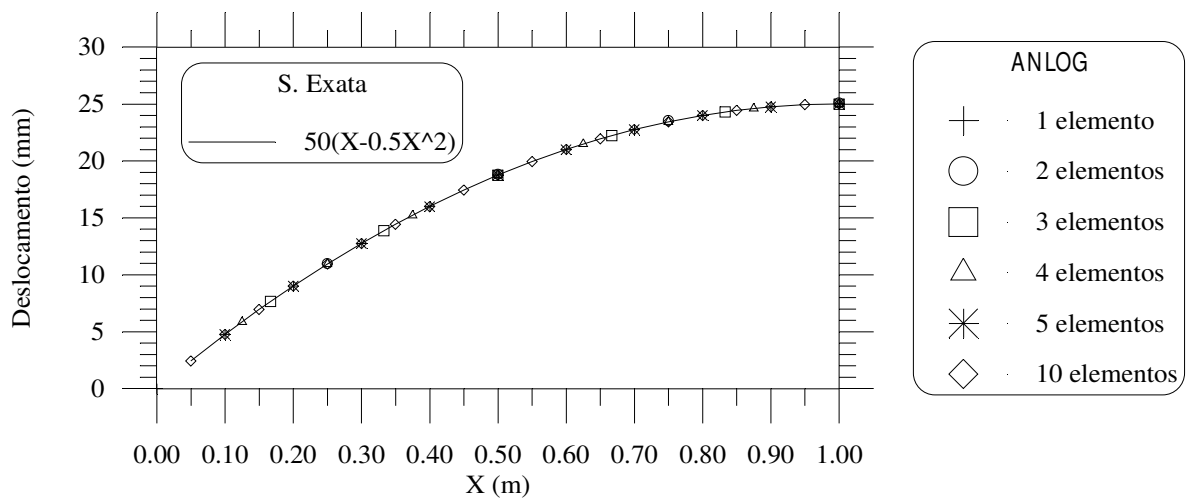
Os resultados da análise da situação 1 mostram que em termos de deslocamentos os dois tipos de elementos empregados (B3 e B2) se mostraram eficientes, como pode ser visto na Tabela 4.3. No cálculo das tensões mostrado na Tabela 4.4, o elemento B3 obteve uma resposta igual ao cálculo analítico, mas o mesmo não aconteceu para o elemento B2, mostrando que para se obter um resultado mais preciso deve-se refinar a malha.

Tabela 4.3 – Comparação dos deslocamentos da situação 1

Ponto	x(m)	u(x) (mm)		
		$u(x) = 50(x - 0,5x^2)$	MEF 1 elemento B3	MEF 1 elemento B2
1	0	0	0	0
2	0,5	18,75	18,75	-
3	1,0	25,00	25,00	25,00

$$E=200\text{kPa}; \quad a=10 \quad b=0 \quad q=10\text{kN/m}^3; \quad L=1\text{m}$$

A Figura 4.4 apresenta os resultados em termos dos deslocamentos nodais variando-se o número de elementos B3 da malha de elementos finitos para a situação de carregamento 1 e considerando-se os seguintes dados do problema:  $E=200\text{kPa}$ ;  $q=10\text{kN/m}^3$  e  $L=1\text{m}$ . Como era de se esperar a solução numérica obtida com apenas um único elemento B3 coincide com a solução exata no centro e na extremidade livre da barra indicadas na Tabela 4.3.

Figura 4.4. Teste de convergência do elemento B3 - Situação 1 -  $q=\text{cte}$ .

Na situação 2, onde o carregamento é variável, é bem mais nítida a eficiência do elemento B3 em relação ao elemento B2. Como pode ser visto nas Tabelas 4.5 e 4.6 a solução analítica em termos de deslocamento e tensão foi obtida com apenas um único elemento B3. A análise com o elemento B2, no entanto, só apresentou uma boa aproximação com a solução analítica com a utilização de uma malha de oito elementos.

O elemento B3, portanto, se mostra muito mais eficiente que o elemento B2, sobretudo em situação de carregamento não uniforme.

Tabela 4.4 – Comparação das tensões da situação 1

Ponto	x(m)	$\sigma(x)$ (kPa)		
		$\sigma=10(x-L)$	MEF 1 elemento B3	MEF 1 elemento B2
g <sub>1</sub>	0,211325	-7,887	-7,887	-5,00
g <sub>2</sub>	0,788675	-2,113	-2,114	-5,00

$$a=10; \quad b=0; \quad q=10\text{kN/m}^3; \quad L=1\text{m} \quad A=0,01\text{m}^2$$

Tabela 4.5 – Comparação dos deslocamentos da situação 2

Ponto	x(m)	u(x) (mm)			
		$u(x) = 25(x - 0,33x^3)$	MEF 2 elementos B3	MEF 2 elementos B2	MEF 8 elementos B2
1	0	0	0	0	0
2	0,25	6,12	6,12	-	6,12
3	0,50	11,46	11,46	28,115	11,46
4	0,75	15,23	15,23	-	15,26
5	1,00	16,67	16,67	39,67	16,70

$$E=200\text{kPa}; \quad L=1\text{m}; \quad a=10; \quad b=0; \quad q=10\text{kN/m}^3$$

Tabela 4.6 – Comparação das tensões da situação 2

Ponto	x(m)	$\sigma(x)$ (kPa)			
		$\sigma_x=5(x^2-1)$	MEF 2 elementos B3	MEF 2 elementos B2	MEF 8 elementos B2
g <sub>1</sub>	0,105662	-4,944	-4,944	-11,27	-4,972
g <sub>2</sub>	0,394338	-4,222	-4,222	-11,27	-4,050
g <sub>3</sub>	0,605662	-3,166	-3,166	-4,6	-3,424
g <sub>4</sub>	0,894338	-1,001	-1,001	-4,6	-0,612

$$L=1\text{m}; \quad a=10; \quad b=0; \quad q=10\text{kN/m}^3;$$

### 4.3 - VERIFICAÇÃO DO MODELO PARABÓLICO PARA O REFORÇO

Neste item é apresentado um exemplo para validação da implementação do modelo parabólico para o reforço usando a situação proposta na Figura 4.2a, na qual uma barra com uma área da seção transversal unitária, sem peso próprio, com uma extremidade engastada e a outra extremidade livre, sujeita a uma força axial de tração. A malha utilizada está mostrada na Figura 4.2b, apresentando um único elemento de barra B3.

Para este exemplo os valores utilizados para os coeficientes  $a$  e  $b$  (Equação 3.82) do modelo parabólico são, respectivamente, 60 e  $-126$ . A análise é feita pelo processo puramente incremental, com 100 incrementos de carga. A concordância entre a solução analítica e a resposta numérica apresentada na Figura 4.5 valida a implementação do modelo proposto.

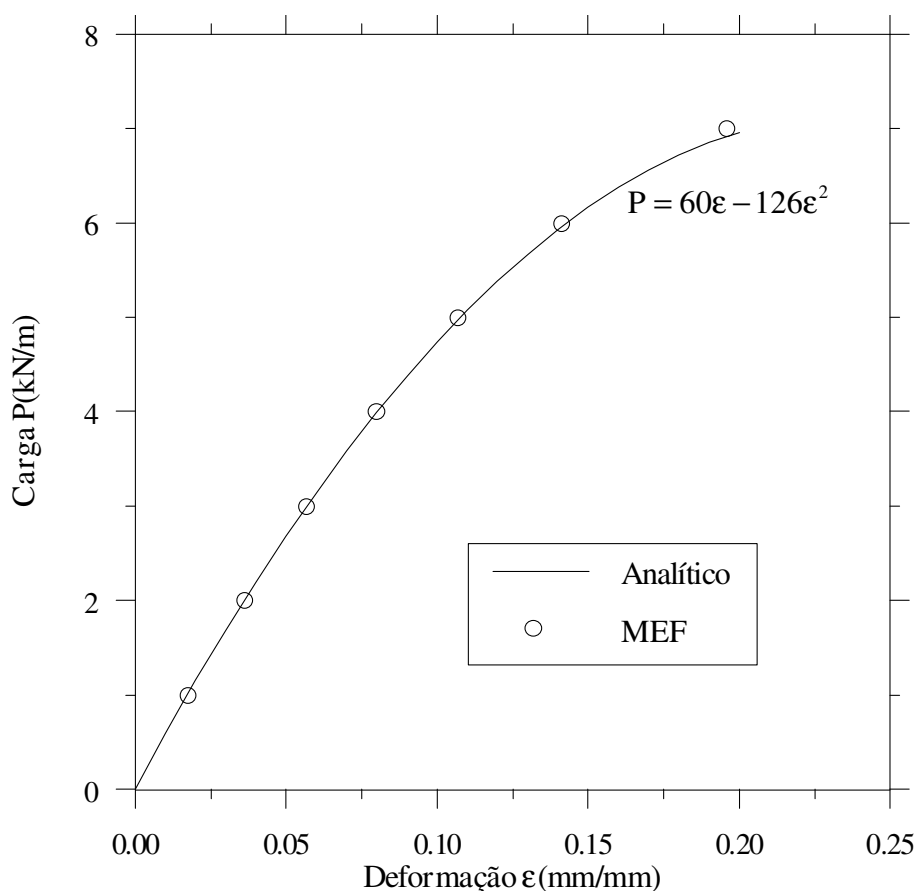


Figura 4.5 – Verificação do modelo parabólico para o reforço.

#### 4.4 - ABERTURA DA DESCONTINUIDADE ENTRE DOIS BLOCOS

A Figura 4.6a ilustra uma situação em que um meio contínuo, considerado como linear elástico e caracterizado por um módulo de elasticidade  $E$  e coeficiente de poisson  $\nu$ , é dividido em duas partes através de uma descontinuidade ABCD ao longo da qual atua (em CD) uma força por unidade de área  $q$  cuja ação promoverá a abertura desta descontinuidade.

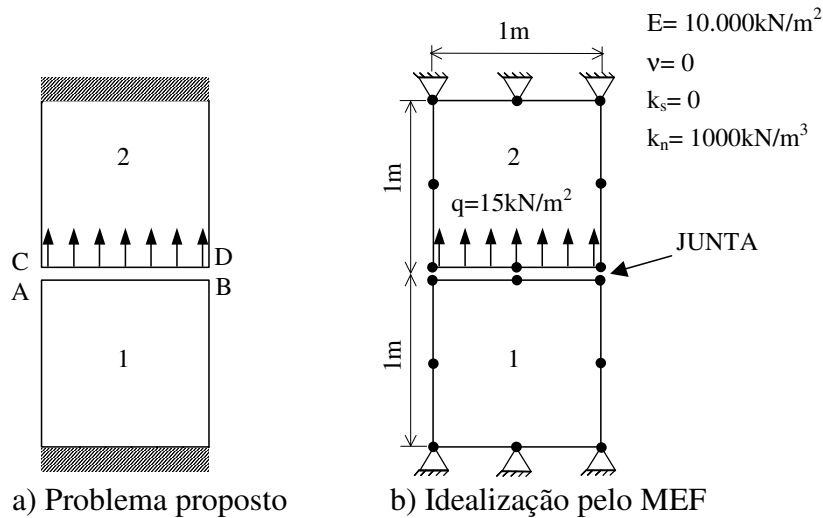


Figura 4.6 - Elemento de Interface I6 sujeito a uma força de tração.

O problema contínuo proposto pode ser representado por um sistema mecânico equivalente, tal como indicado na Figura 4.7, onde  $K_1$ ,  $K_j$ , e  $K_2$  são, respectivamente, a rigidez do bloco 1, da interface ABCD e do bloco 2.

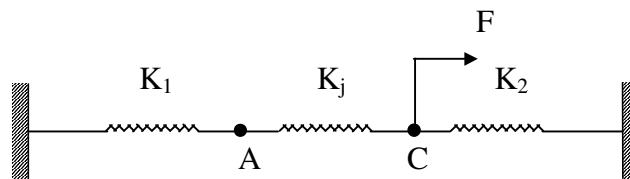


Figura 4.7 – Sistema mecânico discreto equivalente.

Desta forma pode-se obter, por exemplo, os deslocamentos  $u_A$  e  $u_C$  e determinar a abertura da descontinuidade  $\delta_n$  definida como:

$$\delta_n = u_C - u_A \quad (4.9)$$

Usando o conceito de energia potencial total  $\Pi$ , pode-se definir o seguinte indicador variacional:

$$\Pi = \frac{1}{2} K_1 u_A^2 + \frac{1}{2} K_j (u_C - u_A)^2 + \frac{1}{2} K_2 u_C^2 - F \cdot u_C \quad (4.10)$$

cuja condição de estacionaridade ( $\delta\Pi = 0$ ) implicará na obtenção das equações de equilíbrio em termos dos deslocamentos nos pontos A e C, ou seja,

$$(K_1 + K_j) u_A - K_j u_C = 0 \quad (4.11)$$

$$-K_j u_A + (-K_2 + K_j) u_C - F = 0 \quad (4.12)$$

Da Equação 4.11 tem-se que:

$$u_A = \frac{K_j}{(K_1 + K_j)} u_C \quad (4.13)$$

Substituindo a Equação 4.13 na Equação 4.12, tem-se:

$$\left[ \underbrace{\frac{(-K_2 + K_j)(K_1 + K_j) - K_j^2}{(K_1 + K_j)}}_{K_{eq}} \right] u_C = F \quad (4.14)$$

ou de uma outra forma:

$$u_C = \frac{F}{K_{eq}} \quad (4.15)$$

onde

$$K_{eq} = \frac{(-K_2 + K_j)(K_1 + K_j) - K_j^2}{(K_1 + K_j)} \quad (4.16)$$

Para os dados do problema em questão tem-se:



$$K_1 = K_2 = \frac{EA}{L} = \frac{10.000 \times 1}{1} = 10.000 \text{ kN/m},$$

$$k_j = 1.000 \text{ kN/m}^3 \text{ e}$$

$$F = q.L = 15 \times 1 = 15 \text{ kN}$$

Logo, aplicando-se as Equações 4.15 e 4.13, obtém-se:  $u_c = 0,1375 \times 10^{-2} \text{ m}$  e  $u_A = 0,0125 \times 10^{-2} \text{ m}$ , o que resultará numa abertura da descontinuidade de  $\delta_n = -0,00125 \text{ m}$ . Para a tensão normal na interface, tem-se  $\sigma_j = -1,25 \text{ kN/m}^2$ .

O sinal negativo no deslocamento relativo indica a abertura da descontinuidade e a tensão negativa indica um a reação a um esforço de tração.

