

UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO - ESCOLA DE MINAS  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

**TENSOESTRUTURAS – ELEMENTOS E CABOS  
METÁLICOS ASSOCIADOS A MEMBRANAS**

AUTORA: ELIANA FERREIRA NUNES

ORIENTADOR: Prof. Dr. João Batista Marques de Sousa Junior

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação do Departamento de Engenharia Civil da Escola de Minas da Universidade Federal de Ouro Preto, como parte integrante dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Ciências da Engenharia Civil, área de concentração: Construção Metálica.

Ouro Preto, junho de 2008.

N972t	<p>Nunes, Eliana Ferreira. Tensoestruturas - elementos e cabos metálicos associados a membranas [manuscrito]. / Eliana Ferreira Nunes. - 2008.</p> <p>xvi, 153f.: il. color., graf., tabs.</p> <p>Orientador: Prof. Dr. João Batista Marques de Sousa Júnior.</p> <p>Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Ouro Preto. Escola de Minas. Departamento de Engenharia Civil. Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil.</p> <p>Área de concentração: Construção Metálica.</p> <p>1. Estruturas metálicas - Teses. 2. Projetos - Elaboração - Teses. I. Universidade Federal de Ouro Preto. II. Título.</p> <p>CDU: 624.014</p>
-------	--

Catálogo: [sisbin@sisbin.ufop.br](mailto:sisbin@sisbin.ufop.br)

# TENSOESTRUTURAS – ELEMENTOS E CABOS METÁLICOS ASSOCIADOS A MEMBRANAS

**AUTORA: ELIANA FERREIRA NUNES**

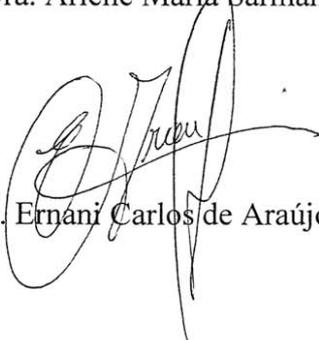
Esta dissertação foi apresentada em sessão pública e aprovada em 13 de junho de 2008, pela Banca Examinadora composta pelos seguintes membros:



Prof. Dr. João Batista Marques de Sousa Jr. (Orientador / UFOP)



Profa. Dra. Arlene Maria Sarmanho Freitas (UFOP)



Prof. Dr. Ernani Carlos de Araújo (UFOP)



Prof. Dr. Ruy Marcelo de Oliveira Pauletti (USP)

A todos sem exceção.

## **Agradecimentos**

Ao meu orientador, Professor João Batista Marques, por acreditar nessa pesquisa, pela oportunidade, confiança, clareza, objetividade e paciência nas orientações e correções.

Ao Célio, a inspiração, sensibilidade, amizade, estímulo e perguntas desafiadoras.

A João Guimarães, a confiança.

De forma especial a Dietrich (TENSITEX), Elivaldo (USP),

Professor Ruy (USP) e Vinícius (COPPE-RJ),

à receptividade, solidariedade, disponibilidade em dividirem comigo o conhecimento e preciosas informações que permitiram construir esse caminho.

Aos Professores do Mestrado – Claret, Geraldo, Henor, Luiz Fernando, Urânia, e em particular a Arlene e Ernani – os desafios, o conhecimento, competência e visão aberta.

Aos Professores Antônio de Pádua e Hilda, a referência profissional e orientações.

Ao Professor José Geraldo e a Prefeitura do Campus UFOP/ Departamento de Projetos, as informações topográficas e arquitetônicas da área escolhida para o estudo de caso.

Aos Professores Luis Cláudio e Marcílio, as informações e bibliografias.

A Universidade Federal de Ouro Preto por proporcionar as condições favoráveis ao desenvolvimento da pesquisa.

À Usiminas, a bolsa de estudos, ao coordenador do PROPEC, Professor Assis e a CAPES os recursos que tornaram possível à troca de conhecimento UFOP-USP.

A Róvia, a atenção e apoio.

Professor Walter (LCC) e a Geraldo (DECAT), as impressões e plotagens.

A turma querida do mestrado Alexandre, Élen, Luciano, Mariana, Marcelo, e em especial a Carmem, Carolina, Márcio e João Santos (Laboratório de estruturas - UFOP),

o apoio e sugestões na montagem dos modelos físicos,

e a Francisco, Rafael e William e aos amigos Flávio e Michael, o suporte, e a todos o companheirismo, amizade, a troca de conhecimentos.

Aos colegas da USP, a receptividade e as parcerias de trabalho.

Ao Ezequiel e Márcio, o super apoio à modelagem tridimensional.

A Patrícia e Francis, o suporte às traduções.

A Cláudia, Denis, Gisela, Judite, Márcia, Maria de Lourdes, Mônica, Patrícia, Rogéria, Rosane, Thaís, Valéria e Tio Luiz, a amizade e o incentivo a realizar essa pesquisa.

Aos meus pais e irmãos, ao apoio incondicional, silencioso e afetuoso.

*“If you want to make a living flower,  
you do not built it physically with tweezers, cell by cell;  
you grow it from seed.  
If you want to design a new flower,  
you will design the seed and let it grow.  
The seeds of the environment are pattern languages.”*

Christopher Alexander, 1970<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup> In: DREW (1976, p.13)

Se quiser fazer uma flor viva,/ não a construa fisicamente com uma pinça, célula a célula,/ deixe-a crescer da semente./ Se quiser inventar uma nova flor,/ invente a semente e deixe-a crescer./ As sementes da natureza, em sua essência, são padrões de linguagem (tradução nossa, colaboração Patrícia Chavda e Célio Firmo).

## RESUMO

Essa pesquisa teve como objetivo investigar o comportamento e os parâmetros que condicionam o desempenho e a eficiência das tensoestruturas – sistemas híbridos de estabilização compostos pela associação de estruturas metálicas e membranas em estado de sinergia –, muito exploradas em montagens temporárias e instalações permanentes como estádios, aeroportos, escolas, auditórios, passarelas e inúmeras outras.

Essas estruturas são também conhecidas como ‘estruturas leves’ ou ‘retesadas’ e se destacam por serem capazes de vencer grandes vãos com menor peso, alta resistência, grande potencial estético, facilidade e rapidez de montagem e transporte.

Representam uma linguagem estrutural única na qual a eficiência está cada vez mais associada à otimização da forma, do material e das forças, e cuja estabilidade e rigidez derivam da geometria da membrana, da escolha do sistema suporte e ao trabalho conjunto e contínuo de todos os componentes em estado de tensão ou retesamento.

Nesse sistema, a forma revela o caminho das forças, ou melhor, forma e estrutura são interdependentes. Além disso, o comportamento flexível do sistema representa um grande desafio aos arquitetos e engenheiros: as soluções estruturais demandam uma elaboração criteriosa, um grande conhecimento dos princípios do sistema, uma vez que incorporam a análise estrutural à concepção do projeto.

Assim, esta pesquisa investiga também o processo de projeto e apresenta um modelo de cobertura desenvolvido a partir de uma metodologia particular de trabalho – que envolve a modelagem física e computacional –, e da qual deriva a análise qualitativa e as soluções estruturais. Esse estudo de caso teve como premissa explorar as características do sistema em uma situação particular, aproximar o estudo da realidade, e investigar as ações de trabalho da arquitetura e da engenharia no desenvolvimento das tensoestruturas.

**Palavras-chave:** Tensoestruturas, sistemas híbridos, membranas, estruturas metálicas, estruturas leves ou retesadas, forma, geometria da membrana, processo de projeto.

## ABSTRACT

The present study had the objective of investigating the behavior and parameters involved on the performance and efficiency of tensile fabric structures: hybrid stabilization systems composed by the association of metallic structures and membrane fabric used on a synergic state. These are commonly used on temporary installations as well as on permanent structures for stadiums, airports, schools, theatres and many others.

These structures, also known as lightweight or taut structures, are recognized by their ability to cover large spaces with minimum weight, high resistance, great aesthetic potential, with the possibility of being installed and removed easily and in a short period of time.

They introduce a unique structural approach in which efficiency is associated to an optimized distribution of force and material, and their stability and stiffness derive from the geometry of the membrane, the choice of support system and the continuous cooperation of all these components in a state of tension or taut.

In this system the form reveals the action of forces, which means that form and structure are interdependent. Also, the flexible behavior of the materials represents a challenge to designers; the structural solutions demand a careful elaboration and a deep knowledge of the system principles, as they incorporate the structural analysis to the project concept.

This research also investigates the design process, presenting a model of a structure developed from a particular method of work, which involves physical and computer models, from which the qualitative analysis and structural solutions are devised. This case study had the purpose of exploring the characteristics of the system on a particular situation, merging study to reality and also of exploring the joint work of engineering and architecture on the development of tensile structures.

**Key words:** tensile fabric structure, hybrid system, membrane, metallic structure, lightweight or taut structure, form, geometry of the membrane, design process.

# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>CONSIDERAÇÕES INICIAIS .....</b>	<b>1</b>
<b>1.1</b>	<b>OBJETIVOS .....</b>	<b>1</b>
<b>1.2</b>	<b>ESTRUTURAÇÃO DO TRABALHO .....</b>	<b>2</b>
<b>1.3</b>	<b>JUSTIFICATIVA .....</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....</b>	<b>5</b>
<b>2.1</b>	<b>EVOLUÇÃO HISTÓRICA .....</b>	<b>5</b>
2.1.1	FREI OTTO.....	17
2.1.2	TENSOESTRUTURAS NO BRASIL.....	20
<b>2.2</b>	<b>USOS E APLICAÇÕES .....</b>	<b>22</b>
2.2.1	COBERTURAS DE CARÁTER PERMANENTE .....	23
2.2.2	COBERTURAS TEMPORÁRIAS .....	25
2.2.3	COBERTURAS CONVERSÍVEIS E RETRÁTEIS.....	27
<b>3</b>	<b>SISTEMA CONSTRUTIVO.....</b>	<b>29</b>
<b>3.1</b>	<b>PRINCÍPIOS GERAIS .....</b>	<b>29</b>
<b>3.2</b>	<b>SISTEMA SUPORTE.....</b>	<b>29</b>
<b>3.3</b>	<b>MEMBRANA.....</b>	<b>30</b>
3.3.1	COMPORTAMENTO DA MEMBRANA: ANALOGIA A REDE DE CABOS .....	31
3.3.2	GEOMETRIA DA MEMBRANA .....	33
3.3.2.1	Superfície Sinclástica ou Pneumática .....	35
3.3.2.2	Superfície Anticlástica ou Pré-tensionadas.....	37
3.3.3	DISTRIBUIÇÃO DA TENSÃO NA MEMBRANA .....	38
3.3.3.1	Superfície Mínima .....	39
3.3.3.2	Filme de Sabão .....	40
3.3.3.3	Tensão na Superfície Plana.....	42
3.3.3.4	Tensão na Superfície Anticlástica.....	43
3.3.3.5	Ensaio com Tecidos Elásticos .....	45
3.3.3.6	Ensaio com Filme de Sabão .....	47

<b>4 MATERIAL .....</b>	<b>49</b>
<b>4.1 AÇO .....</b>	<b>50</b>
<b>4.2 MEMBRANA – TECIDO ESTRUTURAL .....</b>	<b>51</b>
4.2.1 FIBRAS SINTÉTICAS .....	51
4.2.2 COBERTURA OU MATRIZ LÍQUIDA .....	55
4.2.3 MATERIAIS MAIS USADOS .....	56
4.2.4 PADRÕES DE CORTE .....	58
4.2.5 MODULAÇÃO .....	58
4.2.6 COSTURAS .....	60
<b>5 PROCESSO DE PROJETO .....</b>	<b>62</b>
<b>5.1 METODOLOGIA DE TRABALHO .....</b>	<b>63</b>
5.1.1 PRIMEIRA ETAPA – CONCEITO DO PROJETO .....	63
5.1.2 SEGUNDA ETAPA – ESTUDO DA FORMA OU ‘ <i>FORM-FINDING</i> ’ .....	63
5.1.3 TERCEIRA ETAPA – CONCLUSÃO DO PROCEDIMENTO DE TRABALHO .....	66
<b>6 ESTUDO DE CASO .....</b>	<b>67</b>
<b>6.1 CONCEITO ESPAÇO .....</b>	<b>67</b>
<b>6.2 ESTUDO DA FORMA – <i>FORM-FINDING</i> .....</b>	<b>71</b>
6.2.1 MODELOS FLEXÍVEIS: ESTUDOS 1 E 2 – ESCALA 1/500 .....	72
6.2.2 MODELO FLEXÍVEL: ESTUDO 2 (1º AJUSTE) – ESCALA 1/200 .....	75
6.2.3 MODELAGEM COMPUTACIONAL: MÉTODO DENSIDADE DE FORÇA .....	80
6.2.3.1 Método Densidade de Força .....	80
6.2.3.2 Modelagem Estudo 2 (1º ajuste) .....	83
6.2.4 MODELAGEM COMPUTACIONAL – MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS (PRÉ-ANÁLISE) ..	88
6.2.4.1 Considerações e sugestões da pré-análise .....	88
6.2.4.2 Modelagem computacional - Estudo 2 (2º ajuste) .....	90
6.2.4.3 Pré-teste do modelo .....	92
6.2.4.4 Pré-análise do comportamento da estrutura .....	98
6.2.5 MODELO FLEXÍVEL: ESTUDO 2 (2º AJUSTE) – ESCALA 1/100 .....	102
6.2.6 CONFIGURAÇÃO DOS COMPONENTES DO SISTEMA SUPORTE .....	113
<b>6.3 CONCLUSÕES DO ESTUDO DE CASO .....</b>	<b>126</b>

<b>6.4</b>	<b>CONCLUSÕES DO PROCESSO DE TRABALHO.....</b>	<b>128</b>
6.4.1	MODELOS FLEXÍVEIS.....	128
6.4.2	MODELOS COMPUTACIONAIS.....	129
<b>7</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>132</b>
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>137</b>
	<b>ANEXO – EQUAÇÕES MÉTODO DENSIDADE DE FORÇA.....</b>	<b>144</b>
	<b>APÊNDICE A – DADOS DA SUPERFÍCIE EXTERNA FIXA.....</b>	<b>145</b>
	<b>APÊNDICE B - DADOS DA SUPERFÍCIE INTERNA MÓVEL .....</b>	<b>147</b>
	<b>APÊNDICE C – PLANTAS, CORTES E VISTAS MODELO PROPOSTO.....</b>	<b>149</b>
	<b>APÊNDICE D – BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR.....</b>	<b>152</b>

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 - Evolução das estruturas leves espaciais: a eficiência deriva da forma estrutural .....	6
Figura 2.2 - Princípio de pré-tensão: sistemas em que a força de tração é dominante .....	7
Figura 2.3 - Tendões nômades: primeiras formas espontâneas de habitações construídas pelo homem .....	8
Figura 2.4 – Primeiros registros iconográficos das tendas: fragmentos dos Assírios .....	9
Figura 2.5 – <i>Velaria</i> :: cobertura de velas de linho, retrátil realizada pelos romanos .....	9
Figura 2.6 - Interior Circo itinerante e o clássico ‘ <i>Chapiteau</i> ’ .....	10
Figura 2.7 – Vistas: externa, internas Pavilhão da Exibição Pan-Russa, Rússia (1896) .....	11
Figura 2.8 - Fachada do Pavilhão <i>Temps Nouveaux</i> , World Fair, Paris, 1937 .....	12
Figura 2.9 - Vista externa Pavilhão <i>Temps Nouveaux</i> , World Fair, Paris, 1937 .....	12
Figura 2.10 - Vista externa e modelo da Arena de <i>Raleigh</i> , Carolina do Norte, 1952 .....	12
Figura 2.11 - Seção vertical e modelo em filme de sabão da Arena de <i>Raleigh</i> , Carolina do Norte .....	13
Figura 2.12 – Pavilhões: (a) do Rio Grande do Sul, SP, 1954 e (b) de São Cristóvão, RJ, 1960. ....	14
Figura 2.13 – (a) Concha acústica, Melbourne, 1958, (b) Estádios: Olimpíadas de Tóquio, 1966 .....	15
Figura 2.14 - Estádio de <i>Hokey</i> , Universidade de <i>Yale</i> , 1958 .....	15
Figura 2.15 – (a) Dirigível N° 3 (1899); (b) N° 1(1898) de Santos-Dumont .....	16
Figura 2.16 - (a) Pavilhão da Fuji e (b) Pavilhão Americano, Expo’70, Osaka .....	16
Figura 2.17 - Pavilhão da Música, <i>Bundestgartenschau</i> , Kassel, 1955 .....	18
Figura 2.18 - Pavilhão Alemão, <i>World Fair</i> Montreal, 1967: Vista geral e construção da rede de cabos	19
Figura 2.19 - Estádio Olímpico de Munique, 1972 .....	19
Figura 2.20 - Estádio Olímpico de Munique, 1972 Fonte: FOSTER, 1994, p.167. ....	20
Figura 2.21 - Auditório Araújo Viana, RS; Marina da Glória, RJ .....	20
Figura 2.22 - Circo Voador, Lapa, Rio de Janeiro – Fotos: DDG Arquitetura .....	21
Figura 2.23 - Feira de Ananindeua, Pará – Fotos: Octávio Cardoso e Meia Dois Nove .....	21
Figura 2.24 - Igreja Batista de Fortaleza .....	22
Figura 2.25 - Terminal de Passageiros de <i>Jeddah</i> , Arábia Saudita, 1981 .....	23
Figura 2.26 - Aeroporto de <i>Denver</i> , 1993 .....	23

Figura 2.27 - Domo do Milênio, <i>Greenwich</i> , 1999.....	24
Figura 2.28 - <i>Rocket Tower</i> , <i>National Space Center</i> , <i>Leicester</i> , 2000.....	24
Figura 2.29 - <i>Fountain Tent Starwave</i> , Colônia, 1957.....	25
Figura 2.30 - Tenda modular <i>Assembly</i> , Malásia, 1997.....	26
Figura 2.31 - <i>Music Pavilion</i> , Nova York, USA.....	26
Figura 2.32 - <i>Umbrellas – Prophet’s Mosque</i> , Medina, Arábia Saudita, 1991.....	27
Figura 2.33 - <i>Tennis Arena</i> , Hamburgo, 1990 (vista superior).....	28
Figura 2.34 - <i>Tennis Arena</i> , Hamburgo, 1990 (vista interna).....	28
Figura 3.1 - Sistema suporte: (a) mastros e cabos; (b) pórticos.....	29
Figura 3.2 - Sistema suporte: (a) arco treliçado; (b) sistema <i>tensigrity</i> .....	30
Figura 3.3 - Sistema suporte bidimensional: membrana e rede de cabos.....	30
Figura 3.4 - Comportamento dos cabos.....	31
Figura 3.5 - Configurações de cabos sob carregamento.....	31
Figura 3.6 - Configuração de equilíbrio do cabo.....	32
Figura 3.7 - Rede de cabos disposta livremente segundo seu próprio peso: estrutura flexível.....	32
Figura 3.8 - Condição mínima para estabilizar uma superfície flexível (rede de cabos):.....	32
Figura 3.9 - Reta (geratriz) e curvas (diretrizes) nas Superfícies regradas não desenvolvíveis.....	33
Figura 3.10 - Planificação das superfícies do (a) cilindro e do (b) cone.....	34
Figura 3.11 - Direções das curvaturas principais no cilindro.....	34
Figura 3.12 - Superfície Sinclástica: curvaturas principais orientadas na mesma direção.....	35
Figura 3.13 - Superfícies pneumáticas: bolha, vela, pára-quadras e balão de ar quente.....	36
Figura 3.14 - Estruturas pneumáticas:.....	36
Figura 3.15 - Tipos de estruturas pneumáticas.....	37
Figura 3.16 - Superfícies anticlásticas: (a) selas, (b) parabolóides hiperbólicos, (c) conóides.....	37
Figura 3.17 - Superfície Anticlástica: curvaturas principais orientadas em direções opostas entre si.....	38
Figura 3.18 - Superfície mínima em filme de sabão:.....	39
Figura 3.19 - Modelos flexíveis em filme de sabão.....	41
Figura 3.20 - Tensões que se desenvolvem na membrana plana.....	42

Figura 3.21 - Curvaturas principais da superfície anticlástica .....	43
Figura 3.22 - Equação de <i>Laplace-Young</i> : Estado Plano de tensões.....	44
Figura 3.23 – Análise raios das curvaturas em parabolóides hiperbólicos, ensaio <i>c/</i> filme de sabão .....	44
Figura 3.24 - Ensaio com membrana elástica: vistas superior da superfícies plana e conóide .....	45
Figura 3.25 - Ensaio com membrana elástica: vistas lateral e tridimensional do conóide .....	46
Figura 3.26 - Pontos de apoio da membrana – linhas de contato ( <i>casca, loop, arcos</i> ) .....	46
Figura 3.27 – Análise da estrutura suporte em parabolóides hiperbólicos, ensaio <i>c/</i> filme de sabão.....	47
Figura 3.28 – Análise dos pontos de apoio e aberturas nas membranas, ensaio <i>c/</i> filme de sabão .....	48
Figura 4.1 - Diagrama tensão-deformação dos aços estruturais (escala deformada) .....	50
Figura 4.2 - Direções do tecido ( <i>urdidura e trama</i> ).....	52
Figura 4.3 - Gráfico: Curvas tensão-deformação do tecido de fibra de vidro com PTFE.....	53
Figura 4.4 - Teste uniaxial das faixas de tecido cortadas em diferentes direções .....	54
Figura 4.5 - Tensão no tecido sob carregamento .....	55
Figura 4.6 - Trajetórias geodésicas no plano, na esfera e no parabolóide hiperbólico;.....	59
Figura 4.7 – Modulação, corte e planificação da superfície espacial em faixas planas: .....	59
Figura 4.8 – Modulação e padronagem das formas espaciais seguindo as trajetórias geodésicas .....	60
Figura 4.9 - Linhas de costuras .....	61
Figura 4.10 - União de tecidos.....	61
Figura 5.1 - Modelo flexível .....	65
Figura 5.2 – Modelo do Estádio Olímpico de Munique, 1972.....	65
Figura 6.1 - Vista do sítio escolhido – Praça/ anfiteatro UFOP.....	67
Figura 6.2 - Planta Campus UFOP: identificação da área escolhida.....	68
Figura 6.3 - Planta da Praça/ anfiteatro.....	68
Figura 6.4 - Propostas de usos e ocupação do espaço interno da Praça/ anfiteatro.....	70
Figura 6.5 - Seção vertical do terreno com cobertura fixa .....	70
Figura 6.6 - Seção vertical do terreno com cobertura fixa e móvel .....	70
Figura 6.7 - Vistas do modelo flexível Estudo 1 – Escala do modelo 1/500 .....	72
Figura 6.8 – Vistas do modelo flexível Estudo 2 – Escala do modelo 1/500.....	73

Figura 6.9 - Primeira modelagem tridimensional Estudo 2 .....	74
Figura 6.10 - Comportamento da estrutura: estrutura suporte (sem carregamento) e Estudo 2 .....	74
Figura 6.11 - Modelagem sistema suporte e da cobertura completa Estudo 2 (1º ajuste) .....	75
Figura 6.12 - Vistas da montagem modelo flexível Estudo 2 (1º ajuste): .....	75
Figura 6.13 - Vista superior e tridimensional superfície completa Estudo 2 (1º ajuste) .....	76
Figura 6.14 - Vistas internas do modelo flexível Estudo 2 (1º ajuste) .....	77
Figura 6.15 - Vistas modelo flexível Estudo 2 (1º ajuste), com cobertura retrátil fechada .....	78
Figura 6.16 - Vistas modelo flexível Estudo 2 (1º ajuste), com cobertura retrátil aberta .....	79
Figura 6.17 - Comportamento de um elemento de barra ‘individual’ e ‘parte’ de uma rede de cabos .....	81
Figura 6.18 - Superfície externa: identificação da malha, dos nós restritos e cabos de borda .....	83
Figura 6.19 - Superfície interna: identificação da malha, dos nós restritos e cabos de borda .....	83
Figura 6.20 - Variação de pré-tensão (imposição de densidades) na superfície interna .....	84
Figura 6.21 - Variação de pré-tensão (imposição de densidades) na superfície externa .....	85
Figura 6.22 - Campo de tensão final das superfícies externa e interna .....	86
Figura 6.23 - Comparação 1: curvaturas dos modelos computacional e flexível - Estudo 2 (1/200) .....	86
Figura 6.24 - Comparação 2: curvaturas dos modelos computacional e flexível - Estudo 2 (1/200) .....	87
Figura 6.25 - Modelo tridimensional ( <i>Autocad</i> ) .....	87
Figura 6.26 - Novos ajustes do sistema suporte espacial: anéis rígidos passam a ser treliçados .....	89
Figura 6.27 - Alteração da altura dos grandes mastros e do mastro flutuante .....	89
Figura 6.28 - Modelagem superfícies: (a) planos triangulares; (b) via Método Densidade de Força .....	90
Figura 6.29 - Configuração modelo estrutural: vistas superior e tridimensional .....	91
Figura 6.30 - Configuração modelo estrutural: vistas laterais .....	92
Figura 6.31 - Configuração modelo estrutural: vistas interna e externa da cobertura retrátil .....	92
Figura 6.32 - Passo 1- Tensão inicial (constante) na membrana 3KN/m .....	94
Figura 6.33 - Passo 2 – Tensão sem carregamento .....	94
Figura 6.34 - Passo 2 – Tensão sem carregamento .....	95
Figura 6.35 - Passo 3 – Tensão sem carregamento .....	96
Figura 6.36 - Passo 3 – Deslocamento sem carregamento .....	96

Figura 6.37 - Passo 3 – Força normal nos cabos (sem carregamento) .....	97
Figura 6.38 - Passo 4 – Tensão com peso próprio .....	97
Figura 6.39 - Passo 4 – Deslocamento com peso Próprio .....	98
Figura 6.40- Divisão da superfície externa em faixas radiais - distribuição da tensão .....	99
Figura 6.41 - Cabos submetidos à maior força: no sistema suporte espacial e borda superfície externa	100
Figura 6.42 - Procedimento de planificação da superfície externa – Estudo 2 (2º ajuste) .....	103
Figura 6.43 - Montagem da superfície tridimensional externa – Estudo 2 (2º ajuste) .....	103
Figura 6.44- Orientação das direções do tecido às direções das curvaturas principais da superfície.....	104
Figura 6.45 - Modelo flexível Estudo 2 (2º ajuste) 1/100 – Montagem do sistema suporte espacial.....	107
Figura 6.46 - Vista interna Estudo 2 (2º ajuste) – Escala do modelo 1/100.....	107
Figura 6.47 - Detalhes sistema espacial/ membrana externa .....	108
Figura 6.48 - Detalhe pequenos e grandes mastros/ membrana externa .....	108
Figura 6.49 - Vistas superior e laterais do modelo: sistema suporte/ membrana externa .....	109
Figura 6.50 - Vistas superior e laterais do modelo completo.....	110
Figura 6.51 - Vistas modelo flexível Estudo 2 (2º ajuste) 1/100 - Escala do modelo 1/100.....	111
Figura 6.52 - Vista superfície interna (cabos sistema suporte e apoio motores deslizantes).....	111
Figura 6.53 - Filme 1: cenas 1,2,3 e 4.....	112
Figura 6.54 - Filme 2: cenas 1,2,3 e 4.....	112
Figura 6.55 - (a) Seção cabos; Elementos de terminação dos cabos:.....	114
Figura 6.56 - Configuração espacial dos mastros .....	114
Figura 6.57 - Geometria da seção dos pequenos e grandes mastros em aço .....	115
Figura 6.58 – Estudo inicial da base articulada dos mastros e do apoio dos cabos.....	116
Figura 6.59 - Conexões dos cabos à base dos grandes mastros .....	118
Figura 6.60 - Conexões dos cabos ao do topo dos grandes e pequenos mastros.....	118
Figura 6.61 - Vistas superiores sistema suporte espacial .....	119
Figura 6.62 - Conexões do sistema suporte espacial.....	120
Figura 6.63 – Vistas do mastro flutuante do sistema suporte espacial.....	121
Figura 6.64 - Vista interna do sistema suporte espacial.....	121

Figura 6.65 - Conexão da membrana externa ao topo dos pequenos mastros.....	122
Figura 6.66 - Conexão da membrana externa à base dos grandes mastros e ao sistema suporte espacial	122
Figura 6.67 - Esquema da conexão membrana-membrana .....	123
Figura 6.68 - Acabamento das extremidades dos tecidos .....	124
Figura 6.69 - Placas braçadeiras: conexão da superfície externa c/ os grandes mastros e o anel treçado .....	124
Figura 6.70 - Terminação em forma de laço: conexão da superfície externa aos pequenos mastros .....	125
Figura 6.71 - Alças braçadeiras: conexão da superfície interna com o topo do mastro flutuante .....	125

## **LISTA DE GRÁFICOS**

Gráfico 2.1 - Variação do peso próprio das coberturas das construções ao longo do tempo .....	5
---	---

# 1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

A pesquisa proposta compreende a contextualização e a investigação dos parâmetros que condicionam o comportamento, desempenho e o processo de projeto das tensoestruturas, também conhecidas como ‘estruturas leves’ ou ‘retesadas’, que se destacam por serem capazes de vencer grandes vãos com menor peso, alta resistência, grande potencial estético, facilidade na montagem, transporte e rapidez de construção.

Esse sistema explora o comportamento conjunto e contínuo – em estado de tensão ou retesamento – de todos os componentes, pois se caracteriza por uma grande flexibilidade comparado aos sistemas rígidos como vigas e cascas, devido à otimização da forma e da matéria. Sua estabilidade, rigidez e eficiência também estão associadas à geometria da membrana – dotada de forma de dupla curvatura em direções opostas – e à escolha do sistema suporte (cabos, mastros, treliças, pórticos, arcos, etc) – que trabalha a flexo-compressão ou a tração e compressão axial.

A modelagem e a investigação dessa tecnologia têm como referência mundial o arquiteto e engenheiro Frei Otto e têm sido exploradas não só em montagens efêmeras, móveis e leves, mas também em grandes coberturas de estádios, aeroportos, auditórios e edifícios privados.

## 1.1 OBJETIVOS

Essa pesquisa compreende o estudo dos princípios que norteiam e condicionam o desempenho e eficiência desse sistema construtivo, fornecendo subsídios à análise científica do comportamento qualitativo – dos componentes e do sistema global –, e a verificação das interfaces provenientes da interação do aço com as membranas dentro de um sistema composto.

A proposição de um modelo de cobertura, que é a âncora dessa pesquisa, visa aproximar o estudo da realidade, investigar os procedimentos de projeto, identificando a sistemática das ações de trabalho da arquitetura e da engenharia na busca da melhor solução espacial e estrutural, e explorar as características do sistema construtivo – forma, material, capacidade energética do sistema, limitações e implicações construtivas –, em uma situação particular.

O estudo desse sistema vem comprovar a necessidade e a importância do trabalho conjunto e integrado entre a arquitetura e a engenharia, e se coloca como uma contribuição para ampliar o conhecimento de estruturas tensionadas.

## **1.2 ESTRUTURAÇÃO DO TRABALHO**

A primeira etapa do trabalho compreende a apresentação do sistema construtivo destacando sua evolução histórica e os parâmetros que sistematizam o conhecimento dessa tecnologia e condicionam o desempenho e eficiência – a forma, a geometria, a configuração, o comportamento, interfaces (entre componentes e sistema global) e o material –, contextualizados em tensoestruturas existentes.

São abordados também os conceitos e a metodologia de trabalho (modelagem física e computacional) que oferecem subsídios à elaboração de uma tensoestrutura. A escolha desse procedimento justifica-se pela configuração flexível e geométrica do sistema impossibilitando a representação e análise apenas do ponto de vista cartesiano (plantas, cortes).

A segunda etapa apresenta o modelo de cobertura proposto, que é a âncora da pesquisa, onde é aplicada a metodologia particular de trabalho e de onde deriva todo o procedimento de análise qualitativa e as soluções estruturais. Para contextualizar essa pesquisa em ambiente acadêmico, considera-se como referência e ponto de partida dos parâmetros condicionantes do objeto a ser coberto, a praça/ anfiteatro situado na Escola de Minas, UFOP, Ouro Preto.

A partir da definição do conceito e diretrizes da proposta, a busca da configuração de equilíbrio do modelo proposto é feita a partir da construção de modelos flexíveis e computacionais. Os modelos flexíveis, realizados em escala reduzida, propiciam a vivência do aspecto qualitativo do comportamento e o estudo da geometria dos componentes e do sistema global em estado de tensão (ou retesamento) e sem ação de carregamento. Esse procedimento também propicia a verificação do processo de fabricação e montagem do modelo proposto.

A modelagem computacional representa uma nova investigação tridimensional do comportamento e geometria da membrana e do sistema suporte, e abrange uma pré-análise (níveis de tensão e deformações) da estrutura global, sob carregamento. Fornece os parâmetros e as diretrizes que norteiam a definição da configuração dos componentes estruturais e o detalhamento inicial do modelo proposto.

A compreensão dos princípios desse sistema e a verificação das afinidades, possibilidades, limitações e interfaces entre as modelagens empregadas no estudo de caso, possibilitam validar o processo de trabalho e fornecem parâmetros e diretrizes para novas investigações.

### **1.3 JUSTIFICATIVA**

O tema da pesquisa – as tensoestruturas – se baseia no conceito de estruturas que necessitam de uma mínima massa para se estabilizar, pois a sua eficiência está associada ao trabalho conjunto e global de todo o sistema em estado de tensão, propiciando a interação contínua de todos os componentes na transmissão dos esforços. Dentro desse contexto, a associação do aço aos tecidos estruturais de alta resistência possibilita a existência de grandes vãos cobertos com o emprego da menor quantidade de material, e a conformação de um sistema estrutural leve, flexível e eficiente que representa uma forte tendência na arquitetura e na engenharia.

A presença do aço, devido a sua alta resistência, viabiliza estruturas esbeltas, com menor peso e economia de material, caracterizando-o como um excelente aliado a este

sistema, além da sua grande afinidade e capacidade de associação com as membranas. Podemos citar também a possibilidade de modulação, padronização dos componentes, planejamento da montagem, minimizando o impacto no local de intervenção, facilidade de transporte e reutilização destas estruturas como aspectos positivos que otimizam e possibilitam a elaboração e execução de sistemas complexos.

Como a solução estrutural das tensoestruturas demanda um grande conhecimento do comportamento, dos desempenhos e interfaces dos componentes e do sistema global, pois integra a análise do comportamento estrutural ao processo de projetar, essa pesquisa vem ampliar as investigações, as discussões e a análise científica sobre o tema, já que no Brasil existem poucas documentações (bibliografias), estudos e tipologias na área.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1 EVOLUÇÃO HISTÓRICA

As tensoestruturas ou estruturas retesadas correspondem a uma tipologia de estruturas espaciais de cabo e membrana cuja eficiência está associada à geometria e ao estado de tensão ou retesamento dos componentes e a utilização de materiais de alta resistência.

São também denominadas ‘estruturas leves’ (*lightweight construction*), pois o peso próprio dessas estruturas (carga permanente) é muito menor que o peso suportado (sobrecarga e cargas variáveis), devido à substituição da ‘massa’ do material pela ‘forma’ para alcançar a estabilidade estrutural, (MAJOWIECKI, 2005).

No Gráfico 2.1, segundo Ossola (1996) apud Mendonça (2005) pode-se observar a variação do peso próprio das coberturas ao longo do tempo: nas construções dos Assírios, apresentam peso próprio de  $40\text{kN/m}^2$ , dos Romanos  $15\text{kN/m}^2$  e nas Catedrais góticas, no final da Idade Média, aproximam de  $5\text{kN/m}^2$ . Após a revolução industrial, observa-se um grande desenvolvimento e eficiência das estruturas: inicialmente com as construções de ferro fundido e, no final do século XIX, com as estruturas metálicas que alcançam um peso próprio de aproximadamente  $1\text{kN/m}^2$ , sendo que somente as ‘estruturas leves’ – coberturas em membranas retesadas e pneumáticas – obtêm hoje o valor de  $0,1\text{kN/m}^2$  e se destacam por vencer grandes vãos com mínimo peso.

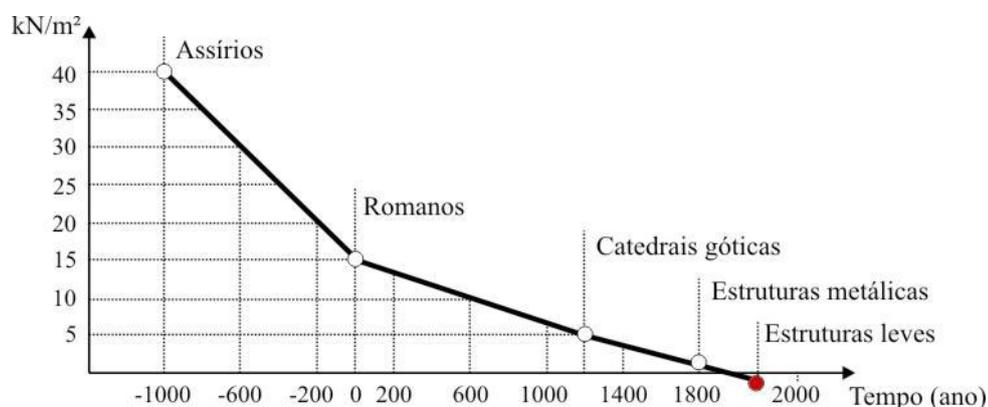


Gráfico 2.1 - Variação do peso próprio das coberturas das construções ao longo do tempo  
Fonte: Adaptado de OSSOLA, 1996 apud MENDONÇA, 2003, p.41

Segundo Drew (1976), para Frei Otto, a capacidade de um objeto transmitir força por uma distância com menor gasto de material é a essência das ‘estruturas leves’. Está implícito nesse conceito que a leveza – baixo peso – é então uma medida real da eficiência da estrutura cuja origem é a forma estrutural. Isso quer dizer que a forma como o sistema se organiza e a geometria dos componentes construtivos, associados ao estado de tensão ou retesamento (bem tenso e não frouxo), revelam a sua capacidade de suportar os esforços e mantêm o equilíbrio interno (Figura 2.1).

São sistemas em que a força de tração é dominante (aumentando a capacidade de carregamento dos materiais) otimizando a energia do sistema e permitindo vencer grandes vãos com baixo peso (Figura 2.1). Para isso, é imprescindível também converter os esforços de flexão em esforços de compressão e tração (Figura 2.1) e transformar por meio da pré-tensão o esforço de compressão em tração (Figura 2.2).