A Tabela 4.7 apresenta os resultados analíticos e numéricos obtidos para os elementos planos da malha de elementos finitos da Figura 4.5b, considerando uma rigidez normal para a interface igual a  $1000 \text{ kN/m}^3$ . Estes resultados também conferem com os apresentados por Araújo (1989).

Tabela 4.7 – Resultados dos elementos planos.

Elemento	Analítico		Numérico	
	$\varepsilon(\%)$	$\sigma(\text{kN/m}^2)$	$\varepsilon(\%)$	$\sigma(\text{kN/m}^2)$
1	-0,0125	-1,25	-0,0125	-1,25
2	0,1375	13,75	0,1375	13,75

No elemento plano inferior (elemento 1), o sinal negativo da deformação e da tensão indicam respectivamente um alongamento e um esforço axial de tração, conforme a convenção de sinal adotada nesta formulação.

#### 4.5 - DESLIZAMENTO DE BLOCO RÍGIDO SOBRE DESCONTINUIDADE HORIZONTAL

Este exemplo apresenta o deslizamento causado por uma força horizontal, através de uma descontinuidade também horizontal, entre dois blocos rígidos, conforme Figura 4.8.

Para esta modelagem, desconsidera-se o peso próprio dos blocos, pois o objetivo é fazer a análise do comportamento em relação ao deslizamento de modo que a rigidez normal não tenha influência no resultado. Para causar o deslizamento do bloco superior sobre o inferior, é aplicada uma força distribuída por unidade de área ( $q$ ), tangente ao plano da face inferior do bloco superior. A partir daí são feitas verificações quanto à tensão e ao deslocamento relativo cisalhantes entre as faces.

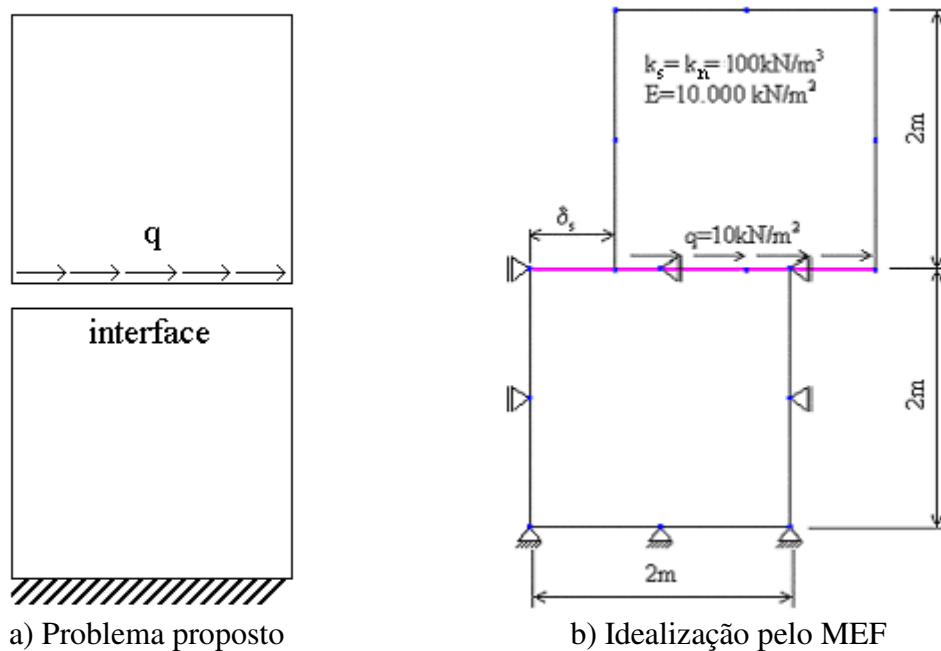


Figura 4.8 – Bloco deslizando sobre outro bloco horizontalmente.

Neste exemplo, em que a carga é aplicada diretamente no plano em contato com a interface, a rigidez normal da junta  $k_n$  não interfere na solução do problema, havendo, portanto, apenas o deslizamento entre as superfícies.

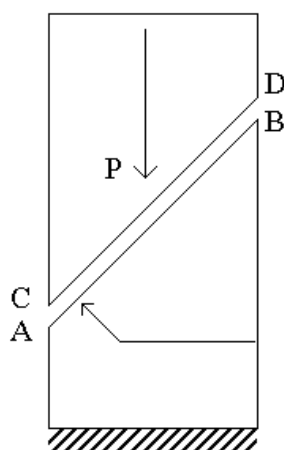
Como pode ser verificado na Tabela 4.8 o resultado numérico do problema de deslizamento horizontal foi idêntico à solução analítica.

Tabela 4.8 – Tensão e deslocamento na interface horizontal dos blocos

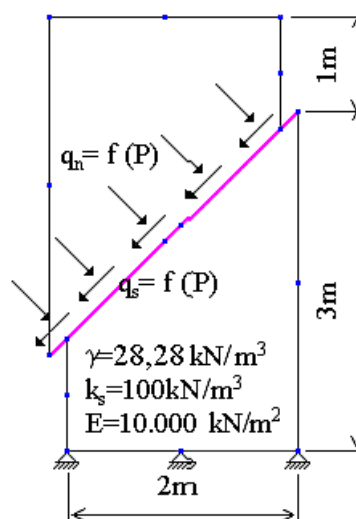
Analítico		Numérico	
$\tau$ (kN/m <sup>2</sup> )	$\delta_s$ (m)	$\tau$ (kN/m <sup>2</sup> )	$\delta_s$ (m)
10,00	0,10	10,00	0,10

#### 4.6 - DESLIZAMENTO DE BLOCO RÍGIDO SOBRE DESCONTINUIDADE INCLINADA

A proposta deste exemplo é verificar o deslizamento de blocos rígidos com uma descontinuidade inclinada de um ângulo  $\theta$ , devido à ação do peso próprio, como ilustrado na Figura 4.9. A descontinuidade está inclinada a 45° e suas rigidezes foram adotadas de tal forma que ocorresse apenas o deslocamento relativo na direção tangente à interface. Para tanto foi adotado para a rigidez normal um valor muito maior que a rigidez cisalhante ( $k_n=10^8 \times k_s$ ).



a) Problema proposto



b) Idealização pelo MEF

Figura 4.9 – Bloco deslizando sobre outro bloco com interface inclinada.

A ação do peso próprio é simulada aplicando-se um carregamento, normal ( $q_n$ ) e tangente ( $q_t$ ), uniformemente distribuído ao longo da interface, equivalente ao peso do bloco superior.

A malha de elementos e as propriedades dos materiais estão indicadas na Figura 4.9b. Como pode ser observado na Tabela 4.9, tanto o resultado em termos de tensão quanto de deslocamento relativo entre os dois blocos, neste caso, o deslizamento, são satisfeitos nesta análise numérica, em que a interface é tratada como linear elástica.

Tabela 4.9 – Tensão e deslocamento na interface inclinada dos blocos

Analítico		Numérico	
$\tau$ (kN/m <sup>2</sup> )	$\delta_s$ (m)	$\tau$ (kN/m <sup>2</sup> )	$\delta_s$ (m)
28,28	0,282	28,28	0,283

Adota-se agora o critério de ruptura Mohr-Coulomb como o limite de resistência ao cisalhamento da interface.

Para uma interface cuja resistência é governada apenas pelo atrito, o deslizamento independe da força de peso próprio ( $P$ ), e ocorrerá quando o ângulo de inclinação da interface ( $\theta$ ) for igual ao ângulo de atrito ( $\phi_i$ ).

Ao adotar-se um ângulo de atrito de 60° (maior que o ângulo de inclinação da interface) não foi observado deslocamento relativo tal como mencionado anteriormente.

Para uma interface puramente coesiva o deslizamento ocorre quando:

$$P \sin \theta = L_i \cdot c_i \quad (4.17)$$

onde  $P$ ,  $L_i$ , e  $c_i$  são respectivamente, a força aplicada, o comprimento da interface e a coesão. Ou ainda, em termos do comprimento horizontal da interface ( $L$ ), tem-se:

$$P = \frac{L c_i}{\sin \theta \cos \theta} \quad (4.18)$$

ou ainda,

$$\frac{P}{c_i} = \frac{L}{\sin \theta \cos \theta} \quad (4.19)$$

Para o exemplo em questão, com  $\theta = 45^\circ$  e  $L = 2\text{m}$ , obtém-se para a razão  $P/c_i$  um valor limite igual 4.

A Figura 4.10 apresenta a variação do deslocamento relativo tangente entre os blocos em função do nível de carregamento durante um processo incremental supondo uma força  $P$  de 113,14kN/m e uma coesão de 28,28kPa.

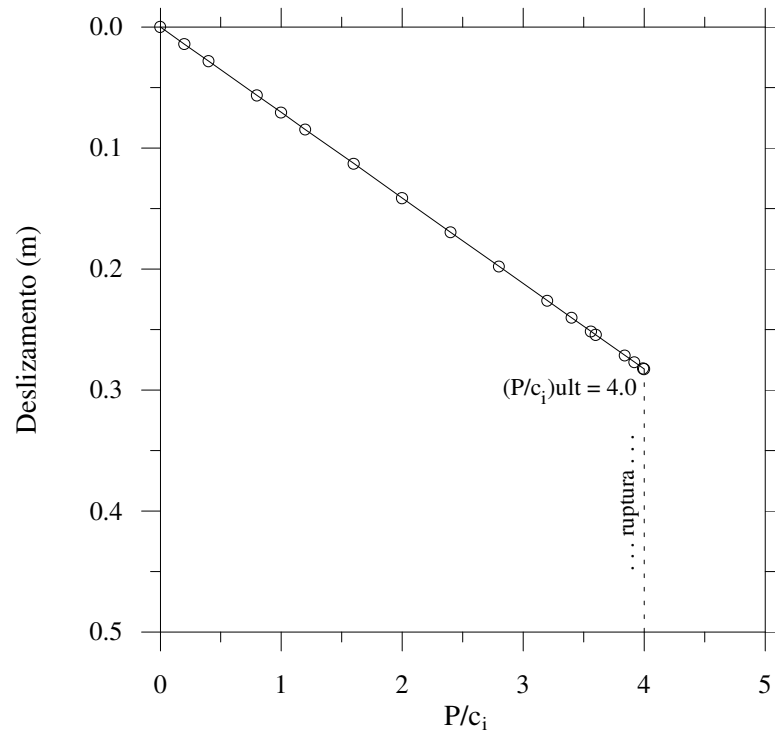


Figura 4.10 – Variação do deslizamento em função de  $P/c_i$ .

#### 4.7 - BLOCO ELÁSTICO LONGO

Um bloco elástico longo é ligado ao longo do seu lado inferior por um material rígido, representado pelo elemento de interface e o seu lado superior é livre para se movimentar horizontalmente. O bloco é submetido a uma força de compressão  $\mathbf{P}$  em um dos lados e o outro lado é totalmente restringido, como pode ser visto na Figura 4.11. Este exemplo foi apresentado por Ng et al. (1997) e sua solução analítica pode ser encontrada em Hird e Russell (1990).

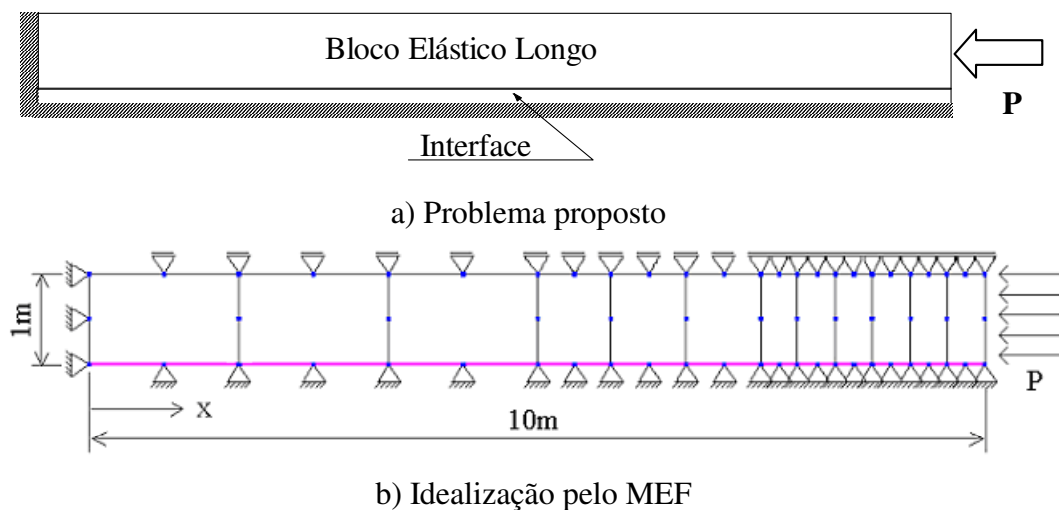


Figura 4.11 – Bloco elástico longo sob força horizontal.

A malha de elementos finitos constituída por 88 pontos nodais, 12 elementos planos Q8 e 12 elementos de interface I6 é apresentada na Figura 4.10b. Nesta figura estão indicados as dimensões do bloco, as condições de contorno em deslocamento e o carregamento aplicado.

As propriedades dos materiais estão indicados na Tabela 4.10, onde  $E$  e  $\nu$  são o módulo de elasticidade e o coeficiente de Poisson do material; e  $c$ ,  $\phi$ ,  $k_s$  e  $k_n$  são respectivamente, a coesão, o ângulo de atrito e as rigidezes cisalhante e normal da interface.

Tabela 4.10 – Dados do problema: Bloco elástico longo.

Material	Propriedades dos materiais			
Bloco elástico (Q8)	$E=1,0 \times 10^5 \text{ kPa}$	$\nu=0$		
Interface (I6)	$c=30 \text{ kPa}$	$\phi=0^\circ$	$k_s=10^4 \text{ kN/m}^3$	$k_n=10^6 \text{ kN/m}^3$

Uma pequena tensão normal de compressão (0,1kPa) é aplicada inicialmente nos elementos de interface através do macro-comando TINIS, como um artifício para mantê-la inicialmente em estado de compressivo. Isto afeta, como apresentado no Capítulo 3, a definição das rigidezes normal e cisalhante da interface. Esta tensão inicial não afetará a

resposta deste problema, uma vez que o comportamento da interface é puramente coesivo ( $\phi=0^\circ$ ).