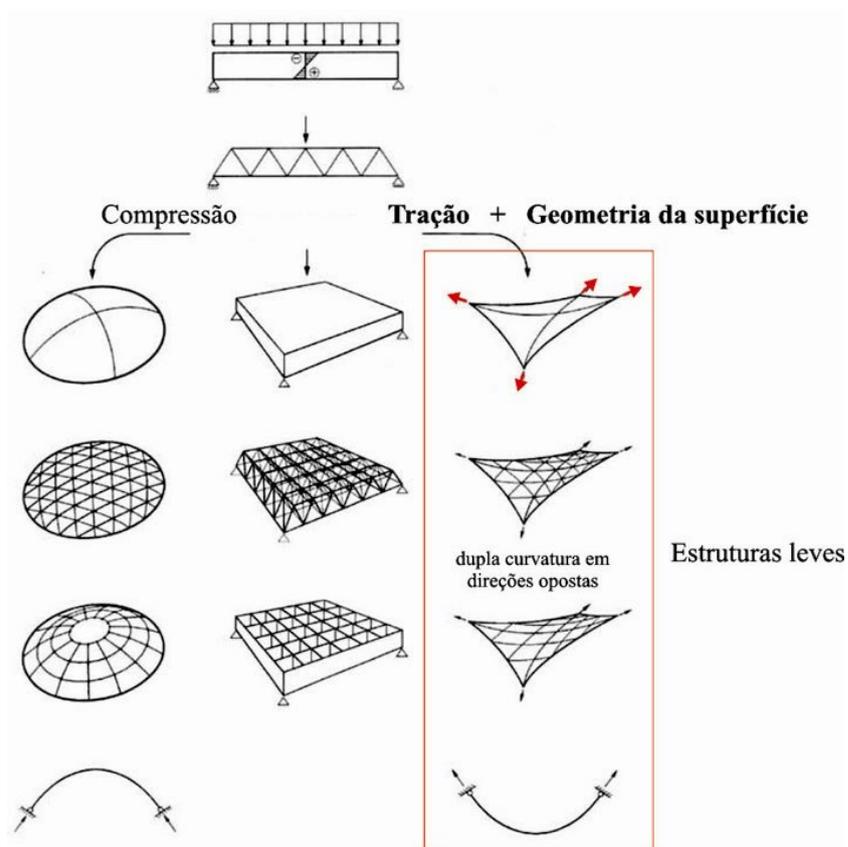


Figura 2.1 - Evolução das estruturas leves espaciais: a eficiência deriva da forma estrutural  
 Fonte: Adaptação de MOLLAERT, 2002, p.18.

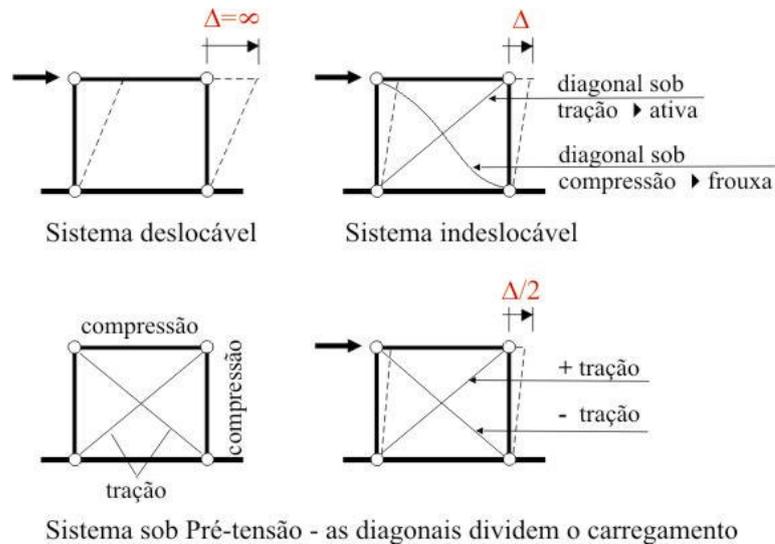


Figura 2.2 - Princípio de pré-tensão: sistemas em que a força de tração é dominante  
 Fonte: Adaptação de MOLLAERT, 2002, p.17.

Essas estruturas tiveram um grande desenvolvimento após a 2ª guerra, nos anos 50, entretanto as referências a estas formas estruturais são encontradas nas primeiras épocas da civilização e datam de 40.000 anos na Ucrânia, destacando-se as tendas – feitas de pele de animais e ossos – como uma das primeiras formas espontâneas de habitações construídas pelo homem. Porém, apenas com a invenção do laço e da tecelagem foi possível construir as primeiras estruturas em tensão: as tendas de tecido, as redes de pescar e as velas.

Essas edificações leves e móveis são utilizadas até os dias atuais por povos nômades (mongóis e turcos na Ásia, beduínos e árabes da África do Norte dedicados à criação de animais – cabras, camelos), sendo que cada cultura apresenta tipologias construtivas próprias que possibilitam a adaptação e proteção às excessivas variações climáticas das regiões desérticas em que se inserem. Nessas tipologias primitivas intuitivas que incorporam a mudança e o trânsito é possível reconhecer algumas características da construção industrializada, como a logística de fabricação, execução, montagem e transporte, onde a modulação e dimensões dos materiais correspondem à força humana e capacidade de transporte dos animais (camelos, dromedários, etc).

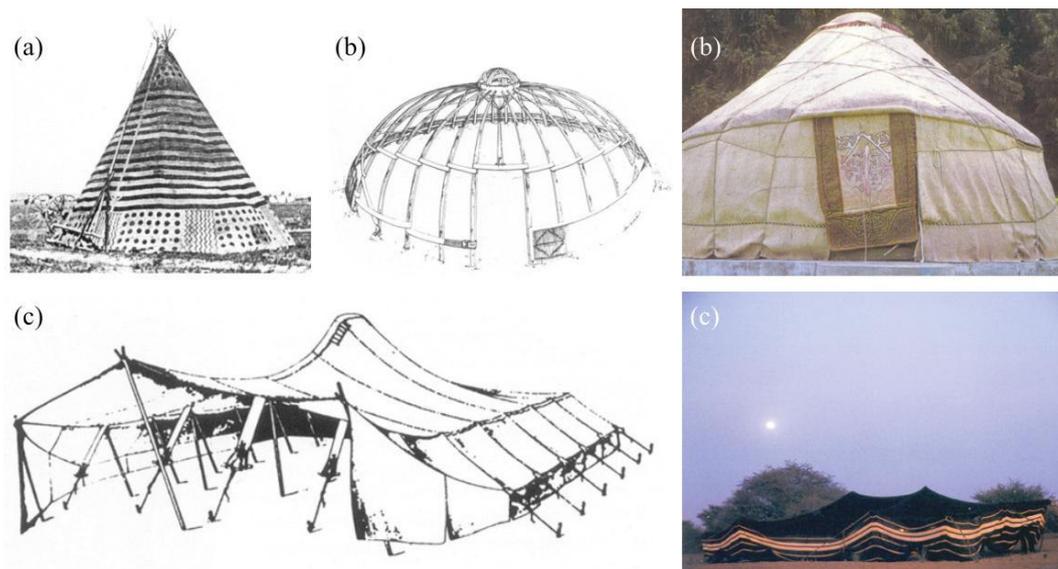


Figura 2.3 - Tendas nômades: primeiras formas espontâneas de habitações construídas pelo homem (a) Tendas dos índios norte-americanos – Fonte: KOCH, 2004, p.21; (b) Tenda Yurt – Fontes: KOCK, 2004, p.21 e BAHAMÓN, 2004, p.60; (c) Tenda Negra do oriente Médio – Fontes: KOCK, 2004, p.23 e BAHAMÓN, 2004, p.7.

Destacam-se as tendas cônicas do oeste da Sibéria e dos índios norte-americanos (Figura 2.3a) cobertas por peles de animais e com estrutura em feixe de madeira, a tenda cilíndrica *Yurt* (Figura 2.3b) na Mongólia, com estrutura em treliça plana de madeira e domo rotulado, cobertos por peles de animais e feltro, e a Tenda Negra do Oriente Médio (Figura 2.3c) – que é a que mais se aproxima das tendas pré-tensionadas do século XX, pela forma e funcionamento estrutural. Sua cobertura é estruturada por dois mastros cruzados centrais caracterizando a corcova central e apoios laterais baixos, sendo que a união de mastros com tirantes cria um sistema que atua como pórticos tridimensionais que aliados a membranas – tecido de pêlo de cabra – tracionadas resistem aos ventos fortes. A transformação da forma armada inicial para pré-tensionada só foi possível com a substituição das peles (cabra ou dromedário) por tecido (costurado e esticado por cordas afixadas debaixo do tecido), executado em teares pelas mulheres.

Segundo Pauletti (2003), os primeiros registros iconográficos de tendas (Figura 2.4) são fragmentos dos assírios (704-681 a.C.). Entretanto, essas foram introduzidas na cultura ocidental pelos exércitos persas (aparecem nos registros apenas a partir do séc. XIV, com pavilhões e tendas decorados), sendo transmitidas aos gregos e posteriormente aos romanos. As tendas militares romanas eram inicialmente cilindro-cônicas e suspensas

por um único mastro. Posteriormente, surgiram as tendas romanas com planta retangular (formadas por peças retangulares de couro de bezerro costuradas), denominadas *papilio* (borboleta) ou *tenda de borboleta* devido à sua forma particular de dobra (aproximava-se de um casulo) e montagem (desdobramento e abertura para ambos os lados a partir da cumieira), (PAULETTI, 2003).

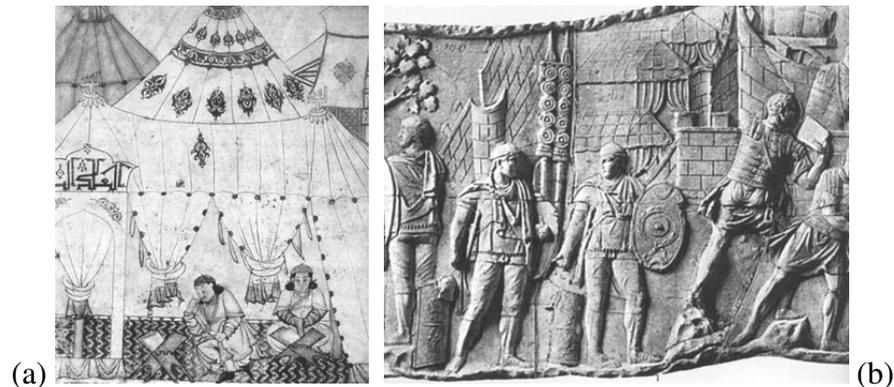


Figura 2.4 – Primeiros registros iconográficos das tendas: fragmentos dos Assírios (a) vista interna de uma tenda, *Tabriz*, Irã; (b) representação de tenda militar romana, relevo *Trajan' Column*, Roma – Fonte: KOCK, 2004, p.24.

Entre os objetos de uso cotidiano de proteção móvel contra sol ou chuva, pode-se citar o guarda-chuva, usado na Ásia, desde 500 anos a.C. Quando aberto para resistir às cargas de vento e chuva, as nervuras de aço são apoiadas nos elementos de compressão conectados à haste metálica e a superfície da membrana é submetida à tração.

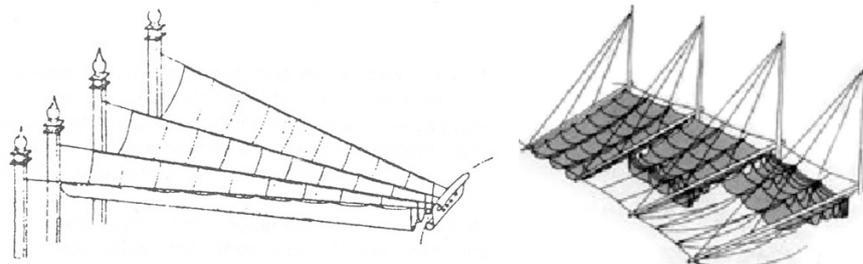


Figura 2.5 – *Velaria*:: cobertura de velas de linho, retrátil realizada pelos romanos  
Fonte: OTTO, 1979, p.29; JOTA, 2003, p.5.

Segundo Foster (1994), registros em afrescos em Pompéia (79 A.D.) destacam as coberturas retráteis realizadas pelos romanos para proteção do sol sobre pátios internos, praças, ruas, teatros e arenas (como o Coliseu, Roma), chamadas de *velaria* ou *velarium*, e segundo Otto (1979), que foram impulsionadas pela construção de barcos à vela. Essas coberturas constituíam-se de velas de linho, suspensas em cordas radiais

fixadas a mastros de madeira, travessas e de um mecanismo para se recolherem e se transformarem rapidamente (Figura 2.5).

A tenda como forma de construção desenvolveu-se muito pouco desde os romanos até o final do século XVIII. Nas culturas urbanas (sedentárias), as tendas passaram a serem utilizadas como coberturas temporárias ou móveis para acomodação das campanhas militares, festas campestres e eventos públicos. De acordo com Foster (1994), essa ausência de desenvolvimento pode ser explicada pela limitação da força dos tecidos e das conexões, além da instabilidade ao vento das superfícies de uma única curvatura.

No século XIX, surgiram os circos modernos nos Estados Unidos, como forma de entretenimento das populações urbanas, sendo inicialmente sedentários. Porém, com a revolução industrial, e conseqüentemente o desenvolvimento da tecelagem e a expansão das ferrovias (a partir de 1860), as companhias de circo americanas transformaram-se em itinerantes, disseminando seu uso na Europa e Estados Unidos (FOSTER apud PAULETTI, 2003).

Devido à necessidade de apresentação em locais diferentes, desenvolveram-se estruturas capazes de serem facilmente montadas e desmontadas, como o clássico '*Chapiteau*' de 50m de diâmetro, perímetro circular ou elíptico, que cobriam uma superfície de 2000 a 2500m<sup>2</sup> (Figura 2.6). A cobertura – em lona de linho ou cânhamo – era suportada por mastros centrais, intermediários (afixados a 60° do solo, possibilitando uma pequena pré-tensão ao tecido, diminuindo seu movimento) e periféricos, sendo esses estabilizados por cordas ancoradas no solo. Apesar da simplicidade estrutural, verifica-se uma cobertura com uma suave dupla curvatura, devido à forma circular.

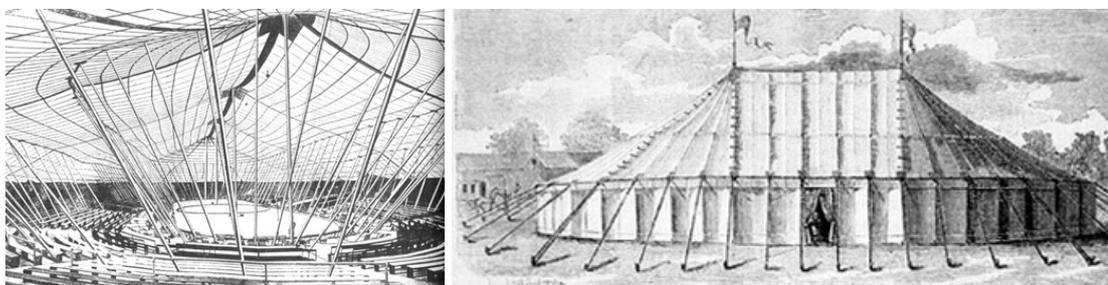


Figura 2.6 - Interior Circo itinerante e o clássico '*Chapiteau*'  
Fontes: KOCK, 2004, p.28 (arquivo: L. Stromeyer & Co. Constance); 'FOSTER, 2004, p.26.

Somente no final do século XIX, é que se iniciaram as idéias e as aplicações modernas das coberturas suspensas com os trabalhos do engenheiro russo Vladimir Shukhov – os quatro Pavilhões da Exibição Pan-Russa de *Nizhny Novgorod*, Rússia (1896). Os pavilhões apresentavam cobertura suspensa com dupla curvatura em direções opostas (superfície anticlástica), não retesada, formada por redes flexíveis feitas com fitas metálicas, com suporte central e coberta por finas chapas metálicas (Figura 2.7).

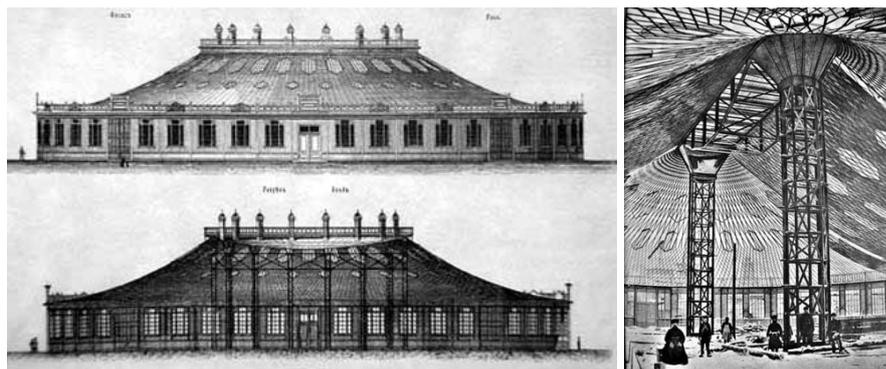


Figura 2.7 – Vistas: externa, internas Pavilhão da Exibição Pan-Russa, Rússia (1896)

Fonte: [http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/5/53/Oval\\_pavilion\\_by\\_Vladimir\\_Shukhov\\_1896.jpg](http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/5/53/Oval_pavilion_by_Vladimir_Shukhov_1896.jpg)

Apesar da inegável influência tecnológica das pontes suspensas – surgidas no início do século XIX –, os trabalhos de Shukhov têm como referência o pavilhão do circo como paradigma formal (FOSTER apud PAULETTI, 2003) e são considerados a primeira engenharia de estrutura de superfície na qual a cobertura da membrana e a estrutura formam uma unidade (OTTO, 1969).

Em 1937, o arquiteto Le Corbusier elaborou o Pavilhão dos *Tempe Nouveaux* na *Paris World Fair* – como uma grande tenda móvel –, para abrigar e transportar as idéias do urbanismo moderno, as bases da Carta de Atenas<sup>2</sup>. Apropriou-se da técnica tradicional de construção das tendas dos povos nômades associada a elementos da construção

---

<sup>2</sup> Carta de Atenas é o documento resultante do 4º CIAM (Congresso Internacional de Arquitetura Moderna), realizado em 1933. Apresenta as bases do Urbanismo Funcionalista e propõe um modelo de cidade, que devia satisfazer a quatro funções básicas: habitar, trabalhar, recrear-se e circular. Esses congressos (CIAM) aconteceram no período de 1928 a 1945, sob liderança de Le Corbusier, com objetivo de discutir os problemas habitacionais e urbanos.

moderna em aço, para unir de forma simbólica o passado e o presente e expressar a flexibilidade, a capacidade de adaptação e a qualidade (Figura 2.8 e Figura 2.9).

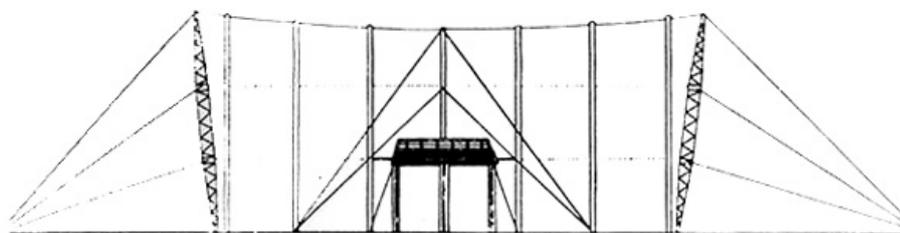


Figura 2.8 - Fachada do Pavilhão *Temps Nouveaux*, *World Fair*, Paris, 1937  
Fonte: KOCK, 2004, p.31.

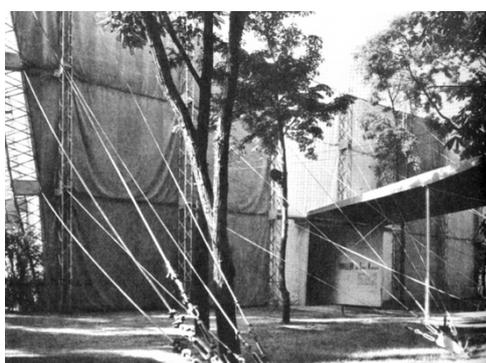


Figura 2.9 - Vista externa Pavilhão *Temps Nouveaux*, *World Fair*, Paris, 1937  
Fonte: KOCK, 2004, p. 30.

Porém, apenas em 1952, com o projeto da Arena de *Raleigh*, na Carolina do Norte, EUA, registra-se a primeira experiência significativa de coberturas em rede de cabos para grandes vãos (OTTO, 1969) e que introduziu o princípio de retesamento de superfícies de dupla curvatura em direções opostas, sendo considerada um ímpeto ao desenvolvimento das estruturas retesadas (PAULETTI, 2003).

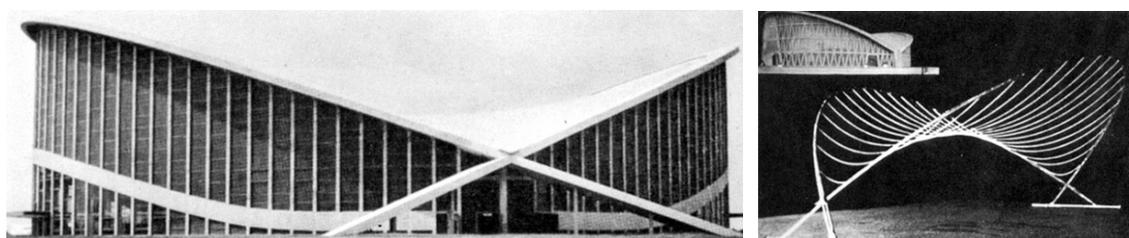


Figura 2.10 - Vista externa e modelo da Arena de *Raleigh*, Carolina do Norte, 1952  
Fonte: OTTO, 1969, p.56, p.21.

A cobertura projetada pelo arquiteto Matthew Nowicki, em forma de sela sobre uma área de 92x97m, compunha-se inicialmente de cabos catenários paralelos com flechas

variando de modo a aproximar-se de um parabolóide e cabos normais para reforçar a dupla curvatura gerada. Com a morte de Nowicki em 1950, os engenheiros Fred Severud e William H. Deitrick, que continuaram o trabalho, verificaram que era mais viável a substituição dos cabos catenários por uma rede de cabos uniforme estendida entre os dois arcos parabólicos inclinados (submetidos à compressão e suportados por pilares esbeltos). Segundo Otto (1969), a cobertura pode ser considerada uma estrutura de cabos suspensa livremente, com superfície tensionada-carregada devido à necessidade de cabos em direção aos suportes verticais externos, por baixo da parte central (Figura 2.10, Figura 2.11).

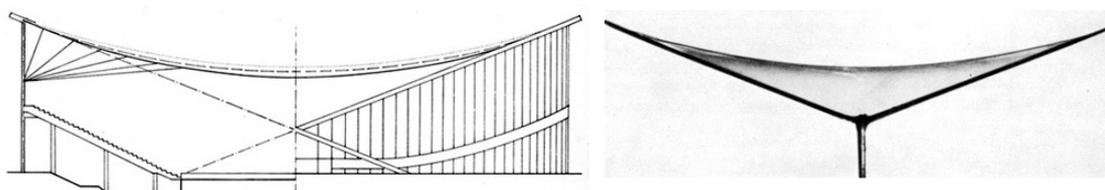


Figura 2.11 - Seção vertical e modelo em filme de sabão da Arena de *Raleigh*, Carolina do Norte  
Fonte: OTTO, 1969, p.56.

A grande estabilidade frente a carregamentos aerodinâmicos proporcionada pelas superfícies de dupla curvatura em direções opostas, verificada na Arena de *Raleigh*, influenciou arquitetos e engenheiros em todo o mundo, entre eles o arquiteto alemão Frei Otto. Entretanto, as obras existentes estavam limitadas às formas geométricas que os engenheiros eram capazes de expressar matematicamente, ou seja, estruturas retesadas com formas catenárias ou parabolóides hiperbólicos.

Segundo Addis (1994), esta situação que ocorreu nos anos 50, criou uma crise na engenharia estrutural, pois não havia um procedimento de projeto que possibilitasse o desenvolvimento desse tipo de estrutura baseada em ‘formas de equilíbrio’<sup>3</sup>, ou seja, formas que seguem o caminho das forças que nela atuam. Essa crise só foi resolvida

---

<sup>3</sup> Segundo Linkwitz (1999), o *design* das estruturas de membrana e rede de cabos é baseado em ‘formas de equilíbrio’ – formas que seguem o caminho das forças que nela atuam –, como por exemplo: o filme de sabão (superfície mínima) cuja forma resulta da interação do material e da força; a rede de cabos sob pré-tensão ou suspensa livremente por seus pontos de ancoragem; cabo suspenso livremente entre dois pontos fixos (catenária). Essas ‘formas de equilíbrio’ só puderam ser executáveis inicialmente com a ajuda de modelos, pois não podem ser definidas por uma simples equação matemática, mas por uma equação diferencial.

com a procura de novos procedimentos de projeto – diferente dos usados em projetos de redes de cabos como da Arena de *Raleigh* –, que contou, a princípio, inteiramente com modelos físicos, tendo como precursor o arquiteto Frei Otto.

Esses novos procedimentos de projeto possibilitaram a compreensão qualitativa do comportamento e a elaboração de estruturas reais, possibilitando aos engenheiros criar modelos matemáticos e programas computacionais para simulá-las. Esses métodos computacionais – desenvolvidos apenas no final dos anos 60 – possibilitaram lidar com matemática complexa – da geometria e do comportamento não-linear das curvas tridimensionais – e avançar no desenvolvimento e na análise dos modelos estruturais tridimensionais, sendo uma versão intensificada do procedimento elaborado por Otto.

As tensoestruturas, nos anos 60, provocaram uma mudança significativa, uma revolução na cultura construtiva, e de acordo com Addis (1992), impulsionaram o desenvolvimento da engenharia e de novos materiais, devido à contribuição dos arquitetos e engenheiros em desenvolver novos procedimentos de projetar.

Os sucessores imediatos da Arena de *Raleigh*, segundo Pauletti (2003), foram obras brasileiras: Pavilhão do Rio Grande do Sul (Figura 2.12a), São Paulo, Brasil, 1954, projetado pelos engenheiros Alberto Borges e Ricardo Alliana (cobertura em rede de cabos tensionada-carregada estendida sobre área de 102 x 60m acima dos arcos, ancorados na fundação) e o Pavilhão de São Cristóvão (Figura 2.12b), Rio de Janeiro, Brasil, 1960, projetado pelo arquiteto Sérgio Bernardes e o engenheiro Paulo Fragoso (cobertura hiperbolóide parabólica se ancora em uma estrutura auto-equilibrada de concreto armado, cuja projeção horizontal é uma falsa elipse de 250 x 165m).

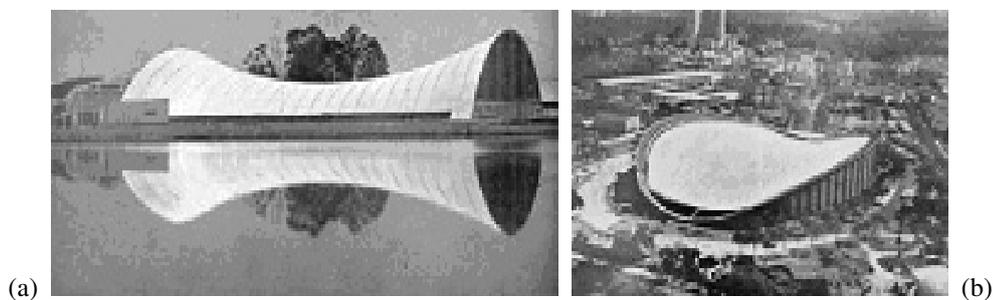


Figura 2.12 – Pavilhões: (a) do Rio Grande do Sul, SP, 1954 e (b) de São Cristóvão, RJ, 1960.  
Fonte: <http://www.lmc.ep.usp.br/people/pauletti/>

Dentre as obras notáveis nesse período, destacam-se a Concha acústica de *Melbourne* (Figura 2.13a), Frei Otto, Austrália, 1958 (possivelmente o primeiro exemplo bem sucedido de rede de cabos de dupla curvatura em direções opostas), o Estádio de *Hokey* (Figura 2.14), Severud e Saarinen, Universidade de *Yale*, 1958 (arco central comprimido) e os Estádios das Olimpíadas de Tóquio-1966 (Figura 2.13b), Kenzo Tange, Tóquio, 1964, (coberturas com cabos mestres catenários), (PAULETTI, 2003).

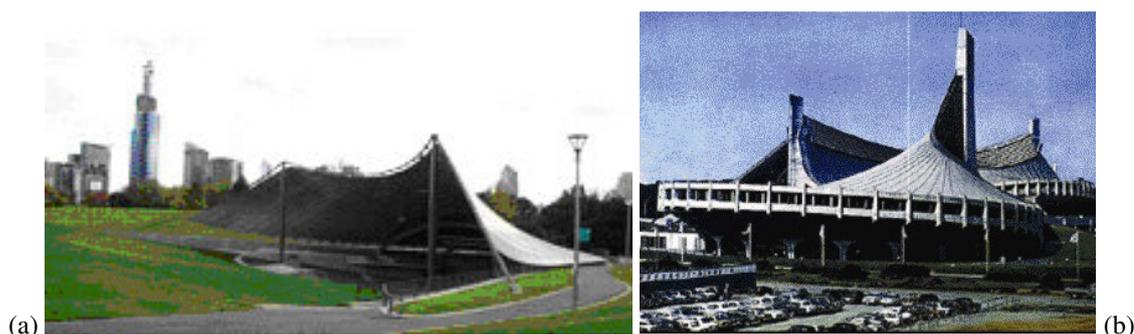


Figura 2.13 – (a) Concha acústica, Melbourne, 1958, (b) Estádios: Olimpíadas de Tóquio, 1966  
Fonte: <http://www.lmc.ep.usp.br/people/pauletti/>



Figura 2.14 - Estádio de *Hokey*, Universidade de *Yale*, 1958  
Fonte: OTTO, 1969, p.55.

Um outro campo de aplicação das estruturas retesadas são as estruturas pneumáticas, onde é possível ter todos os elementos trabalhando em tração. Deriva dos desenvolvimentos das tecnologias dos balões de ar quente na França, no final do século XVIII, tendo como referência os trabalhos dos Irmãos Montgolfier (1783) e do brasileiro Santos Dumont (1906), pioneiro na construção de balões dirigíveis (Figura 2.15).

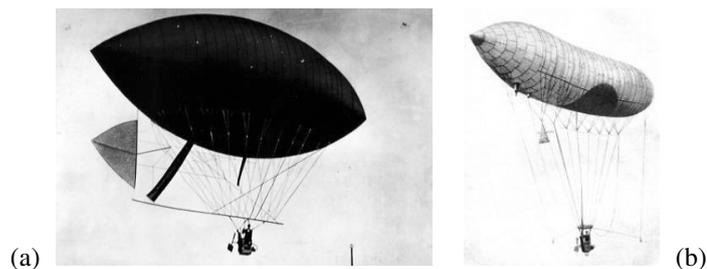


Figura 2.15 – (a) Dirigível Nº 3 (1899); (b) Nº 1(1898) de Santos-Dumont  
 Fonte: [http://pt.wikipedia.org/wiki/Santos\\_Dumont](http://pt.wikipedia.org/wiki/Santos_Dumont).

As primeiras propostas de uso do balão como estrutura suporte de edificação foram do engenheiro inglês F.W. Lanchester em 1917, quando registrou uma patente de construção de tendas para hospitais e depósitos. Segundo Foster (1994), ele de fato inventou a “*air-house*” esférica ou parcialmente esférica, suportada por superfícies de membrana semicilíndricas e estabilizada contra vento e neve pela diferença de pressão do ar interno e externo. Mas devido à falta de materiais adequados, e por não terem despertado interesse na época, não foram executadas.

Contudo, as pesquisas e o lançamento do livro *Tensile Architecture* de Frei Otto em 1962 e o *1st Internacional Colloquium on Pneumatic Structures* em 1967 impulsionaram sua aplicação, que teve seu apogeu na Expo’70, em Osaka, com destaque para o Pavilhão da *Fuji* e o Pavilhão Americano.

O Pavilhão da *Fuji* (Figura 2.16a) é uma edificação temporária, em membrana plástica, composta de 16 arcos inflados de seção circular de 4m de diâmetro, ancorados em um anel circular de concreto, com 50m de diâmetro e atingindo altura de 25m e o Pavilhão Americano (Figura 2.16b) apresenta cobertura em membrana de vinil em forma de domo oval com cabos dispostos numa malha losangular.

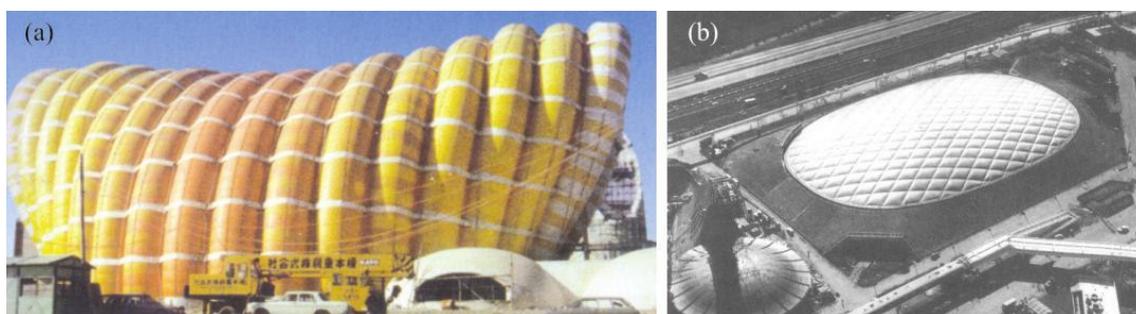


Figura 2.16 - (a) Pavilhão da Fuji e (b) Pavilhão Americano, Expo’70, Osaka  
 Fonte: KOCK, 2004, p.116 e p.44.

### 2.1.1 FREI OTTO

O arquiteto Frei Otto<sup>4</sup> iniciou suas pesquisas nos anos 50, observando as formas e estruturas da natureza e a fisiologia dos animais, buscando identificar o consumo de matéria e energia desses sistemas. Explorou também empiricamente uma série de superfícies com formas livres e com duplas curvaturas – analisando geometria, comportamento e tensão em experimentos a partir de modelos físicos precisos e refinados – com correntes, rede de cabos, membranas elásticas e filmes de sabão (material puramente plástico).

Segundo Drew (1976), Frei Otto buscava uma forma especial de olhar a ação e reação das forças dentro de um sistema estrutural procurando otimizar o padrão das forças e da forma da estrutura, eliminando todo o material que não pertencesse a sua essência. Partindo da premissa que a forma é a fonte da eficiência estrutural, Otto começou então, a construir um vocabulário de formas estruturais e de sistemas interconectados em busca de uma linguagem estrutural própria, de sistemas estruturais de menor peso e maior eficiência.

Porém, como essas ‘formas de equilíbrio’ não dispunham nesse período, de expressões analíticas convenientes e desafiavam a engenharia de estruturas, pois, segundo Pauletti (2003), “em essência, trata-se assim de um tipo de estrutura em que, ao contrário das demais, a forma não é um dado para o cálculo, mas uma incógnita a determinar”, Otto desenvolveu então, um procedimento de projeto inteiramente novo fundamentado em modelos físicos.

Para representar o material e a estrutura real, Otto utilizava com frequência, três tipos de modelos (redes e correntes inelásticas, tecidos elásticos e o filme de sabão) para gerar diferentes tipos de informação, sendo que, algumas vezes também executava moldes sólidos para permitir o estudo do corte e da planificação das superfícies.

---

<sup>4</sup> Frei Otto nasceu em *Siegmars, Saxony* em 1925. Arquiteto, mestre e doutor em construções tensionadas (1954). Atua como arquiteto desde 1952 na Alemanha. Fundou o *Institute for Lightweight Structures and Conceptual Design (ILEK)*, em Berlim em 1957, transferido em 1964 para *Stuttgart*.

Otto elaborou inicialmente, pavilhões transitórios em lona para feiras e exposições na Europa, sendo a primeira cobertura do Pavilhão da Música, *Bundestgartenschau, Kassel, 1955* (Figura 2.17), em forma de sela tensionada, baseada na superfície mínima. Dentre as suas obras podemos destacar o Pavilhão Alemão, *World Fair Montreal* e o Estádio Olímpico de Munique.

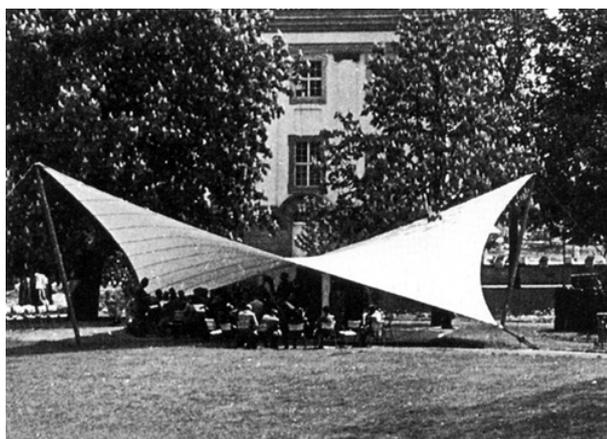


Figura 2.17 - Pavilhão da Música, *Bundestgartenschau, Kassel, 1955*  
Fonte: KOCK, 2004, p.31.

O Pavilhão Alemão na *World Fair Montreal* (1967) foi realizado com Rolf Gutbrod's, e é o primeiro trabalho permanente em grande escala, que marcou a consolidação da moderna da tensoarquitetura na forma de superfícies de dupla curvatura em direções opostas (Figura 2.18). Este projeto foi todo desenvolvido a partir de modelos protótipos, em escala precisa para estudo e teste, a partir dos quais a geometria e os padrões de corte foram determinados – sendo essa uma pré-condição de Otto para realizar o trabalho. As tensões e deformações foram também tratadas empiricamente, iniciando com a construção de pequenos vãos e crescendo paulatinamente (PAULETTI, 2003). Como o comportamento estrutural é condicionado pela geometria, a aproximação dos modelos possibilitou unir as diretrizes da arquitetura, a lógica estrutural e o método construtivo (FOSTER, 1994). A cobertura em rede de cabos (revestida em membrana de *polyester* coberta por PVC) é suspensa por mastros com variação de altura e inclinação sobre uma planta irregular. As aberturas – *eye loops* – na superfície da rede interceptam e transmitem aos cabos as forças concentradas do topo dos mastros.

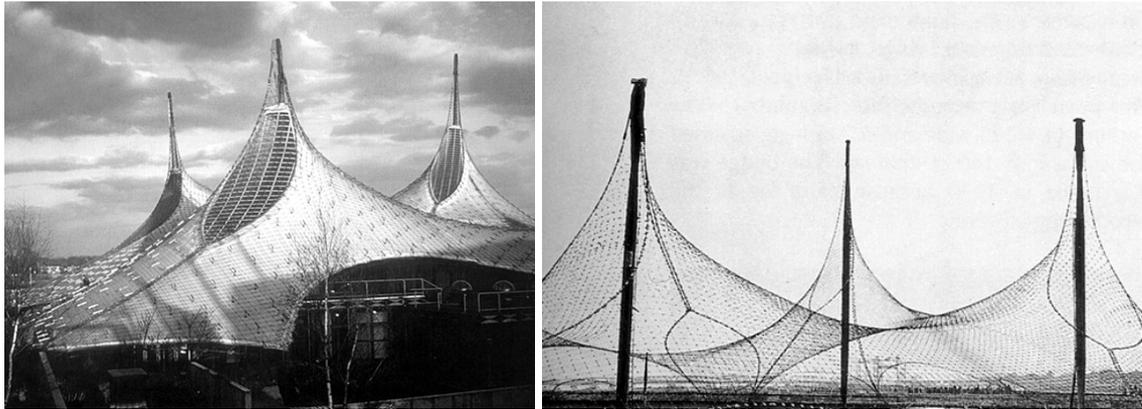


Figura 2.18 - Pavilhão Alemão, *World Fair* Montreal, 1967: Vista geral e construção da rede de cabos  
Fontes: KOCK, 2004, p.32; Construção da rede de cabos – EEKHOUT, p.17.