A Figura 4.12 apresenta a comparação entre os resultados numéricos obtidos com ANLOG e o analítico apresentado por Hird e Russell (1990) em termos da distribuição da tensão cisalhante ao longo da interface para diferentes níveis de carregamento aplicado (de 100kN/m a 400kN/m).

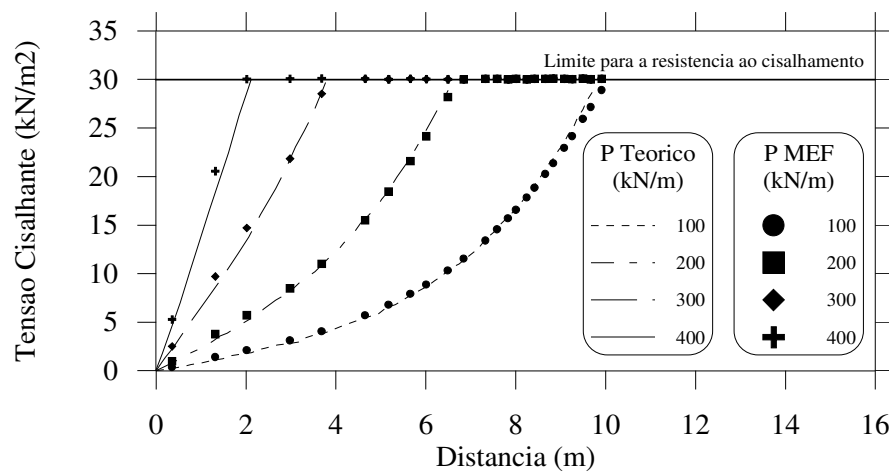


Figura 4.12 – Distribuição da tensão de cisalhamento na interface.

## Capítulo 5

---

### EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

Neste capítulo são mostrados dois exemplos de aplicação. O primeiro trata da simulação de um ensaio de arrancamento (Kaliakin e Li, 1995) considerando-se o solo e o reforço como lineares elásticos e a interface como linear elástica perfeitamente plástica obedecendo ao critério de ruptura de Mohr-Coulomb. Um estudo paramétrico em função da rigidez cisalhante é conduzido de modo a verificar a influência da rigidez da interface na distribuição de tensão no reforço.

O segundo exemplo mostra a simulação numérica da construção de uma estrutura de contenção reforçada com geotêxtil. Esta estrutura de contenção foi executada por Marques (1994) numa caixa de testes de grandes dimensões no laboratório de geotecnia da Universidade Federal de Viçosa e analisado numericamente por Silva (1998).

#### 5.1 - ENSAIO DE ARRANCAMENTO

A Figura 5.1 apresenta a malha de elementos finitos constituída por 48 elementos planos (Q8), 24 elementos de interface (I6) e 12 elementos de barra (B3) utilizada para simular um ensaio de arrancamento. Esta malha é equivalente em termos de número de elementos a utilizada por Kaliakin e Li (1995).

A simulação realizada por Kaliakin e Li (1995) utilizou elementos planos Q4 para simular o solo, elementos de barra (B2) para representar o reforço e diferentes tipos de elementos de interface para simular a interface solo-reforço. Esse trabalho tinha como finalidade mostrar os problemas associados com a utilização de elementos de



interface de espessura nula e apresentar um outro tipo de elemento levando em conta a restrição do deslocamento relativo normal.

O objetivo deste exemplo no escopo desta dissertação, no entanto, é apresentar a influência da rigidez cisalhante dos elementos de interface na distribuição de tensão no reforço e ressaltar o problema do mal condicionamento da matriz de rigidez quando se adota valores muito elevados para essa rigidez.

O solo apresenta peso próprio desprezível e é modelado como linear elástico, porém com elevado módulo de elasticidade de modo que ao ser tratado como rígido transfira uniformemente a pressão ( $q$ ) aplicada na superfície do solo e cuja finalidade é impor um confinamento no reforço. O reforço é considerado como linear elástico e sem peso próprio e a interface solo-reforço é modelada como elástica perfeitamente plástica obedecendo ao critério de Coulomb. As propriedades destes materiais estão apresentadas na Tabela 5.1.

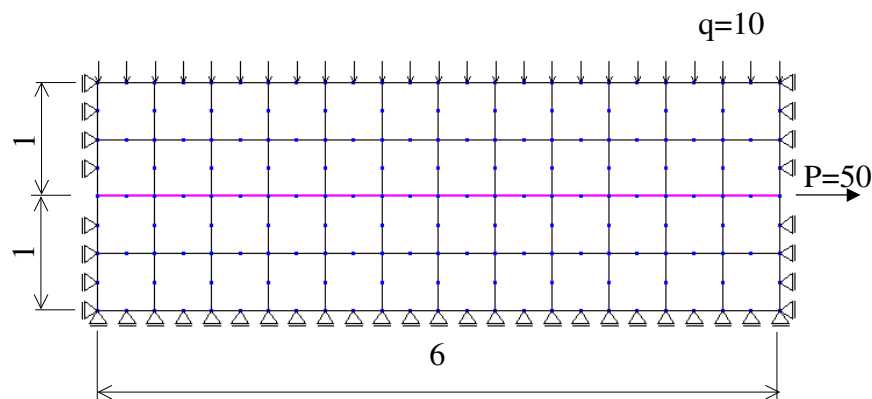


Figura 5.1 – Ensaio de arrancamento - Idealização pelo MEF.

Tabela 5.1 – Dados do problema: Ensaio de arrancamento.

Material	Propriedades do material
Solo (Q8)	$E=2000$ $\nu=0,25$
Reforço (B3)	$E=20000$ $t=0,10$
Interface (I6)	$c=0$ $\phi=26,6^\circ$ $k_s$ variado $k_n=10^{10}$

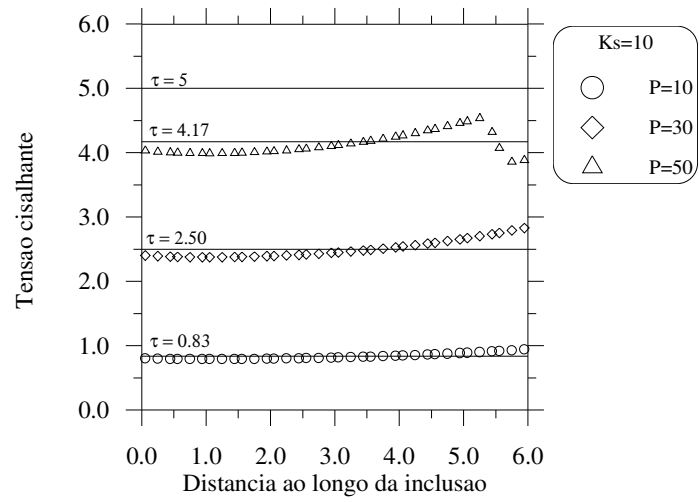
Como já era esperado, após a aplicação do carregamento superficial ( $q$ ), observou-se que independente do valor adotado para a rigidez cisalhante, uma distribuição de tensão vertical uniforme ao longo da amostra e de magnitude igual ao carregamento aplicado. A presença da interface não interfere na transferência de tensão da porção superior para a inferior do solo. Para evitar a ocorrência de deslocamento relativo normal nos elementos de interface foi adotado um valor elevado para a rigidez normal (como indicado na Tabela 5.1). Os deslocamentos relativos normais nesta etapa foram da ordem de  $10^{-10}$ .

Aplicada a tensão de confinamento no reforço, inicia-se a fase do arrancamento propriamente dito, aplicando-se um carregamento monotônico ( $P$ ) na extremidade livre do reforço.

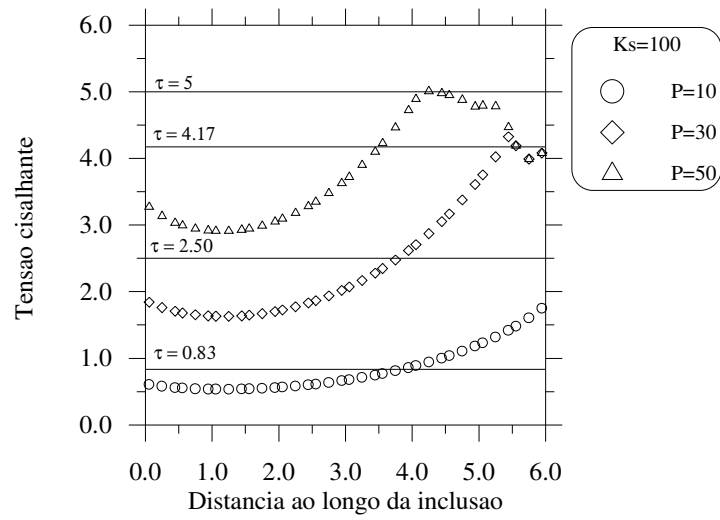
A resistência ao cisalhamento na interface superior e inferior do reforço é definida pelo critério de Mohr-Coulomb (Equação 3.94). Logo, considerando uma tensão normal de 10 e a parcela de resistência apenas devido ao atrito chega-se a uma tensão cisalhante limite de 5kPa para cada interface.

As Figuras 5.2 apresentam os resultados da distribuição da tensão cisalhante na interface inferior do reforço para diferentes níveis de carregamento e para diferentes valores de rigidez cisalhante. São indicadas nestas figuras as distribuições de tensão cisalhante ao longo do reforço para cada nível de carregamento aplicado supondo uma transferência uniforme de carga ao longo do reforço.

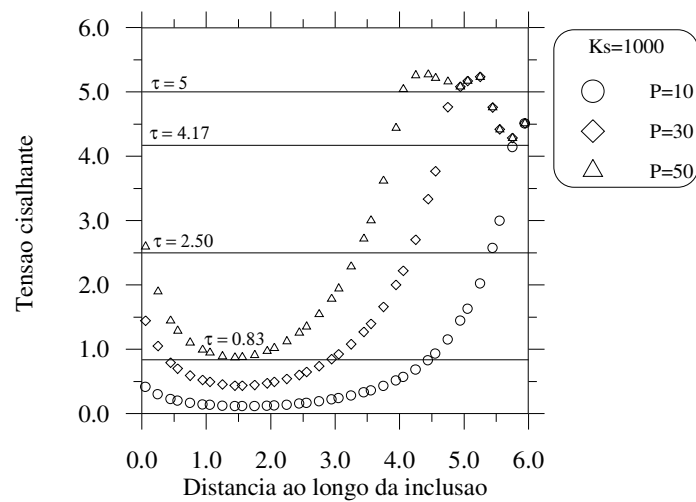
A hipótese de distribuição de tensão cisalhante uniforme ao longo do reforço só é confirmada para valores baixos de rigidez cisalhante como pode ser observado na Figura 5.2a. À medida que a rigidez cisalhante aumenta, ocorre uma tendência à diminuição da tensão cisalhante independente do nível de carregamento para pontos afastados do ponto de aplicação da carga (Figura 5.2.c).



a)  $k_s=10$ .



b)  $k_s=10^2$ .



c)  $k_s=10^3$ .

Figura 5.2 – Distribuição da tensão cisalhante na interface inferior.

Problemas relacionados ao mal condicionamento da matriz de rigidez são gerados ao utilizar-se valores de rigidez cisalhante superiores a  $10^4$  comprometendo a resposta numérica, como pode ser observado na Figura 5.3. Este fato também foi verificado por Day e Potts (1994), Kaliakin e Li (1995) e Villard (1996) na utilização de elementos de interface de espessura nula. Na Figura 5.3 apresenta-se o resultado obtido por Kaliakin e Li (1995) numa análise utilizando 24 elementos de interface de espessura nula com 4 nós e considerando uma rigidez cisalhante da ordem de  $10^6$ .

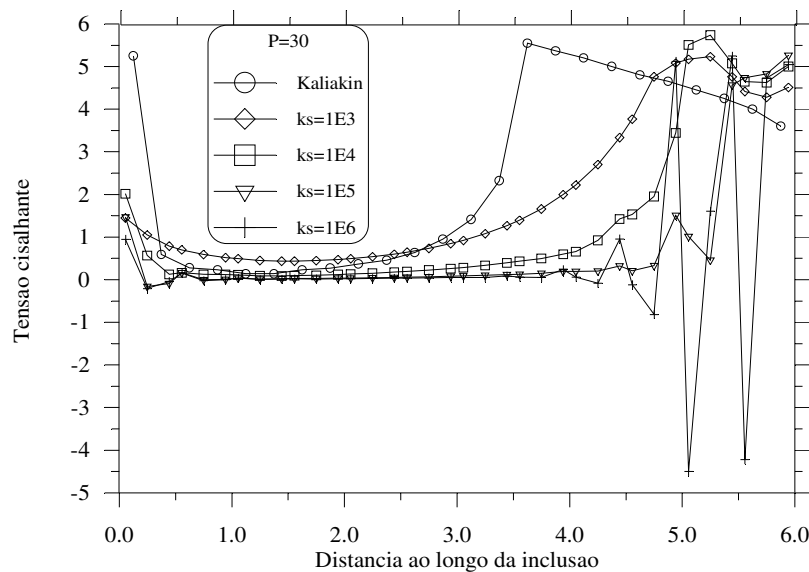
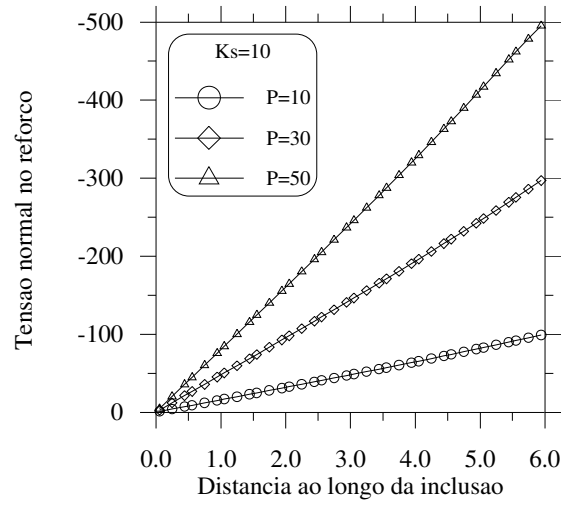


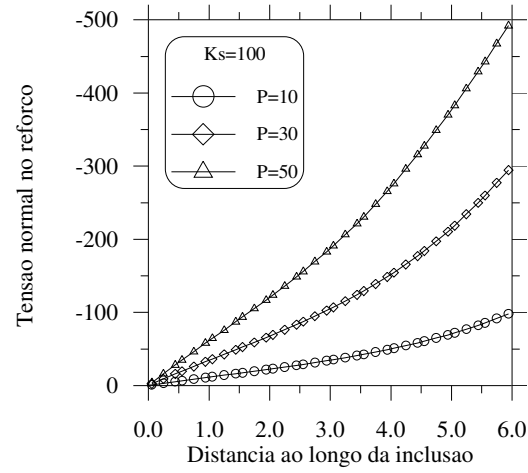
Figura 5.3 – Distribuição da tensão cisalhante na interface inferior para  $P=30$ .

As Figuras 5.4 mostram os resultados da distribuição de tensão normal ao longo do reforço para os níveis de carga mencionados anterior e também para os diferentes valores de rigidez cisalhante.

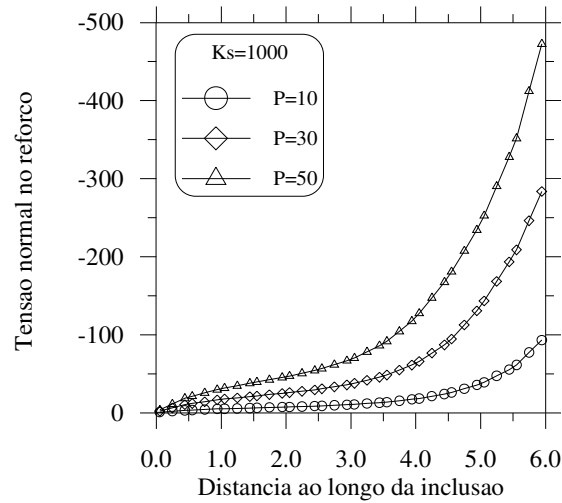
Para valores menores de  $k_s$ , a tensão normal ao longo do reforço varia linearmente (Figura 5.4a). À medida que estes valores aumentam, a distribuição de tensão no reforço ao longo do reforço se torna não linear (Figura 5.4b a 5.4c). Esta não linearidade vai aumentando com  $k_s$  e a tensão normal para os pontos afastados do ponto de aplicação da carga tende para valores cada vez mais próximos de zero, consequência do menor deslocamento causado pela maior rigidez.



a)  $k_s=10$ .



b)  $k_s=10^2$

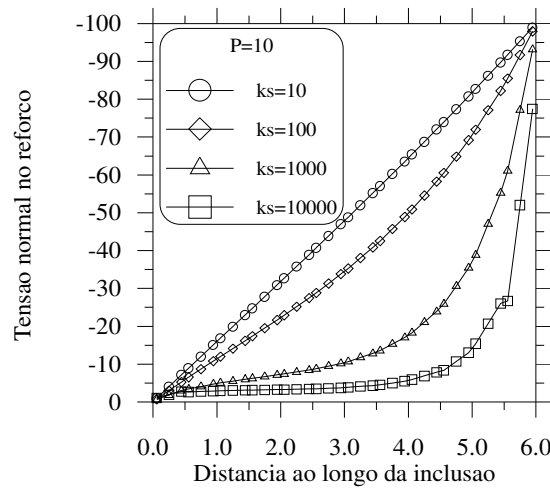


c)  $k_s=10^3$

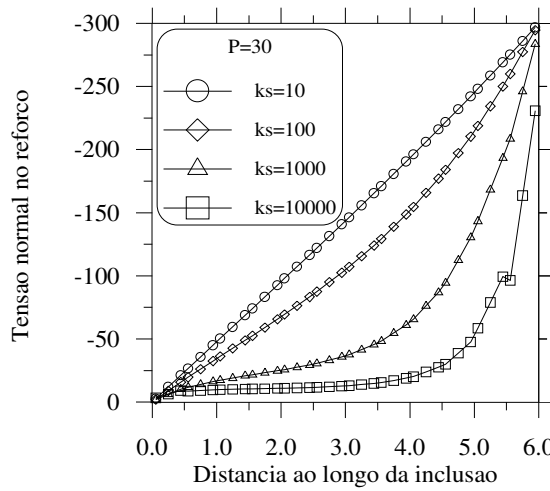
Figura 5.4 – Distribuição da tensão normal no reforço para valores de  $k_s$ .

As Figuras 5.5 mostram os resultados da tensão normal no reforço ao longo de toda inclusão para cada diferentes níveis de carga. Como pode ser observado, independente do nível de carga, que afeta apenas a magnitude das tensões, a distribuição de tensão ao longo do reforço varia com a rigidez cisalhante tornando-se não linear á medida em que a rigidez cisalhante aumenta.

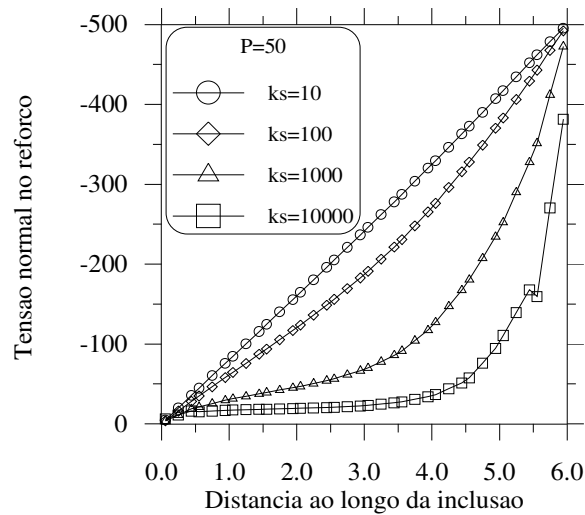
Observa-se, ainda nas Figuras 5.5, que para a rigidez cisalhante da ordem de  $10^3$  a distribuição de tensão ao longo do reforço corresponde à distribuição de tensão ao longo do reforço numa análise desconsiderando-se os elementos de interface. Ou seja, para valores de rigidez cisalhante superiores a esta ordem de grandeza a interface se torna tão rígida que ao impedir o deslocamento relativo entre os elementos de solo e reforço recai-se na situação das análises sem elementos de interface onde este tipo de movimento não é possível.



a)  $P=10$ .



b)  $P=30$



c)  $P=50$

Figura 5.5 – Distribuição da tensão normal no reforço para valores de  $P$ .

## 5.2 - ANÁLISE NUMÉRICA DE UMA ESTRUTURA DE CONTENÇÃO EXPERIMENTAL REFORÇADA

Este exemplo tem como objetivo simular um ensaio realizado por Marques (1994) numa caixa de teste da UFV. Neste ensaio um muro construído com blocos de concreto de 15cm de espessura tem como função conter um aterro reforçado com geotêxteis executado com solo arenoso com peso específico seco de aproximadamente  $17\text{kN/m}^3$  e umidade ótima de 17%.

A caixa de testes utilizada é ilustrada na Figura 5.6 (Marques, 1994). Esta caixa tem dimensões internas de 2m x 2m x 4m (altura x largura x comprimento) e é enrijecida transversalmente ao longo do seu comprimento com cinco quadros metálicos. Estes quadros, além de enrijecer as paredes laterais servem de estrutura de reação para o sistema de aplicação de carga feito por uma bolsa inflável e perfis metálicos móveis. Uma descrição detalhada deste ensaio pode ser encontrada em Marques (1994) e Silva (1998).

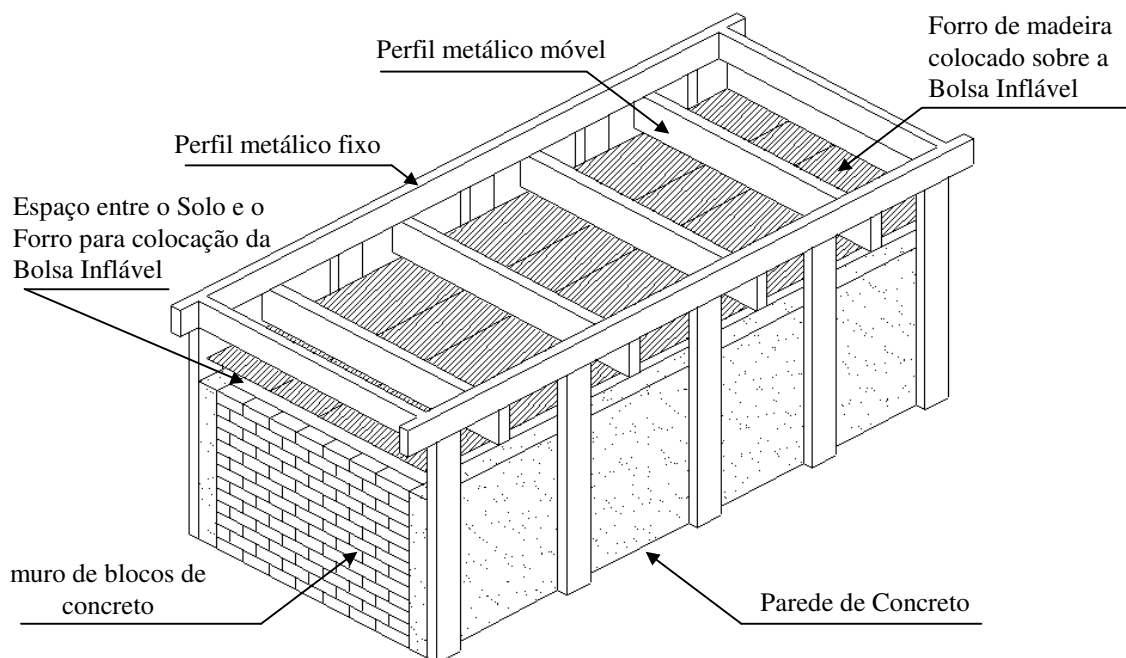


Figura 5.6 – Caixa de testes de grandes dimensões da UFV.



O aterro foi executado em 13 etapas de aproximadamente 15cm de espessura, compactadas manualmente. Uma faixa de solo de 50cm a partir da face interna do muro foi compactado com um grau de compactação de 70% . A partir deste ponto adotou-se um grau de compactação de 85%. Os reforços com comprimentos de 1m foram engastados na face do muro e dispostos em três diferentes alturas em relação a base do muro: 65cm, 110cm e 150cm. Ao final da construção do aterro observou-se um deslocamento máximo do muro da ordem de 19mm.

Após a construção do aterro uma sobrecarga de 35kPa foi aplicada e o deslocamento máximo do muro foi da ordem de 35mm, não tendo sido observado a ruptura do muro.

Várias configurações de malha foram adotadas de modo a se observar a influência dos diferentes tipos de elementos na resposta do sistema. A Figura 5.7 ilustra as malhas utilizadas nas análises a serem apresentadas.

A simulação numérica é dividida em duas etapas: a primeira corresponde à simulação da construção do muro e do aterro reforçado, e a segunda corresponde à aplicação da sobrecarga.

A simulação do processo construtivo através do programa ANLOG'02 é bastante simples. Algumas palavras chaves, denominadas macro-comando, são usadas para ativar rotinas ou grupo de rotinas com funções específicas na análise. Assim sendo, têm-se as seguintes seqüências de macro comando para cada etapa:

#### Primeira etapa:

DADOS - leitura dos dados geométricos, condições de contorno e propriedades dos materiais

TINIS – aplica uma pequena tensão normal (0,001kPa) nos elementos de interface

SUPINC – calcula os níveis de tensões iniciais nos casos das análises não lineares

CGRAV - calcula o carregamento nodal equivalente às forças de peso próprio do muro de concreto (simula a construção do muro de concreto)

ATERR – calcula o carregamento nodal equivalente às forças de peso próprio e libera os graus de liberdade dos elementos a serem ativados ou aterrados

BARAT – ativa os elementos de reforço e interface

SOLVE – monta a matriz de rigidez e resolve o sistema de equação

A sequência ATERR-BARAT-SOLVE é repetida 13 vezes uma para cada etapa de construção do aterro.

#### Segunda etapa:

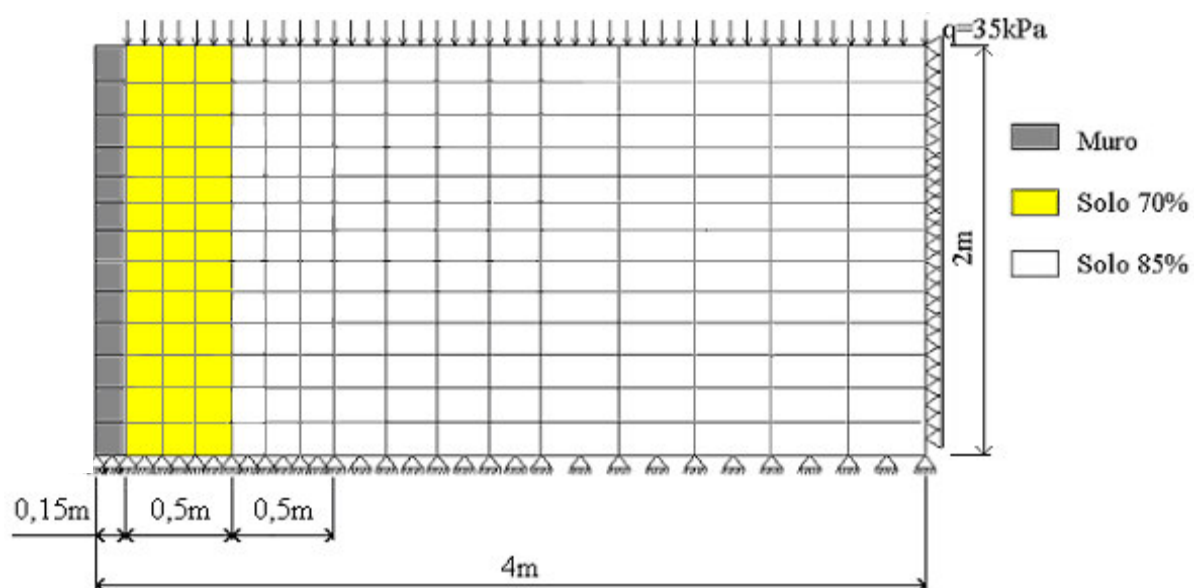
CEDGE – calcula o carregamento nodal equivalente a uma sobrecarga de 35kPa na superfície do aterro