O Estádio Olímpico de Munique (1972) é a maior estrutura permanente projetada por Otto e marca o início da modernidade da engenharia das estruturas retesadas (DREW, 1979 *apud* PAULETTI, 2003), (Figura 2.19, Figura 2.20). O projeto foi desenvolvido em pequenos modelos de arame e tecido elástico para determinação da forma, porém com as dificuldades para determinar o retesamento de cabos, adotou-se pela primeira vez na história das estruturas retesadas um modelo matemático e protótipos virtuais para o estudo do comportamento e capacidade estrutural.



Figura 2.19 - Estádio Olímpico de Munique, 1972  
Fonte: KOCK, 2004, p. 34; Foto Célio Firmo.

O avanço dos métodos de cálculo, o desenvolvimento de materiais (fibras sintéticas e aço) com alta resistência, o abandono da uniformidade industrial e a busca por uma arquitetura plural, adaptável, associados à divulgação do trabalho de Frei Otto, possibilitaram a aplicação dessas coberturas em edificações de grande porte como aeroportos, estádios esportivos e centros de convenção em várias partes do mundo.



Figura 2.20 - Estádio Olímpico de Munique, 1972  
Fonte: FOSTER, 1994, p.167.

### 2.1.2 TENSOESTRUTURAS NO BRASIL

No Brasil, as estruturas ainda estão limitadas a pequeno e médio porte. Destacam-se a cobertura do Auditório Araújo Viana, RS, diâmetro 67m e a Marina da Glória, RJ, projetos do engenheiro Nelson Fiedler (Figura 2.21).



Figura 2.21 - Auditório Araújo Viana, RS; Marina da Glória, RJ  
Fonte – <http://www.fiedler.eng.br>

Pode-se citar também a nova cobertura em lona do Circo Voador, uma casa de espetáculos no Rio de Janeiro, elaborado pela da DDG Arquitetura (Figura 2.22). A cobertura em membrana sustentada por estrutura em aço, foi elaborada para garantir o isolamento acústico e térmico e o bom funcionamento do espaço. No sistema acústico idealizado pelo engenheiro Fernando Alvim Richard, a membrana externa (composta

por três camadas de lona vinílica recheadas com duas camadas de 100mm de lã mineral) recebeu sob toda a nave principal 150 módulos de sanduíches tubulares (recheados de lã mineral) formando um colchão.

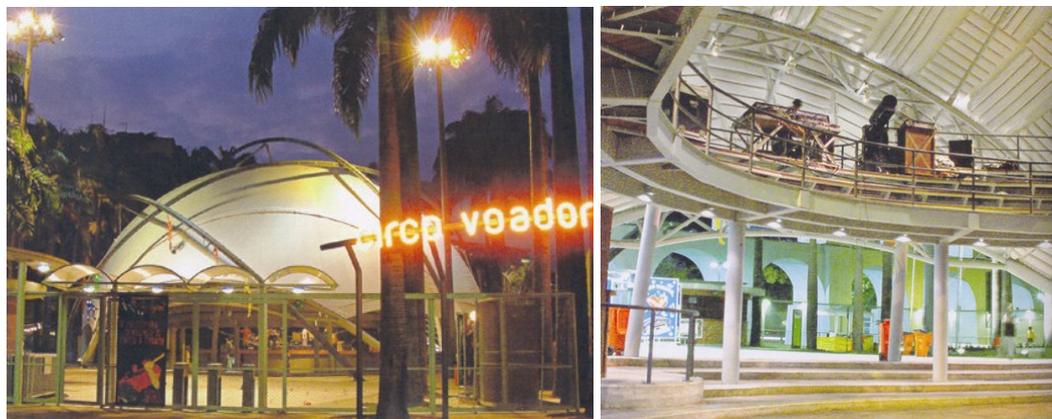


Figura 2.22 - Circo Voador, Lapa, Rio de Janeiro – Fotos: DDG Arquitetura  
Fonte: REVISTA ARQUITETURA & AÇO, Rio de Janeiro: CBCA-IBS, n.12, dez. 2007, p. 12 e 13.

Outra proposta interessante é o complexo de 3000m<sup>2</sup> que abriga a Feira do Quatro (área de comércio livre) em Ananindeua, Pará, elaborada pelos arquitetos José Maria Coelho Bassalo e Flávio Campos do Nascimento (Figura 2.23). Esse é formado por módulos metálicos hexagonais em aço independentes (em forma de cálice e tenda cônica) que se interconectam e formam um único sistema e são cobertos por membrana têxtil (fibras de *poliéster* e PVC), translúcidas e opacas.



Figura 2.23 - Feira de Ananindeua, Pará – Fotos: Octávio Cardoso e Meia Dois Nove  
Fonte: REVISTA ARQUITETURA & AÇO, Rio de Janeiro: CBCA-IBS, n.12, dez. 2007, p. 27 e 29.

É importante destacar também a cobertura da Igreja Batista de Fortaleza, Ceará, realizada em 2002, sobre um anfiteatro pré-existente, abrangendo uma área de 2900m<sup>2</sup>, (Figura 2.24). Essa obra cuja arquitetura foi elaborada por Nasser-Hissa Arquitetos Associados e a engenharia do Prof. Ruy Marcelo Pauletti, pela Escola Politécnica da

Universidade de São Paulo, construída pela Formatto, é o primeiro caso completo de um processo computacional numérico – estudo da forma e planificação da superfície, via programa *Ansys* –, realizado no Brasil e validado por modelos físicos. O primeiro modelo construído em papel e enrijecido com resina acrílica, na escala 1:50, propiciou checar o processo de planificação da superfície e realizar o teste em túnel de vento para se obter uma estimativa precisa dos coeficientes da pressão do vento. O segundo modelo – escala 1:10, em tecido de PVC e mastros em aço – visou verificar o processo de fabricação, montagem e pretensão (PAULETTI, 2004).



Figura 2.24 - Igreja Batista de Fortaleza  
Fonte: PAULETTI, 2004, p.8.

## 2.2 USOS E APLICAÇÕES

Devido à leveza (capacidade de vencer grandes vãos com baixo peso), translucidez do material (possibilita eliminar a luz artificial durante o dia), adaptabilidade a várias condições climáticas (controle da luz e temperatura interna), flexibilidade de assentamento (mobilidade) e forma expressiva, as estruturas em membranas tensionadas podem ser utilizadas como coberturas externas de caráter permanente ou justapostas a outras edificações e como estruturas conversíveis, móveis e temporárias.

## 2.2.1 COBERTURAS DE CARÁTER PERMANENTE

**Terminal de Passageiros de *Jeddah***, Arábia Saudita, 1981, projetado por Fazlur Khan e pela empresa Skidmore-Owings-Merril com consultoria do engenheiro Horst Berger – é a maior cobertura até o presente, com 210 módulos de membranas cônicas com base quadrada de 45m, totalizando uma área de 470.000m<sup>2</sup> (Figura 2.25).



Figura 2.25 - Terminal de Passageiros de *Jeddah*, Arábia Saudita, 1981  
Fonte: <http://www.denardis.com/horstberger.html>

**Aeroporto de *Denver***, projetado pelo arquiteto Ian Fraser e o engenheiro Horst Berger, 1993 – apresenta cobertura composta de duas camadas de membrana (fibra de vidro coberta com Teflon), espaçadas 60cm para isolamento térmico e acústico (atende a condições adversas de serviço e clima), sobre uma área de 140.000m<sup>2</sup> (Figura 2.26).



Figura 2.26 - Aeroporto de *Denver*, 1993  
Fonte: <http://www.denardis.com/horstberger.html>

**Domo do Milênio**, *Greenwich*, Londres, 1999, arquitetura de Richard Rogers e engenharia de Buro Happold – cobertura em rede de cabos retesados (coberta com dupla camada de membrana em fibra de vidro/ teflon) suportados por estais apoiados em 12 mastros metálicos de 100m de altura. O Domo tem 320m de diâmetro e 50m de altura no centro (Figura 2.27).



Figura 2.27 - Domo do Milênio, *Greenwich*, 1999  
Fonte: KOCK, 2004, p.227, p.229.

**Rocket Tower**, *National Space Center*, *Leicester*, Inglaterra, 2000, projeto da firma Nicholas Grimshaw & Partners, engenharia da empresa Ove Aup & Partners – edifício de 40m de altura em estrutura metálica a qual são afixadas camadas horizontais de lentes pneumáticas transparentes (infladas e retesadas), produzidas com filmes ETF –, abriga os foguetes expostos. As lentes infladas reduzem a insolação sobre o edifício e atenuam o condicionamento ambiental (Figura 2.28).



Figura 2.28 - *Rocket Tower*, *National Space Center*, *Leicester*, 2000  
Fonte: KOCK, 2004, p.45.

*Fountain Tent Starwave*, Colônia, Alemanha, construída em 1957 e reconstruída em 2000, Frei Otto. Os ensaios demonstram que essa cobertura (extensão de 36m e altura de 11m), composta de doze módulos de superfícies iguais, aproxima-se da superfície mínima. Além disso, as direções do tecido (urdidura/ trama) estão alinhadas com os eixos das curvaturas principais (FOSTER, 2004), (Figura 2.29).

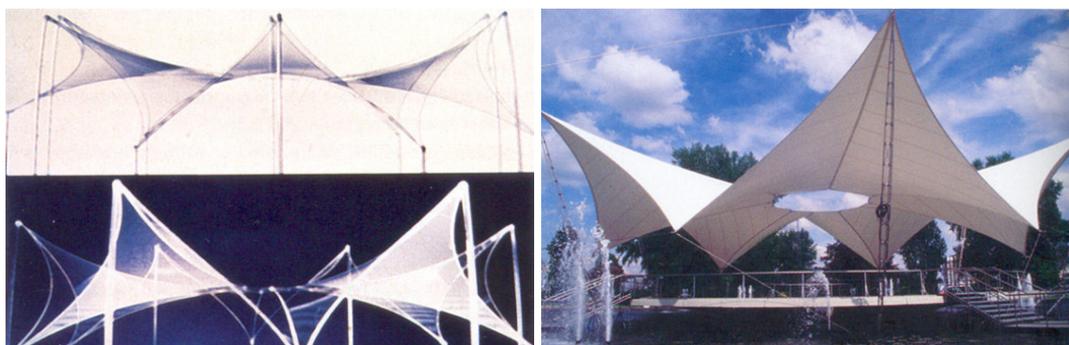


Figura 2.29 - *Fountain Tent Starwave*, Colônia, 1957  
Fonte: FOSTER, 2004, p.47, p.44.

## 2.2.2 COBERTURAS TEMPORÁRIAS

As coberturas temporárias são uma intervenção reversível no ambiente, pois podem ser desmontadas e transportadas em pequenos volumes como as tendas nômades, permitindo a mobilidade e a variação de localização. Essa flexibilidade de assentamento é alcançada devido à precisão da modulação, padronização e leveza dos componentes, além da capacidade de ajuste e intercambialidade das conexões. Essas características são importantes e essenciais para estruturas usadas também em situações de emergência, quando se faz necessária à proteção de grande número de pessoas em pouco tempo.

**Tenda modular *Assembly***, Malásia, SL-Rasch e Jürgen Bradastsch com Frei Otto, 1997 – a cobertura se desenvolve como uma estrutura modular, com várias camadas de membrana que propiciam a ventilação e o isolamento térmico, para regiões tropicais (Figura 2.30). A camada externa é feita em tecido com malha aberta para evitar excessiva radiação e proporcionar o sombreamento e a segunda camada é impermeável propiciando a proteção da chuva e ventos. A escolha dos tecidos das membranas também considerou as propriedades térmicas para evitar a transmissão da radiação excessiva (FOSTER, 2004).

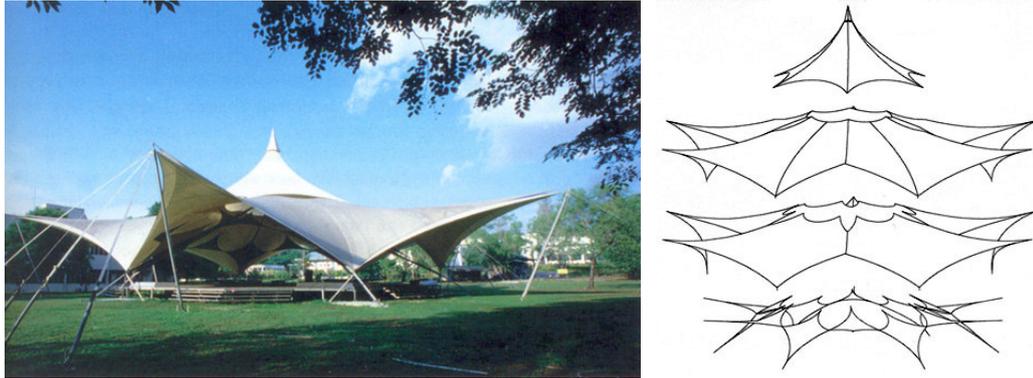


Figura 2.30 - Tenda modular *Assembly*, Malásia, 1997  
 Fonte: FOSTER, 2004, p.87.

***Music Pavilion***, Nova York, USA, arquitetura: FLT Architects, engenharia: MG McLaren, P.C., Buro Happold. Essa estação modular móvel foi desenvolvida para a Filarmônica de Nova York e a *Metropolitan Opera*, objetivando propiciar melhores condições acústicas para os concertos de verão iniciados em 1965, que acontecem anualmente nos parques (FOSTER, 2004), (Figura 2.31).

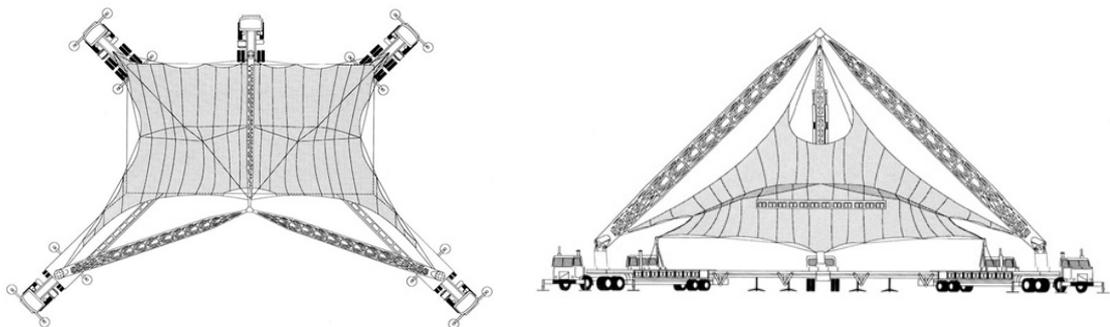
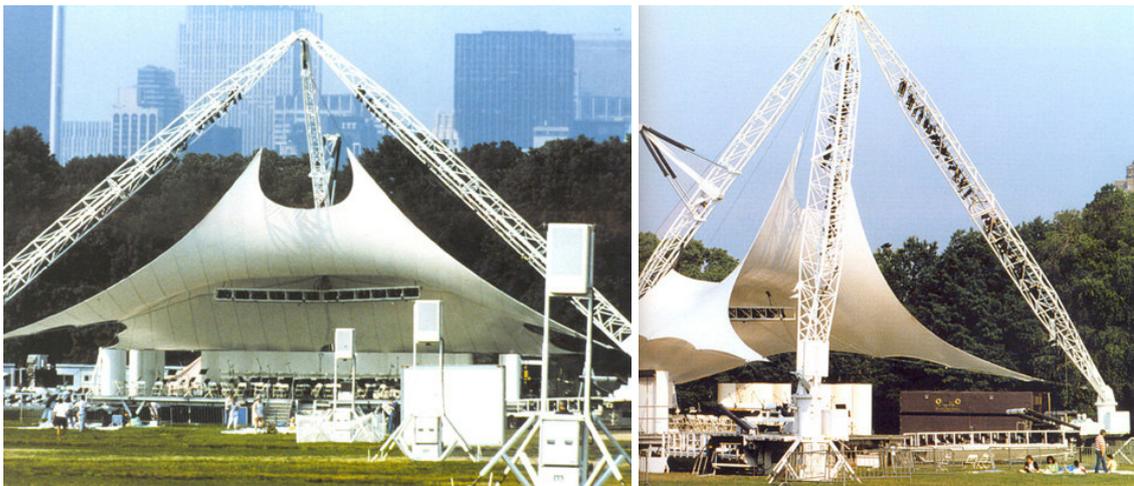


Figura 2.31 - *Music Pavilion*, Nova York, USA  
 Fonte: KOCK, 2004, p. 150, 151, 153.

Esse pavilhão é transportado por sete caminhões, sendo necessário ao seu assentamento o acesso de veículos em solo firme. A estação (cobertura e as torres de som) é montada mecanicamente em apenas seis horas: a cobertura (poliéster cobertas com PVC e PVDF) suportada por cabos e três treliças de aço rotuladas de 26m de comprimento – é elevada por cinco caminhões articulados e integrados na montagem. São utilizados cabos com fibras de *Kevlar* que, devido a sua flexibilidade, propiciam rapidez na montagem da estrutura. O palco (12x24m – em estrutura de alumínio e laminado de madeira) é desdobrado hidráulicamente por um reboque centralizado e os painéis acústicos situam-se atrás da orquestra e propiciam adequada condição acústica.

### 2.2.3 COBERTURAS CONVERSÍVEIS E RETRÁTEIS

São feitas de maneira que sua forma possa ser alterada quando necessária e em relativo espaço de tempo. Estão associadas aos mecanismos de dobra (membranas afixadas a estruturas de tesouras) ou deslizamento (membranas afixadas em cabos afixados em roldanas que correm sobre trilhos) e possibilitam a experiência do espaço aberto e fechado. As edificações retráteis são também conhecidas com estruturas cinéticas, pois introduzem na edificação o movimento, por meio da variação da forma no espaço.

***Umbrellas*** – *Prophet's Mosque*, Medina, Arábia Saudita, 1991, arquitetura Bodo Rasch. Esse conjunto de coberturas retráteis utiliza a energia solar para seu funcionamento (abertura) e propicia o sombreamento em Medina (Figura 2.32).

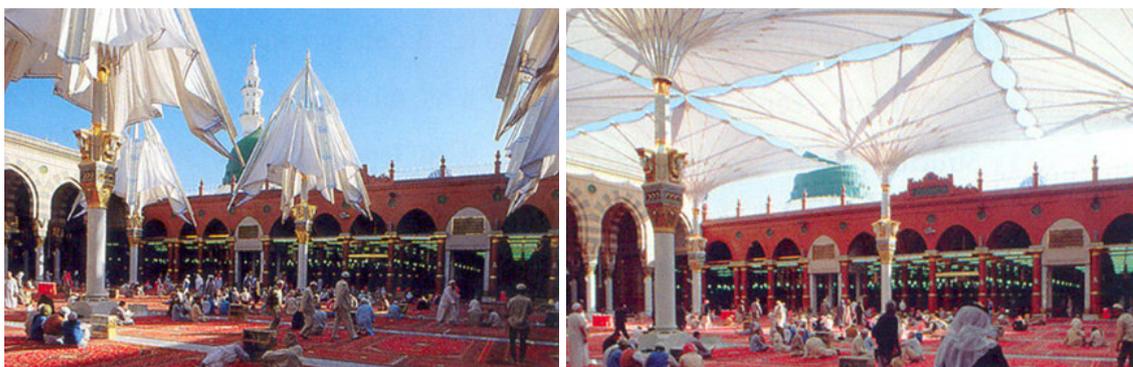


Figura 2.32 - *Umbrellas* – *Prophet's Mosque*, Medina, Arábia Saudita, 1991  
Fonte: FOSTER, 2004, p.89.

**Tennis Arena**, Hamburgo, Alemanha, arquitetura: *ASP Architects Schweger Partner*, engenharia: *Sobek+Rieger*, 1990. A cobertura da arena foi construída em 1990 para

permitir os jogos em quaisquer condições climáticas. A estrutura com extensão livre de 102m, derivou da roda de bicicleta (FOSTER, 2004).

Consiste em uma cobertura permanente com uma área central retrátil com diâmetro interno de 63m, abrangendo 3000m<sup>2</sup>. A posição assimétrica do ponto central da cobertura tem a intenção de evitar as sombras no centro da quadra. A estrutura da cobertura é composta de raios superiores e inferiores que conectam o cilindro oco interno ao anel externo e aos mastros suspensos (estabilizados por quatro feixes de cabos e conectados na base do anel externo). A cobertura móvel quando fechada situa-se sob o cilindro oco e é aberta até a estrutura externa por roldanas deslizantes que se apóiam nos pares de cabos superiores e inferiores (Figura 2.33, Figura 2.34).

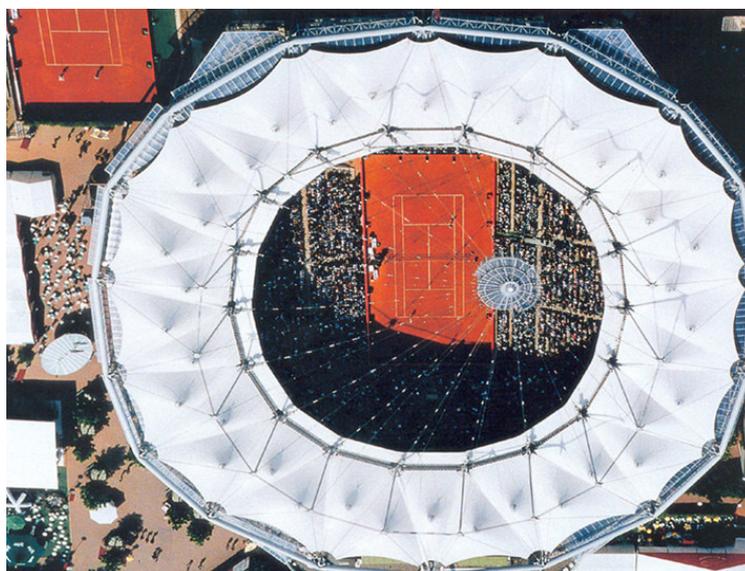


Figura 2.33 - *Tennis Arena, Hamburgo, 1990* (vista superior)  
Fonte: KOCK, 2004, p. 211.

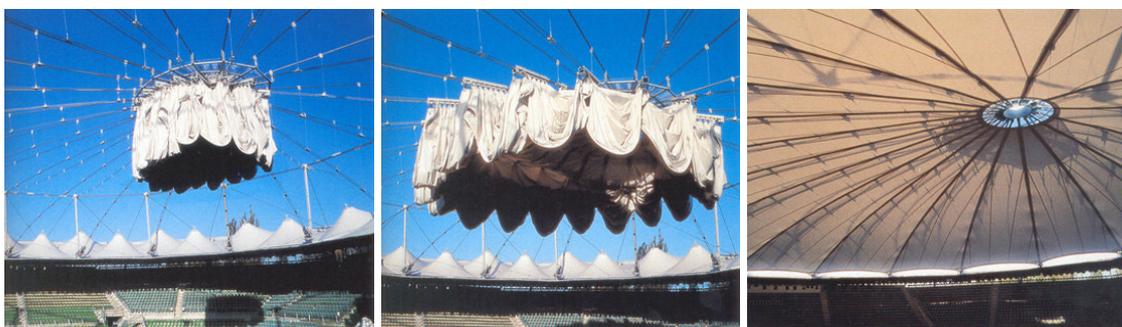


Figura 2.34 - *Tennis Arena, Hamburgo, 1990* (vista interna)  
Fonte: KOCK, 2004, p. 213.

## 3 SISTEMA CONSTRUTIVO

### 3.1 PRINCÍPIOS GERAIS

As tensoestruturas são sistemas híbridos formados pela associação das membranas de dupla curvatura e o sistema suporte na transmissão dos esforços, cujo comportamento se caracteriza por uma grande flexibilidade devido à otimização da forma e da matéria. Isso quer dizer que a estabilidade tridimensional e eficiência desse sistema estão associadas à geometria e ao comportamento conjunto e contínuo de todos os componentes e do sistema global em estado de tensão ou retesamento (não frouxo).

Esse sistema pode ser comparado à estrutura do corpo humano, onde os ossos são equilibrados por meio de elementos tracionados (músculos, tendões), ou melhor, “a pré-tensão da pele e dos músculos capacita-os de suportar a extensa distribuição do carregamento na superfície, enquanto a tensão de compressão e flexão está concentrada localmente”, de acordo com OTTO (1969).

### 3.2 SISTEMA SUPORTE



Figura 3.1 - Sistema suporte: (a) mastros e cabos; (b) pórticos  
(a) *Schlumberger Laboratory, Cambridge, UK, 1984* – Fonte: EEKHOUT, p.26  
(b) *Estação de Metrô, Bruxelas* – Fonte: BAHAMÓN, 2004, p.23.

O sistema suporte organiza os limites tridimensionais das superfícies das membranas, transfere as forças para a ancoragem, mantém o equilíbrio e influencia o nível de força que atua sobre as membranas. Compreende os elementos flexíveis trabalhando a tração

(cabos) e estruturas a flexo-compressão (mastros, vigas, arcos, anéis, vigas, pórticos, etc), (Figura 3.1) e ou tração e compressão (*tensigrity* e treliças), (Figura 3.2).

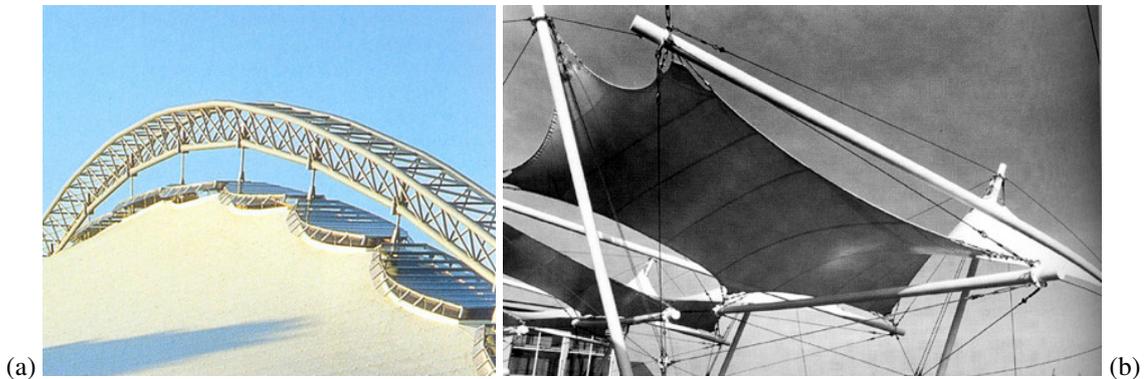


Figura 3.2 - Sistema suporte: (a) arco treliçado; (b) sistema *tensigrity*  
(a) Estádios Olímpicos de Munique, 1972 – Fonte: KOCK, 2004, p. 84.  
(b) *Tensigrity*, Loes van der Horst e Mick Eekhout – Fonte: EEKHOUT, p.88.

### 3.3 MEMBRANA

A membrana é uma superfície linear contínua bidimensional (duas dimensões significativas, sendo a terceira muito reduzida), uma grande ‘vela’ com espessura e peso mínimos, cuja estabilidade, eficiência e capacidade de resistir aos carregamentos externos e transmiti-los aos elementos suportes, estão condicionadas à sua forma e ao seu estado de tensão ou retesamento (não frouxo).

A forma revela o caminho das forças, conseqüentemente, forma e estrutura são interdependentes. Portanto, para facilitar a compreensão de como as membranas suportam os carregamentos, será feita uma analogia a uma rede de cabos – estruturas formadas por elementos uniaxialmente tracionados –, ou seja, a membrana será considerada uma malha uniforme muito fina de fios individuais (Figura 3.3).

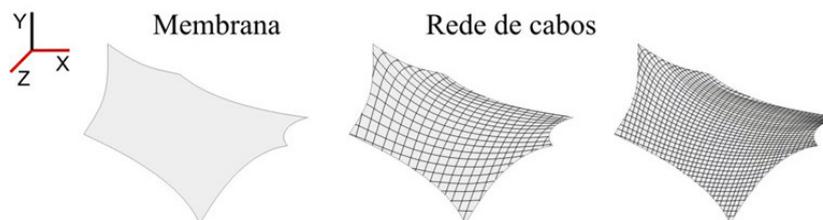


Figura 3.3 - Sistema suporte bidimensional: membrana e rede de cabos

### 3.3.1 COMPORTAMENTO DA MEMBRANA: ANALOGIA A REDE DE CABOS

O fio ou cabo individual é um elemento suporte unidimensional linear e esbelto (pequena dimensão da seção transversal em relação a longitudinal) que quando comprimido ou carregado transversalmente em qualquer ponto, se torna instável, muda de forma com a variação do carregamento (Figura 3.4).

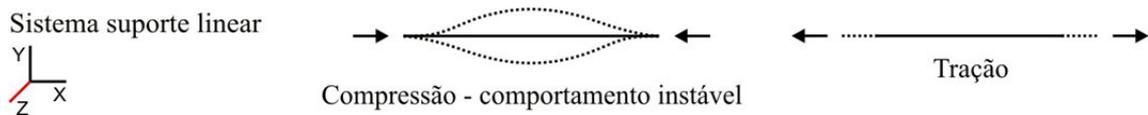


Figura 3.4 - Comportamento dos cabos

Entretanto, o cabo é capaz de suportar carregamentos externos desenvolvendo esforços axiais de tração que se distribuem de maneira uniforme em toda a sua seção transversal. A forma que o cabo adquire corresponde ao caminho que as forças que atuam sobre ele, e esse caminho recebe o nome de funicular (*funis*: corda, *gonia*: ângulo), podendo adotar diferentes configurações como: catenária (cabo suspenso entre dois pontos fixos e carregado uniformemente), circular (cabo carregado uniformemente em ângulos iguais), parabólica (cabo sob cargas iguais aplicadas em intervalos horizontais uniformes), ou cabo suspenso sob ação de carga concentrada, (Figura 3.5).

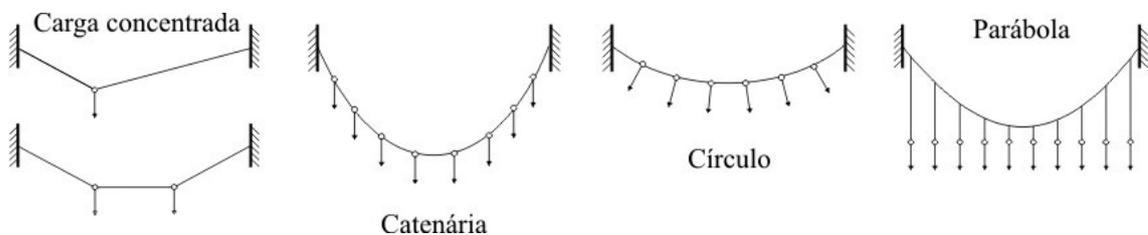


Figura 3.5 - Configurações de cabos sob carregamento  
Fonte: Adaptado de OTTO, 1969, p.18.

Isso quer dizer que o cabo, devido a sua falta de rigidez a flexão e compressão é suscetível a grandes mudanças e deformações geométricas, ou seja, resiste ao carregamento aplicado somente alterando a sua da forma e se estiver tracionado (a força é sempre tangente ao eixo do cabo). Portanto, o equilíbrio só é possível na configuração deformada (Figura 3.6).

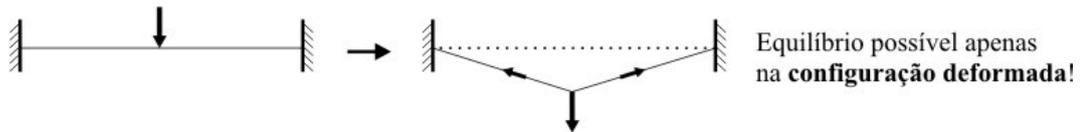


Figura 3.6 - Configuração de equilíbrio do cabo

Extrapolando essas idéias para a rede de cabos (estrutura suporte bidimensional composta de elementos lineares) disposta, livremente, segundo seu peso próprio, percebe-se que a estrutura é flexível, conforme Figura 3.7. Isso quer dizer que, a superfície tridimensional da rede de cabos apresenta o mesmo comportamento estrutural dos cabos: a forma que adquire corresponde ao caminho das forças que atuam sobre ela, e o equilíbrio só é possível na configuração deformada.

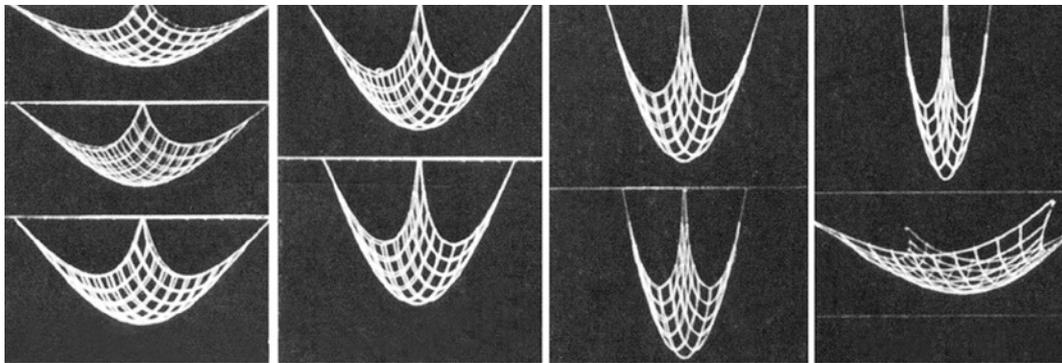


Figura 3.7 - Rede de cabos disposta livremente segundo seu próprio peso: estrutura flexível  
 Fonte: Adaptado de OTTO, 1969, p.29.

Conseqüentemente, a condição mínima para possibilitar a estabilidade e a rigidez de uma superfície flexível (rede de cabos e ou membrana) é quando um par de elementos (cabos) da superfície estão ancorados e tracionados em direções opostas (planos mutuamente perpendiculares), conforme Figura 3.8.

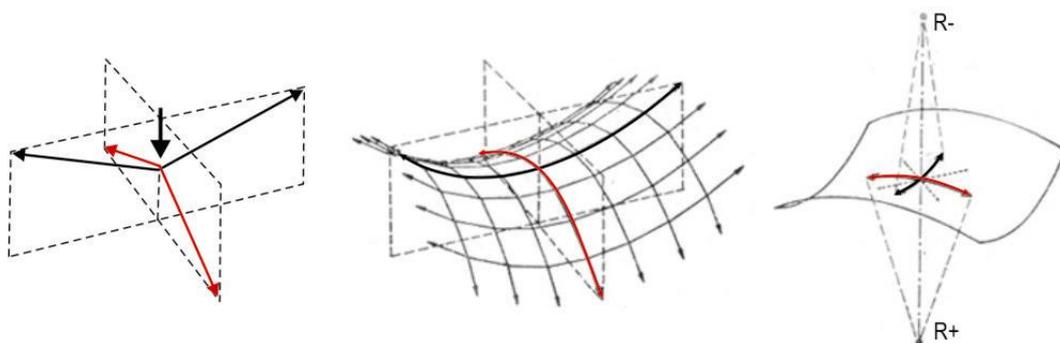


Figura 3.8 - Condição mínima para estabilizar uma superfície flexível (rede de cabos):  
 Par de elementos (cabos) da superfície ancorados e tracionados em direções opostas entre si.  
 Fonte: Adaptado de ROLAND, 1973, p.15.

Esse arranjo estrutural espacial em estado de tensão de tração diminuiu o efeito de mudança da forma para cargas normais ao seu plano e sintetiza o comportamento conjunto e contínuo do sistema flexível em estudo, em equilíbrio (Figura 3.8).

Pode-se dizer então que, a superfície bidimensional da membrana desenvolve uma ação de cabos tracionados (retesados) em direções opostas entre si, que derivam curvaturas reversas (opostas), geram um efeito de ‘empenamento’ da superfície e propiciam a sua estabilidade tridimensional.

### 3.3.2 GEOMETRIA DA MEMBRANA

Para compreender a geometria da membrana e o efeito de ‘empenamento’ de sua superfície é necessário compreender inicialmente, o conceito de superfícies ‘regradas não desenvolvíveis’.

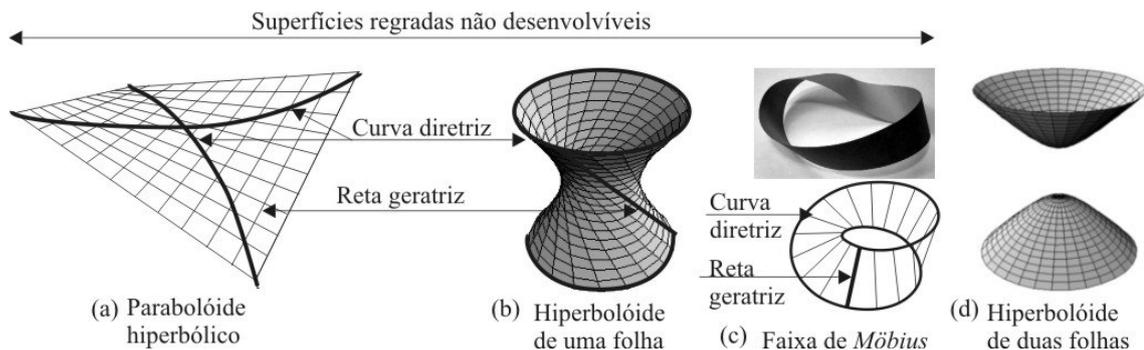


Figura 3.9 - Reta (geratriz) e curvas (diretrizes) nas Superfícies regradas não desenvolvíveis

Fonte: (a) Adaptado de OTTO, 1969, p.41; (b) <http://en.wikipedia.org/wiki/Image:HyperboloidOfOneSheet.png>; >; (c) [http://en.wikipedia.org/wiki/Image:M%C3%B6bius\\_strip.jpg](http://en.wikipedia.org/wiki/Image:M%C3%B6bius_strip.jpg) > (d) <http://en.wikipedia.org/wiki/Image:HyperboloidOfTwoSheets.png>; Acesso 24/06/2008.

“Diz-se que uma superfície é regradada, quando em qualquer ponto dela é possível passar uma reta contida nessa mesma superfície” (FIRMO, 2003). Isso quer dizer que a superfície é gerada pelo deslocamento da reta (geratriz) no espaço e, cujo percurso é direcionado por duas curvas (diretrizes) orientadas em direções opostas, que cortam todas as retas contidas na superfície (Figura 3.9). Conseqüentemente, essas retas geratrizes nunca estão contidas em um mesmo plano, são retas reversas e geram o efeito de empenamento dos parabolóides hiperbólicos, conóides, cilindróides, hiperbolóides de

revolução de uma só folha e da Faixa de *Möbius*<sup>5</sup>. Entretanto, nem todas as superfícies empenadas são regradas como, por exemplo, o hiperbolóide de duas folhas.

Essas superfícies empenadas não podem ser planificadas, desenroladas a ponto de toda a sua superfície curva estar contida sobre o plano como os cones e cilindros, e são denominadas ‘não desenvolvíveis’ (FIRMO, 2003), (Figura 3.10).

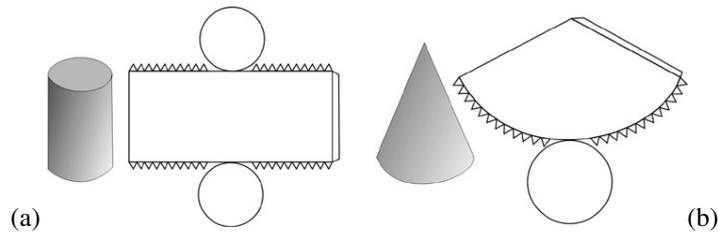


Figura 3.10 - Planificação das superfícies do (a) cilindro e do (b) cone  
Fonte: FIRMO, 2004.