SOLVE – monta a matriz de rigidez e resolve o sistema de equação

FEXEC – finaliza a execução do programa

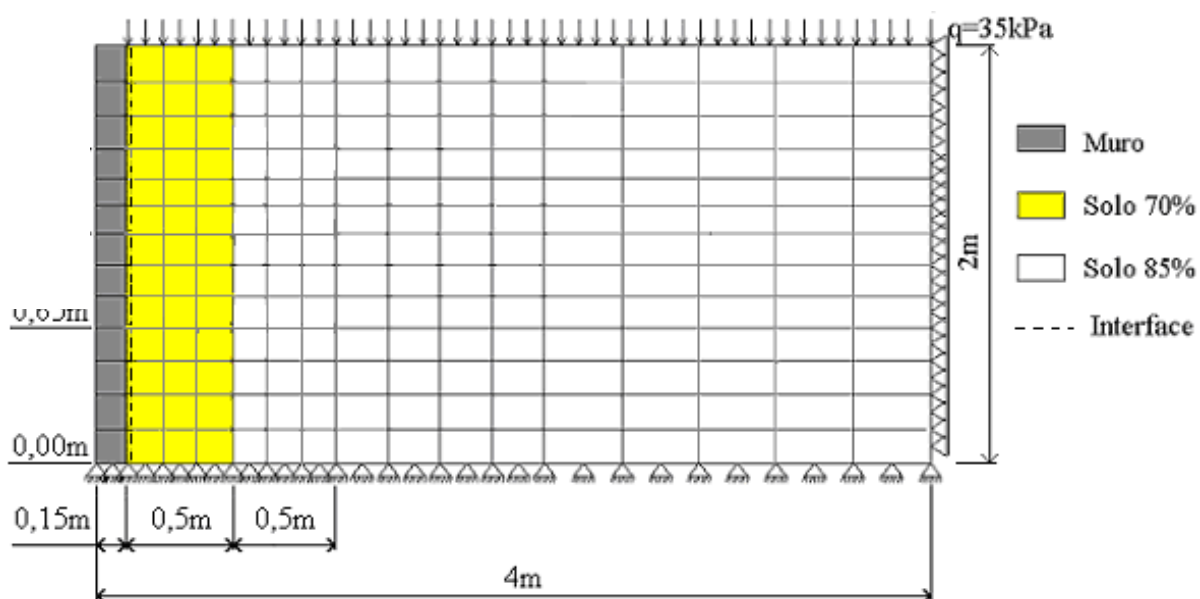
Em relação ao comportamento tensão-deformação duas análises foram conduzidas: uma linear, onde os elementos planos e de interface são modelados como lineares elásticos, e outra não linear, onde para o elemento plano considera-se o modelo hiperbólico (Duncan, 1980) e para o elemento de interface solo-reforço considera-se o modelo elástico perfeitamente plástico de Mohr-Coulomb. Os parâmetros dos solos para cada uma das análises são apresentados na Tabela 5.2 e 5.3 e foram obtidos por Silva (1998). Para os elementos de interface os parâmetros são indicados na Tabela 5.4 e foram adotados com base nos dados apresentados por Gomes (1993).

Os elementos de reforço e os elementos planos que representam o muro são considerados como lineares elásticos em ambas análises e apresentam as seguintes propriedades:  $E_{\text{muro}}=300000\text{kPa}$ ;  $\nu_{\text{muro}}=0,2$  e  $\gamma_{\text{muro}}=21\text{kN/m}^3$ ;  $E_{\text{reforço}}=35\text{kPa}$  e  $t_{\text{reforço}}=3,7\text{mm}$ .



(683 pontos nodais e 208 elementos Q8)

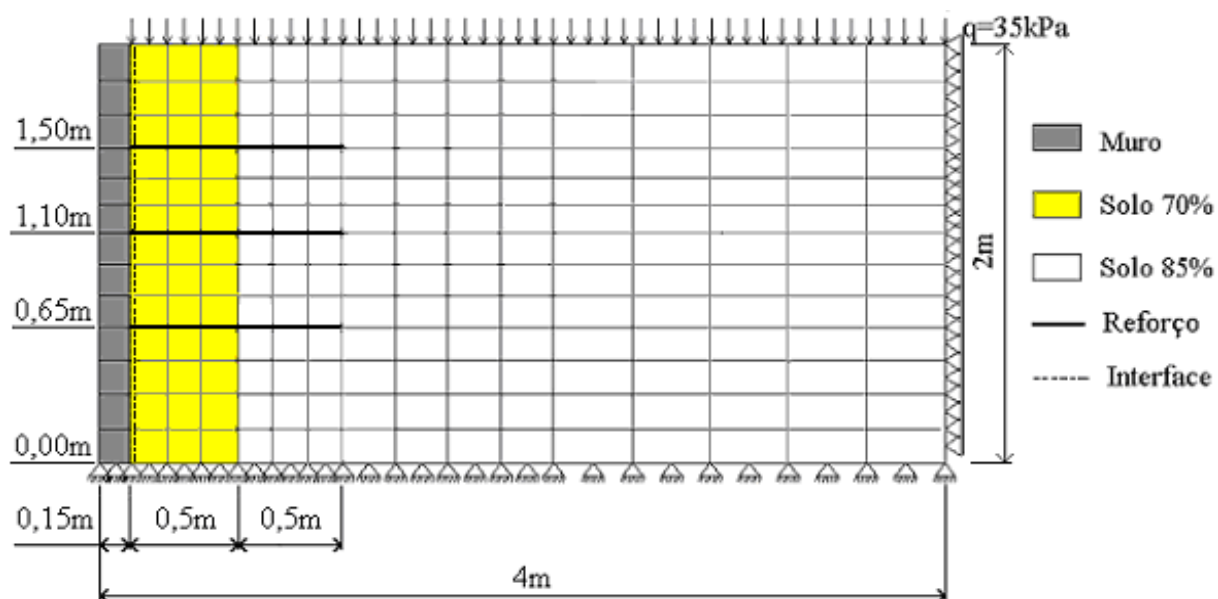
a) Malha 1: sem reforço e sem interface solo-muro



(710 pontos nodais, 208 elementos Q8 e 13 elementos I6)

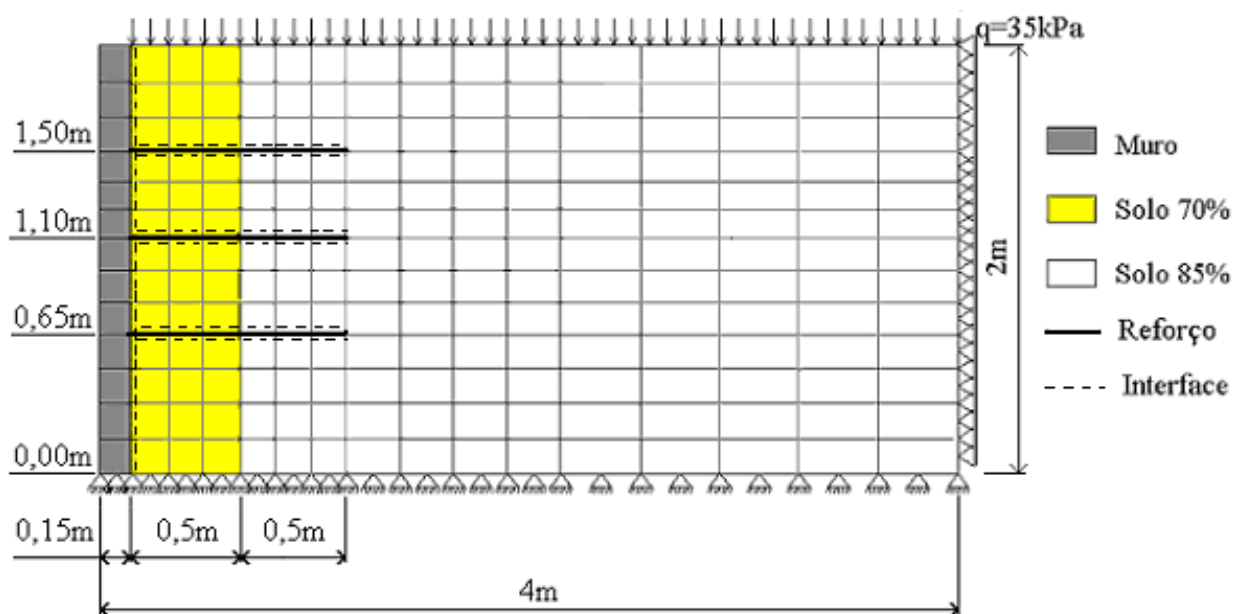
b) Malha 2: sem reforço e com interface solo-muro

Figura 5.7 – Idealizações via MEF do problema.



(710 pontos nodais, 208 elementos Q8, 13 elementos I6 e 18 elementos B3)

c) Malha 3: com reforço, com interface solo-muro e sem interface solo-reforço



(779 pontos nodais, 208 elementos Q8, 49 elementos I6 e 18 elementos B3).

d) Malha 4: com reforço, com interfaces solo-muro e solo-reforço

Figura 5.7 – Idealizações via MEF do problema.

Tabela 5.2 – Parâmetros elásticos para os elementos de solo (Silva 1998).

Material	Parâmetros		
	E(kPa)	$\nu$	$\gamma$ (kN/m <sup>3</sup> )
Solo 70%	9.380	0,3	17,0
Solo 85%	30.741	0,3	17,0

Tabela 5.3 – Parâmetros do modelo hiperbólico para os elementos de solo (Silva 1998).

Material	Parâmetros						
	$K_i$	n	c (kPa)	$\phi^o$	$K_b$	m	$R_{f \text{ médio}}$
Solo 70%	103,1	0,15	4,1	30,4	18,66	-0,487	0,97
Solo 85%	436,50	0,52	12,9	32,6	81,99	-0,978	0,96

Tabela 5.4 – Parâmetros das interfaces.

Interfaces	Parâmetros			
	$k_s$ (kN/m <sup>3</sup> )	$k_n$ (kN/m <sup>3</sup> )	c (kPa)	$\phi^o$
Solo-muro	$10^3$	$10^{10}$	0	15
Solo-reforço	$10^4$	$10^{10}$	0,10	30

### 5.2.1 - Análises Lineares Elásticas

Como mencionado anteriormente diferentes malhas de elementos finitos foram usadas neste exemplo a fim de se verificar a influência dos diversos elementos finitos e de suas propriedades nos campos de deslocamento e tensões resultantes da construção do aterro e da aplicação da sobrecarga.

Inicialmente foram feitas análises lineares e elásticas utilizando-se a malha de elementos ilustrada na Figura 5.7a, variando-se o módulo de elasticidade do muro de concreto. Neste caso, os deslocamentos máximos não ultrapassam 2mm, como pode ser verificado na Figura 5.8, em desacordo com o observado no ensaio.

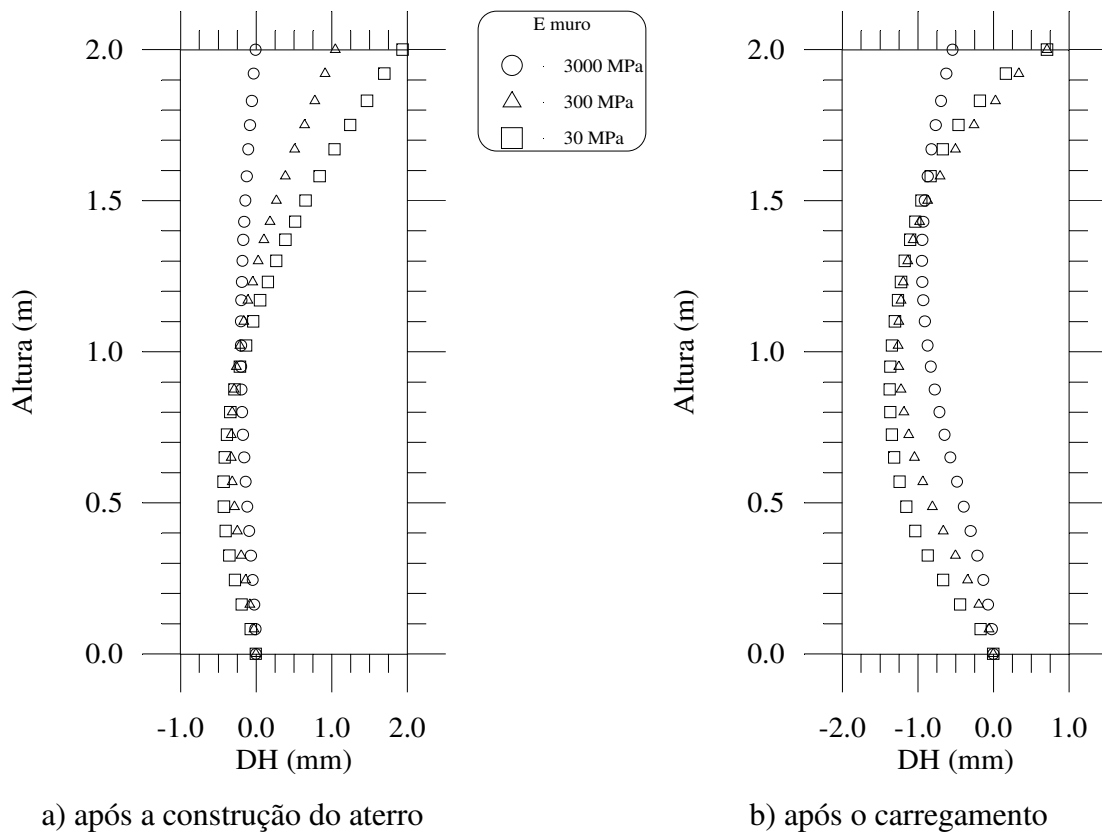


Figura 5.8 - Deslocamento horizontal (DH) do muro -  $E_{\text{muro}}$  variado - malha 1.

Na Figura 5.9 tem-se a distribuição da tensão vertical ao longo da horizontal após a construção do muro a uma altura de 150cm da base do muro. Observar-se uma diminuição de tensão vertical na região menos compactada e que a distribuição de tensão não é afetada pela rigidez do muro.

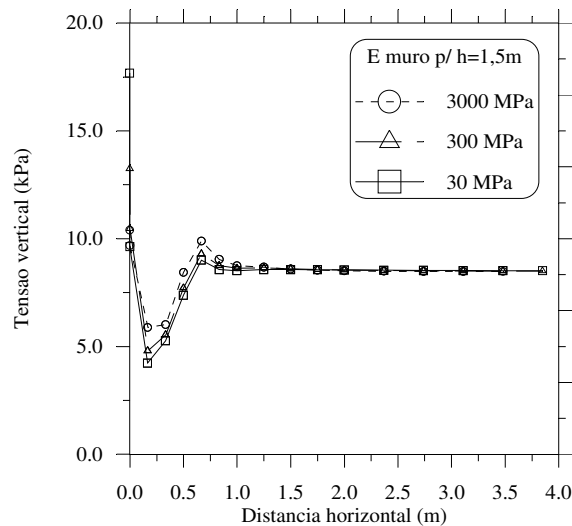


Figura 5.9 - Tensão vertical ao longo da horizontal a uma altura de 1,50m - após a construção do aterro - malha 1 - linear elástica.

Na Figura 5.10 é mostrada a distribuição de tensão vertical com a profundidade a uma distância de 3,5m da face interna do muro. Como pode ser visto a distribuição de tensão vertical corresponde a distribuição geostática e independe da rigidez do muro.

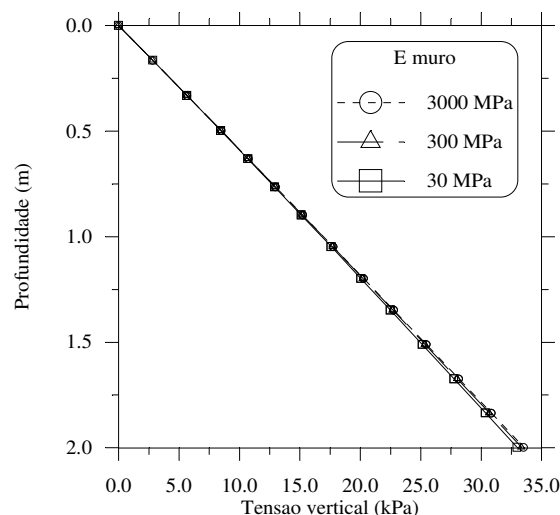


Figura 5.10 - Tensão vertical ao longo da profundidade - x=3,50m - após a construção do aterro - malha 1 - linear elástica

A mesma análise paramétrica em relação à rigidez do muro conduzida com a malha 1 foi realizada com a malha 2 (Figura 5.7b) empregando-se os elementos de interface solo-muro. Os deslocamentos horizontais do muro obtidos com a malha 2 mostraram-se qualitativa e quantitativamente diferentes dos deslocamentos obtidos com a malha 1. Ao permitir o deslocamento relativo entre o solo e o muro observa-se que o muro passa a trabalhar como uma viga com extremidade livre e engastada, como pode ser verificado na Figura 5.11. A magnitude dos deslocamentos, no entanto, ainda são pequenos se comparados aos obtidos no ensaio.

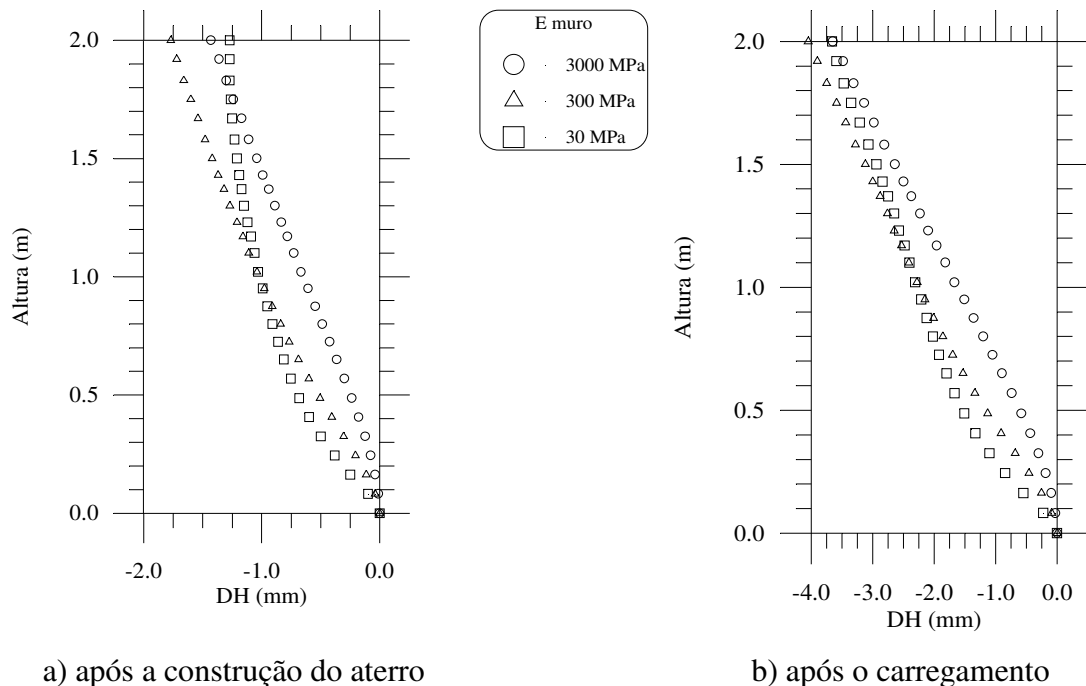


Figura 5.11 - Deslocamento horizontal (DH) do muro -  $E_{\text{muro}}$  variado - malha 2 - linear elástica

Fixando-se o módulo de elasticidade do muro em 300MPa e considerando-se a interface solo muro, foram realizadas as análises do muro reforçado sem considerar a interface solo-reforço (malha 3, Figura 7c) e considerando-se a interface solo-reforço (malha 4, Figura 7d).

A Figura 5.12 apresenta os resultados em termos dos deslocamentos horizontais do muro antes e após a aplicação da sobrecarga para as quatro malhas de elementos finitos ilustradas na Figura 5.7. Como já esperado, os resultados obtidos com a malha 1



é o mais conservador. Nenhuma diferença foi observada entre os resultados obtidos das análises com as malhas 2 e 3. Ou seja, a presença do elemento de reforço sem interface solo-reforço não contribui para a diminuição dos deslocamentos do muro, o que pode ser observado nos resultados com malha 4 onde os elementos de interface solo-reforço são utilizados.

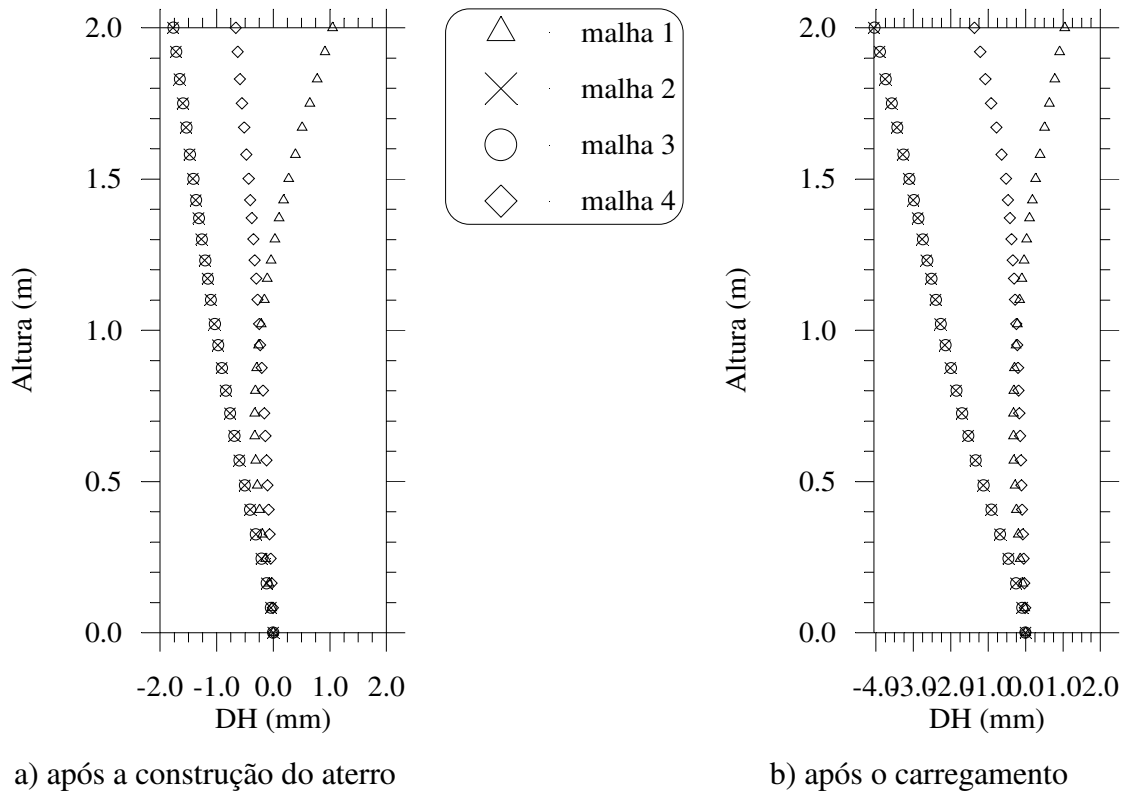
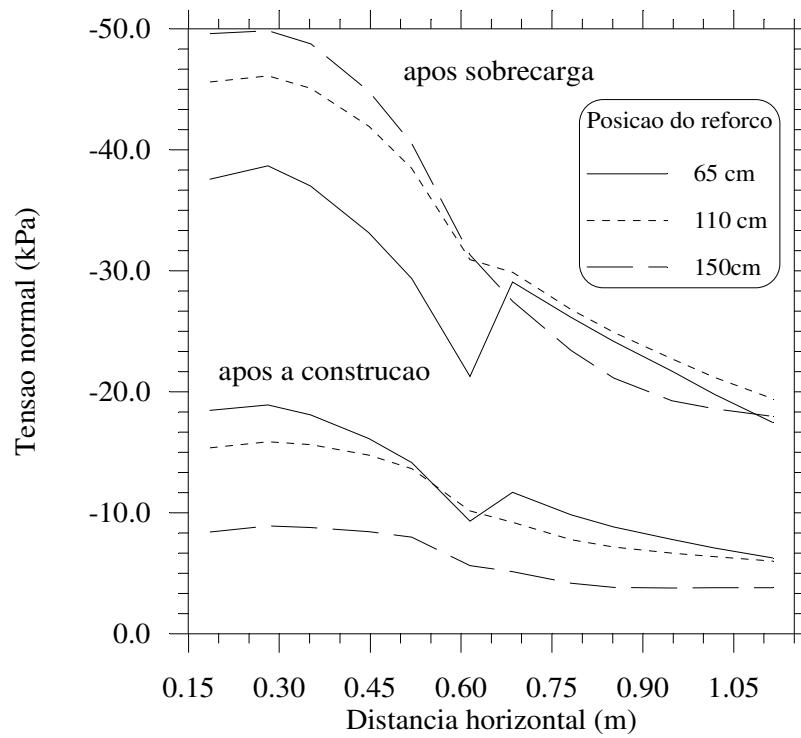
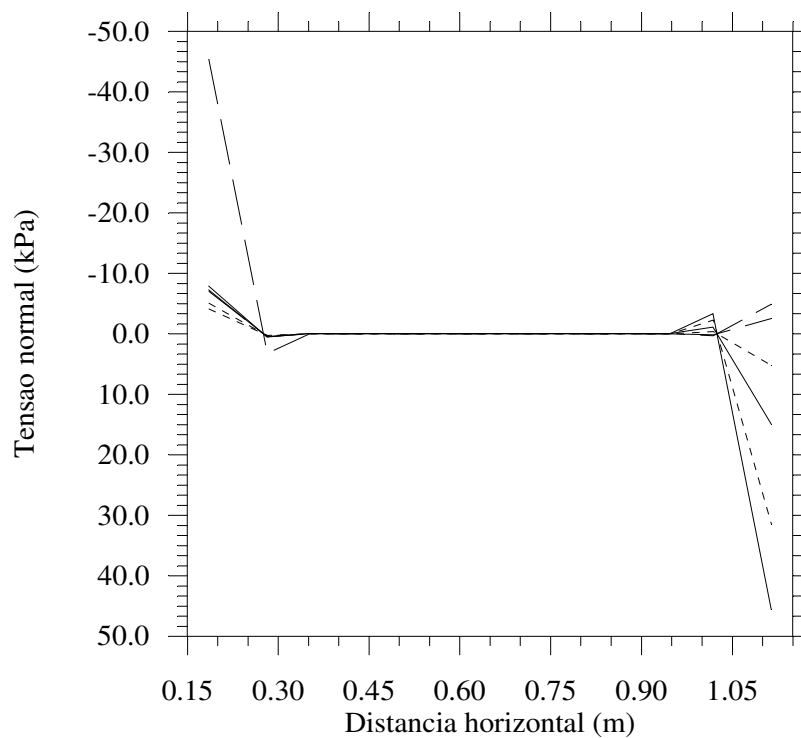


Figura 5.12 - Deslocamento horizontal (DH) do muro - malhas 1,2,3 e 4 – linear elástica

As Figuras 5.13 mostram a distribuição de tensão no reforço após a construção do aterro e após a aplicação da sobrecarga. Nesta figura os valores negativos indicam tensões de tração que ocorrem na zona ativa e os valores positivos indicam tensões de compressão que ocorrem na zona passiva atrás da superfície potencial de ruptura. Conforme Cardoso (1986) a superfície potencial de ruptura estaria localizada no ponto onde a tensão no reforço muda de sinal ou no ponto onde seu valor é máximo. Assim sendo, de acordo com os resultados da malha 3 ter-se-ia uma ruptura do reforço no contato com o muro e no caso da malha 4 a superfície potencial de ruptura localizar-se-ia no meio do reforço.



a) Malha 3.

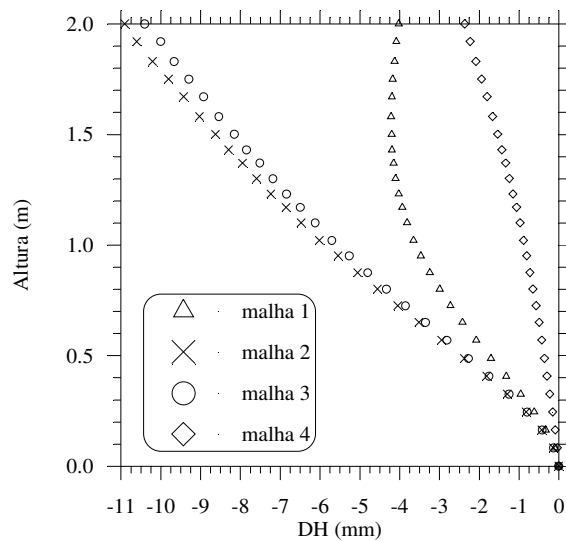


b) Malha 4.