Para visualizar as curvaturas – que direcionam, que indicam o percurso das retas em uma superfície ‘regrada não desenvolvível’ – deve-se cortar a mesma com planos que passam perpendiculares a ela em um ponto. Esses planos mostram duas direções, perpendiculares entre si, e definem curvaturas com valores máximos e mínimos (Figura 3.11).

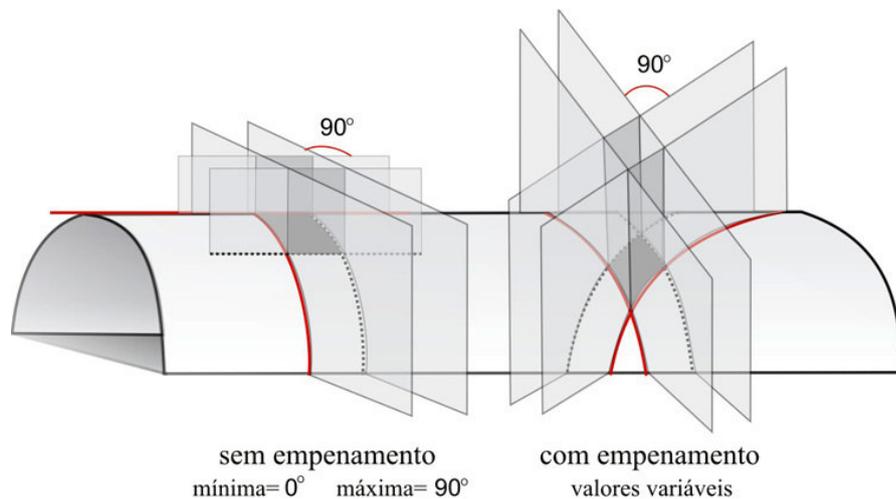


Figura 3.11 - Direções das curvaturas principais no cilindro  
Fonte: Adaptado de SALVATORI, 1987, p.175.

<sup>5</sup> A Faixa de *Möbius* é uma “superfície bidimensional, de um único bordo e um único lado, gerada pela junção das extremidades de uma fita retangular após girar uma delas a 180”, segundo Dicionário *Houaiss*.

No caso do cilindro, por exemplo, o plano longitudinal à seção corta a superfície segundo uma reta, com curvatura zero, e o plano perpendicular à seção apresenta curvatura sem empenamento. Porém, se a posição desses planos ortogonais for girada, a seção adquire curvaturas cujos valores variam de zero em uma direção ao valor máximo na direção oposta. Essas duas direções, com valores máximos e mínimos são as direções das curvaturas principais e têm empenamento (SALVATORI, 1987).

Pode-se dizer então, que a geometria da superfície de uma membrana é definida por suas curvas diretrizes, ou seja, por suas ‘curvaturas principais’. Sendo que, quando as curvaturas principais são orientadas na mesma direção são chamadas Sinclásticas e quando são orientadas em direções opostas entre si e geram o efeito de ‘empenamento’ em sua superfície, são denominadas Anticlásticas.

### 3.3.2.1 Superfície Sinclástica ou Pneumática

As membranas com superfície Sinclástica ou elíptica têm dupla curvatura orientada na mesma direção como as esferas ou os elipsóides e são estabilizadas com a aplicação de pressão hidráulica ou pneumática em volume, que atua perpendicular à superfície da membrana (Figura 3.12). São estruturas que se caracterizam pelo baixo peso e pela forma contida do recipiente. Dentre essas superfícies, a esfera é a única sem características de empenamento, pois seus pares de linhas arqueadas entre si são idênticos em todas as direções (SALVATORI, 1987).

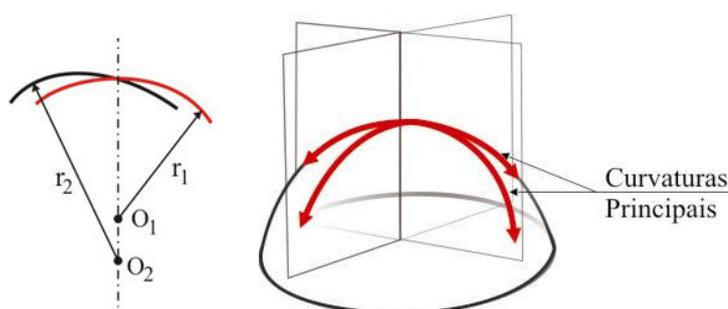


Figura 3.12 - Superfície Sinclástica: curvaturas principais orientadas na mesma direção  
Seção vertical e vista tridimensional  
Fonte: Adaptado de KOCH, 2004, p.69.

Na natureza são encontradas estruturas que seguem esse princípio: células, gotas, tecido muscular e bolhas de sabão; entre as estruturas pneumáticas abertas pode-se citar a vela,

como sendo provavelmente a primeira estrutura pneumática (membrana frouxa e móvel que adquire a forma mais favorável pelas diferenças de pressão do vento em ambos os lados), o pára-quadras e o balão (um envelope frouxo estabilizado pela pressão de gás, capaz de resistir a carregamentos externos), (Figura 3.13).

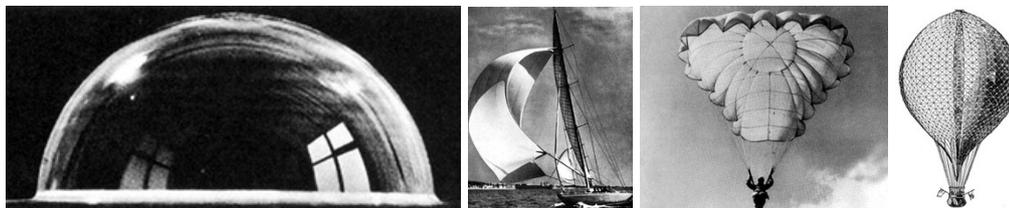


Figura 3.13 - Superfícies pneumáticas: bolha, vela, pára-quadras e balão de ar quente  
 Fonte – OTTO, 1967, p.13, p.155, p.156, p.22.

As estruturas pneumáticas podem ser insufladas (a forma da membrana é suportada por pressão interna ligeiramente maior que a atmosférica e contém um espaço), as aspiradas (a forma da membrana é suportada por sub-pressão interna e contém um espaço) ou infladas (usa balões atmosféricos em formas de elementos estruturais: vigas, colunas e arcos), (PAULETTI, 2003), (Figura 3.14 e Figura 3.15).

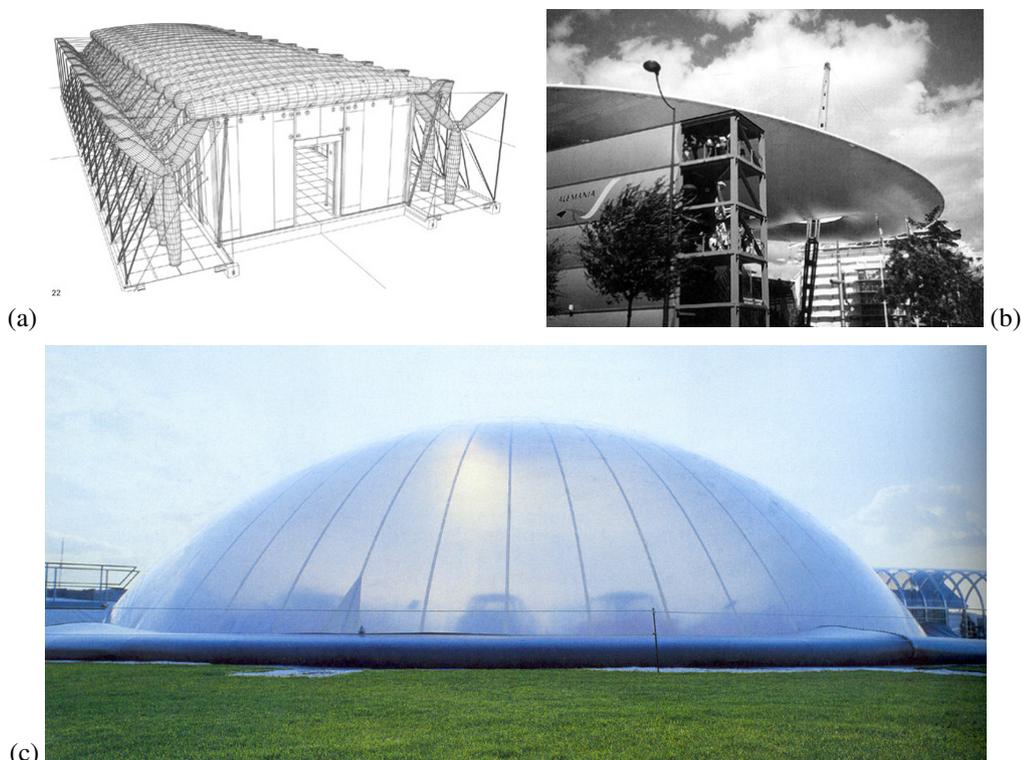


Figura 3.14 - Estruturas pneumáticas:  
 (a) *Pneumatic exhibition hall, Festo concern*, 1996; (b) Pavilhão Alemão, Expo'92, Seville, Espanha;  
 (c) *"Movable immovable"*, Festo concern, 1996 – FONTE: KOCH, 2004, p.79, p.69, p.78.

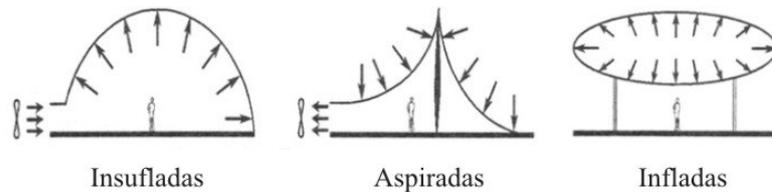


Figura 3.15 - Tipos de estruturas pneumáticas  
 Fonte: PAULETTI, 2003, p.3.

### 3.3.2.2 Superfície Anticlástica ou Pré-tensionadas

As membranas com superfície Anticlástica ou hiperbólica – com dupla curvatura orientada em direções opostas entre si – são estabilizadas mecanicamente com a aplicação de pré-tensão no plano da membrana ao longo das extremidades, e são o objeto de estudo deste trabalho. Suas formas derivam de parabolóides hiperbólicos, selas e conóides, além de híbridas combinações que possibilitam várias composições e arranjos espaciais, (Figura 3.16 e Figura 3.17).



Figura 3.16 - Superfícies anticlásticas: (a) selas, (b) parabolóides hiperbólicos, (c) conóides  
 (a) Laboratório de Investigação, *Venafro*, Itália – Fonte: BAHAMÖN, 2004, p.26.

(b) Estádios Olímpicos de Munique, 1972 – Fonte: foto Célio Firmo.

(c) Truck Depot, Office for Waste Management, Munich, Germany – Fonte: KOCH, 2004, p.193.

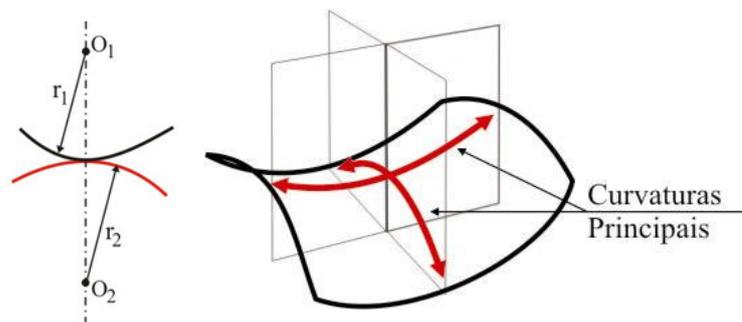


Figura 3.17 - Superfície Anticlástica: curvaturas principais orientadas em direções opostas entre si  
 Seção vertical e vista tridimensional  
 Fonte: Adaptado de KOCH, 2004, p.69.

### 3.3.3 DISTRIBUIÇÃO DA TENSÃO NA MEMBRANA

A membrana depende fundamentalmente de suas características geométricas (dupla curvatura/ empenamento) dentro de um determinado sistema suporte, da sua capacidade de deformação (mudança de forma) e de um equilíbrio interno de pré-tensão.

A dupla curvatura da superfície (em direções opostas entre si) confere a estabilidade tridimensional e possibilita suportar o carregamento transversal. Sua deformabilidade – devido à baixa rigidez (no plano e fora do plano) –, possibilita as mudanças na geometria e a distribuição da tensão ao longo da sua superfície, além de ser a principal reação ao carregamento externo aplicado. E a pré-tensão, ou melhor, as tensões iniciais agregam um valor de carregamento de alta capacidade à estrutura, mantêm o equilíbrio interno quando nenhuma carga atua, dão rigidez e restringem grandes deformações. Entretanto, o nível de pré-tensão deve ser baixo suficiente para permitir a redução do trabalho durante a instalação e suficiente para manter o estado de retesamento após as perdas do tempo (por exemplo, rugas na membrana devido ao afrouxamento dos cabos).

Para demonstrar como a tensão e a deformação se distribuem na superfície da membrana, serão utilizados como referência os ensaios (em tecidos elásticos e em bolhas de sabão), as analogias e as demonstrações gráficas realizadas por Frei Otto, mas antes serão apresentados os conceitos de superfície mínima e do filme de sabão.

### 3.3.3.1 Superfície Mínima

O estudo da superfície mínima é uma importante referência ao *design* e a engenharia das membranas leves, pois define a ‘superfície de menor área’ dentro de um sistema limite predeterminado (estrutura fechada) e requer a menor quantidade de energia potencial ou menor ação. Apresenta curvaturas opostas com raios iguais e tensão uniforme – constante em todas as direções –, como as superfícies obtidas com o filme de sabão em estado de ausência de carregamento (Figura 3.18).

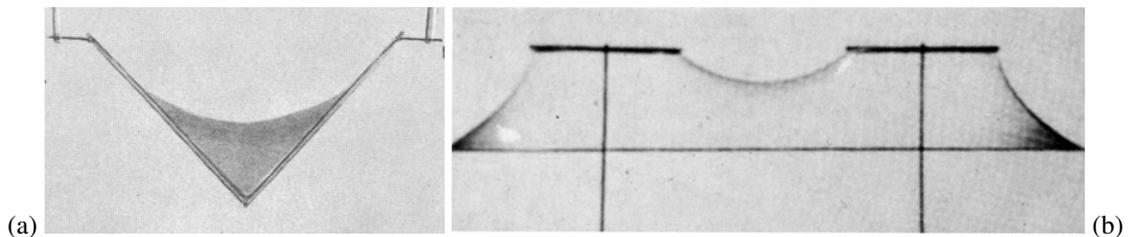


Figura 3.18 - Superfície mínima em filme de sabão:  
(a) Parabolóide hiperbólico; (b) Arranjo espacial de dois conóides  
Fonte: OTTO, 1967, p. 13; OTTO, 1969, p. 70.

A elaboração de superfície mínima de tensão constante é atraente no processo de estudo da forma de equilíbrio, já que é a ‘forma mais econômica’ para uma membrana pré-tensionada e não-carregada, se as extremidades não forem consideradas.

Porém, a tensão constante só é ótima se a magnitude dos carregamentos ascendentes (vento) e descendentes (carga permanente/ neve) forem os mesmos, o que não acontece no mundo real. Por isso, a superfície mínima não é sempre a forma estrutural ideal e, na prática, as superfícies ficam sujeitas à variação dos raios das curvaturas, para equilibrar as ações externas ou minimizar as tensões nos cabos de borda. Portanto, segundo Gründing (2000), a forma sob tensão constante deve ser vista como uma referência de ao início do processo de *design*, não como uma meta, pois raramente pode ser mantida.

### 3.3.3.2 Filme de Sabão

As primeiras pesquisas com superfícies formadas por filmes e bolhas de sabão foram desenvolvidas pelo cientista britânico Charles Vernon Boys<sup>6</sup> (1855-1944), ao investigar o equilíbrio que molda a forma da superfície de todos os líquidos, ou seja, a tensão superficial.

No caso da água, as moléculas situadas na superfície são fortemente atraídas entre si e em direção ao interior da água, criando uma película fina e tensa que repele as moléculas de ar acima delas. Em um filme de sabão, as moléculas de sabão recobrem totalmente a molécula de água, reduzindo a energia (tensão) da superfície, tornando o filme mais elástico e propiciando a expansão da área da superfície. Entretanto, quando a superfície é esticada, todo o sistema busca diminuir a energia da superfície, ou seja, tende a se contrair minimizando a sua área, por isso o filme de sabão é uma ‘superfície mínima’. Porém, essa situação não é estática (aparente repouso), mas é função do fluxo do fluido, um estado de grande turbulência devido ao movimento irregular e aleatório das moléculas entre o interior e a superfície (VIEIRA, 2003).

O filme de sabão também difere de todas as membranas, pois a tensão normal é distribuída uniformemente em todas as direções, logo, não há força de cisalhamento atuando. Além disso, o filme só se forma dentro de um sistema limite, cuja geometria (única para cada condição de limite) resulta de equilíbrio tenso entre as moléculas, tal qual o equilíbrio interno de pré-tensão da membrana dentro de um determinado sistema suporte. O filme de sabão simula o caso especial da superfície da membrana de dupla curvatura em direções opostas (anticlástica) ou plana (no limite), de ‘mínima área de superfície’ e com taxa uniforme de pré-tensão 1:1 por toda a extensão.

---

<sup>6</sup> Charles Boys escreveu o livro ‘Bolhas de Sabão, as Suas Cores e as Forças Que as Moldam’ (1890), e afirmou que a força que mantém as bolhas e está presente em todos os líquidos é a tensão superficial.

Devido a essas características e apesar da dificuldade de registro<sup>7</sup> e de manipulação desses modelos (Figura 3.19) de dimensões reduzidas e vida útil de pequena duração, a modelagem de estruturas mínimas com filme de sabão foi muito utilizada por Frei Otto no *design* de estruturas de membrana, possibilitando a primeira análise simplificada da forma e do comportamento das membranas em ausência de carregamento (OTTO,1969).



Figura 3.19 - Modelos flexíveis em filme de sabão  
Fonte: FOSTER, 2004, p.211; Foto: Célio Firmo, 2006.

---

<sup>7</sup> “Para representar a projeção ortogonal dessa superfície e as devidas curvaturas, incide-se sobre o modelo de filme de sabão um canhão de luz de facho paralelo, para que sua sombra possa ser registrada de forma mais fiel”. Comentário do arquiteto Célio Firmo que visitou o ILEK em 2006.

### 3.3.3.3 Tensão na Superfície Plana

As tensões de tração e cisalhamento que se desenvolvem na superfície bidimensional da membrana (normal à sua mínima seção transversal), podem ser facilmente observadas em uma membrana flexível plana (com espessura uniforme e propriedades elásticas isotrópicas), quando um círculo é desenhado no centro da sua superfície, antes dessa ser esticada (OTTO, 1958), (Figura 3.20).

Se a membrana é esticada uniformemente em todos os lados, verifica-se que o diâmetro do círculo cresce, porém mantém a forma circular. Isso demonstra que a tensão da superfície é uniforme em todas as direções (Figura 3.20a).

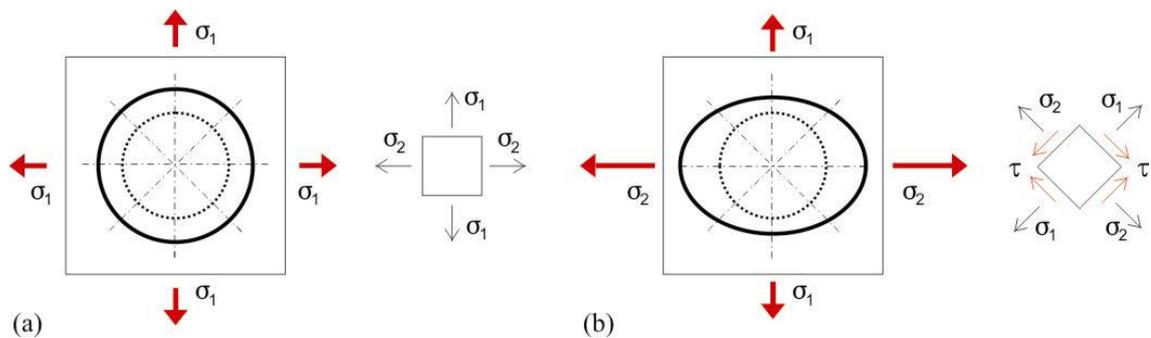


Figura 3.20 - Tensões que se desenvolvem na membrana plana  
(a) Membrana plana esticada uniformemente; (b) Membrana plana esticada de forma não uniforme

Porém, se a membrana é esticada de forma não uniforme o círculo se deforma e transforma-se em uma elipse, os principais eixos da elipse passam a definir as direções de tensão e máxima ( $\sigma_2$ ) e mínima ( $\sigma_1$ ), (Figura 3.20b). As tensões aplicadas ( $\sigma_1$  e  $\sigma_2$ ) têm magnitudes diferentes e atuam deslocando as partes entre si, conseqüentemente, surge uma nova força que atua tangencialmente na superfície que é a tensão de cisalhamento ( $\tau$ ). A deformação final da membrana depende da tensão aplicada e da elasticidade do material.

A distribuição da tensão nas aberturas e nas extremidades dos cabos, em uma membrana plana uniformemente tensionada em todas as direções, segue o mesmo princípio, formam círculos, mas se as tensões forem diferentes em magnitude, serão elipses. E, em uma membrana curva espacial a forma da abertura depende da curvatura espacial.

### 3.3.3.4 Tensão na Superfície Anticlástica

Conforme dito anteriormente, a geometria de uma membrana de superfície anticlástica é definida pelas duas direções das curvaturas principais – representada por **I-I** e **II-II** – que são sempre mutuamente perpendiculares, e podem ser visualizadas na Figura 3.21. Esses dois eixos são derivados dos raios (**r1** e **r2**) que se estendem também perpendicularmente de cada lado da superfície da membrana, e se interceptam no ponto (**M**). As direções das curvaturas principais (**I-I** e **II-II**) são sempre a bissetriz dos ângulos  $\alpha$  e  $\beta$  formados pelas as duas direções na qual a membrana não é curva (curvatura zero) (OTTO, 1969).

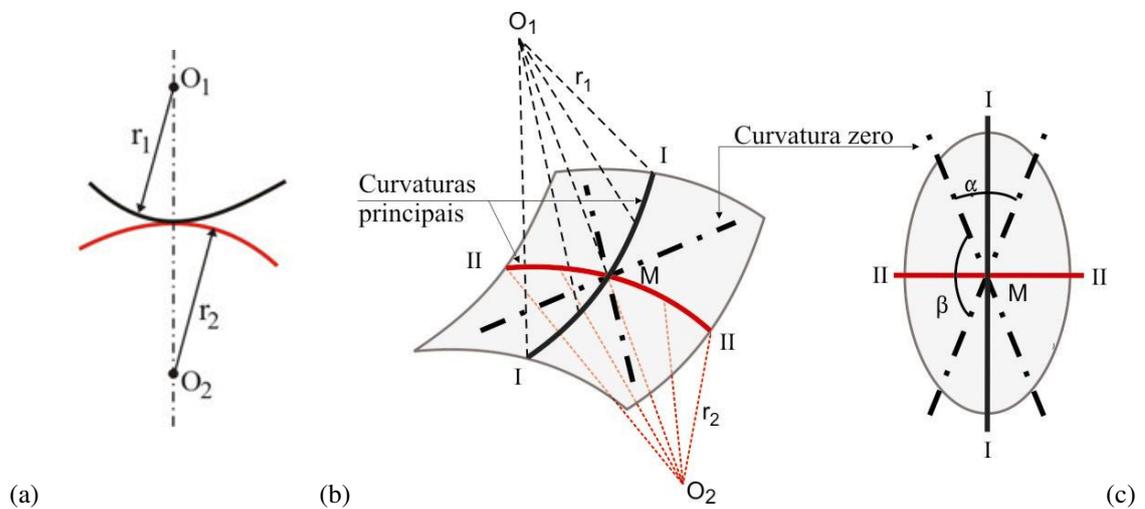


Figura 3.21 - Curvaturas principais da superfície anticlástica  
(a) Seção vertical; (b) Vista 3D; (c) Seção horizontal  
Fonte: KOCH, 2004, p.69; Adaptado de OTTO, 1970, p.48.

Segundo a análise do engenheiro Rudolf Trostel (OTTO, 1969), “quando a membrana é esticada, de modo, a não ocorrer o cisalhamento nas direções das principais curvaturas, as direções das curvaturas principais **I-I** e **II-II** são idênticas às direções de tensões principais (máxima e mínima), sendo também os principais eixos de tensão da elipse, definindo a magnitude da tensão da membrana em qualquer direção”.

Se os raios das curvaturas principais (**r1** e **r2**) são iguais, forma-se uma superfície mínima e as direções de curvatura zero da membrana são a bissetriz dos ângulos iguais entre os eixos (**I-I** e **II-II**). Porém, qualquer diferença em magnitude desses raios, há um desvio da superfície mínima.

Verifica-se pela Equação de *Laplace-Young* (Equação das Bolhas de Sabão ou das Superfícies Mínimas), (Figura 3.22) que o material da superfície da membrana trabalha no Estado Plano de Tensões, equilibrando o carregamento transversal mediante a dupla curvatura da superfície, onde  $T_1$  e  $T_2$  são as forças de tração máxima nas direções principais,  $R_1$  e  $R_2$  são os raios das curvaturas principais, e  $p$  é a pressão transversal (positiva quando está comprimindo a superfície).

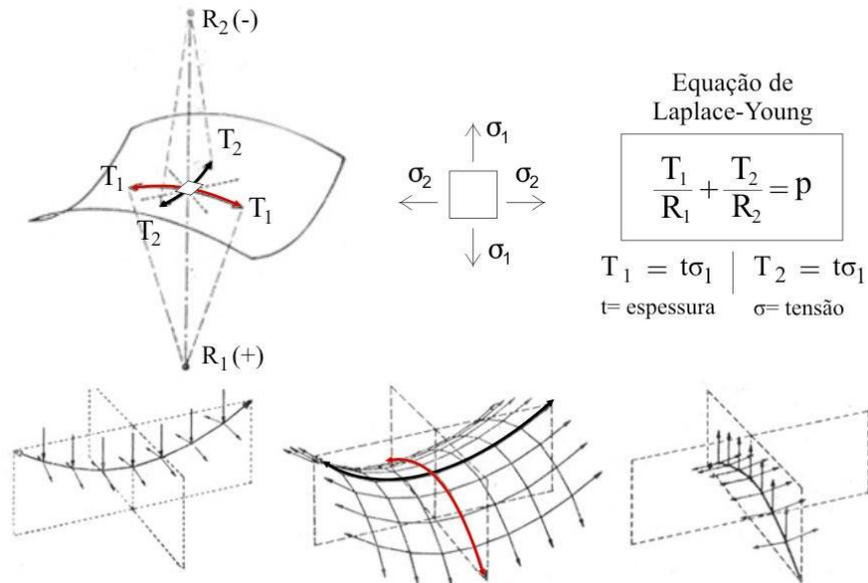


Figura 3.22 - Equação de *Laplace-Young*: Estado Plano de tensões  
 Fonte: Adaptado de ROLAND, 1973, p.15.

Verifica-se que os raios das curvaturas principais interferem na estabilidade e na tensão da membrana, ou seja, superfícies com grandes raios (pequena curvatura) desenvolvem grandes forças a serem sustentadas pelas extremidades e as superfícies com menor raio (maior curvatura) resultam em estruturas mais leves, conforme Figura 3.23.

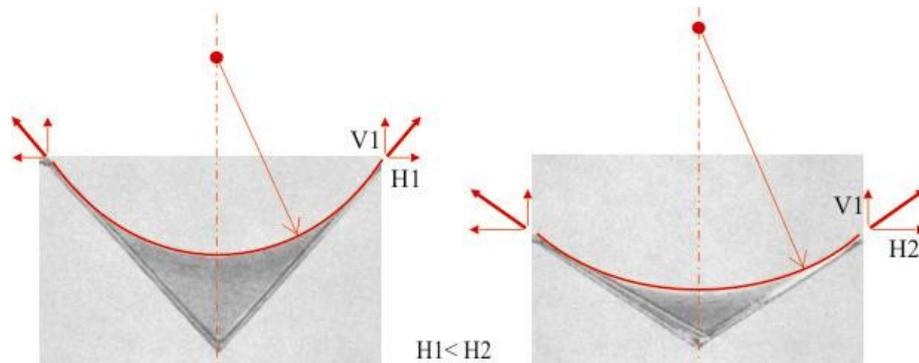


Figura 3.23 – Análise raios das curvaturas em parabolóides hiperbólicos, ensaio c/ filme de sabão  
 Fonte: Adaptado de OTTO, 1970, p.52.

### 3.3.3.5 Ensaios com Tecidos Elásticos

Os ensaios com tecidos elásticos (Figura 3.24 e Figura 3.25) foram feitos com a ajuda de sinais de medição – círculos com eixos ortogonais – marcados na membrana antes da sua pré-tensão. A deformação desses sinais possibilitou uma visão imediata das tensões dominantes e da sua variação na superfície, (OTTO, 1958).

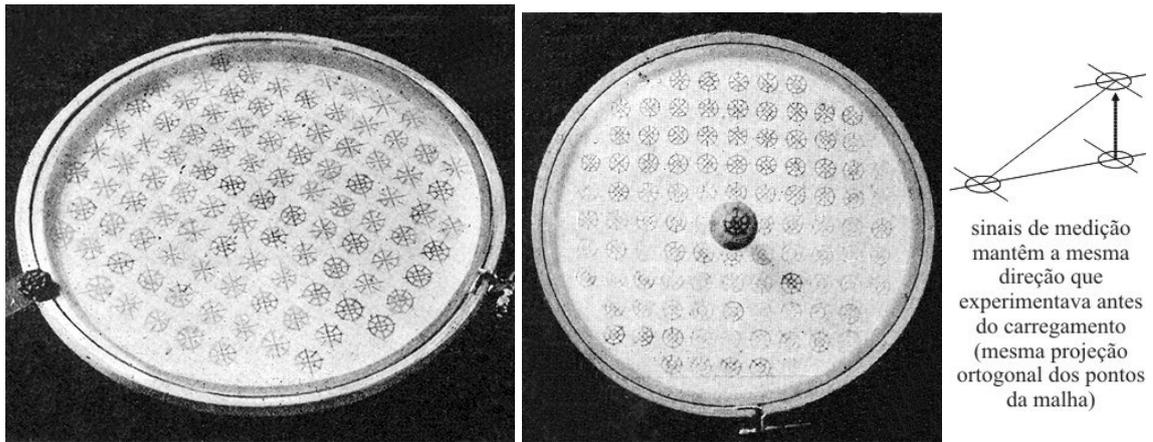


Figura 3.24 - Ensaio com membrana elástica: vistas superior da superfícies plana e conóide  
Fonte: OTTO, 1958, p.18.

#### Está g i o 1 – T e n s ã o e m m e m b r a n a p l a n a

Neste ensaio (Figura 3.24), a membrana plana estampada com sinais de medição, foi esticada, tracionada em todas as direções no interior de um anel. Como os sinais, mantiveram a forma circular, conclui-se que a tensão foi aplicada uniformemente.

#### Está g i o 2 – T e n s ã o e m m e m b r a n a c u r v a

Posteriormente, a membrana plana foi apoiada em um ponto vertical central e transformou-se em um conóide, uma superfície de dupla curvatura em sentidos opostos. Quando o conóide é visto em planta (Figura 3.24), verifica-se os sinais de medição mantêm a mesma direção que experimentava antes do carregamento, ou seja, conservam a mesma projeção ortogonal dos pontos da malha. Porém, quando é visto lateralmente (Figura 3.25), observa-se que os sinais de medição deformam-se, tornam-se elípticos, são diferentes. Isso confirma que o movimento, ou melhor, o deslocamento da superfície acontece apenas no plano vertical.

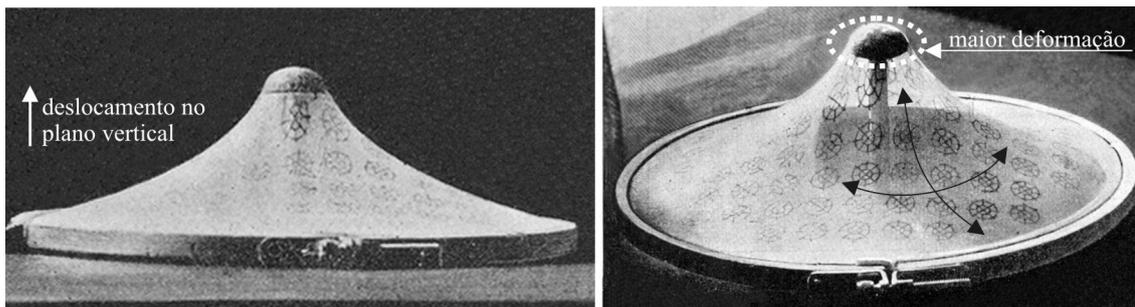


Figura 3.25 - Ensaio com membrana elástica: vistas lateral e tridimensional do conóide  
 Fonte: OTTO, 1958, p.18.

Esse ensaio mostra que a membrana resiste a tensões em todas as direções. Verifica-se também uma variação gradual da tensão ao longo da direção vertical, sendo que, as maiores deformações e tensões localizam-se ao longo do anel da base e no ponto alto central. A deformação máxima acontece no ponto alto central, pois há uma grande força distribuída em uma área muito pequena (Figura 3.25). Isso explica porque os suportes centrais das membranas buscam distribuir ao longo de uma linha de comprimento finito (esfera, casca, laço de cabos fechados ou *loops*, arcos, vigas) as forças, evitando sua concentração em um ponto único, pois mesmo as membranas de alta resistência podem ser perfuradas (Figura 3.26).

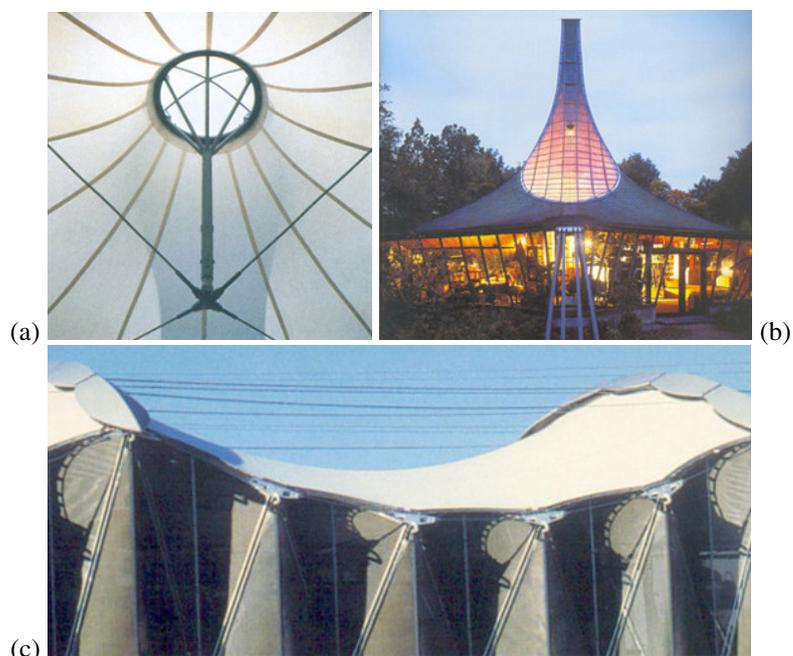


Figura 3.26 - Pontos de apoio da membrana – linhas de contato (*casca*, *loop*, arcos)  
 (a) Truck Depot, Munich – Fonte: KOCH, 2004, p.193; (b) *Institute Leichtbau, Stuttgart*, 1967 – Fonte: BAHAMÓN, 2004, p.11; (c) Estação de Metrô, Bruxelas – Fonte: BAHAMÓN, 2004, p.23.

### 3.3.3.6 Ensaios com Filme de Sabão

Os modelos apresentados (Figura 3.27 e Figura 3.28) foram realizados com filme de sabão e registrados fotograficamente para posterior análise da ação que a estrutura suporte exerce na geometria das membranas.

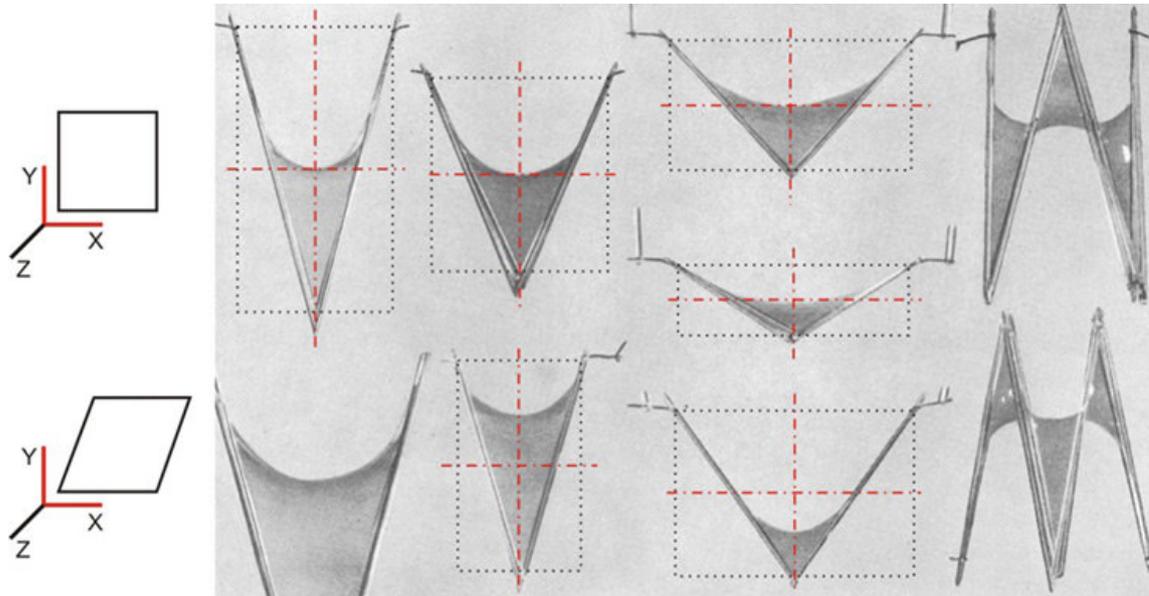


Figura 3.27 – Análise da estrutura suporte em parabolóides hiperbólicos, ensaio c/ filme de sabão  
Fonte: Adaptado de OTTO, 1969, p.52

Os experimentos da Figura 3.27 apresentam parabolóides hiperbólicos derivados de estruturas suporte cuja projeção em planta é o quadrado. Observa-se que o filme de sabão passa através do centro geométrico do sistema e a curvatura na região central é menos acentuada, aproximando-se de uma parábola.

Posteriormente, as estruturas suporte foram alteradas, e a projeção em planta passou a ser um paralelogramo com ângulos desiguais. Verifica-se que a superfície do parabolóide hiperbólico continua passando através do centro geométrico da estrutura, porém, a mudança angular da estrutura suporte causou um desvio da forma, e a curvatura da região central foi deslocada em direção aos dois cantos de maior ângulo.

Isso vem confirmar que a geometria do filme de sabão é única para cada condição de limite, ou seja, a superfície é o resultado de uma escolha particular de uma estrutura suporte e essa escolha é o primeiro passo para a geração da forma, cujo equilíbrio é mantido pela pré-tensão.