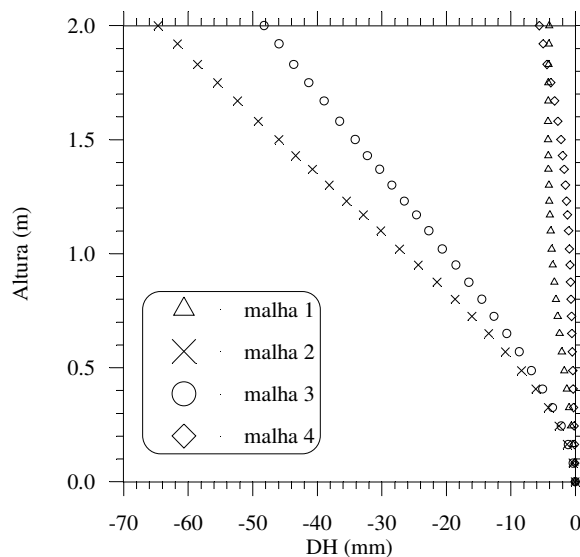
Figura 5.13 - Distribuição de tensão no reforço – linear elástica.

### 5.2.2 - Análise Não Linear Elástica

Análises hiperbólicas  $B=cte$  foram conduzidas com as diferentes malhas de elementos finitos da Figura 5.7 considerando-se um módulo de elasticidade de 300MPa para o muro de concreto e os parâmetros dos materiais indicados nas Tabelas 5.3 e 5.4. As Figuras 5.14 e 5.15 apresentam os resultados em termos dos deslocamentos horizontais e da distribuição de tensão no reforço.

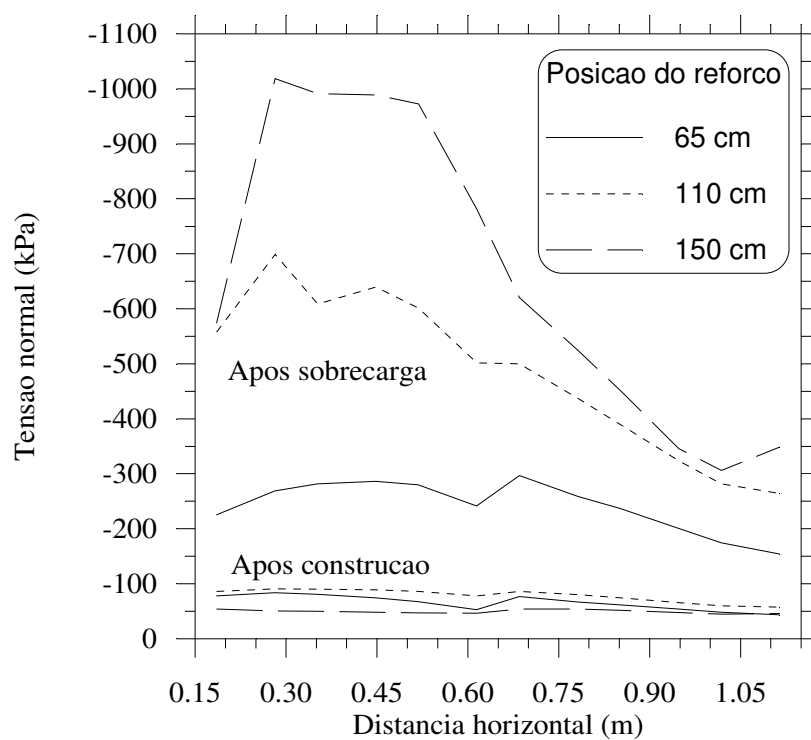


a) após a construção do aterro

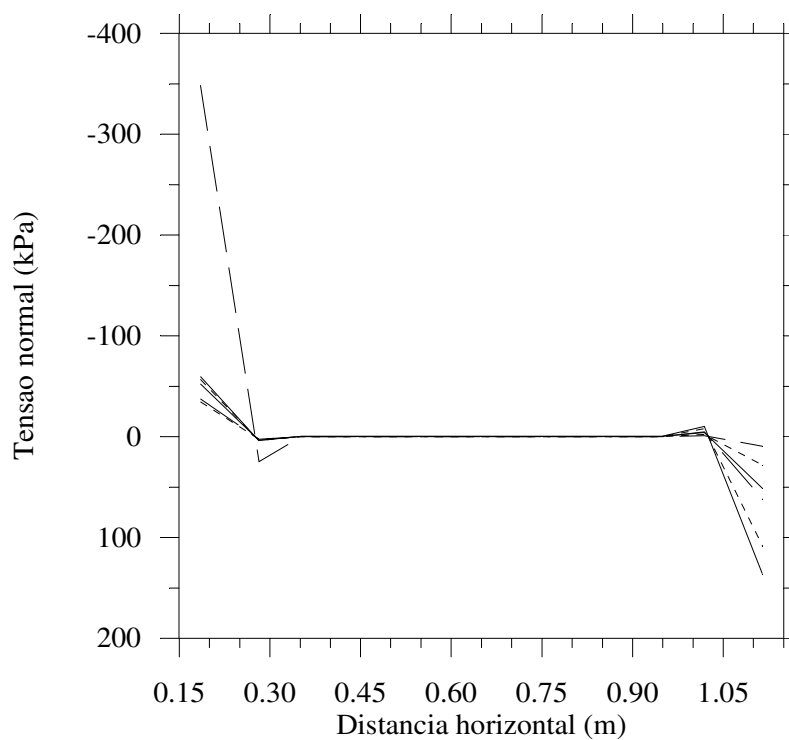


b) após a sobrecarga

Figura 5.14 - Deslocamento horizontal (DH) do muro - malha 1,2,3 e 4 – hiperbólica



a) Malha 3.

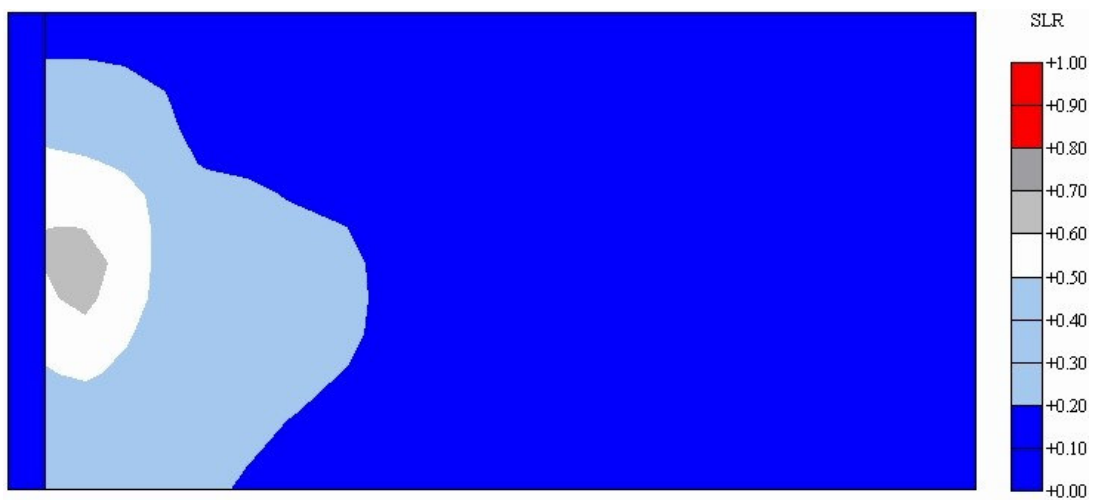


b) Malha 4.

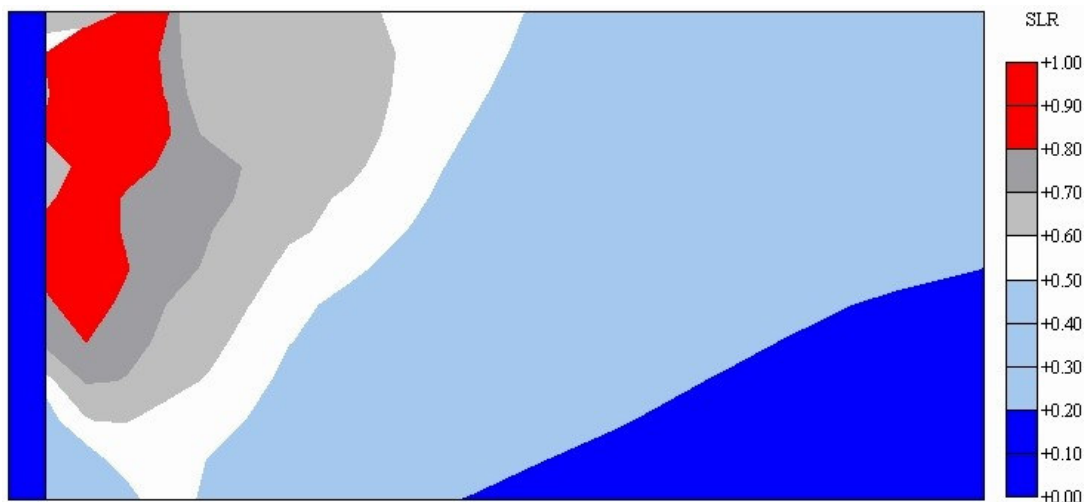
Figura 5.15 - Distribuição de tensão no reforço - análise hiperbólica.

Com o modelo hiperbólico que utiliza o critério de ruptura de Mohr-Coulomb, pode-se verificar a razão de tensão ou SLR (Stress Level Ratio), ou seja, a razão entre o nível de tensão atual e o nível de tensão na ruptura. O SLR pode variar entre 0 e 1, sendo estes valores correspondentes, respectivamente, ao eixo hidrostático e à situação de ruptura.

Assim, analisando as isocurvas de razão de tensão nas Figuras 5.16 e 5.17, pode-se verificar que depois da construção, cerca de 50% da resistência do solo é mobilizada e que, depois da aplicação da sobrecarga, o aterro se torna bastante solicitado, com a ruptura em pontos localizados.



a) Depois da construção

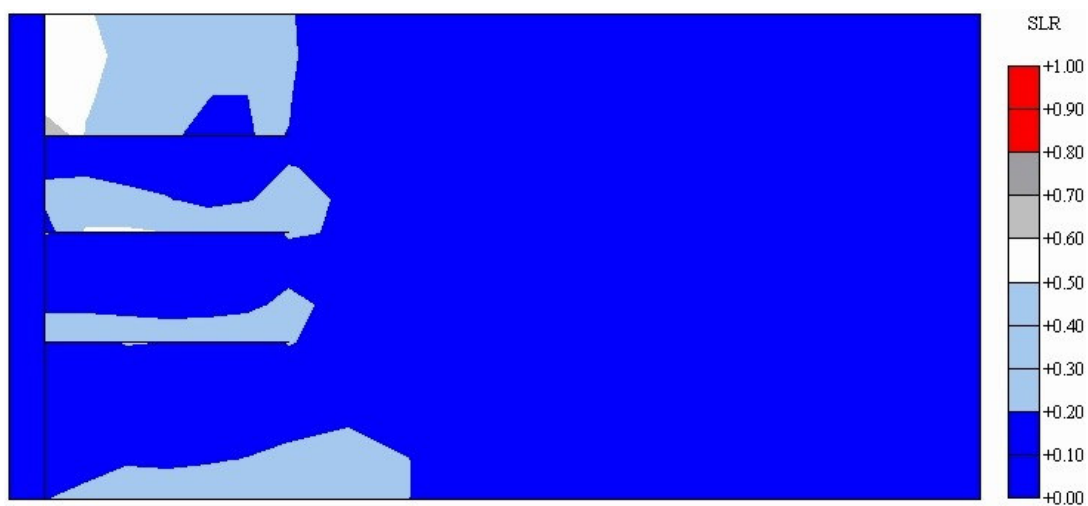


b) Depois da aplicação a sobrecarga

Figura 5.16 – Razão de tensão – malha 3 – hiperbólica.



a) Depois da construção



b) Depois da aplicação a sobrecarga

Figura 5.17 – Razão de tensão – malha 4 – hiperbólica.

## *Capítulo 6*

---

### **CONSIDERAÇÕES FINAIS, CONCLUSÕES E SUGESTÕES**

#### **6.1 - CONSIDERAÇÕES FINAIS**

A associação de outros materiais ao solo para prover melhorias em seu comportamento já se mostrou bastante eficaz. Porém para obras de geometria complexa ou outros aspectos não usuais, faz-se necessário o uso de ferramentas numéricas para a previsão do seu comportamento.

O objetivo desta dissertação consistiu na implementação de novos elementos não lineares e modelo não linear no programa computacional ANLOG.

O primeiro elemento apresentado foi o elemento de barra (B3) quadrático de 3 nós para a simulação do reforço. Também foi implementado para o elemento B3 o modelo não linear elástico parabólico.

O outro elemento implementado foi o elemento de interface (I6) quadrático de 6 nós para a simulação das interfaces entre os diversos materiais existentes em uma obra geotécnica. A interface pode ser modelada como linear elástica ou elástica perfeitamente plástica obedecendo ao critério de ruptura de Coulomb.

Os problemas estudados (exceto aqueles da barra isolada) foram pré e pós-processados no pré e pós-processador MTOOL (TECGRAF), facilitando bastante a geração das malhas e a obtenção dos resultados. A geração da malha, mesmo daqueles exemplos onde se têm a interface sem reforço, foi feita facilmente, pois o pré-processador dispõe deste elemento. Porém, devido a algumas limitações do MTOOL, algumas etapas tiveram que ser feitas manualmente. Este problema se deu nos exemplos

que utilizavam o elemento de barra, porque o MTOOL não dispõe deste elemento e entre cada elemento de barra existem duas interfaces. Então, após a geração da malha de elementos finitos (sem elementos de barra e com apenas uma interface), entrava-se no arquivo *neutral file* (extensão .nf) e criava-se manualmente todos os elementos de barra, os elementos de interface do outro lado do reforço e os nós correspondentes aos elementos de interface criados manualmente. Nas interfaces de diferentes materiais (por exemplo, interface solo-muro), não era necessária nenhuma interferência. Foi comum também, a reordenação manual dos elementos para facilitar a construção do arquivo de entrada (extensão .d). Depois de concluída a criação do arquivo *neutral file* qualquer modificação posterior era extremamente trabalhosa, pois se o arquivo fosse modificado no MTOOL, ele reordenaria os elementos à sua maneira e, conseqüentemente, nova intervenção deveria ser feita. Além disto, para se abrir um arquivo com elemento de barra no MTOOL, deve-se, antes de qualquer coisa, tira-los do arquivo e depois abri-lo.

A outra dificuldade era no pós-processamento, pois os elementos de barra não poderiam ser incluídos na contagem dos elementos ao se montar o arquivo de pós-processamento (extensão .pos) e qualquer resposta em relação ao reforço ou à interface deveria ser obtida manualmente do arquivo de saída (extensão .s)



## 6.2 - CONCLUSÕES

A partir dos exemplos utilizados para a validação dos elementos e modelo implementados chegou-se às seguintes conclusões:

O elemento de barra (B3), por apresentar resultados mais precisos que o elemento de barra (B2), se mostrou bem mais adequado; principalmente no caso em que a distribuição de tensão varia ao longo do elemento. Por isso, é mais recomendável que se utilize o elemento de barra (B3).

O modelo parabólico elástico para o reforço mostrou-se eficiente e sua validação foi comprovada a partir da simulação do ensaio de tração.

O elemento de interface (I6) impede a interferência de um material com o outro, a não ser a interação que há entre eles através da interface. Desta forma é possível simular os deslocamentos relativos entre solo-reforço, solo-muro, etc. E considerando o modelo elástico perfeitamente plástico, pode-se prever, baseado no critério de resistência de Mohr-Coulomb, a força de arrancamento num reforço.

Entretanto, por não apresentar restrições ao deslocamento relativo normal este elemento pode gerar modos espúrios de deformação, com elementos penetrando uns sobre os outros. Para evitar este modos tem-se adotado um valor elevado para a rigidez normal, o que muitas vezes pode provocar o mal condicionamento da matriz de rigidez.

Os exemplos de aplicação apresentados ilustram bem a influência do elemento de interface no comportamento mecânico de obras geotécnicas.

### **6.3 - SUGESTÕES**

Para os trabalhos futuros sugere-se:

A implementação de novos modelos e elementos de interface, incluindo restrições de contato;

A introdução de outros elementos de planos, tais como os elementos triangulares T3 e T6, que facilitam a geração de malhas;

Implementações computacionais que levem em consideração a não linearidade geométrica;

Implementações que possam simular o uso dos geossintéticos não só como reforço, mas também nas suas outras aplicações;

Implementação de uma interface gráfica que facilite a utilização do programa ANLOG de modo a torná-lo competitivo em relação a programas comerciais para aplicações em geotecnia.

## *Referências Bibliográficas*

---

Amado, C. S. (2000). Análise pelo Método dos Elementos Finitos de Teste em um Duto Enterrado Realizado em Modelo Reduzido de Grandes Dimensões. Dissertação de Mestrado, UFV.

Araújo, L. G. (1989). Análise Viscoplastica por Elementos Finitos de Maciços Rochosos. Dissertação de Mestrado, 107p., PUC, Rio de Janeiro, RJ.

Araújo, L. G.; Nogueira, C. L.; Souza, L.S.M.R.; e Vargas, J. R. (2001). Análise Numérica de Estabilidade em Solos Reforçados pelo Modelo do Contínuo Equivalente via Análise Limite. INFOGEO 2001, (no prelo).

Azevedo, R.F.; Zornberg, J. G. e Nogueira, C.L. (1992). Utilização do Método dos Elementos Finitos no Cálculo de Estruturas de Solos Reforçados. Seminário sobre Aplicação de Geossintéticos em Geotecnia – GEOSSINTÉTICOS'92, p.263-275, UNB, Brasília.

Bathe, K. J. (1982). Finite Element Procedures in Engineering Analysis. Prentice-Hall v1.

Bathurst, R. J. e Knight, M. A. (1998). Analysis of geocell reinforced-soil cover over large Span conduits. Computers and Geotechnics, v.22,nº3/4, p.205-219.

Beer, G. (1985). An isoparametric Joint/Interface Element for FE Analysis. International Journal for Numerical Met. Engineering, v.21, p.585-600.

Bergado, D. T; Chai, J. C. e Miura, N. (1995). FE analysis of grid reinforced embankment system on soft Bangkok clay. Computers and Geotechnics v.17, p.447-471.

Borges, J. L. e Cardoso, A. S. (2001). Structural Behaviour and parametric study of reinforced embankments on soft clay. Computers and Geotechnics v.28, p.209-233.

Cardoso, A. S. A. (1986). A model to simulate excavations supported by nailing. In: International Symposium on Numerical Models in Geomechanics, 2, 1986, Ghent. Proceedings... Ghent, v. 2, p. 531-537

Chalaturnyk, R. J.; Scott, D. H.; Chan, K. e Richards, E. A. (1990). Stress and Deformations in a Reinforced Soil Slope. Canadian Geotechnical Journal, v.27, p.224-232.

Chang, J. C.; Hannom, J. B. e Forsyth, R. A. (1977). Pullout resistance and interaction of earthwork reinforcement and soil. Washington: [s.n.], p.1-7. (Transport Research Record, 640).

Chao, L. (1990). The stress analysis of buried cylindrical structures by finite element method. Tese de Doutorado em Engenharia Civil, 174p. Escola de Graduação da Universidade de Clemson, Clemson.

Clough, G.W. e Duncan, J.M. (1971). Finite element analysis of retaining wall behavior. Journal of Soil Mechanics and Foundation Division, v. 97, SM12, p. 1657 - 1673.

Cook, R. D.; Malkus, D. S. e Plesha, M. E. (1989). Concepts and Applications of Finite Elements Analysis. John Wiley e Sons, Third Edition, University of Wisconsin, Madison.

Costa, S. S. e Nogueira, C. L. (1998). Modelagem Numérica de Estruturas de Solos Reforçados. Relatório Final PIP 1997, 83p., Departamento de Engenharia Civil, Escola de Minas/UFOP, Ouro Preto.

Crisfield, M (1981). A fast incremental/iterative solution procedure than handles 'snap-through'. Computers and Structures, A13, p.55-62.

Day, R. A. e Potts, D. M. (1994). Zero thickness interface elements – numerical stability and application. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, v.18, p.689-708.

Desai, C. S. (1982). Constitutive modelling and soil-structure interaction. In Numerical Methods. in Geomechanics, v. 8, p. 19 - 43.

Desai, C. S.; Zaman, M. M.; Lightner, J. G. e Siriwardane, H. J. (1984). Thin-Layer Element for Interface and Joints. International Journal Numerical and Anal. Meth. In Geomechanics, ed. J. B., Martins. D. Reidel Publishing Company, p. 103 - 143.

Duncan, M.J. e Chang, C.Y. (1970). Nonlinear analysis of stress and strain in soils. Journal of Soil Mechanics and Foundation Division - ASCE, SM5, p 1629 - 1653.

Duncan, M.J. (1970). Hyperbolic stress-strain relationships. Proceedings of the Workshop on Limit Equilibrium, Plasticity and Generalized Stress-Strain in Geotechnical Engineering, p 443-460, New York.

Gens, A.; Carol, I. e Alonso, E. E. (1988). An Interface Element Formulation for the Analysis of Soil-Reinforced Interaction. Computer and Geotechnics, v. 7, p. 133 - 151.

Ghaboussi, J. ;Wilson, E. L. e Iseberg, J. (1973). Finite element for Rock joint and interfaces. Journal Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE, v. 99, p. 833 - 848.

Gomes, R. C. (1993). Interação Solo-Reforço e Mecanismo de Ruptura em Solos Reforçados com Geotêxteis. Tese de Doutorado, USP São Carlos/ITA/UNB.

Goodman, R. E.; Taylor, R. L. e Brekke, T. L. (1968). A model for the mechanics of Jointed Rock. Journal soil Mechanics and Foundation Division, ASCE, v. 94, SM3, p. 637 - 659.

Griffiths, D. V. (1985). Numerical Modeling of interfaces using conventional finite elements, Nagoya. NUMOG p. 837 - 844.

Hird, C. C. e Russell, D. (1990). A benchmark for soil-structure interface elements. Computers and Geotechnics, 10(2), p.139-147.

Huesker, Engenharia com Geossintéticos. Solo reforçado (catálogo).Prof. Ennio Marques Palmeira

Ingold, T. S. e Miller, K. S. (1988). Geotextiles Handbook. Thomas Telford, London.

Kaliakin, V. N. e Li, J. (1995). Insight into deficiencies associated with commonly used zero-thickness interface elements. Computers and Geotechnics, v.17, p.225-252.

Karpurapu, R. e Bathurst, R. J. (1992). Analysis of geosynthetic reinforced soil wall by FEM. NUMOG, v.2, p.861-870, Swansea.

Karpurapu, R. e Bathurst, R. J. (1995). Behaviour of geosynthetic reinforced soil walls using the Finite Element Method. Computers and Geotechnics, v.17, p.279-299.

Lade, P. V. (1977). Elasto-plastic stress-strain theory for cohesionless soil with curved yield surfaces. International Journal of Solids and Structure, v. 13, N.GM8, p. 1019 - 1035.

Lemos, P. A. (2002). Estudo Numérico pela Análise Limite de Problemas Geotécnicos em solos Reforçados. Dissertação de Mestrado, 66p., UFOP, Ouro Preto, MG.

Marques, G. L. (1994). Uso de geotêxteis em muros de contenção de pequeno porte. Dissertação de Mestrado, 87p., Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, MG.

Martins, C. C. (2000). Análise e Reavaliação de Estruturas em Solos Reforçados com Geotêxteis. Dissertação de Mestrado, 270p., UFOP, Ouro Preto, MG.

Mitchell, J. K. (1987). Reinforcement for earthwork construction and ground stabilization. VIII Congreso Panamericano de Mecanica de Suelos e Ingenieria de Fundaciones, v.1, p.349-380, Cartagena, Colombia.

Naylor, D. J. e Richards, H. (1978). Slipping Strip Analysis of Reinforced Earth. International Journal Numerical and Anal. Meth. In Geomechanics, v. 2, p. 343 - 366.

Ng, P. C. F.; Pyrah, I. C. e Anderson, W. F. (1997). Assessment of Three Interface Elements and Modifications of the Interface Element in CRISP90. Computers and Geotechnics, v.21, p.315-339.

Nogueira, C. L. (1998). Análise Não Linear de Escavações e Aterros. Tese de Doutorado. PUC/Rio, Rio de Janeiro, RJ, 265p.

Ober Geossintéticos. Catálogo.

Pande, G. N. e Sharma, K. G. (1979). On Join/Interface Elements and Associated Problems of Numerical Ill-Conditioning. International Journal Numerical and Anal. Meth. In Geomechanics v.3, p.293-300..

Pereira, A. R. e Nogueira, C. L. (1999). Modelagem Numérica de Estruturas de Solos Reforçados. Relatório Final, Programa Institucional de Iniciação Científica-PIBIC/CNPq, 22p.

Pereira, A. R. e Nogueira, C. L. (2000). Modelagem Numérica Não Linear de Estruturas de Solos Reforçados. Relatório Final, Programa Institucional de Iniciação Científica-PIBIC/CNPq, 45p.

Ramm, E. (1981). Strategies for tracing the non-linear response near limit-points. Non-linear Finite Element Analysis in Structural Mechanics, ed. W. Wunderlich, p.63-89, Berlin.

Ramm, E. (1982). The Ricks/Wempner approach – an extension of the displacement control method in non-linear analysis. Non-linear Computational Mechanics, ed. Hinton e outros, Pineridge Press, p.63-86, Swansea.

Romstad, K. M.; Herrmann, L. R.; Shen, C. K. (1976). Integrated study of reinforced earth-I. Theoretical formulation. Journal of Geotechnical Engineering, v.102, n.GT5, p.457-471.

Saleira, W. E. (1988). New design procedure for very flexible plastic pipes. Tese de Doutorado em Engenharia Civil e Ambiental, 375p. Universidade de Wisconsin, Madison.

Salgado, M. T. e Nogueira, C. L. (1998). Modelagem Numérica de Estruturas de Solos Reforçados. Relatório Final PIBIC 1997 83p., Departamento de Engenharia Civil, Escola de Minas/UFOP, Ouro Preto.

Schlosser, F. e Juran, I. (1979). Paramètres de conception pour sols artificiellement améliorés. 7th European Conf. on Soil Mechanics and Foundation Engineering, v.5, p.227-251, Brighton, Inglaterra.

Sharma, K. G.; Varadarajan, A. e Menon, K. K. M. (1987). Interface nonlinearity in dams. Constitutive Laws for Engineering Materials: Theory and Applications, v.5, p.1119-1127.

Sharma, K. G.; Varadarajan, A. e Madhvan, K. (1987). Elastoplastic analysis of gravity dams on foundations with weak seams. Constitutive Laws for Engineering Materials: Theory and Applications, v.5, p.1119-1127.

Silva, M. S. (1998). Análise pelo Método dos Elementos Finitos de Ensaio de Muros de Arrimos Reforçados com Geotêxteis. Dissertação de Mestrado, UFV.

Sousa, L. S. M. R.; Araújo, L. G. e Nogueira, C. L. (2001). Formulação Numérica de Limite Inferior para Problemas de Estabilidade de Taludes em Solos Reforçados. Revista Escola de Minas, (no prelo).

Sousa, L. S. M. R. (2001). Estudo Numérico de Problemas de Estabilidade em Solos Reforçados via Análise Limite. Dissertação de Mestrado, UFOP.

Spitzley, J. E. (1987). Finite element analysis of pressurized buried pipe. Tese de doutorado em Engenharia Civil e Ambiental, 192p. Universidade do Estado de Utah, Logan.

Viana, P. M. (1998). Condutos enterrados: redução de esforços sobre a estrutura. Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil, 242p., Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Paulo.

Vidal, D. M. e Palmeira, E. M (2001). Geossintéticos na Engenharia Civil (Curso Básico)

Villard, P. (1996). Modelling of Interface Problems by the Finite Element Method with Considerable Displacements. Computers and Geotechnics, v.19, nº1, p.23-45.

Yi, C. T.; Chan, D. H. e Scott, J. D. (1993). A large slipping finite element model for geosynthetic interface modeling. Geosynthetics'95, p.93-104.

Zienkiewicz, O.C.; Best, B.; Dullage, C e Stagg, K. C. (1970). Analysis of non-linear problems in rock mechanics with particular reference to jointed rock systems. Proceedings of the 2<sup>nd</sup> International Conference of the Society of Rock Mechanics, p.8-14, Belgrade.

Zienkiewicz, O.C. e Taylor, R.L. (1989). The Finite Element Method. v.1, 4<sup>a</sup> Ed., McGraw-Hill Book Company, New York.

Zornberg, J. G (1994). Performance of Geotextiles Reinforced Soils Structures. PhD thesis, University of California, Berkeley, USA.

Zornberg, J. G (1998). Aplicação de Geossintéticos em Geotecnia Ambiental. Ouro Preto MG.