Os modelos da Figura 3.28 demonstram que as membranas podem ser suportadas por pontos altos (iluminação, ventilação) e baixos (drenagem das coberturas). Esses pontos apresentam comportamento similar, pois, a posição no espaço não influencia na tensão.

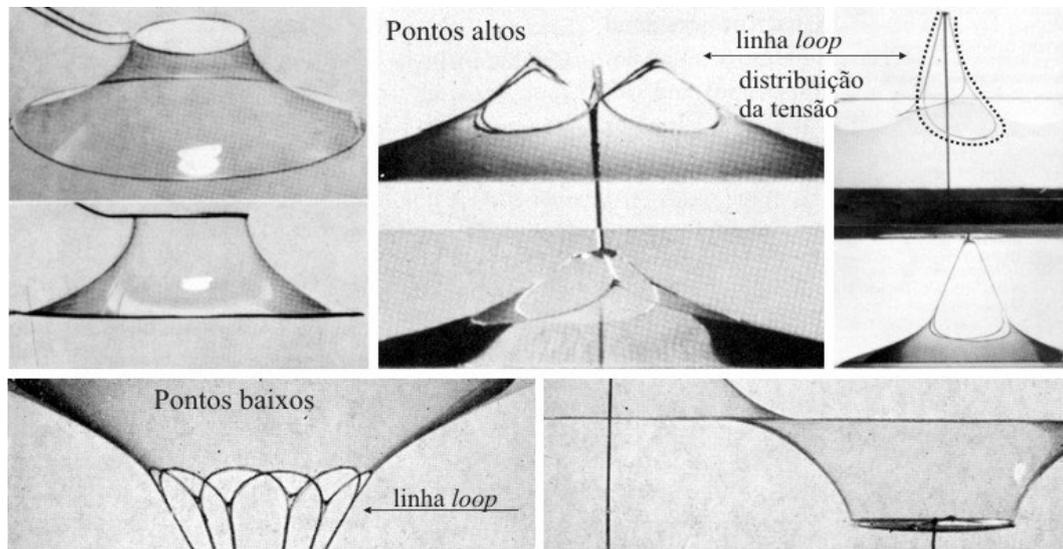


Figura 3.28 – Análise dos pontos de apoio e aberturas nas membranas, ensaio c/ filme de sabão  
 Fonte: OTTO, 1969, p.70.

A tensão, como foi visto anteriormente (ensaio em tecido elástico), está associada à variação da área da superfície em que a força está distribuída, ou seja, a geometria da superfície e aos carregamentos atuantes, podendo demandar detalhes estruturais distintos. No ensaio em tecido elástico (Figura 3.24, Figura 3.25), verificou-se que as maiores deformações e tensões localizam-se ao longo do ponto central, pois a força (os carregamentos) está distribuída em uma área muito pequena.

A presença de aberturas nesses pontos altos e baixos – feitas com arcos, anéis, laços de cabos fechados em forma de gota d’água (*loops*) etc–, cria extremidades flexíveis que independem da sua forma, mas estão associadas ao de comprimento finito dessa linha em que a tensão está distribuída.

## 4 MATERIAL

Conhecer os materiais que constituem os sistemas construtivos possibilita compreender a relação entre forma, dimensões, resistência e os parâmetros que limitam sua escolha como componentes de uma estrutura, de uma edificação, e envolve os aspectos da engenharia e da arquitetura. Pode-se citar a capacidade de vencer grandes vãos como um dos fatores que limitam a aplicação de um material em uma estrutura, observando, por exemplo, os materiais utilizados e a relação entre o peso próprio e o peso suportado, das cascas rígidas da antiguidade (abobadas/ cúpulas), das cascas de concreto e do sistema em estudo (membranas associadas ao sistema suporte em estado de tensão).

As primeiras – de grande massa e volume – foram construídas com materiais de pouca eficiência construtiva como a pedra e o tijolo, e apresentam uma relação entre a resistência e peso muito desfavorável. As cascas de concreto armado e argamassa armada (concreto com cerca de 1,5 a 2cm de espessura, armado com tela metálica) utilizam materiais mais eficientes, e nesse caso, é possível reduzir significativamente a espessura das coberturas e a relação entre peso próprio e sobrecargas, que apresenta aproximadamente, a mesma magnitude e depende da rigidez do sistema estrutural. Nas tensoestruturas o problema se inverte, o peso próprio é mínimo e é muito menor que o peso suportado permitindo vencer grandes vãos.

Nesse sentido, o uso de elementos (perfis tubulares em aço) e cabos metálicos de alta resistência como componentes do sistema suporte vai de encontro aos princípios desse sistema, viabilizam estruturas com dimensão e peso reduzido, arranjos de grande eficiência e simplicidade, otimizando as forças do sistema. Pode-se também citar a modulação, padronização e pré-fabricação dos componentes como características positivas que favorecem essa aproximação e possibilitam o desenvolvimento de conexões de alta resistência, facilitando a articulação e interface entre componentes. Além disso, permitem a rapidez da montagem, minimizam o impacto no local de intervenção, facilitam o transporte e sua reutilização, favorecendo a elaboração, planejamento e execução de sistemas complexos.

## 4.1 AÇO

O aço é uma denominação geral, dada a uma grande família de ligas de ferro e carbono contendo uma certa variedade de diferentes elementos químicos. São produzidos em uma grande variedade de formas e apresentam propriedades físicas e mecânicas<sup>8</sup> necessárias aos elementos da construção – perfis, cantoneiras, chapas, cabos, etc – sujeitos a carregamento (Figura 4.1). Além disso, os aços (estruturais de média e alta resistência mecânica) destinados à aplicação estrutural apresentam elevada tensão de escoamento e tenacidade, boa soldabilidade e trabalhabilidade, adequada às operações de corte, furação e dobra.

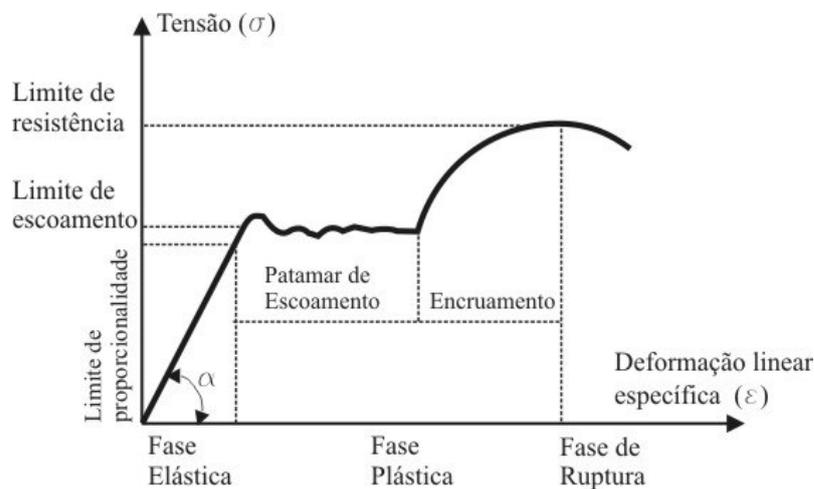


Figura 4.1 - Diagrama tensão-deformação dos aços estruturais (escala deformada)  
Fonte: Adaptado de <http://www.dionisio.eng.br/Metalica/EM01.htm> - acesso 27/3/08

<sup>8</sup> Propriedades físicas e mecânicas dos Aços Estruturais:

- Peso Específico ( $\gamma$ ): 78500N/m<sup>3</sup> ; Módulo de Elasticidade (E): 205,000 Mpa;
- Coeficiente de Poisson ( $\nu$ ) regime elástico: 0,3; Módulo Transversal de Elasticidade (G): 78,850 Mpa
- Elasticidade ou capacidade do material de voltar à forma original em um ciclo de carregamento e descarregamento. A deformação elástica é reversível, desaparece quando a tensão é removida (a relação Tensão x Deformação, na fase elástica, é linear e é representada pelo o Módulo de Elasticidade).
- Plasticidade ou deformação plástica é a alteração da estrutura interna do material, aumentando sua dureza e sendo permanente. Esse comportamento é denominado endurecimento por deformação a frio ou encruamento e propicia a elevação da resistência e redução da ductilidade do metal.
- Ductilidade é a capacidade do material de se deformar sem se romper. Quanto mais dúctil o aço, maior será a redução de área ou alongamento antes da ruptura, pois essa propriedade permite a redistribuição de tensões locais elevadas.
- Tenacidade é a energia total que o material pode absorver por unidade de volume até a sua ruptura, ou seja, é a capacidade que o material têm de resistir aos esforços no regime elástico e ou plástico.

## 4.2 MEMBRANA – TECIDO ESTRUTURAL

O desenvolvimento dos tecidos das membranas aconteceu apenas na metade do século XX, possibilitando a substituição dos materiais de fácil deterioração (peles e fibras naturais) por fibras sintéticas de grande desempenho, durabilidade, confiabilidade (controle de qualidade), segurança ao fogo e translucidez. Como é o elemento mais visível na estrutura, suas qualidades e características técnicas determinam sua aparência e, cada vez mais, ampliam sua utilização.

O material da membrana é um tecido estrutural constituído por fibras sintéticas de alta resistência cobertas por uma matriz líquida contínua (pressionada ou laminada), havendo a possibilidade de utilização de tecidos sem matriz (uso interno), ou membranas sem a presença de fibras. É produzido por um processo industrial de alta qualidade, e envolve a produção das fibras, fios, a tecelagem e a sua cobertura.

### 4.2.1 FIBRAS SINTÉTICAS

As fibras<sup>9</sup> são responsáveis pela grande resistência à tração e estabilidade do material e pode ser de nylon, poliéster, fibras de vidro<sup>10</sup>, carbono ou aramida (*aromatic poliamida*). As fibras (posicionadas paralelas ou torcidas) constituem os fios, que posteriormente são tecidos e formam a malha uniforme e fina do tecido estrutural. Durante a tecelagem, os fios são dispostos e ou tracionados de modo diferente nas duas direções do tecido, ou seja, da direção da urdidura e da trama.

A urdidura é a direção dos fios retos, longitudinais, esticados ao longo do comprimento do material (normalmente apresenta maior rigidez) e sua perpendicular é a direção dos

---

<sup>9</sup> As fibras mais eficazes são aquelas que tendo um peso específico (massa de um material relacionada com volume que ele ocupa no espaço) pequeno suportam tensões mais elevadas. (ROLAND, 1973, p.10)

<sup>10</sup> As fibras de vidro apresentam comprimento de ruptura muito maior que o cabo de aço. O comprimento de ruptura é o comprimento máximo de uma barra ou cabo, suspenso livremente, sem que se produzam a rupturas devido ao seu próprio peso. Esse comprimento independe do tamanho e forma da seção do material, é determinado pela resistência à ruptura e peso próprio. (ROLAND, 1973, p.10)

fios da trama que podem estar entrelaçados<sup>11</sup> (passam alternadamente, por cima e por baixo de cada fio da urdidura, apresentando ondulação) ou sobrepostos<sup>12</sup> (OLIVEIRA, 2003), conforme Figura 4.2.

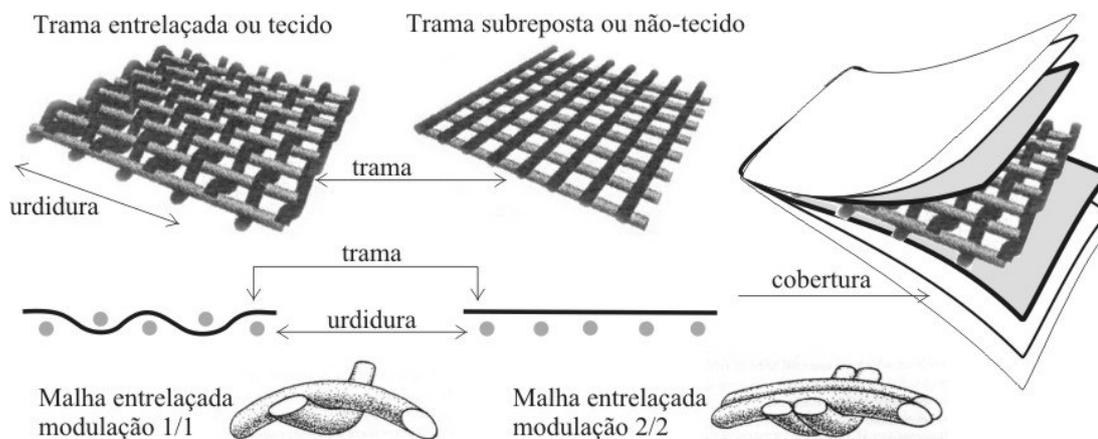


Figura 4.2 - Direções do tecido (urdidura e trama)

Fonte: Adaptado de OLIVEIRA, 2003, p.23;

Modulação (1/1 e 2/2) das malhas entrelaçadas com fibras de poliéster - Fonte: MOLLAERT, 2002, p.70.

O comportamento dos fios do tecido (urdidura e trama) pode ser visualizado nos ensaios uniaxiais e biaxiais. O ensaio uniaxial caracteriza o material, define a tensão de ruptura das fibras do material ( $f_r$ ) e o Módulo de Elasticidade ( $E$ ) e o ensaio biaxial (ou forma cruciforme) documenta o comportamento (Tensão X Deformação) sob várias combinações de carregamento, nas duas direções do tecido (urdidura e trama).

Segundo Huntington (2003), a rigidez relaciona-se ao Módulo de Elasticidade do material e à área das fibras, sendo que essa varia segundo o comportamento das direções do tecido (urdidura e trama). Em relação às propriedades mecânicas, o desempenho está relacionado à tensão de tração (resistência à pré-tensão e carregamentos externos) e a força de ruptura (resistência ao rasgo e a necessidade de evitar a tensão localizada).

Conforme o gráfico da Figura 4.3, as curvas de tensão-deformação do tecido apresentam as diferenças de comportamento entre os fios da trama e urdidura,

<sup>11</sup> As malhas entrelaçadas ou tecidas, utilizando fibras de poliéster, podem ser produzidas com modulação 1/1 (um fio da urdidura cruza um fio da trama em um nó, conforme figura 4.1) ou 2/2 (dois fios da urdidura cruzam dois fios da trama em um nó) ou 3/3.

<sup>12</sup> As malhas sobrepostas são também chamadas de não-tecido, pois não há distinção de urdidura e trama.

conseqüência da menor deformação dos fios da urdidura, pois esses são mais esticados durante a tecelagem que os fios da trama, resultando num comportamento não-elástico<sup>13</sup>, não-linear<sup>14</sup> e em propriedades anisotrópicas<sup>15</sup> na membrana.

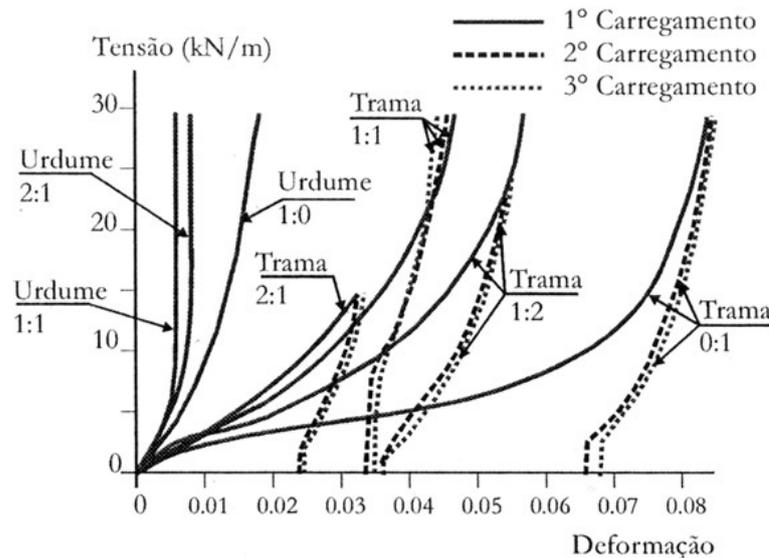


Figura 4.3 - Gráfico: Curvas tensão-deformação do tecido de fibra de vidro com PTFE  
Fonte: SHAEFFER,1996 apud OLIVEIRA, 2003, p.30.

O teste uniaxial apresentado na Figura 4.4 explica o comportamento não-linear do tecido. As faixas de tecido foram cortadas em diferentes direções: 45°, 90° e 0°. Segundo os diagramas Tensão X Deformação, verifica-se que o comportamento do tecido sob tração está associado à orientação da faixa em relação às direções do tecido (urdidura e trama) –, sendo que a menor deformação incide na direção do corte à 90° (direção da urdidura).

Esse comportamento não-linear é evidente e torna-se acentuado quando o tecido é solicitado, pois a trama tende a se alinhar (ficar reta), transferindo sua ondulação para a urdidura. Esse fenômeno é conhecido como “*crimp interchange*”, e propicia uma pequena perda da tensão inicial das fibras da trama (HUNGTINGTON, 2003). Porém,

<sup>13</sup> Comportamento não-elástico: deriva de ciclos de carregamento e resultam em pequenas cargas e deformações residuais que permanecem em um material quando o carregamento tende a zero.

<sup>14</sup> Comportamento não-linear: as propriedades tensão/ deformação não podem ser determinadas por uma equação linear.

<sup>15</sup> Materiais anisotrópicos: o material tem duas direções distintas e conseqüentemente apresenta tensões/ deformações diferentes para cada direção.

alguns tecidos mantêm, durante a tecelagem, tensões equivalentes da urdidura e trama, então o material apresenta rigidez similar e limitam o “*crimp interchange*” em ambas as direções.

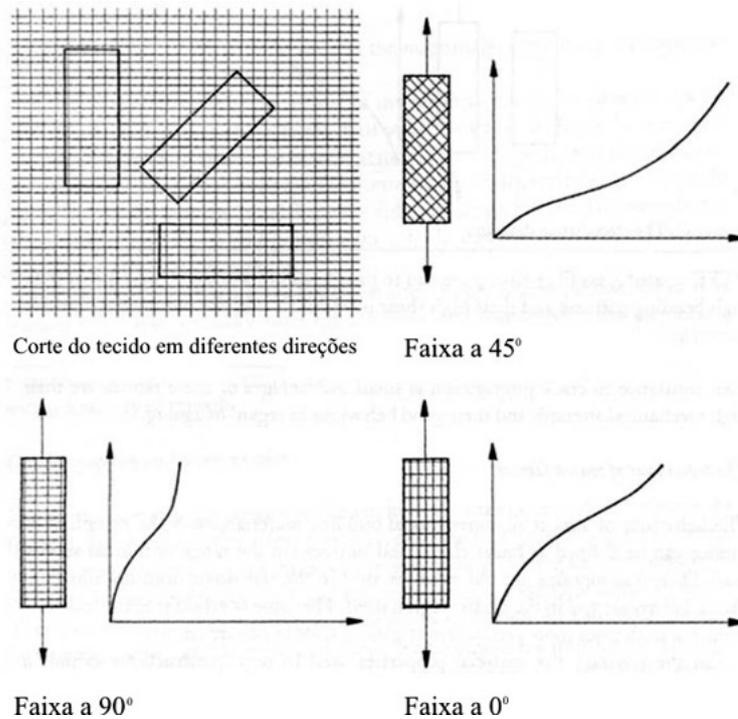


Figura 4.4 - Teste uniaxial das faixas de tecido cortadas em diferentes direções  
Fonte: MOLLAERT, 2002, p.72.

Nem sempre, a não-linearidade do tecido é considerada na modelagem numérica não-linear das estruturas. Nesse caso, o Módulo de Elasticidade do material é configurado com um valor único, representando um valor médio (das direções da urdidura e trama) de rigidez do material.

Então, para minimizar as deformações e possibilitar uma variação mais uniforme e regular da tensão na superfície, as direções do tecido (urdidura e trama) devem se alinhar, aproximadamente, com as direções das curvaturas principais da superfície. Mas, como em muitos tecidos a urdidura é mais resistente que a trama, então a urdidura deve coincidir com a direção de maior tensão e carregamento, observando que as cargas devidas a peso próprio, neve e vento são absorvidas, predominantemente, pela direção convexa da superfície (portante, Figura 4.5a), e as cargas negativas de sucção do vento, pela direção côncava (ancoragem, Figura 4.5b).

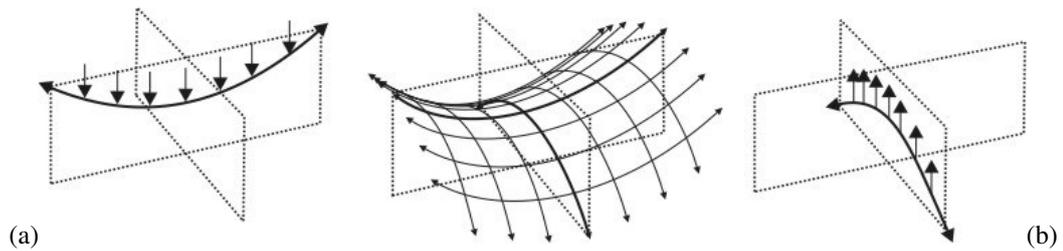


Figura 4.5 - Tensão no tecido sob carregamento  
 Fonte: ROLAND, 1973, p.15.

#### 4.2.2 COBERTURA OU MATRIZ LÍQUIDA

A durabilidade da membrana depende da sua resistência à radiação ultravioleta, aos danos resultantes da absorção de água devido à capilaridade das fibras do tecido (que causam o enfraquecimento das fibras), às manchas de sujeira, à perda da translucidez, vandalismo e ataque de materiais orgânicos, além da união ou costura dos painéis. Essas características estão associadas ao material e a espessura da cobertura dos fios do tecido.

A cobertura ou matriz líquida consiste de diferentes camadas superpostas de materiais poliméricos, em ambos os lados do tecido. São a proteção química das fibras e o tratamento da superfície (selador ou pintura) contra a radiação ultravioleta (UV), abrasão, atmosfera, fungos e chamas, além de possibilitar sua impermeabilização, estabilidade e a soldagem a quente.

Dentre as coberturas (ou matriz líquida) existentes, destacam-se o PVC (usado com fibras de vidro ou *poliéster*) e o PTFE (usado com fibras de vidro).

O material resultante é um composto, cujo espaçamento entre as fibras do tecido associado à cobertura possibilita a transmissão e a refletividade da luz solar, garante a iluminação natural durante o dia e um moderado ganho de calor.

#### 4.2.3 MATERIAIS MAIS USADOS

##### Poliéster coberto com PVC (*polyvinylchloride*)

Esse material sintético, considerado mais resistente<sup>16</sup> que as fibras naturais, começou a ser usado nos anos 50. Apresenta grande durabilidade devido à resistência à radiação UV, oxidação, além de retardar a chama<sup>17</sup> e poder ser reciclado. Possui também flexibilidade, resistência a dobras e facilidade de manuseio possibilitando o uso em estruturas retráteis e a montagem e desmontagem de estruturas temporárias. Tem vida útil de 10 a 15 anos e está disponível em uma ampla gama de cores, sendo que as cores escuras reduzem a translucidez e desbotam.

Segundo Huntington (2003), esses tecidos podem receber uma cobertura adicional que aumenta a proteção a UV, evita a sujeira e lacunas que podem ocorrer na cobertura, utilizando o PVF (*polyvinyl fluoride* ou *Tedlar*) ou PVDF (*polyvinylidene fluoride* ou *Kynar*® ou *Fluorex*®). PVF é aplicado como um filme por meio de adesivos e o PVDF pela ação do calor, impregnando-se na cobertura de PVC. As desvantagens dessas coberturas adicionais são o custo elevado e a necessidade da sua remoção nas extremidades que serão costuradas, pois não podem ser unidas na frequência convencional da solda.

##### Fibra de vidro coberta com PTFE (*polytetrafluorethylene* ou *teflon*)

Nos anos 70, a Du Pont (grupo de Owens-Corning, Chemfab e Bbirdair, Inc.) criou a fibra de vidro coberta com Teflon®<sup>18</sup>, (HUNTINGTON, 2003). Esse tecido é quimicamente inerte a umidade, microorganismos, substâncias químicas corrosivas, poluentes industriais, sujeira, radiação UV/ IR, além de ser incombustível, podendo ser

---

<sup>16</sup> Tensão de tração (*tensile strenght*) – 2.000 a 10.000 N/5cm; peso: 6 a 16,5 Pa, (KOCK, 2004).

<sup>17</sup> Esse tecido apresenta baixa propagação do calor (extingue com a remoção da fonte de calor) e derrete quando a temperatura excede 160° a 250° C, (HUNTINGTON, 2003).

<sup>18</sup> Essa resina foi considerada a mais importante invenção no campo das membranas devido a suas características, (HUNTINGTON, 2003).

usado em altas temperaturas. A durabilidade e grande resistência<sup>19</sup> das fibras (alta força mecânica) permitem o uso desse tecido em grandes vãos com curvaturas mínimas, porém é um material frágil susceptível a danos e rasgos (a resistência a rasgos é pequena) devidos ao manuseio, montagem, vandalismo ou à absorção da água devido à capilaridade das fibras do tecido. Apresenta vida útil acima de 20 anos e é fornecido apenas na cor branca.

#### ETFE (*ethylene tetrafluoroethylene*)

Segundo Huntington (2003), a folha translúcida<sup>20</sup>, ou filme de ETFE é um material sintético de baixa resistência<sup>21</sup> (comparada às fibras de poliéster e vidro) e com tendências ao alongamento. Portanto, é utilizado em coberturas pneumáticas infladas – em camadas duplas ou triplas – em que esse alongamento não afeta significativamente a pretensão aplicada pela pressão de ar, mas possibilita uma grande resistência a propagação de rasgos. Pode ser utilizado em grandes vãos e devido a seu baixo peso possibilita estruturas mais leves e com vida útil de mais de 20 anos.

É importante observar que escolha dos materiais deve considerar a resistência mecânica, flexibilidade, trabalhabilidade, durabilidade e custo, associadas às particularidades de cada edificação e ao contexto em que essa se insere.

Dentre os fabricantes de tecidos estruturais pode-se citar: a *Birdair*<sup>22</sup>, *ECP Products*<sup>23</sup>, *Ferrari*<sup>24</sup>, *Mehler Technologies GmbH*<sup>25</sup>, *Saint-Gobain Performance Plastics*<sup>26</sup>, *Verseidag-Indutex GmbH*<sup>27</sup> e entre os nacionais a *Sansuy*<sup>28</sup>.

---

<sup>19</sup> Tensão de tração (*tensile strenght*) – 1.000 a 8.000 N/5cm; peso: 4 a 16 Pa (KOCK, 2004).

<sup>20</sup> Esse filme é altamente transparente a UV.

<sup>21</sup> Tensão de tração (*tensile strenght*) – 300 a 600 N/5cm; peso: 0,5 a 20 Pa; (KOCK, 2004).

<sup>22</sup> <http://www.birdair.com/>

<sup>23</sup> <http://www.ecpinfo.com/>

<sup>24</sup> <http://www.ferrari-textiles.com/>

<sup>25</sup> <http://www.mehler-textnologies.com/>

<sup>26</sup> <http://www.fff.saint-gobain.com/> ; [www.sheerfill.com](http://www.sheerfill.com)

<sup>27</sup> <http://www.vsindutex.de/>

<sup>28</sup> <http://www.sansuy.com.br/>

#### 4.2.4 PADRÕES DE CORTE

As membranas estruturais são totalmente pré-fabricadas e apenas montadas e tensionadas (retesadas) no local da obra. Esse procedimento não permite grandes alterações no local e necessita de precisão para garantir que todos os componentes se ajustem segundo o nível de pré-tensão previsto. Como os tecidos são produzidos em larguras que variam de dois a cinco metros, a forma espacial é inicialmente planejada em painéis bidimensionais, ou seja, convertida em um conjunto de peças planas que são unidas para formar a geometria final retesada.

O processo de planificação da estrutura espacial envolve a definição dos padrões de corte dos painéis e da direção do tecido para análise de tensões e deformações da superfície. É um processo integrado e interativo e considera o comportamento não-linear do tecido. Posteriormente, o processo de corte e união dos painéis é todo desenvolvido em fábrica, com grande controle de qualidade.

#### 4.2.5 MODULAÇÃO

Conforme foi dito anteriormente (item 3.3.2), a superfície das membranas empenadas ou anticlásticas (dupla curvatura em direções opostas) não é desenvolvível, isto é, não podem ser desenroladas a ponto de toda a sua superfície curva estar contida sobre o plano, (FIRMO, 2004). Conseqüentemente, a planificação e o corte dos painéis bidimensionais é feito seguindo as trajetórias geodésicas.

A trajetória geodésica pode ser descrita como a menor distância entre dois pontos numa superfície. Na superfície bidimensional (plano), as geodésicas são linhas retas. Na superfície esférica, são arcos de grandes círculos formados pela intersecção da esfera com o plano – que passa por dois pontos e o centro da esfera – por exemplo, a linha do equador (Figura 4.6).

“A curvatura geodésica em cada ponto da superfície é definida como a projeção ortogonal do raio de curvatura sobre o plano tangente à superfície, no ponto considerado. Quando a superfície puder ser desenvolvida sobre o plano, a linha geodésica torna-se uma reta. Retomando os padrões de corte, tem-se que peças com as

bordas definidas conforme linhas geodésicas, na configuração de equilíbrio, aproximam-se de retângulos (com um dos lados mais retos) quando planificadas, possibilitando um melhor aproveitamento de material” (ZHANG E LUO, 2002 apud DIAS JUNIOR, 2006, p.18). (Figura 4.6 e Figura 4.7)

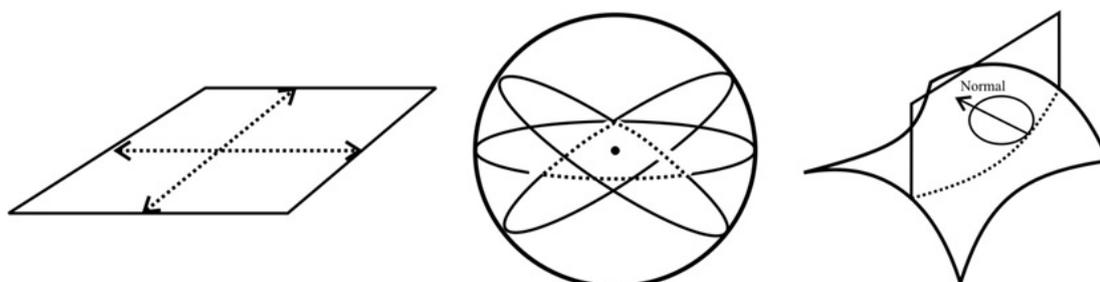


Figura 4.6 - Trajetórias geodésicas no plano, na esfera e no parabolóide hiperbólico; Curvatura no parabolóide – Fonte: ZHANG, 2002 apud DIAS JÚNIOR, 2006, p.17.

Essas trajetórias geodésicas são a base da modulação do tecido estrutural e quando alinhadas às direções do tecido (urdidura segue paralela à direção geodésica e a trama perpendicular), otimizam o gasto de material, propiciam uma variação gradual e harmônica da largura das faixas, evitam rugas e, segundo Barnes (1994), são caminhos que as faixas planas podem seguir sem cisalhamento. Na Figura 4.7, a modulação e corte da faixa azul segue as linhas geodésicas, conseqüentemente, a forma do painel bidimensional apresenta uma variação gradual e harmônica, aproximando-se de um retângulo e possibilitando melhor aproveitamento do tecido estrutural do que a faixa laranja. Na Figura 4.8, observa-se também a modulação e padronagem das formas espaciais seguindo as trajetórias geodésicas.

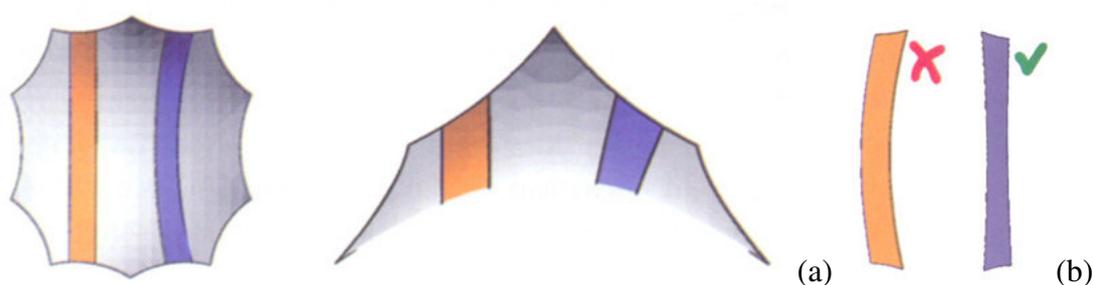


Figura 4.7 – Modulação, corte e planificação da superfície espacial em faixas planas:  
 (a) faixa laranja não-geodésica;  
 (b) faixa azul segue trajetória geodésica: variação gradual e harmônica, aproximando-se de um retângulo e possibilitando o melhor aproveitamento do tecido estrutural.  
 Fonte: FOSTER, 2004, p.208.

Porém, “observa-se que há sempre uma distorção na modulação – na área, no ângulo ou no comprimento – e apenas uma delas é preservada, portanto quanto menor o painel, menor a distorção” segundo Pauletti<sup>29</sup>.



Figura 4.8 – Modulação e padronagem das formas espaciais seguindo as trajetórias geodésicas  
Fonte: FOSTER, 2004, p.208.

#### 4.2.6 COSTURAS

As linhas de união ou de costura linear entre os painéis da membrana impõem uma seqüência ordenada e harmônica à forma da superfície, que deve ser explorada e estar associada à distribuição das tensões (Figura 4.9).

Estas podem ser feitas por solda, laços ou grampos, sendo que estes últimos permitem a conexão mecânica dos tecidos (Figura 4.10). Porém, a solda a quente é a união mais utilizada, devido à resistência a água e a facilidade de controle do processo. As extremidades dos painéis são superpostas e a solda funde os revestimentos (cobertura) dos materiais. Nesse processo não há conexão mecânica entre os tecidos e a força da solda depende da capacidade de união dos revestimentos e da largura da solda. Entretanto, como o calor é elemento de conexão das soldas, essas uniões devem ser testadas sob temperaturas elevadas e nesse caso, as soldas associadas às costuras propiciam um grande nível de segurança para lugares onde a temperatura pode aproximar de 70° C.

---

<sup>29</sup> Comentário em sala de aula, disciplina Sistemas Estruturais Leves /USP, 2007

Nas uniões a força adesiva da cobertura é um fator decisivo na resistência as costura, sendo que quanto maior a espessura da cobertura, maior a proteção da fibra. Seu desempenho resulta também do controle de qualidade do processo de fabricação, dos testes de resistência (das fibras e da capacidade adesiva da cobertura) realizados pelo fabricante e do detalhamento construtivo de cada situação em particular.

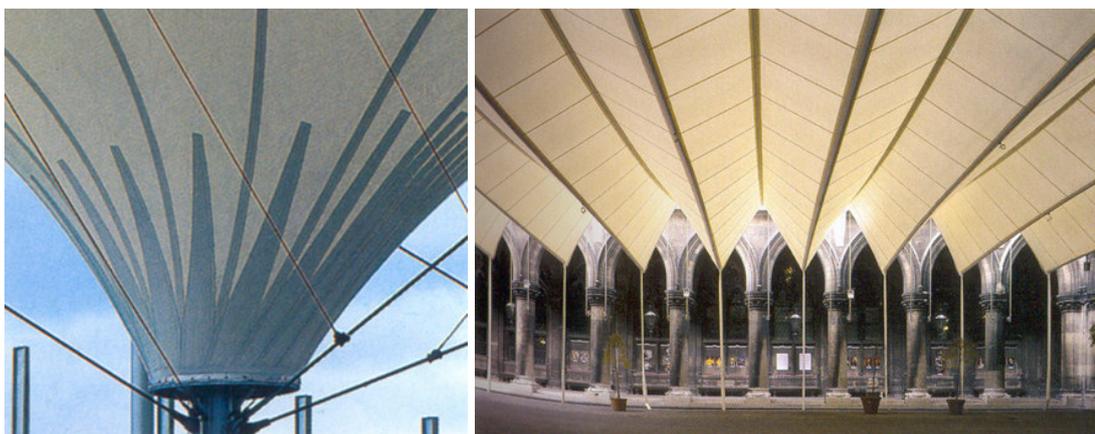


Figura 4.9 - Linhas de costuras  
Fonte: KOCH, 2004, p.77, p.89.

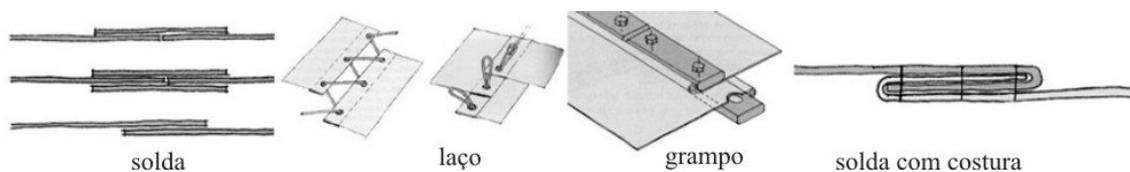


Figura 4.10 - União de tecidos  
Fonte: FOSTER, 2004, p.152, p.154, p.153, p.151.

## 5 PROCESSO DE PROJETO

O processo de *design* das ‘formas de equilíbrio’ como as membranas ou formas funiculares é essencialmente diferente dos métodos de projeto de arquitetura tradicionais, devido à intrínseca relação entre forças e formas dessas estruturas resistentes pela forma (LINKWITZ apud WENDLAND). A qualidade formal e estrutural não resulta apenas da expressividade e da criatividade individual dos arquitetos, mas decorre de um processo aberto, onde arquitetos e engenheiros são participantes de um procedimento refinado e buscam descobrir juntos um ‘estado’, uma condição de equilíbrio onde a forma revela o caminho das forças, já que, forma e estrutura são interdependentes (WENDLAND).

Isso quer dizer que, como estrutura e forma estão intimamente ligadas, quaisquer discontinuidades na tensão ou deformação arbitrária afetam a geometria e a estabilidade de todo o sistema. Portanto, segundo Oliveira (2003) em todo o processo é imprescindível o trabalho em equipe, já que todas as decisões afetam a forma final da estrutura espacial. E, segundo Foster (2004), “o *design* das estruturas de membrana é a arte de controlar as condições de limite e as geometrias suportes, para encontrar a melhor forma para definir a proposta. É um processo interativo e mais disciplinado que o empregado em *design* convencional. É uma aproximação científica e envolve arquitetos e engenheiros na procura do *design* de maior simplicidade” (tradução nossa).

Nesse sentido, a solução estrutural se fundamenta no conhecimento dos condicionantes do projeto, nos princípios desse sistema (geometria, comportamento e interfaces dos componentes e sistema global) e incorpora a análise estrutural à concepção do projeto.

Então, a partir do desenvolvimento do conceito ou diretrizes do projeto, o *design* dessas estruturas passa por etapas integradas e interativas no estudo da forma (*form-finding*) que abrangem o estudo da configuração do sistema, a análise e a planificação da superfície da membrana, visando desenvolver sistematicamente os aspectos da arquitetura e da engenharia em busca da solução espacial e estrutural.

## 5.1 METODOLOGIA DE TRABALHO

Este estudo apresenta um procedimento particular de trabalho que visa o diálogo e a aproximação dos aspectos da arquitetura e da engenharia no desenvolvimento das tensoestruturas, bem como a investigação dos procedimentos e das interfaces de cada etapa de trabalho.

### 5.1.1 PRIMEIRA ETAPA – CONCEITO DO PROJETO

Visa estabelecer as diretrizes do objeto a ser edificado, ou seja, definir os usos e atividades a serem potencializados, identificar as qualidades e características do lugar e sua relação com o entorno (vistas, insolação, vento, topografia, edificações vizinhas), objetivando a elaboração de espaços e soluções – arquitetônicas e estruturais – que potencializem as atividades e as relações humanas e que se integrem nos lugares em que se inserem.

### 5.1.2 SEGUNDA ETAPA – ESTUDO DA FORMA OU ‘*FORM-FINDING*’

Desenvolve-se a configuração de equilíbrio do sistema e integram-se as ações da arquitetura e da engenharia. É um processo que envolve mudanças e ajustes finos e pode ser definido como um passo a passo para encontrar a melhor solução. Abrange a modelagem física e computacional.

#### Modelagem física

A modelagem física foi muito usada, principalmente por Frei Otto, antes das análises computacionais. É essencial nos estudos iniciais e pode ser considerada como um primeiro passo do estudo da forma. Possibilita explorar, investigar e analisar qualitativamente o comportamento (flexível e não-linear) do sistema, as condições de limite, a forma e a geometria dos componentes em estado de equilíbrio tenso, e o processo de fabricação e montagem do modelo em estudo, o que não é possível apenas do ponto de vista cartesiano (plantas, cortes). Também propicia a compreensão intuitiva de todo o sistema, proporciona a experiência das qualidades do espaço edificado, aproxima o estudo da realidade e potencializa o desenvolvimento do sistema proposto.

Os modelos flexíveis podem ser realizados em membranas elásticas, filme de sabão ou papel, e suporte com pregos, palitos de madeira, fios de aço e linhas, sendo que, os modelos com tecidos elásticos podem propiciar também a avaliação da tensão e deformação (Figura 5.1 e Figura 5.2), o modelo em filme de sabão, o estudo da superfície mínima, sem carregamento (Figura 3.18, Figura 3.19, Figura 3.27 e Figura 3.28) e o modelo em papel, o estudo da planificação da superfície da membrana.

A modelagem física pode ser realizada de forma precisa e refinada possibilitando a avaliação e teste do comportamento estrutural, como os modelos protótipos realizados por Otto no desenvolvimento do Pavilhão Alemão na *World Fair Montreal* (1967), (Figura 5.2).

No estudo em questão foram desenvolvidos apenas modelos simplificados em membranas elásticas e papel, cujo processo de modelagem física utilizado é o Método Indireto (DUTRA). Isso quer dizer que apesar dos parâmetros envolvidos e das dimensões serem as mesmas, o modelo não apresenta uma correção geométrica (escala ou fator de escala) que possibilita a relação entre as propriedades dos materiais (peso específico e resistência) ou das magnitudes geométricas<sup>30</sup> do modelo e do protótipo real.

Esse processo (Método Indireto) baseia-se na identificação e no mapeamento das características mais importantes desse sistema construtivo (geometria e trabalho integrado dos componentes em estado de tensão), para posterior observação e análise qualitativa do seu comportamento, ou seja, avalia uma representação simplificada da realidade, devido à falta de precisão da construção do modelo.

---

<sup>30</sup> A magnitude geométrica de um parâmetro não é definida somente pela sua dimensão, mas abrange a relação entre as partes e o todo, as propriedades e a resistência dos materiais. Segundo Carneiro (1996, p.158), “Para que o comportamento de um protótipo seja semelhante ao de um modelo reduzido, é necessário, portanto que ou o peso específico do material do protótipo seja menor do que o do material do modelo, ou que a resistência do material do protótipo seja maior que a do modelo. A essa conclusão chegou Galileu, em sua teoria da fraqueza relativa dos gigantes... Galileu mostra que quando se comparam dois corpos geometricamente semelhantes, as forças resistentes estão entre si como o quadrado da escala geométrica, ao passo que os pesos próprios se relacionam com o cubo dessa escala”.

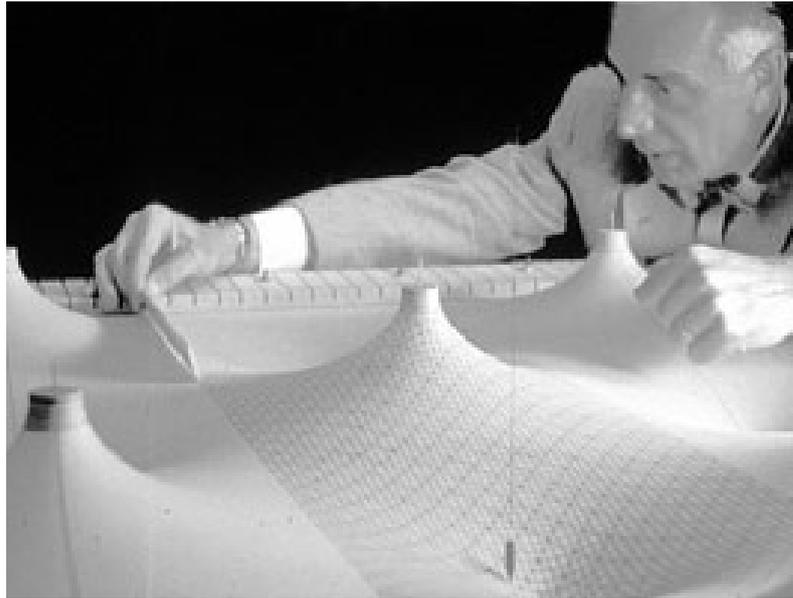


Figura 5.1 - Modelo flexível  
Fonte: <http://www.lightstructures.de/>

### Modelagem computacional – Análise

A modelagem computacional representa um segundo passo do estudo da forma, que propicia representar a configuração inicialmente desenvolvida por modelos flexíveis e uma nova investigação – mais refinada da forma de equilíbrio do sistema global sob ação de carregamento –, que compreende a engenharia da estrutura. Envolve a definição dos materiais, a análise e o dimensionamento do sistema global e dos componentes estruturais e suas interfaces.



Figura 5.2 – Modelo do Estádio Olímpico de Munique, 1972  
Fonte: EEKHOUT, p.29.

A análise numérica da estrutura é definida por passos consecutivos de cargas, um processo iterativo que revela os níveis de tensão e deformações a que a estrutura está submetida e que definem as mudanças e ajustes finos da geometria e forma final da estrutura. Esse processo engloba também a planificação ou definição dos padrões de corte da superfície da membrana, para posterior análise da estrutura espacial tensionada, segundo Oliveira (2003). Esses procedimentos são totalmente integrados e podem indicar a necessidade de refazer o primeiro passo ou análises anteriores.

Os métodos usados para análise não-linear são: Método Densidade de Força, Método não-linear de Elementos Finitos e Relaxação dinâmica.

Os métodos usados para análise não-linear, do ponto de vista apenas da otimização estrutural, são capazes de representar e analisar o desempenho da estrutura sem necessitar dos modelos físicos. Porém, segundo Wendland, isso até poderia ser possível, se o processo de projeto como um todo fosse limitado apenas ao problema de otimização. Pelo contrário, a otimização é apenas um dos aspectos do *design* de toda a edificação.

### 5.1.3 TERCEIRA ETAPA – CONCLUSÃO DO PROCEDIMENTO DE TRABALHO

Verificação das interfaces, afinidades e limitações de cada etapa e do procedimento de trabalho, com o intuito de fornecer os parâmetros e as diretrizes que orientem o trabalho em equipe e novas investigações.

## 6 ESTUDO DE CASO

Essa etapa apresenta o modelo de cobertura proposto, que é a âncora da pesquisa, onde é aplicada a metodologia particular de trabalho. Objetiva explorar as características do sistema construtivo em uma situação particular e investigar os procedimentos e as interfaces entre as ações de trabalho da arquitetura e engenharia, apresentando uma reflexão e subsídios ao processo de projeto das tensoestruturas.

Esse estudo contou com a análise numérica do modelo desenvolvido – pré-teste da estrutura – elaborado pelo engenheiro Elivaldo Silva, no trabalho<sup>31</sup> conjunto desenvolvido na disciplina Estruturas Leves/ USP.

### 6.1 CONCEITO ESPAÇO

O sítio escolhido para revelar o objeto de estudo – cobertura em membrana retesada (tensionada) – situa-se no centro do Campus da UFOP, localizado nas proximidades dos laboratórios da Escola de Minas, do Instituto de Ciências Exatas e Biológicas (ICEB) e do restaurante universitário e da Prefeitura do Campus, margeando a via interna principal (Figura 6.1, Figura 6.2 e Figura 6.3).



Figura 6.1 - Vista do sítio escolhido – Praça/ anfiteatro UFOP

---

<sup>31</sup> Processo de Projeto de Tensoestruturas: Interface entre a Arquitetura e a Engenharia, Seminário de Estruturas Leves, USP, São Paulo, setembro 2007, Professor Ruy Marcelo Pauletti.

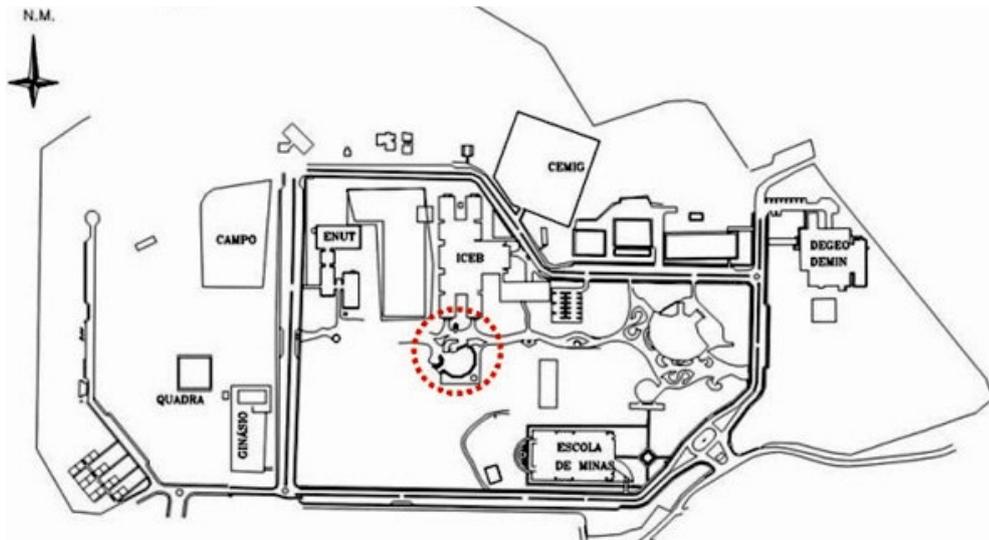


Figura 6.2 - Planta Campus UFOP: identificação da área escolhida  
 Fonte: arquivo Prof. José Geraldo Brito

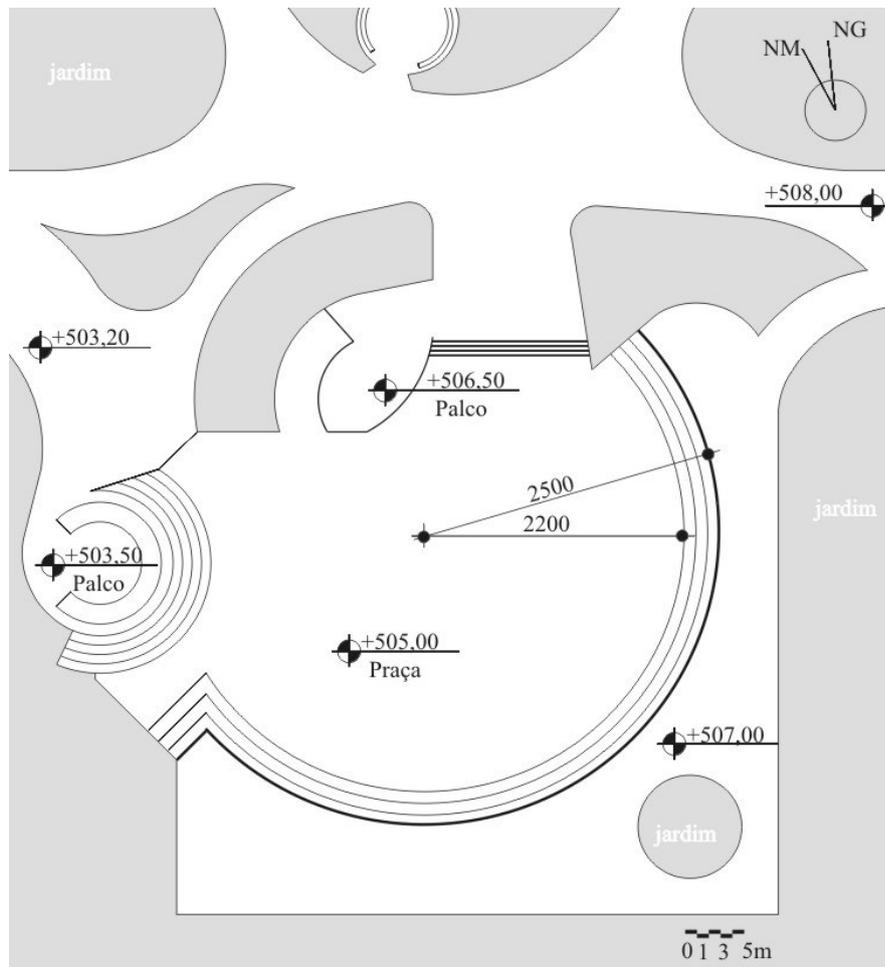


Figura 6.3 - Planta da Praça/ anfiteatro

Segundo a proposta original do plano diretor do campus (elaborada pelo arquiteto Antônio de Pádua), essa grande área aberta de localização estratégica foi projetada para ser uma grande praça, um espaço de pausa entre as edificações, um lugar para o encontro, possibilitando a integração e as manifestações acadêmicas e culturais.

Apesar das potenciais características, esse local tem sido raramente utilizado e podem-se destacar alguns fatores físicos que dificultam o uso do espaço, como a grande dimensão do local e ausência de área de sombreamento ou proteção às alterações constantes do clima e temperatura local (sol, chuva, vento), posição camuflada na paisagem e deslocamento em relação à via de acesso, dificultando a percepção imediata.

Portanto, a proposta de uma cobertura para o local teve como diretrizes potencializar, dar visibilidade ao lugar e estimular o uso do local – acadêmico (feiras científicas, tecnológicas e profissionalizantes), cultural (concertos, apresentações, palestras) e efêmero – em diferentes condições climáticas e explorar as características desse sistema construtivo: expressividade formal, capacidade de vencer grandes vãos com menor peso, e de controle da luz e da temperatura.

Essas diretrizes ampliam as possibilidades de ocupação do espaço interno que pode se dar, por exemplo: espaço central e ou palco como centros de atividades (concertos, apresentações etc.), (Figura 6.4a) ou a setorização radial de pequenos espaços (salas ou *stands*) em caso de feiras (Figura 6.4b).

A configuração proposta (Figura 6.5 e Figura 6.6) – formada por duas superfícies permanente e móvel – busca criar uma rica ambiência, possibilitar a experiência do espaço aberto e fechado, as atividades ao ar livre ou a proteção à chuva e ao excesso de sol, permitir a iluminação e a ventilação natural, aberturas para vistas, segurança do local e a adaptação a diferentes usos. Além disso, para permitir a existência de um grande vão livre e conseqüentemente a amplitude, flexibilidade de ocupação e adaptação do espaço interno, integração com a paisagem e a comunicação interior-exterior, o modelo de cobertura foi desenvolvido com menor número de apoios, e abrange uma área de 2212m<sup>2</sup>.

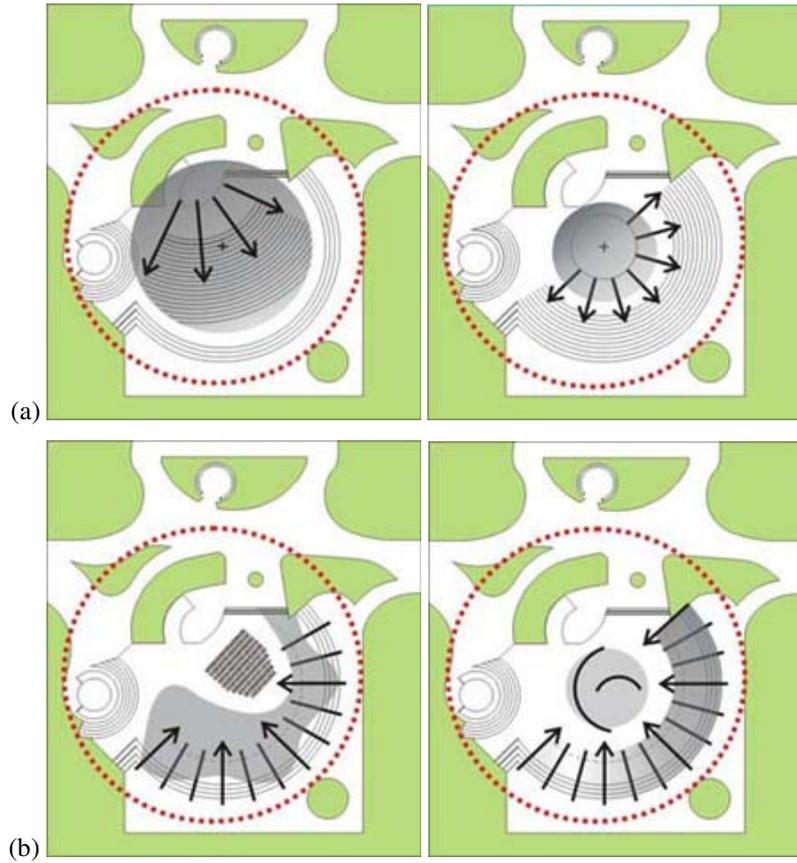


Figura 6.4 - Propostas de usos e ocupação do espaço interno da Praça/ anfiteatro  
Plantas com layout da Praça/ anfiteatro: (a) setorização central; (b) radial.

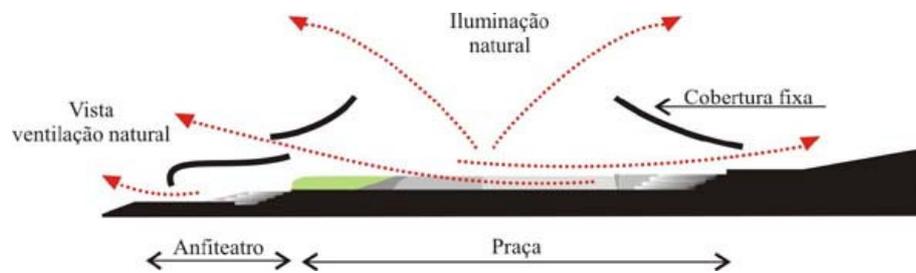


Figura 6.5 - Seção vertical do terreno com cobertura fixa  
(abertura p/ vistas, iluminação/ ventilação natural)

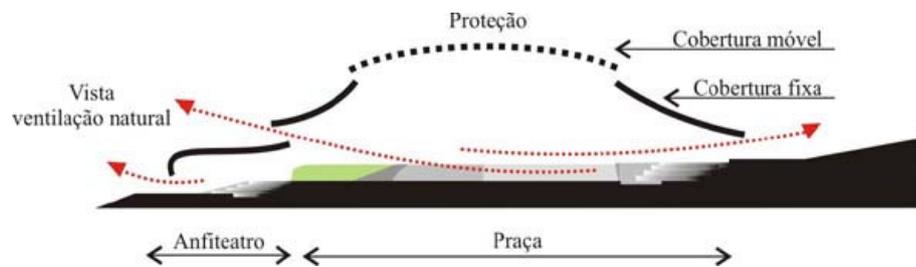


Figura 6.6 - Seção vertical do terreno com cobertura fixa e móvel  
(amplia as possibilidades de uso e ocupação do espaço em diferentes condições climáticas)

## 6.2 ESTUDO DA FORMA – *FORM-FINDING*

A primeira etapa desse estudo procurou explorar configurações estruturais alternativas e o comportamento global do sistema em pequenos modelos flexíveis (escala 1/500). Posteriormente, iniciou-se uma investigação mais detalhada do estudo escolhido abrangendo a modelagem física (escalas 1/200 e 1/100) e a computacional simplificada (Método Densidade de Força e pré-teste da estrutura via Método de Elementos Finitos).

A escolha do procedimento experimental como base do estudo visou explorar e identificar o processo espontâneo que modela e revela a forma estrutural de menor peso, além de propiciar a investigação e a compreensão da geometria e do comportamento dos componentes dentro de um campo de tensão.

Os modelos flexíveis foram executados com pregos, fios de arame e fios de aço<sup>32</sup>, anzóis, linha e tecido de nylon<sup>33</sup> e papel em base de papelão e compensado, em escalas reduzidas (1/500, 1/200 e 1/100). Cabe ressaltar que as mudanças de escala ampliaram a capacidade de investigação da forma, a percepção das interfaces, articulações e desempenho entre componentes, além de potencializar a vivência do aspecto qualitativo do comportamento estrutural do sistema.

---

<sup>32</sup> Fios de aço (10lb) utilizados em pescaria. A finalização e união dos fios são feitas por morsas (pequenos tubos que são prensados).

<sup>33</sup> Dentre os tecidos experimentados, apesar da dimensão limitada, o tecido de nylon (meia) se apresentou mais adequado à modelagem da superfície, pois apresenta tensões equivalentes nas duas direções. Observa-se também, que as bordas do tecido enrolam e se comportam como cabos tracionados.

### 6.2.1 MODELOS FLEXÍVEIS: ESTUDOS 1 E 2 – ESCALA 1/500

Os primeiros modelos – Estudos 1 (Figura 6.7) e Estudo 2 (Figura 6.8) – foram realizados na escala 1/500 e possibilitaram além da compreensão intuitiva e global de todo o sistema, o estudo do objeto edificado no lugar, ou seja, da escala e sua relação com a paisagem e o desenvolvimento do conceito estrutural proposto.

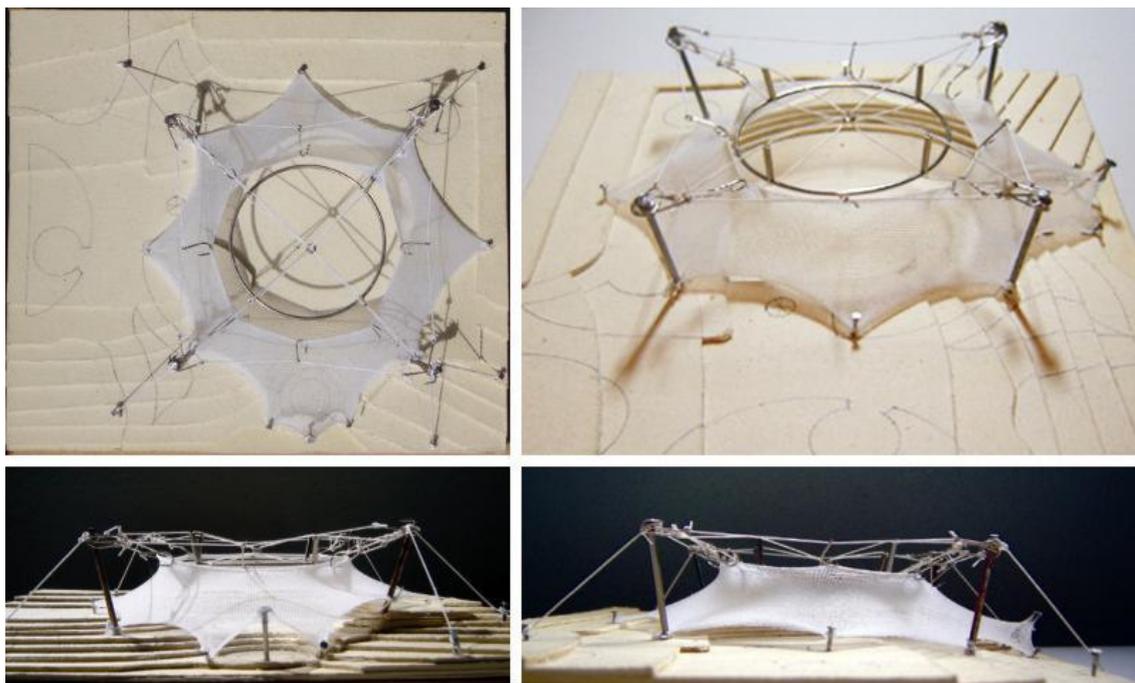


Figura 6.7 - Vistas do modelo flexível Estudo 1 – Escala do modelo 1/500

Para permitir a flexibilidade do espaço interno (grande vão livre) e maior integração com a paisagem, optou-se por apoiar o topo da cobertura (superfície fixa/ conoide) em um sistema espacial articulado composto de barras comprimidas descontínuas inseridas em uma rede contínua de cabos tracionados (cujo princípio denomina-se ‘*Tensegrity*’<sup>34</sup>),

---

<sup>34</sup> Sistema estrutural *Tensegrity* - Nesse sistema tal como as membranas, a rigidez depende da geometria dos componentes e de um campo equilibrado de tensões. Segundo Deifield (2005), o termo “*tensegrity*” foi criado por Richard Buckminster Fuller nos anos 60, para descrever o princípio estrutural em que a forma e a integridade da estrutura é garantida pela interação de elementos comprimidos descontínuos (barras isoladas entre si, isto é, não se tocam entre si), inseridos em uma rede contínua de cabos tracionados, definindo um volume estável no espaço. É um sistema articulado, onde todos os componentes trabalham como um organismo vivo resistindo aos carregamentos por meio do equilíbrio entre a compressão e a tração.

associado a dois anéis rígidos (anel interno tracionado e externo comprimido) que conferem maior estabilidade e rigidez ao sistema.

Esse sistema espacial é sustentado por grandes mastros rotulados (apoios universais) e com tirantes. A configuração do Estudo 1 apresenta quatro mastros atirantados entre si e o Estudo 2, três mastros independentes. No Estudo 2, a base da cobertura também encontra-se elevada do solo e apóia-se em pequenos mastros.

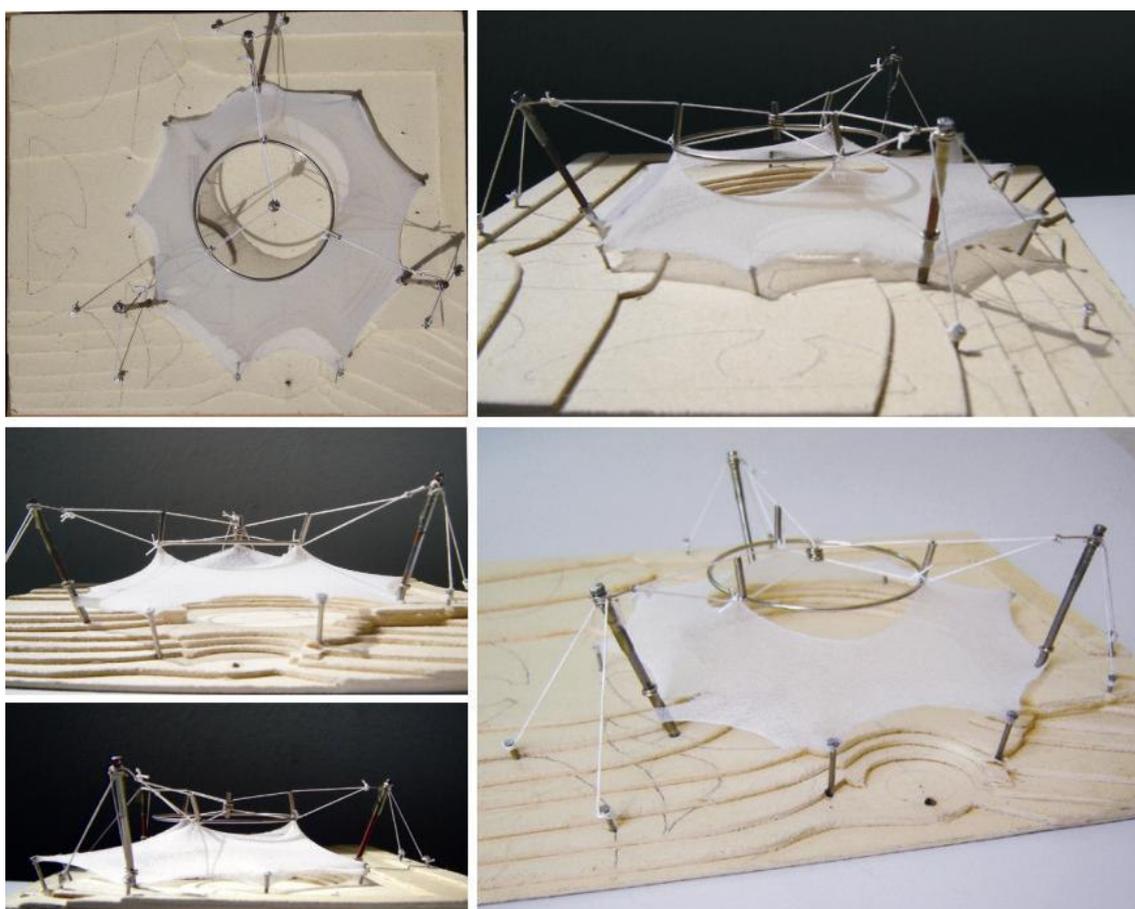


Figura 6.8 – Vistas do modelo flexível Estudo 2 – Escala do modelo 1/500

Para dar continuidade a novas investigações da geometria e comportamento da cobertura, foi escolhido o Estudo 2, devido a simplicidade do sistema suporte (ancoragem da cobertura com menor número de apoios), e uma situação de equilíbrio mais desafiadora.

A Figura 6.9 apresenta a primeira tentativa de modelagem computacional desse estudo. A modelagem da superfície (discretizada em uma malha de cabos) foi feita no programa *Surface* V3.6<sup>35</sup> (versão demo) e a representação inicial da estrutura (superfície da cobertura e eixos da estrutura suporte) foi realizada no programa Autocad. Como a versão demo não permite a saída dos dados (arquivo .dxf), a conversão final do arquivo foi solidariamente executada pelo engenheiro Dietrich da Empresa TensiTex, que utiliza também esse programa para modelagem das suas estruturas.

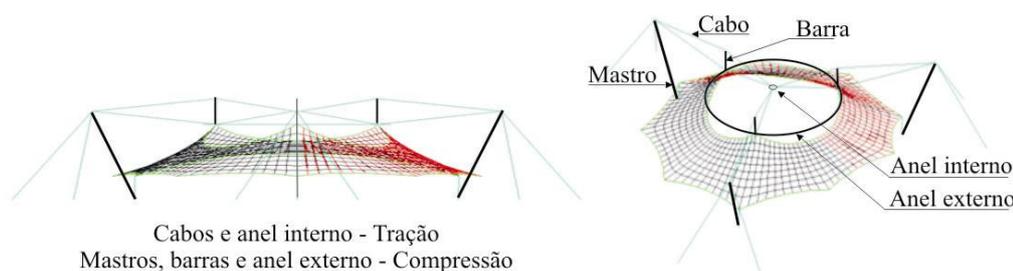


Figura 6.9 - Primeira modelagem tridimensional Estudo 2

Porém, percebe-se que essa representação da estrutura suporte (inicialmente idealizada) não expressa o comportamento real da estrutura, pois o equilíbrio nessa configuração é impossível sob carregamento. O equilíbrio da estrutura suporte sob carregamento só é possível na configuração deformada, tal qual o modelo flexível – Estudo 2 (Figura 6.10). Esse procedimento veio, mais uma vez, confirmar a importância do modelo flexível, da sua fidelidade ao comportamento, possibilitando encontrar e verificar a viabilidade da forma proposta nos primeiros estágios do processo de trabalho.

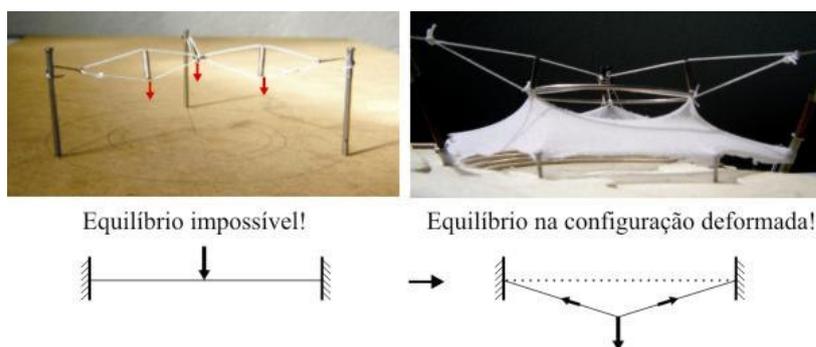


Figura 6.10 - Comportamento da estrutura: estrutura suporte (sem carregamento) e Estudo 2

<sup>35</sup> *Surface* V3.6 (www.surface.co.nz – versão demo). Esse programa tem uma interface gráfica que possibilita gerar e alterar formas facilmente e em tempo real, além dos padrões de corte das superfícies.

## 6.2.2 MODELO FLEXÍVEL: ESTUDO 2 (1º AJUSTE) – ESCALA 1/200

Para possibilitar o estudo da cobertura completa – superfície móvel e fixa –, foi necessária a mudança de escala do modelo, passando para 1/200, sendo que esse novo modelo revelou a necessidade de ajustes do sistema suporte inicialmente proposto.

### Ajustes do sistema suporte

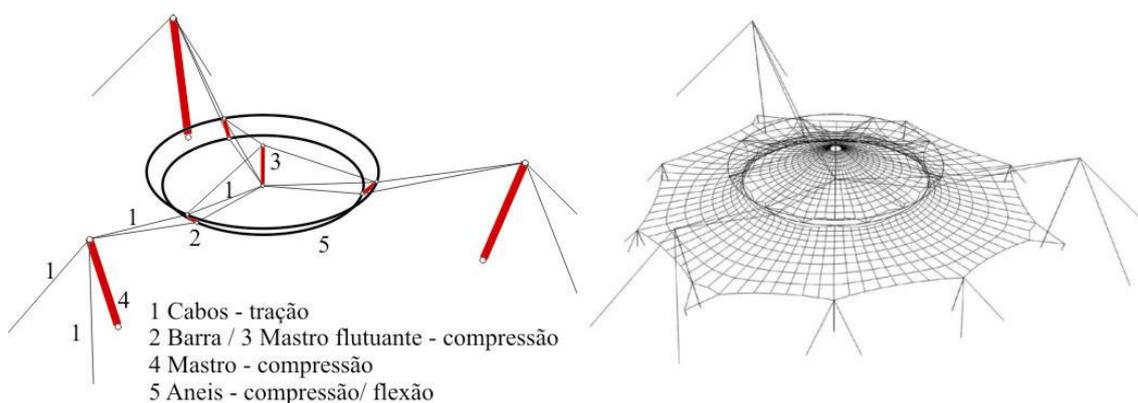


Figura 6.11 - Modelagem sistema suporte e da cobertura completa Estudo 2 (1º ajuste)

Para propiciar o apoio central da superfície móvel, o sistema espacial articulado recebeu um mastro central flutuante, e para permitir a superposição e apoio das superfícies, as barras externas do sistema suporte espacial passaram a ser conectadas a dois anéis rígidos (Figura 6.11 e Figura 6.12).

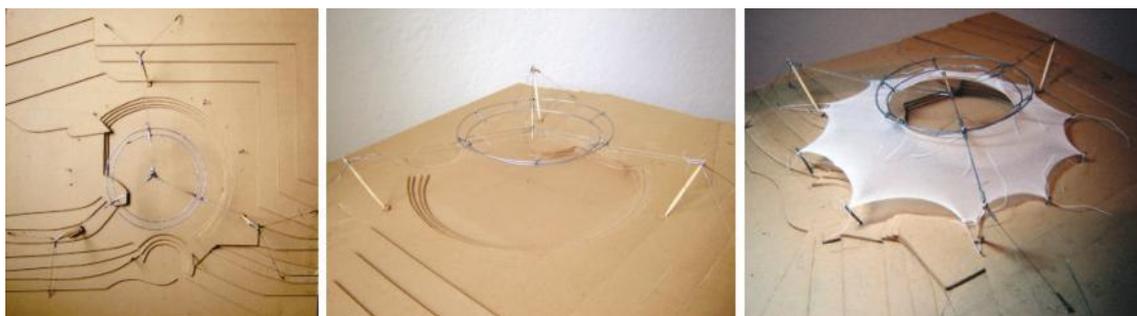


Figura 6.12 - Vistas da montagem modelo flexível Estudo 2 (1º ajuste):  
do sistema suporte e da membrana externa  
Escala do modelo 1/200

## Estudo da cobertura completa: superfícies externa e interna

A cobertura completa passou a ser composta por duas superfícies anticlásticas (externa e interna) com modulações e comportamento distintos, abrangendo uma área aproximada de 2212m<sup>2</sup>. A superfície externa é fixa e compreende um conoíde cuja parte superior apóia-se no anel interno e a base ancora-se em pequenos mastros (Figura 6.12).

A superfície interna é móvel/ retrátil, converge radialmente em direção ao ponto central, e apresenta um arranjo radial de nove módulos (foi idealizada, inicialmente, com seis módulos) de parabolóides hiperbólicos que é suportado pelo mastro flutuante e anéis rígidos, ou melhor, por uma estrutura espacial suspensas (Figura 6.13, Figura 6.14, Figura 6.61, Figura 6.62).

### Comportamento da superfície interna

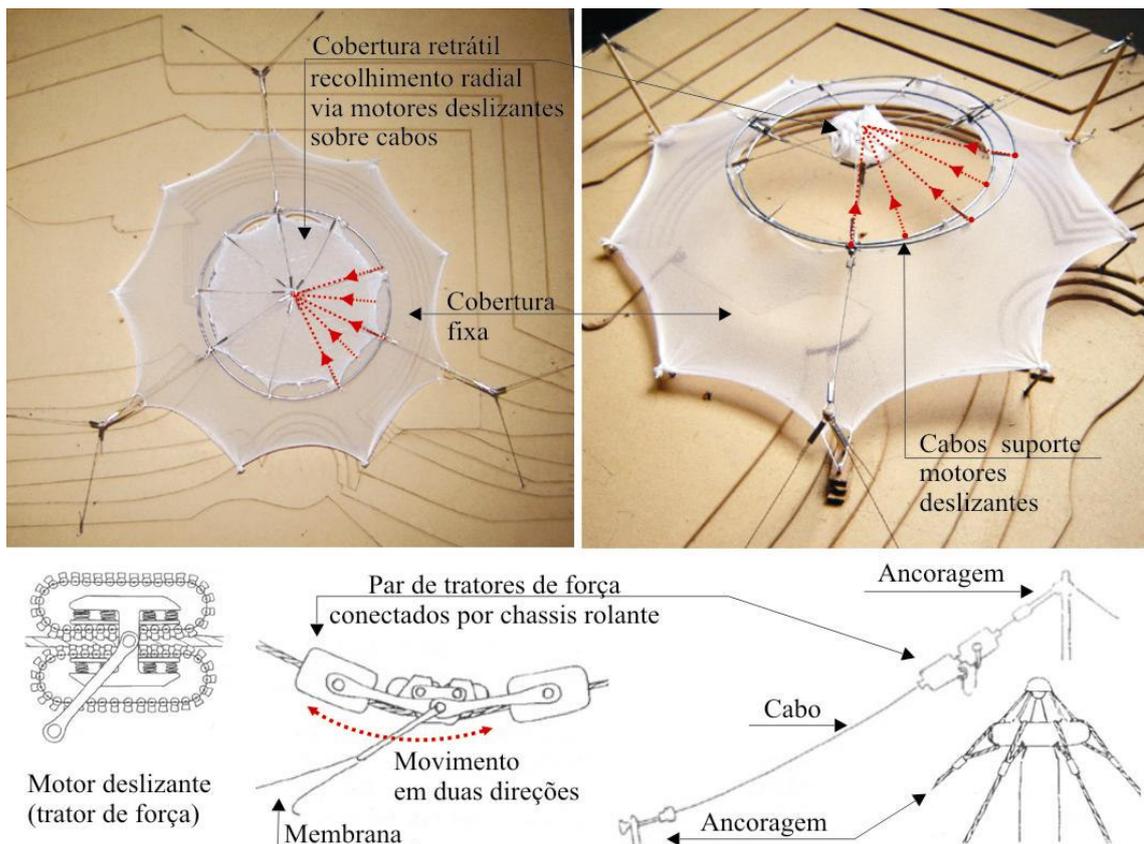


Figura 6.13 - Vista superior e tridimensional superfície completa Estudo 2 (1º ajuste)  
Superfície central móvel c/ recolhimento radial via motores deslizantes – Escala do modelo flexível 1/200  
Detalhes do mecanismo de recolhimento da superfície central – Fonte: OTTO, 1972, p. 139.

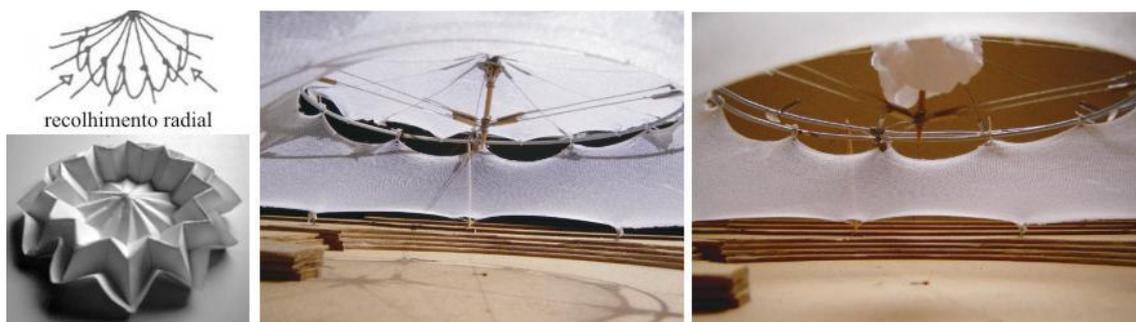


Figura 6.14 - Vistas internas do modelo flexível Estudo 2 (1º ajuste)  
Sistema de recolhimento radial da superfície interna; Superfície retrátil fechada e aberta  
Escala do modelo flexível 1/200.

O movimento ou recolhimento radial da superfície interna é acionado por um mecanismo motriz que permite a conexão entre a superfície da membrana e a estrutura suporte. Sugere-se um sistema ativo composto de reboques – motores deslizantes ou tratores de força<sup>36</sup> – que conectam as extremidades da base da membrana interna aos cabos (Figura 6.13). Esses reboques se movem livremente ao longo dos cabos recolhendo e abrindo a membrana, com alto coeficiente de atrito para prevenir o escorregamento, e são dirigidos por motores elétricos que necessitam ser sincronizados e podem ser dirigidos automaticamente ou programados.

Para permitir o movimento da superfície com facilidade, o mastro flutuante deverá ser retrátil, ou seja, ter um mecanismo que permita sua extensão após a total abertura da membrana para só assim, tensioná-la (ver detalhes Figura 6.63, Figura 6.64).

As vistas – Figura 6.15 e Figura 6.16 – do modelo flexível do Estudo 2 (1º ajuste) possibilitam visualizar as possibilidades de uso e o comportamento da configuração proposta.

---

<sup>36</sup> Segundo OTTO (1972), os tratores de força podem ser projetados com pares de rodas tensionadas entre si, dirigidos por motores elétricos e conectados em pares por um chassi rolante que possibilita os movimento nas duas direções (empurrar e puxar). Permanecem conectados e ancorados às bases da estrutura suportes por um sistema de garras e amortecedores.

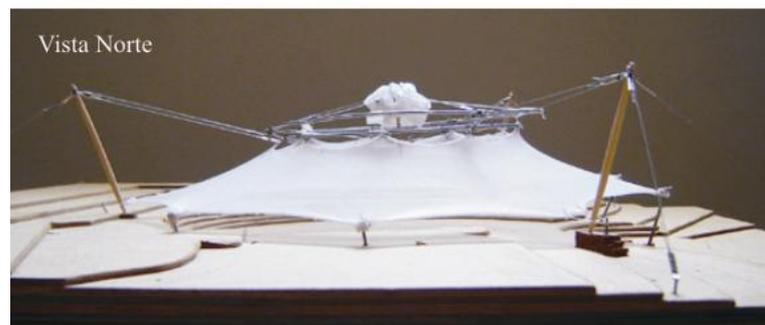
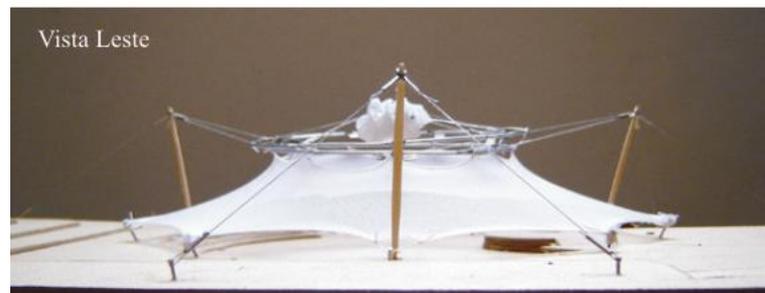
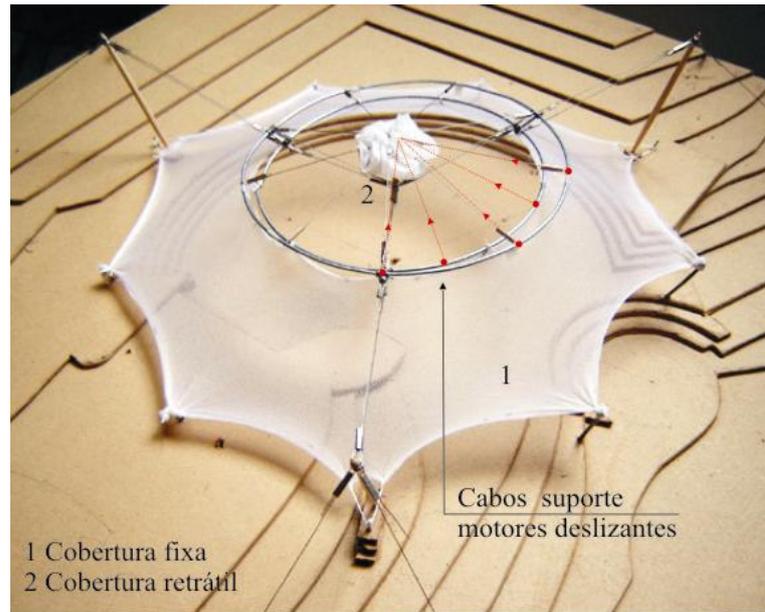


Figura 6.15 - Vistas modelo flexível Estudo 2 (1º ajuste), com cobertura retrátil fechada  
Escala do modelo flexível 1/200.

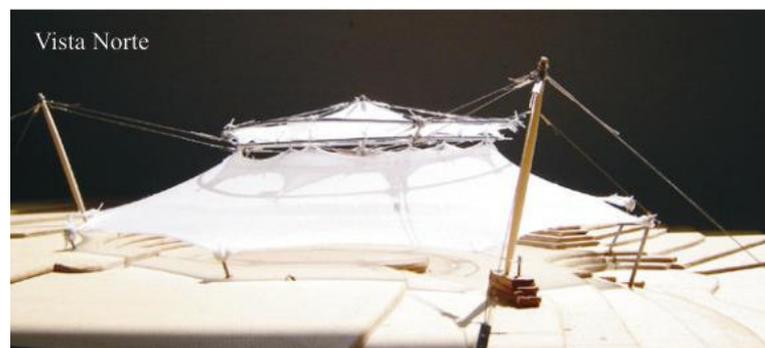
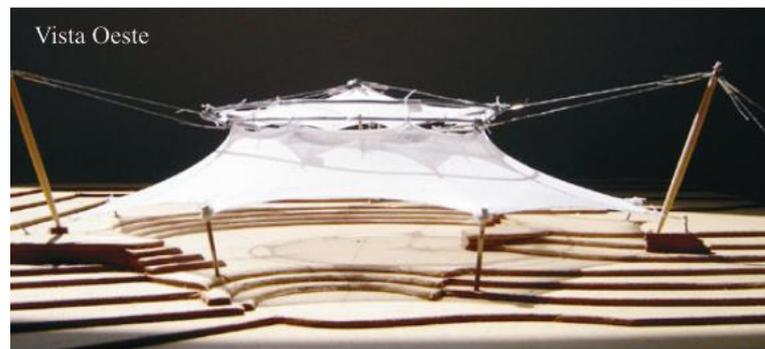
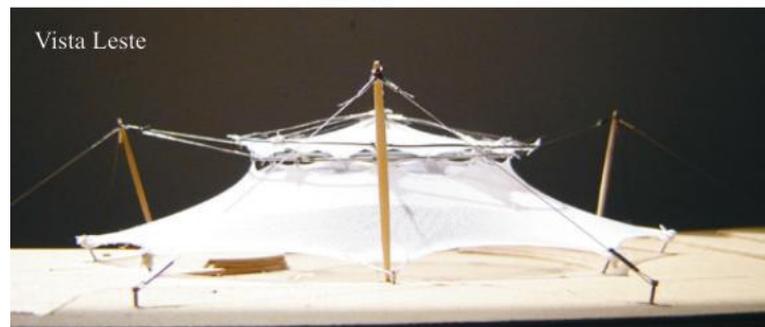
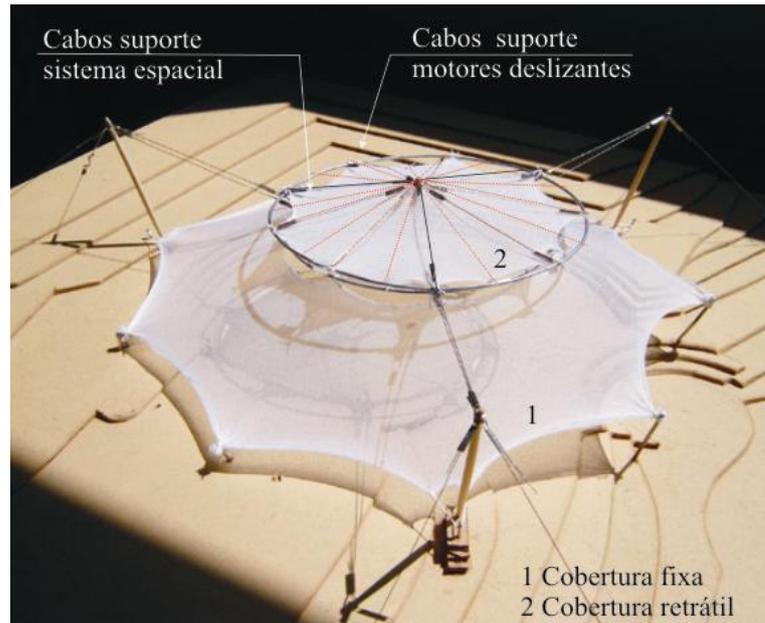


Figura 6.16 - Vistas modelo flexível Estudo 2 (1º ajuste), com cobertura retrátil aberta  
Escala do modelo 1/200.

### 6.2.3 MODELAGEM COMPUTACIONAL: MÉTODO DENSIDADE DE FORÇA

A segunda etapa desse estudo corresponde ao registro e a modelagem computacional da estrutura suporte e da membrana do modelo flexível (Estudo 2 - Escala 1/100).

As superfícies das membranas foram inicialmente modeladas pelo método numérico Densidade de Força, que propicia o rápido desenvolvimento e representação da configuração de equilíbrio da superfície nos primeiros estágios do processo. O programa utilizado – DENSALFA – foi desenvolvido por Vinícius Maia Barreto de Oliveira, Sócio Gerente da Pengec Engenharia e Consultoria, em sua tese de doutorado na COPPE/ UFRJ, 2003 e gentilmente cedido para esse estudo.

#### 6.2.3.1 Método Densidade de Força

Esse método ou aproximação matemática foi desenvolvido por Klaus Linkwitz e seu grupo de trabalho em 1971, para gerar e planificar as ‘formas de equilíbrio’ da cobertura do Estádio Olímpico de Munique.

Segundo Linkwitz (1999), as idéias dessa aproximação matemática podem ser demonstradas observando o comportamento de um elemento elástico de barra ‘individual’ e como ‘parte’ (componente) de uma rede de cabos<sup>37</sup> – fixa nos seus pontos de ancoragem e sob pré-tensão (Figura 6.17).

Verifica-se que quando o elemento de barra individual é tracionado, esse se deforma longitudinalmente, e a diferença entre o comprimento inicial (frouxo) e o deformado elasticamente, é determinado pelas propriedades do material<sup>38</sup> da barra.

Porém quando é parte (componente) de uma rede de cabos – fixa nos seus pontos de ancoragem e sob pré-tensão –, o comprimento de cada elemento de barra elasticamente

---

<sup>37</sup> Rede de cabos formada por elementos individuais articulados, onde por simplicidade, assume-se que a Lei de Hooke é válida.

<sup>38</sup> O que possibilita o uso de qualquer material com propriedade linear ou não-linear.

alongado equivale a distancia espacial entre os nós<sup>39</sup> (função das coordenadas X, Y, Z dos nós). Nesse caso observa-se uma compatibilidade entre a geometria da barra e a geometria da rede, ou seja, os elementos trabalham em conjunto, se interagem e a geometria da barra e da rede é consequência da ação das forças que atuam simultaneamente em cada nó, ou seja, quatro forças (internas) de tensão – das barras a ele vinculadas – e a força (externa) de gravidade.

Quando as forças internas e externas estão balanceadas em cada nó, a rede de cabos está em estado de equilíbrio, e segundo Linkwitz (1999) é uma ‘forma de equilíbrio’ ou uma ‘forma ativa’, pois deriva, é definida pelas forças que nela atuam.

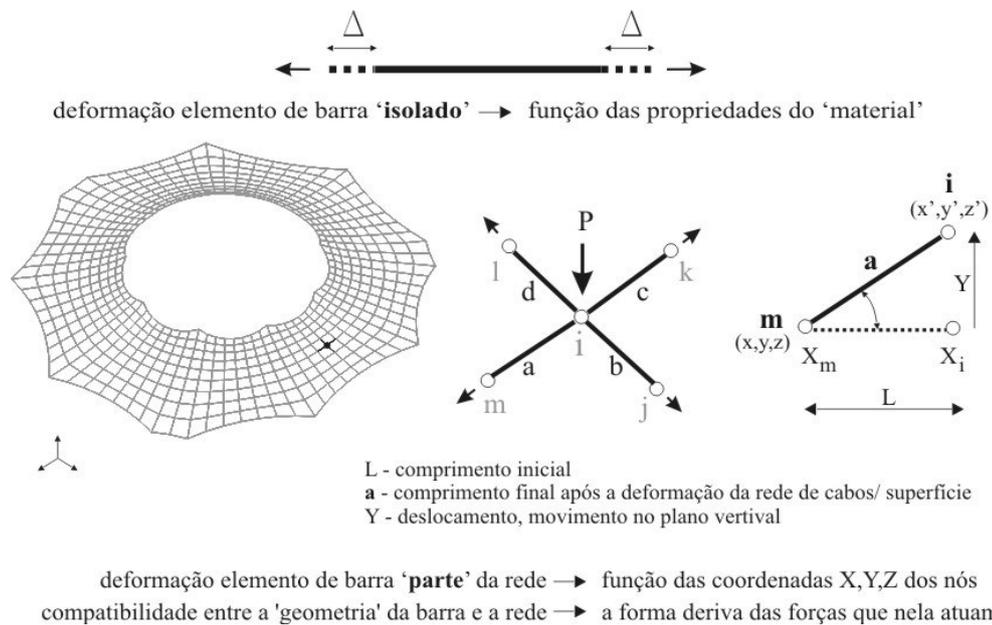


Figura 6.17 - Comportamento de um elemento de barra ‘individual’ e ‘parte’ de uma rede de cabos  
Fonte: Adaptado de GRÜNDING, 2000, p.4.

Essas forças que atuam em cada nó são representadas por um sistema de equações não-lineares, que a partir de um artifício matemático – a definição de um parâmetro constante – permite a aproximação linear das equações e um cálculo simples e rápido (ver ANEXO).

<sup>39</sup> Em cada nó de uma rede de cabos anticlástica e sob pré-tensão, passam curvaturas em sentidos contrários segundo as duas direções predominantes, portanto cada nó é um ponto fixo no espaço.

A configuração de equilíbrio resultante é função da geometria e da imposição de um campo de tensão interno de tração. Essa pré-tensão inicial é imposta em ambas as direções, apenas para cada elemento de barra (conectividades entre os nós), e se baseia na relação ‘constante’ entre a força (tração) e comprimento de cada elemento de barra e é denominada ‘densidade de força’.

Essas equações não contêm parâmetros que fazem referência ao material da rede, apenas descrevem a ‘forma de equilíbrio’ – sem material –, e conforme Linkwitz (1999), possibilitam compreender o comportamento e os parâmetros essenciais que governam e condicionam a forma de equilíbrio da superfície (ou da rede):

- **dupla curvatura da superfície:** resulta das diferentes alturas dos pontos de ancoragem (escolhidos arbitrariamente) e do campo de tensão (constante ou variável) imposto nas linhas da rede, e possibilita estabilizar tridimensionalmente e acrescentar rigidez à superfície;

- **curvatura da borda da superfície** (ou dos cabos de borda que se estendem entre dois pontos de ancoragem): é função do raio dessas curvaturas e do campo de tensão da rede;

- **pré-tensão** (tensão inicial) aplicada na estrutura: reduz a quantidade de deformações e efeitos da vibração da rede, e possibilita que a forma permaneça inalterada, mas também aumenta a força nos pontos de ancoragem.

O desenvolvimento das formas de equilíbrio tem como pré-requisito um banco de dados com a especificação das coordenadas (X, Y, Z) dos nós restritos (altitudes dos pontos de ancoragem da rede), a definição da malha da rede e a aplicação das densidades em todos os elementos de barra – das curvaturas da borda e do campo interno da superfície.

### 6.2.3.2 Modelagem Estudo 2 (1º ajuste)

Para determinar as formas de equilíbrio do modelo flexível (Estudo 2), às superfícies das membranas foram inicialmente discretizadas em uma rede de linhas<sup>40</sup> (malha com direções radiais e circunferenciais) e essas divididas em uma série de pequenos elementos de barra e nós (Figura 6.18, Figura 6.19). Posteriormente, definiram-se os pontos de ancoragem, ou seja, os nós restritos (localizados nas bordas do topo e base) dessa malha, identificando suas coordenadas (X, Y, Z). Os nós internos ficaram livres para transladar em busca de uma nova posição de equilíbrio (ver banco de dados das superfícies externa e interna – APÊNDICE A e B).

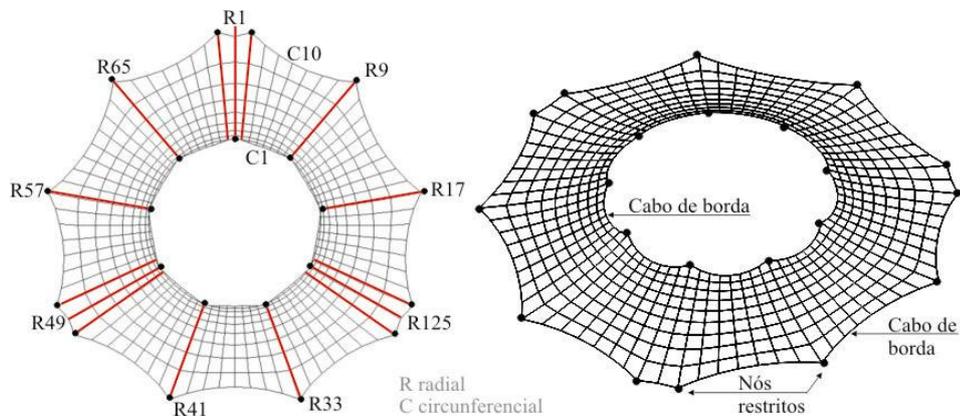


Figura 6.18 - Superfície externa: identificação da malha, dos nós restritos e cabos de borda

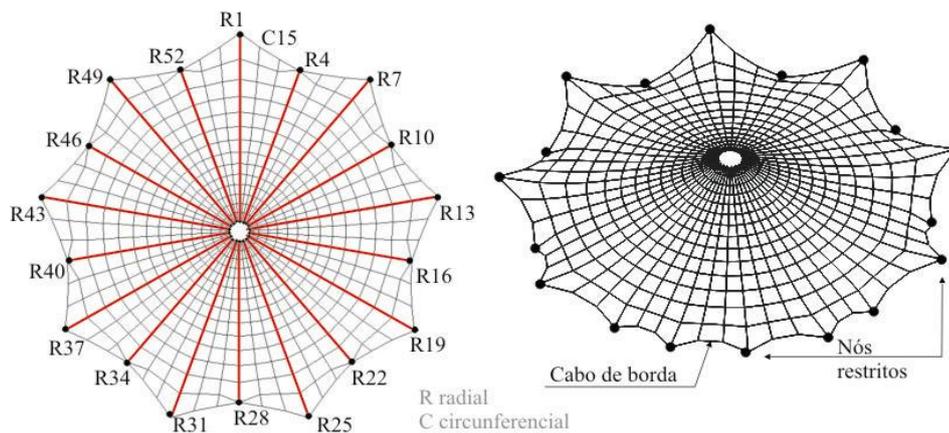


Figura 6.19 - Superfície interna: identificação da malha, dos nós restritos e cabos de borda

<sup>40</sup> O número de linhas (formada por elementos de barra) da rede foi definido segundo a capacidade do programa, ou seja, limitado aproximadamente a 2000 nós.

Em seguida, inicia-se o ajuste das curvaturas da forma de equilíbrio da superfície, que é feito por meio da imposição e da variação do nível de pré-tensão, ou seja, da densidade de força em cada elemento das linhas internas da rede (direções radiais e circunferenciais) e dos cabos de borda. Porém, a relação de equivalência entre as conectividades é sempre preservada, ou seja, cada elemento de barra bidimensional irá corresponder a um único elemento de barra na nova posição de equilíbrio tridimensional, e vice-versa.

Segundo Huntington (2003), as configurações resultantes se caracterizam pelo comprimento mínimo de cada elemento de barra, ou seja, superfícies de mínima energia potencial ou menor ação.

Na Figura 6.20, observa-se a variação de pré-tensão na **superfície interna** e conseqüentemente, a alteração das curvaturas. A seqüência de ajustes é feita apenas nas densidades dos cabos de borda (topo e base), mantendo o campo interno dessa superfície (radiais: circunferenciais) com pré-tensão constante (1:1) em toda extensão.

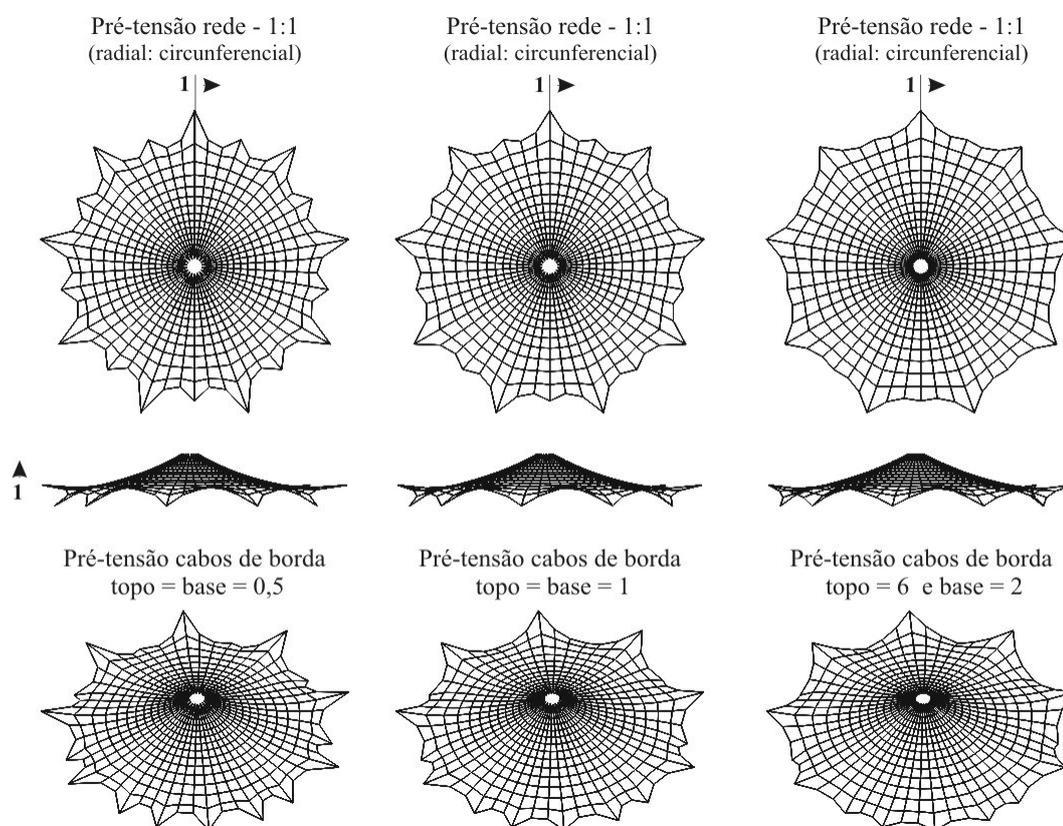


Figura 6.20 - Variação de pré-tensão (imposição de densidades) na superfície interna

Na Figura 6.21, observa-se a variação de pré-tensão na **superfície externa**, e conseqüentemente, a alteração das curvaturas. Há uma seqüência de ajustes nas densidades dos cabos de borda (topo e base) e no campo interno dessa superfície (radiais: circunferenciais), apresentando inicialmente a relação (1:1) e no final (1:2,5).

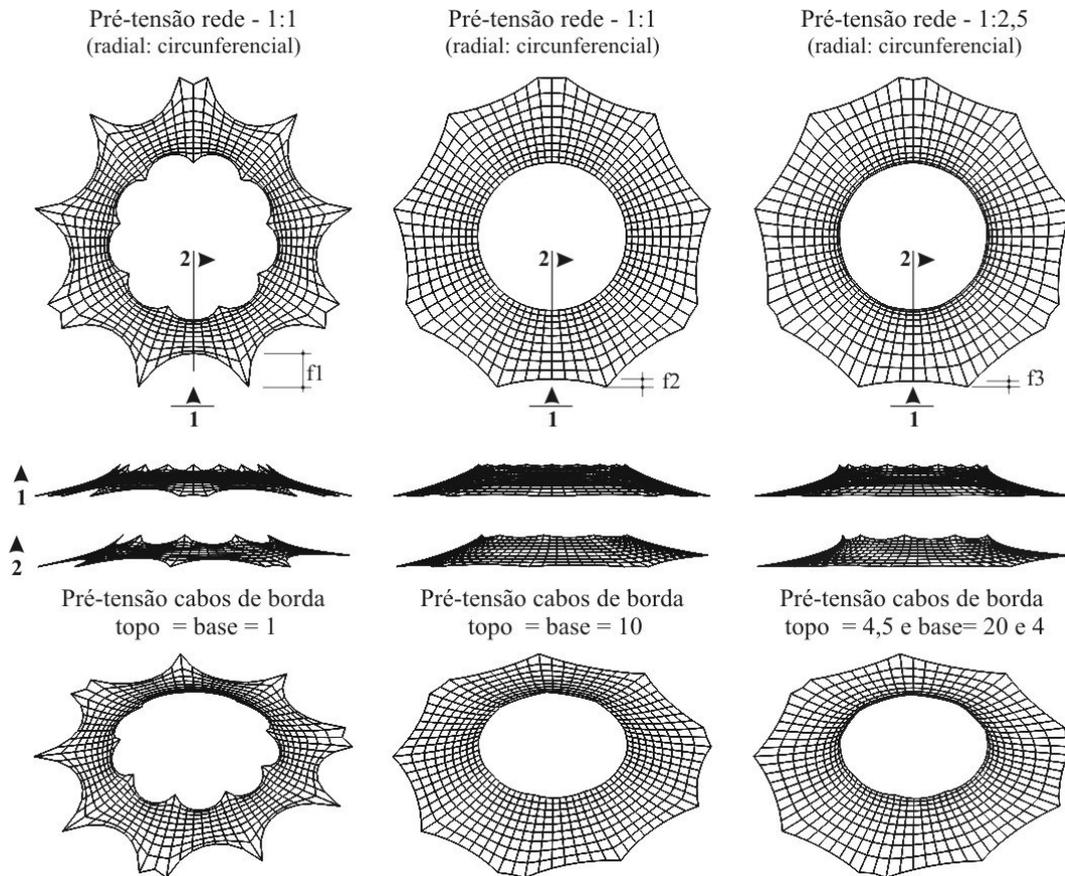


Figura 6.21 - Variação de pré-tensão (imposição de densidades) na superfície externa

Quando a força do cabo de borda é menor ou igual ao campo de tensão interno, observa-se uma tendência da rede a se contrair, aumentando o empenamento da superfície interna e a flecha do cabo de borda. Porém, quando força do cabo de borda é muito maior do que o campo de tensão interno da rede (radiais e circunferenciais), o cabo de borda apresenta curvatura mais abatida e menor flecha, e propicia conseqüentemente uma alteração nas curvaturas da superfície interna (a superfície apresenta menor empenamento), conforme verificado na Figura 6.20 e na Figura 6.21. A variação da pré-tensão das linhas radiais e circunferenciais, também propicia a variação das curvaturas da superfície como pode ser verificado na superfície final externa (Figura 6.21).

A forma final e o campo de tensão das superfícies (interna e externa) foram definidos por meio da comparação entre as curvaturas das superfícies geradas pelo Método Densidade de Força e as curvaturas das superfícies do modelo físico (Estudo 2). A verificação dessa correspondência foi feita por superposição da imagem do modelo físico e da representação gráfica tridimensional das superfícies computacionais geradas, utilizando o programa *Corel Draw*, (Figura 6.23 e Figura 6.24).

A **superfície interna final** apresenta um campo homogêneo de tensão na parte interna da rede (densidade das linhas internas: radiais = circunferenciais = 10) e uma variação das densidades dos cabos de borda (topo = 60 e base = 20) e a **superfície externa final** apresenta um campo heterogêneo de tensão na superfície interna (densidade das linhas internas: radiais= 10, circunferenciais= 25) e uma variação das densidades dos cabos de borda (topo= 45, base= 200 e 40 nos apoios dos grandes mastros), (Figura 6.22).

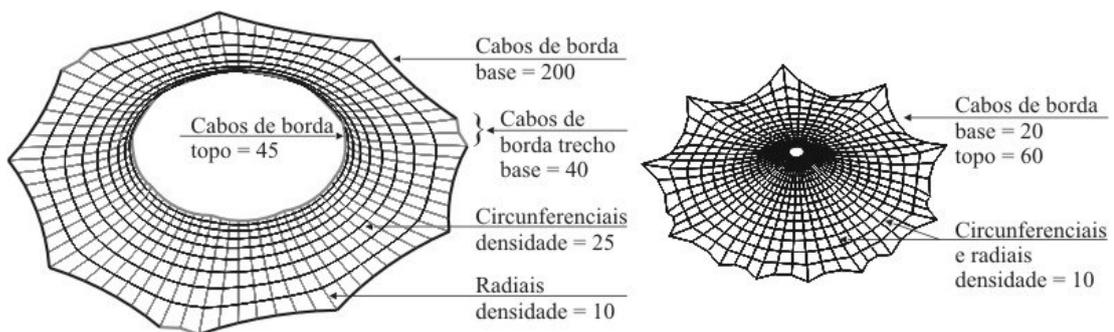


Figura 6.22 - Campo de tensão final das superfícies externa e interna

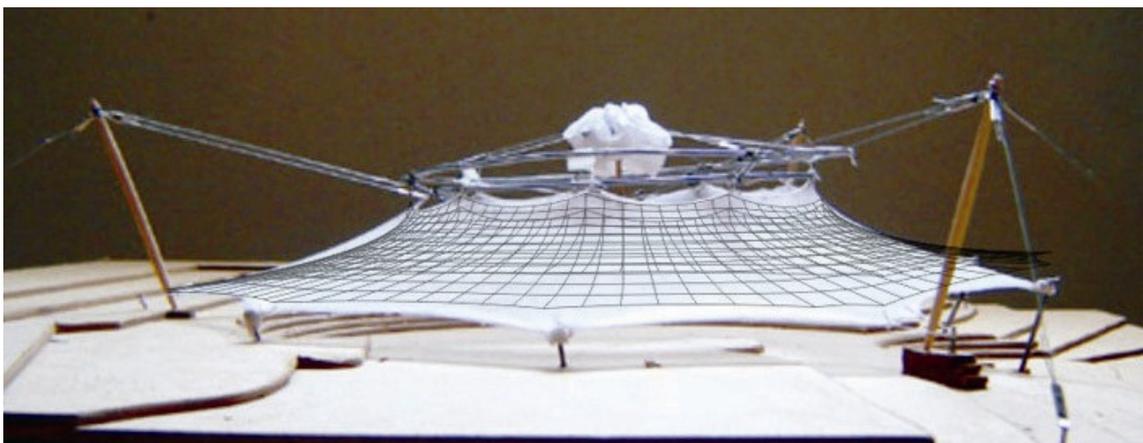


Figura 6.23 - Comparação 1: curvaturas dos modelos computacional e flexível - Estudo 2 (1/200)

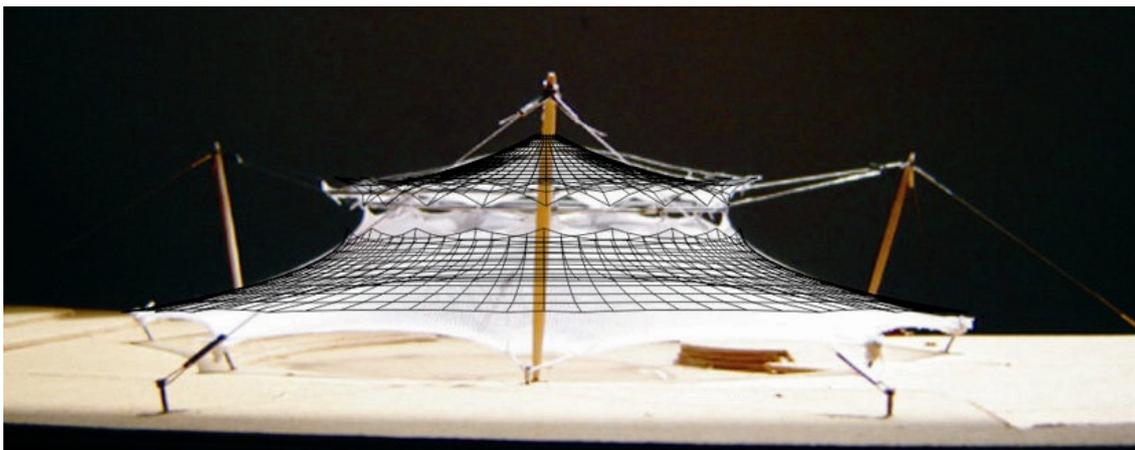


Figura 6.24 - Comparação 2: curvaturas dos modelos computacional e flexível - Estudo 2 (1/200)

As superfícies tridimensionais finais (arquivos DXF) foram exportadas para o programa *Autocad* e associadas aos eixos do sistema suporte, para posteriormente serem exportadas para o programa em que foi feita a pré-análise da estrutura (Figura 6.25 e APÊNDICE C).

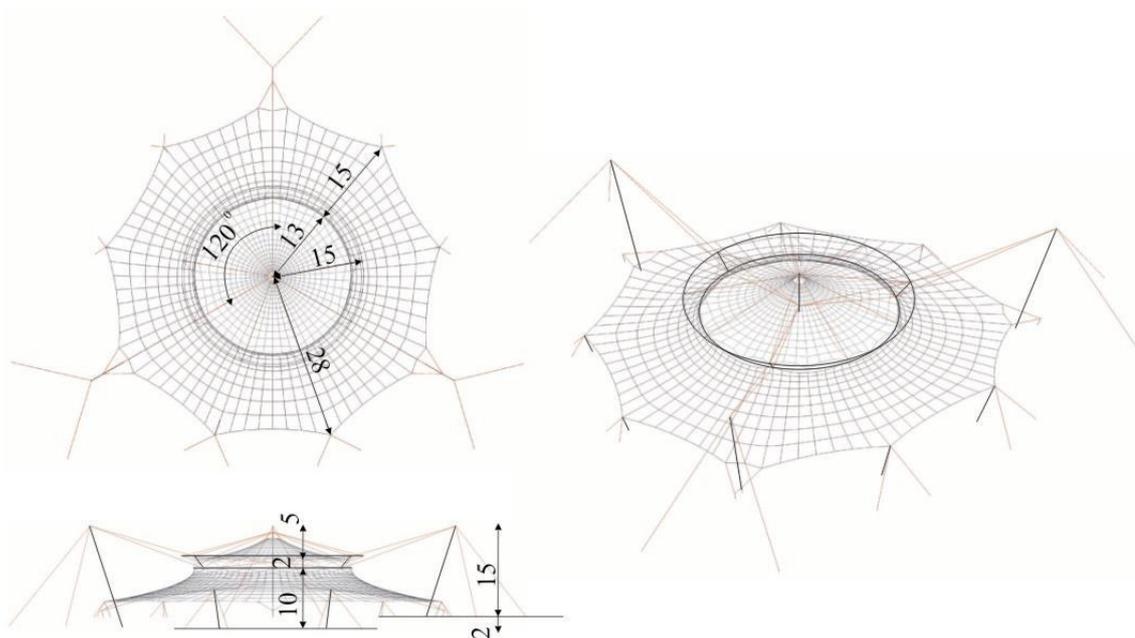


Figura 6.25 - Modelo tridimensional (*Autocad*)  
Superfícies geradas pelo Método Densidade de Força associada ao sistema suporte

#### 6.2.4 MODELAGEM COMPUTACIONAL – MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS (PRÉ-ANÁLISE)

A pré-análise – segundo passo de modelagem computacional – utilizou o Método não-linear de Elementos Finitos (MEF) via programa *Ansys*, possibilitando uma investigação tridimensional da forma de equilíbrio de toda a estrutura – a verificação das tensões e deformações que a estrutura está submetida considerando as propriedades dos materiais.

Segundo professor João Batista Marques, “o MEF é um método numérico que, de forma simplificada, consiste em subdividir a estrutura em um certo número de ‘elementos’, para os quais se assume comportamento conhecido em termos de deslocamentos, tensões, deformações, etc. Este comportamento assumido varia de acordo com o tipo de elemento e de análise. Através da união destes elementos de comportamento simplificado, pode-se obter uma resposta aproximada do comportamento global da estrutura, que pode ser extremamente complexo. No caso não-linear, a solução é obtida por um método em geral iterativo, ou seja, são necessárias várias etapas de cálculo em que a solução é continuamente aproximada até estar ‘correta’ dentro de determinada tolerância.”

Essa modelagem foi desenvolvida (no período da dissertação) na disciplina Sistemas Estruturais Leves /USP ministrada pelo professor Ruy Marcelo Pauletti, em trabalho conjunto (Processo de projeto de tensoestruturas: interface entre a arquitetura e a engenharia) com o engenheiro Elivaldo Silva. O trabalho visou aproximar os aspectos da arquitetura e da engenharia no desenvolvimento das tensoestruturas, investigando os procedimentos, as interfaces e ações de trabalho entre projeto e análise.

##### **6.2.4.1 Considerações e sugestões da pré-análise**

Objetivando aumentar a eficiência do conjunto estrutural do Estudo 2, foram sugeridos pelo engenheiro Elivaldo, ajustes na geometria da estrutura antes da simulação computacional numérica.

## Sistema suporte

Os dois anéis rígidos que inicialmente estavam associados ao sistema espacial articulado por meio de três barras, passam a ser treliçados. A treliça possibilita a utilização de elementos mais esbeltos, pois se equilibra sem desenvolver esforços de flexão, trabalha apenas com cargas de compressão e tração puras – apresentando um efeito combinado de cabo e arco (Figura 6.26).

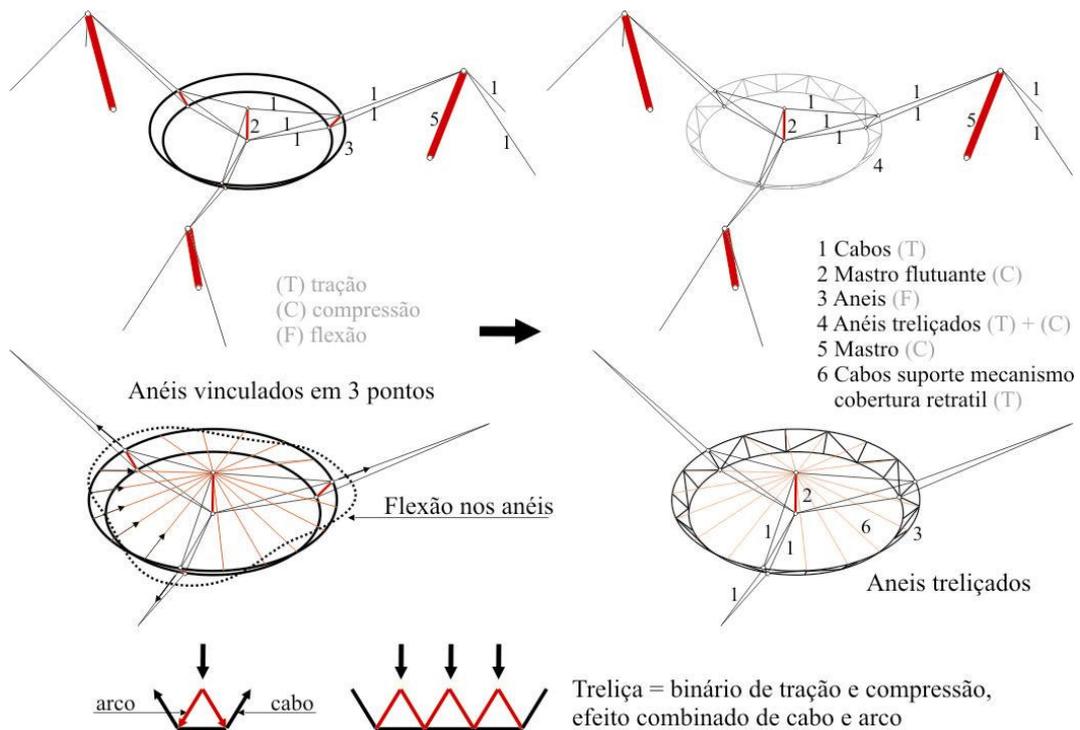


Figura 6.26 - Novos ajustes do sistema suporte espacial: anéis rígidos passam a ser treliçados

A altura dos três grandes mastros e do mastro flutuante central foi alterada para possibilitar o aumento da inclinação dos cabos que sustentam o sistema espacial articulado e conseqüentemente diminuir o empuxo e a tensão dos cabos (Figura 6.27).

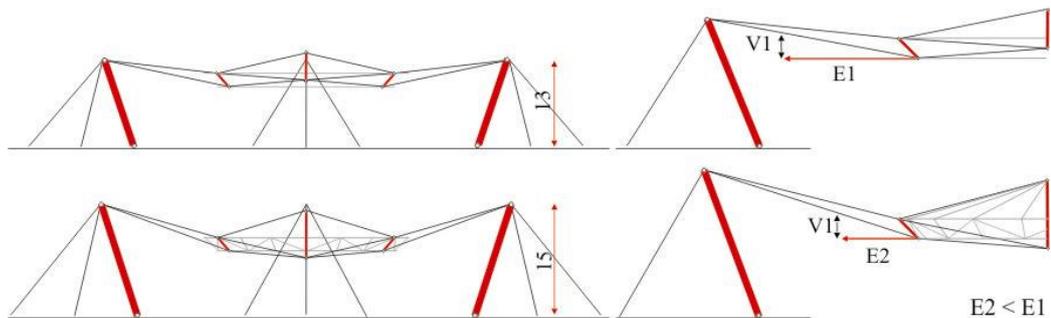


Figura 6.27 - Alteração da altura dos grandes mastros e do mastro flutuante

## M e m b r a n a

A membrana central tinha sido proposta inicialmente com seis módulos de parabolóides hiperbólicos arranjados radialmente, e conseqüentemente 12 pontos de apoio nos anéis rígidos. Essa modulação foi previamente alterada no primeiro ajuste do Estudo 2, realizado na escala (1/200) – passou a ter nove módulos de parabolóides hiperbólicos arranjados radialmente e 18 pontos de apoio – possibilitando a concordância com a modulação dos anéis treliçados do sistema espacial (Figura 6.18, Figura 6.19).

### 6.2.4.2 Modelagem computacional - Estudo 2 (2º ajuste)

#### Leitura dos dados gerados

As superfícies tridimensionais modeladas pelo Método Densidade de Forças e associadas aos eixos da estrutura suporte – arquivo (DWG) – foram convertidos em arquivos (IGES) pelo programa *Microstation* e exportadas para o programa *Ansys*.

Essa comunicação entre programas possibilitou a interface entre a forma preliminar da estrutura e a pré-análise e representa um passo de solução, comparado à análise de sistemas cujas superfícies são definidas, inicialmente, por planos triangulares. Nesse caso é necessário realizar a modelagem da superfície, no programa *Ansys*, para posteriormente dar continuidade ao procedimento de pré-análise (Figura 6.28).

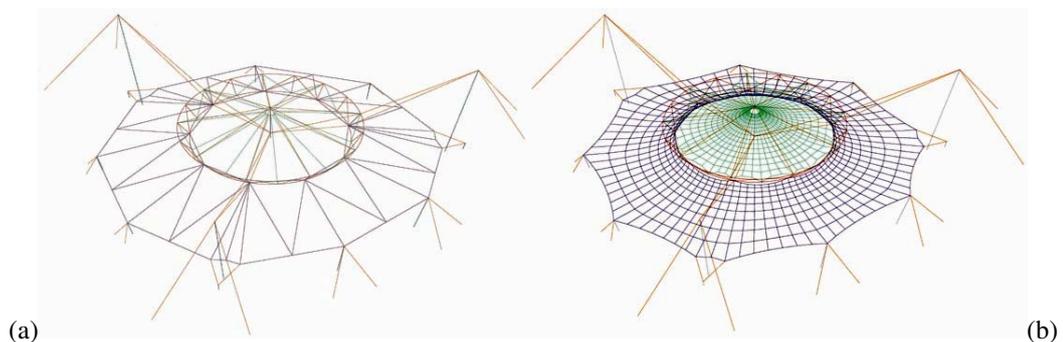


Figura 6.28 - Modelagem superfícies: (a) planos triangulares; (b) via Método Densidade de Força

Nessa modelagem inicial foram verificadas algumas divergências entre as coordenadas dos nós dos pontos de apoio das superfícies das membranas (interna e externa) nos anéis treliçados. Essas foram redefinidas para posterior configuração do modelo e análise.

## Configuração do modelo estrutural

Compreende a configuração dos elementos estruturais (seções, propriedades<sup>41</sup> dos materiais), a definição dos elementos, das malhas<sup>42</sup> e das condições de contorno para posterior verificação do modelo (Figura 6.29, Figura 6.30 e Figura 6.31).

A não-linearidade do material da membrana não foi considerada. O Módulo de Elasticidade do material foi configurado com um valor único representando um valor médio (das direções da urdidura e trama) de rigidez do material.

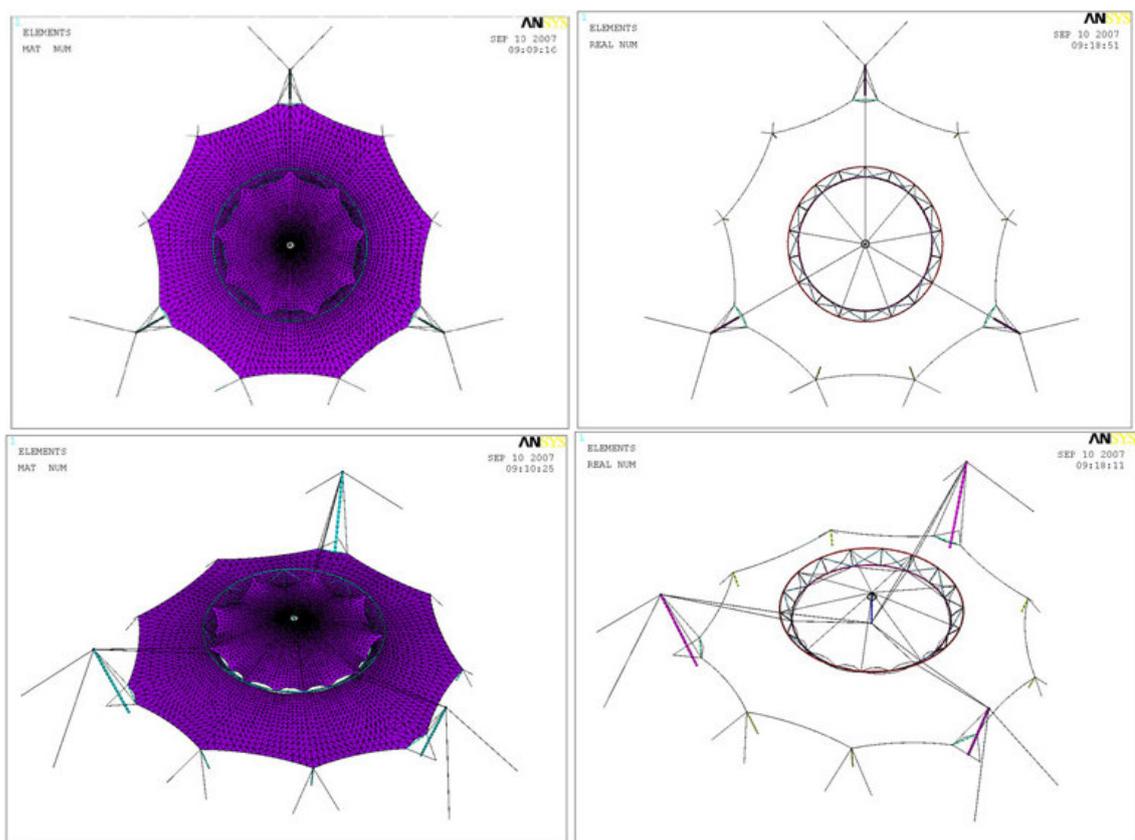


Figura 6.29 - Configuração modelo estrutural: vistas superior e tridimensional

---

<sup>41</sup> Módulo de Elasticidade: Aço – 210GPa; Membrana – 100MPa (inicial, nessa pré-análise)

Peso específico: Aço – 78,50kN/m<sup>3</sup>; Membrana – 10kN/m<sup>3</sup>

<sup>42</sup> Para capacitar a análise não-linear da estrutura sob carregamento externo a malha quadrangular da superfície foi transformada em malha triangular.

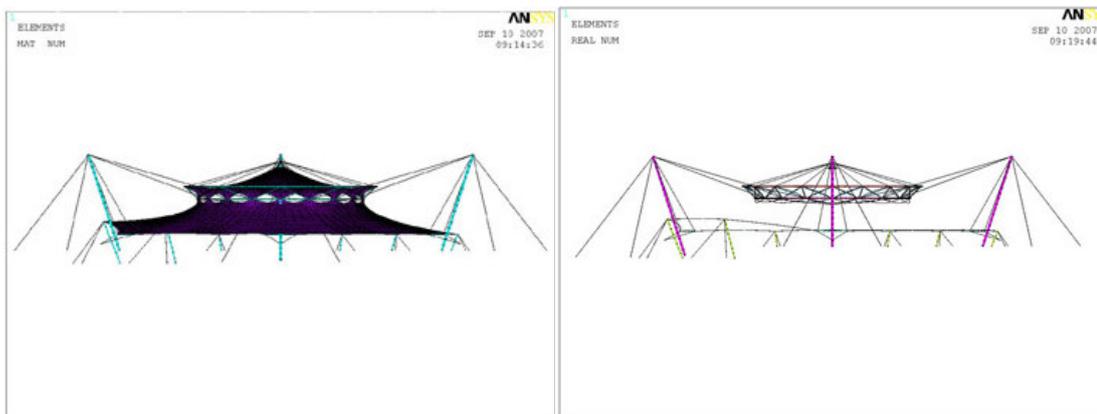


Figura 6.30 - Configuração modelo estrutural: vistas laterais

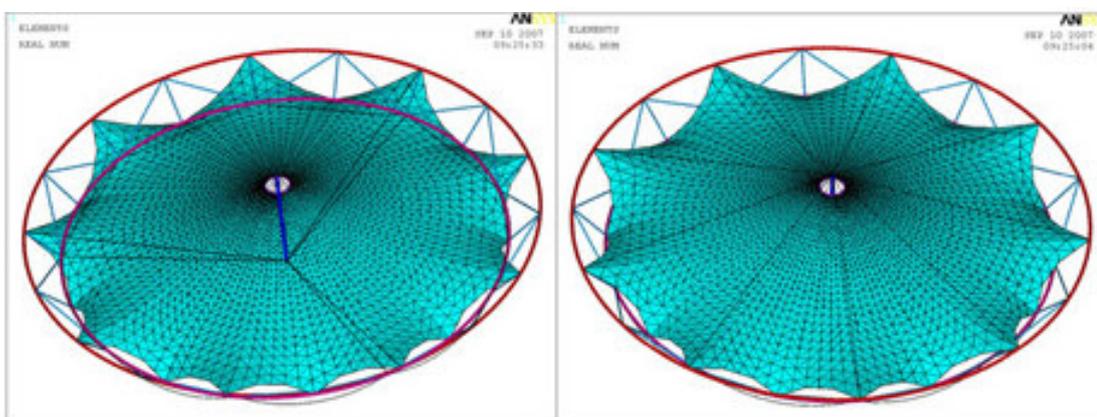


Figura 6.31 - Configuração modelo estrutural: vistas interna e externa da cobertura retrátil

### 6.2.4.3 Pré-teste do modelo

O processo de análise do comportamento tridimensional da estrutura é definido em pequenos incrementos de carregamento – passos de carga consecutivos –, e consiste em encontrar a forma de equilíbrio compatível com a pré-tensão e com as solicitações e ações que a estrutura está submetida (peso próprio e vento).

Essa etapa apresenta um pré-teste do modelo proposto (Estudo 2), identificando o procedimento de aplicação das cargas e como a estrutura se comporta. A simulação inicial visa indicar os ajustes e possíveis alterações a serem realizados em novas análises, buscando o melhor desempenho da forma estrutural e posteriormente o seu dimensionamento.

## Passos de carga

Passo 1: O primeiro passo (Figura 6.32) tem como objetivo identificar a tensão inicial da membrana, nesse caso, utiliza-se um artifício: a deformação fica associada à variação da temperatura<sup>43</sup>. Posteriormente, todos os nós da estrutura são restritos e essa é submetida a uma temperatura negativa (-3°). Essa contração de todos os elementos possibilita encontrar a tensão inicial – uniforme em todas as áreas e direções – que a membrana está submetida e representa 3kN/m. Para identificar a distribuição de tensão e em toda a estrutura sob carregamento, e para posteriormente ajustá-la, a tensão inicial é reaplicada nos passos 2, 3, 4 e 5.

Passo 2: A tensão inicial é aplicada em toda a estrutura após a liberação das restrições da membrana, porém o restante da estrutura é mantido restrito (Figura 6.33 e Figura 6.34).

Passo 3: A tensão inicial é novamente reaplicada em toda a estrutura após a liberação das restrições da membrana, cabos e barras, mantendo apenas os apoios restritos (Figura 6.35, Figura 6.36, Figura 6.37).

Passo 4: A tensão inicial é reaplicada considerando o peso próprio de toda a estrutura, mantendo apenas os apoios restritos (Figura 6.38 e Figura 6.39). Até esse passo, os pesos resultantes da estrutura são: Membrana – 23,85kN; Cabos – 18,70kN; Barras e Mastros – 707,4kN, sendo 0,25kN/m<sup>2</sup>, o peso total/m<sup>2</sup>.

Passo 5: Compreende os testes considerando o peso próprio e o vento (1kN/m<sup>2</sup>) em toda a estrutura, que nesse estudo, não foram realizados. Devido à mínima massa da estrutura, a pressão do vento é o carregamento predominante e mais desestabilizador e pode propiciar o afrouxamento dos cabos, a agitação, a sucção da superfície e a inversão dos carregamentos da estrutura. Conseqüentemente, a verificação precisa do comportamento sob essa ação é essencial para o ajuste das curvaturas e do nível pré-tensão de toda a estrutura e deve ser realizado em análises futuras.

---

<sup>43</sup>  $\sigma = E \cdot \varepsilon \rightarrow \sigma = E \cdot \alpha \cdot \Delta T$  ;  $S = \sigma \cdot t$  (t=espessura);  $\varepsilon = N/EA$

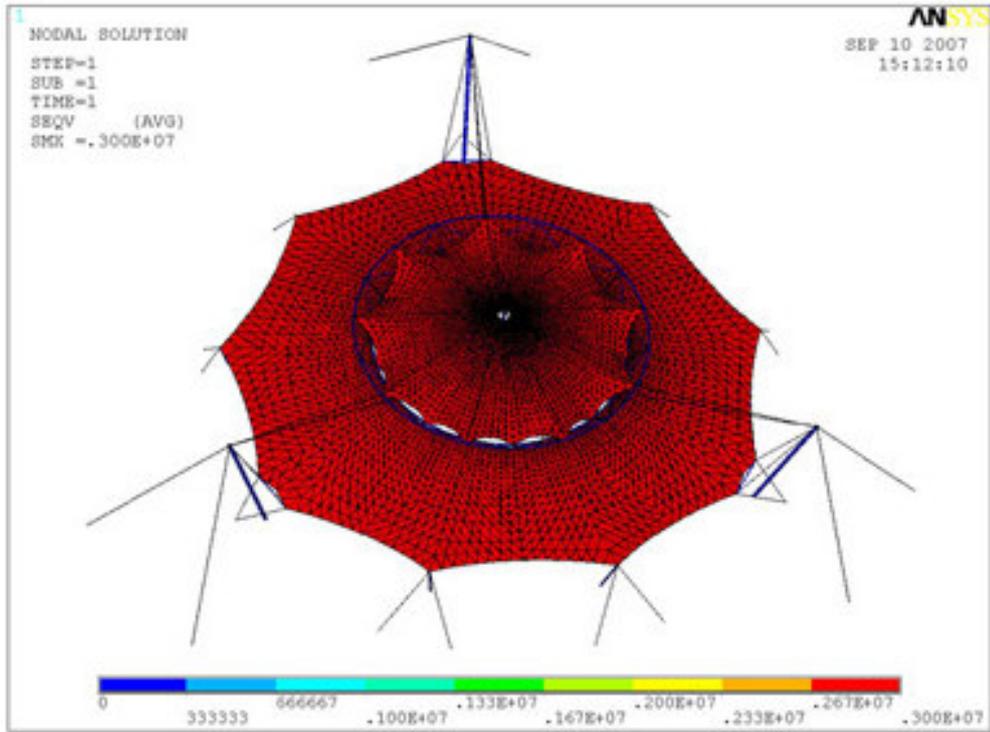


Figura 6.32 - Passo 1- Tensão inicial (constante) na membrana 3KN/m

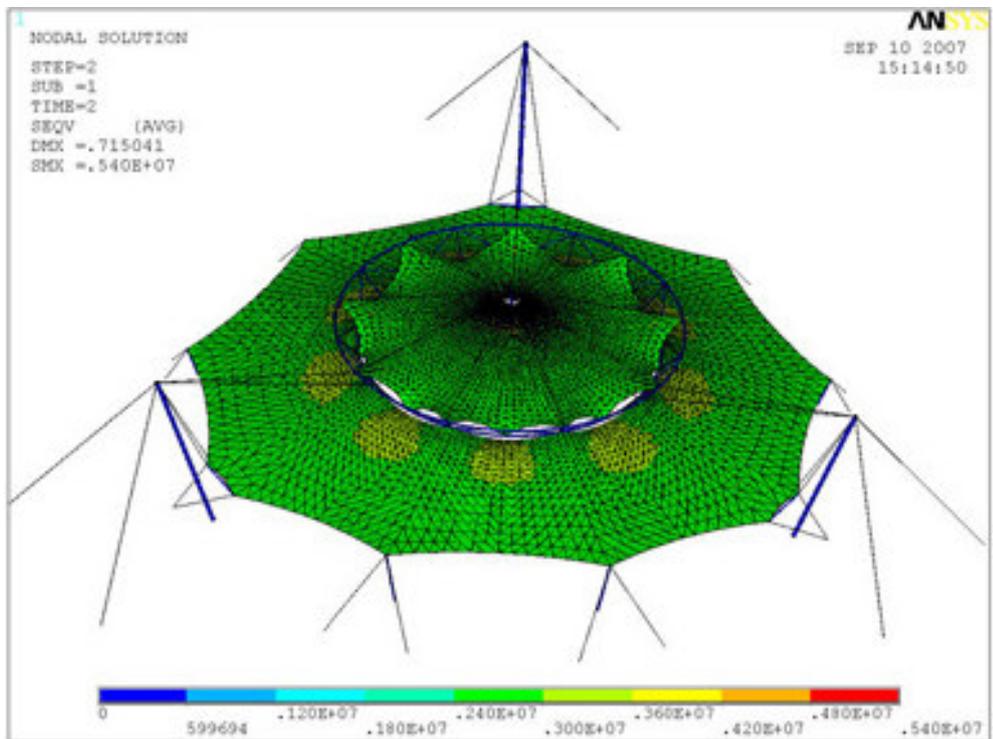


Figura 6.33 - Passo 2 – Tensão sem carregamento

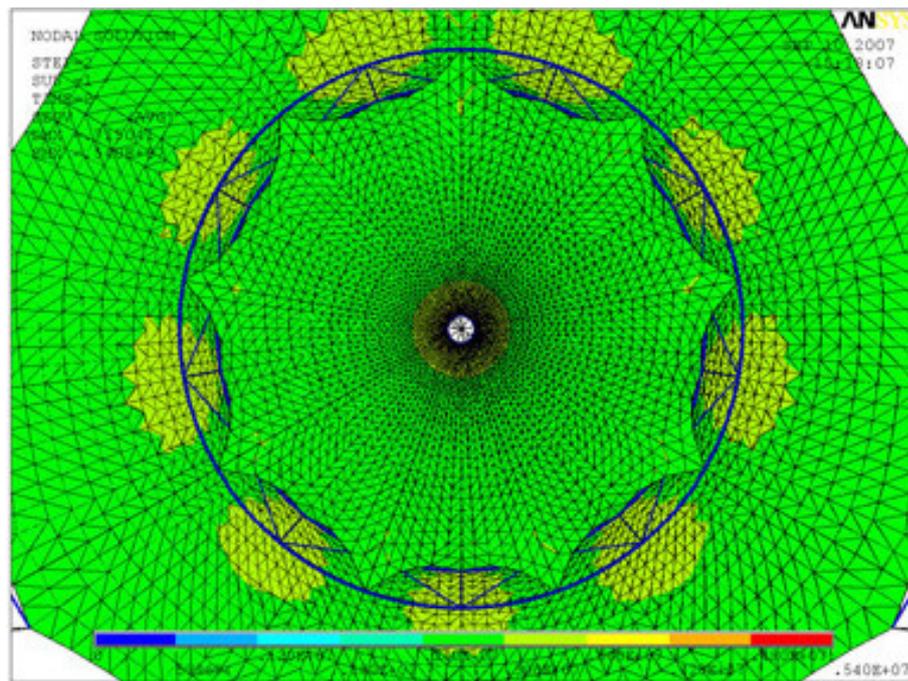
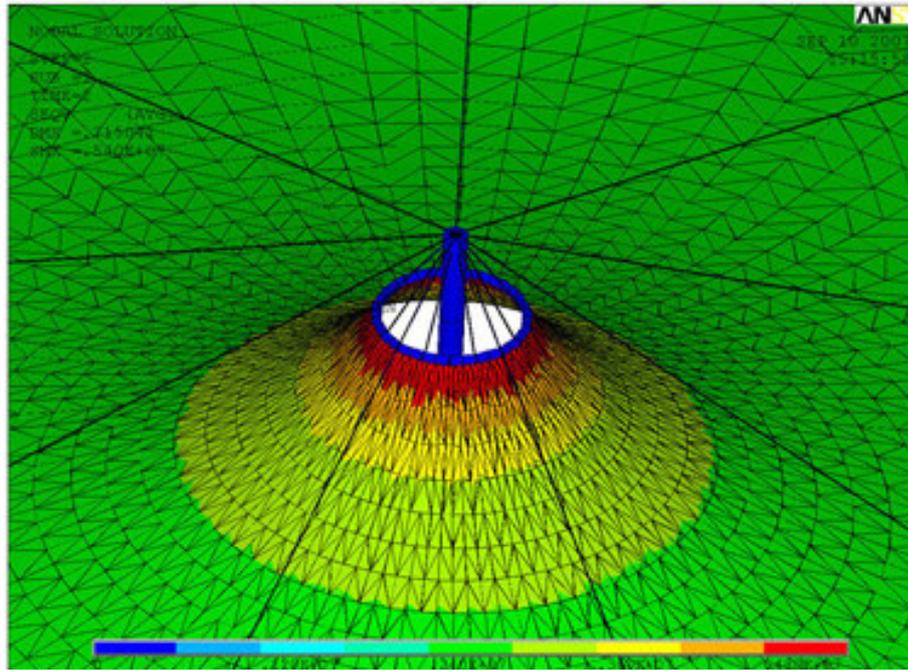


Figura 6.34 - Passo 2 – Tensão sem carregamento

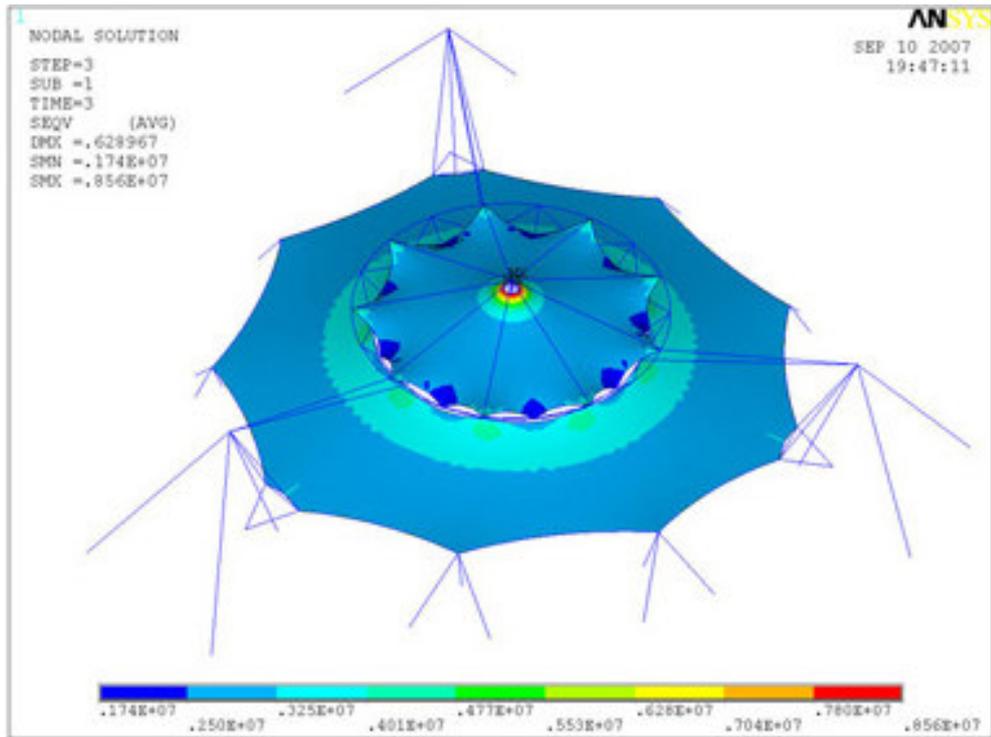


Figura 6.35 - Passo 3 – Tensão sem carregamento

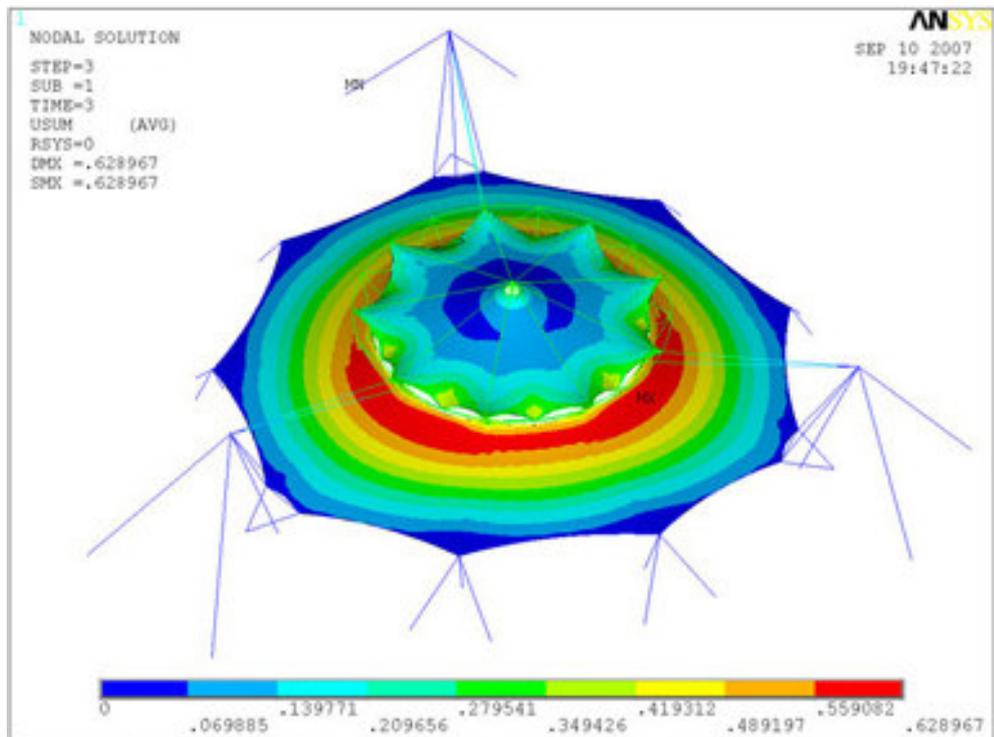


Figura 6.36 - Passo 3 – Deslocamento sem carregamento

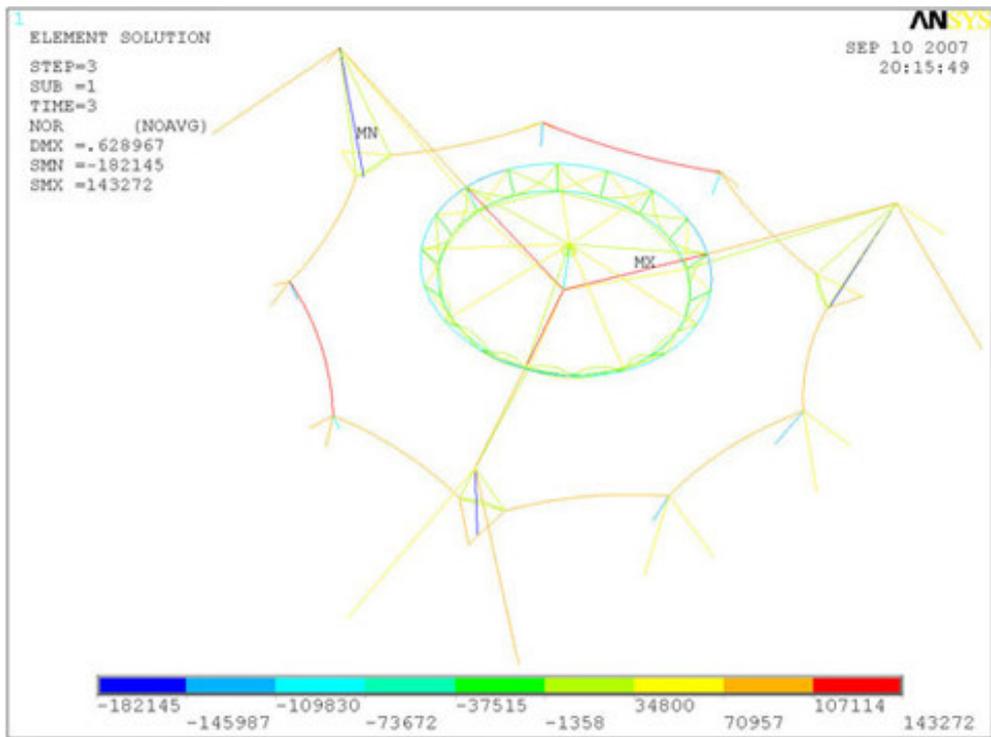


Figura 6.37 - Passo 3 – Força normal nos cabos (sem carregamento)

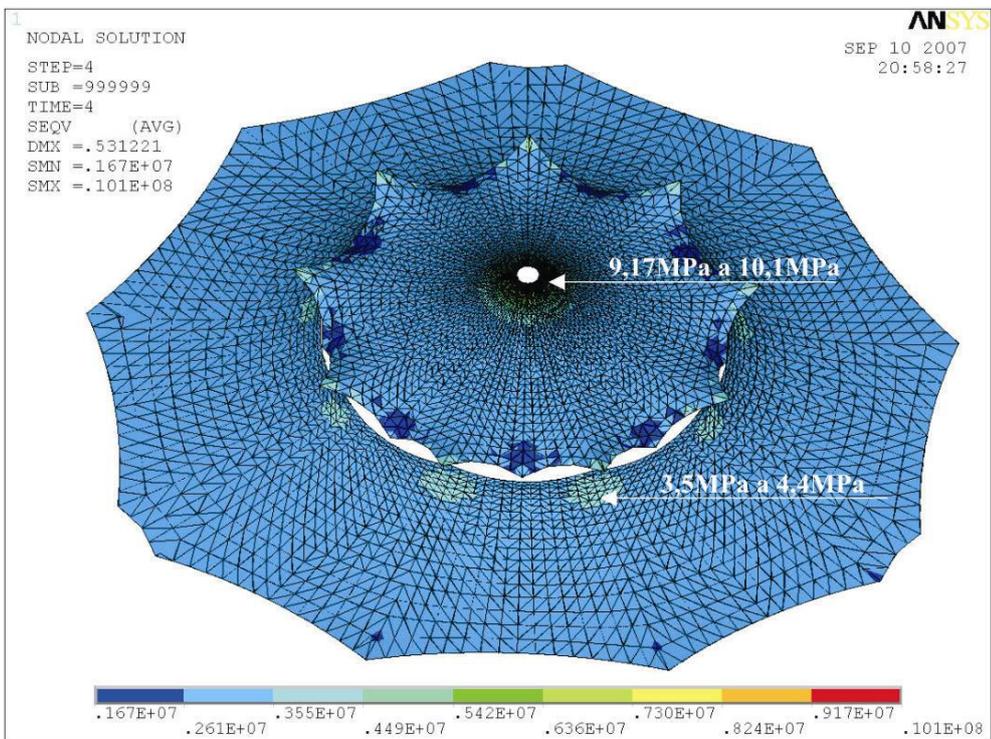


Figura 6.38 - Passo 4 – Tensão com peso próprio

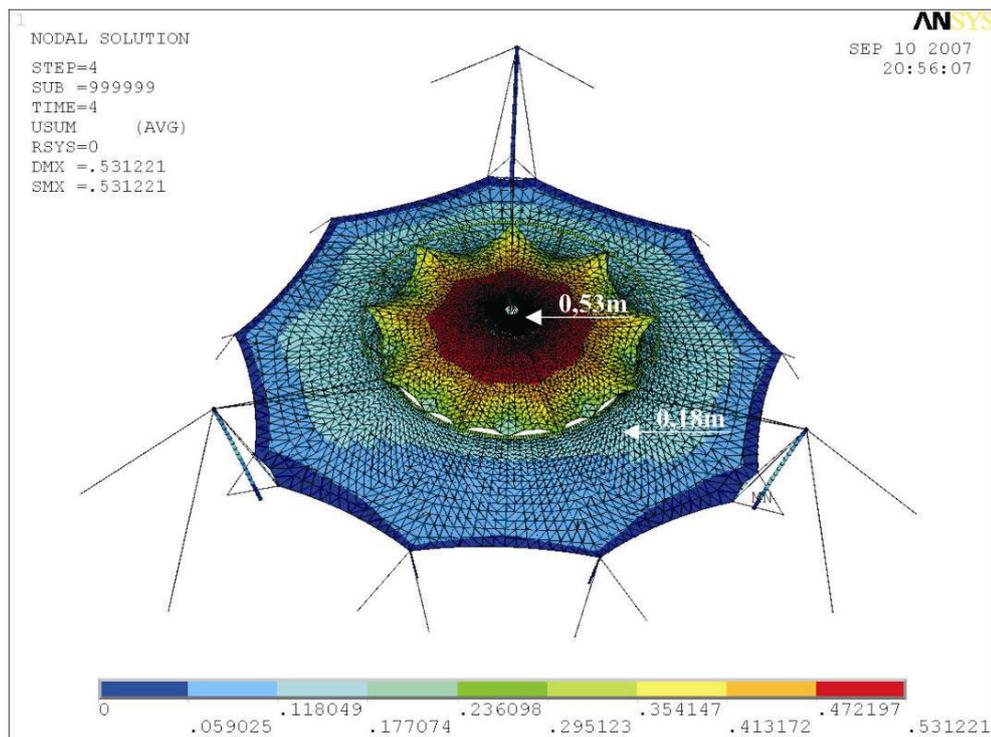


Figura 6.39 - Passo 4 – Deslocamento com peso Próprio

#### 6.2.4.4 Pré-análise do comportamento da estrutura

No Passo 1 (Figura 6.32) as superfícies foram submetidas à pré-tensão constante da base ao topo. Para compreender como a tensão se distribui, de forma simplificada, pode-se dividir a superfície externa em faixas, para posteriormente transferir a pré-tensão inicial (sem o peso próprio) de cada faixa às linhas radiais (Figura 6.40). Segundo Huntington (2003), a pré-tensão radial<sup>44</sup> de cada faixa está associada à força e a largura da faixa. Isso quer dizer que nesse primeiro passo, para cada faixa estar em equilíbrio com tensão constante, a componente vertical da força (V1) – nas linhas radiais – deve se equiparar<sup>45</sup> na base e no topo de cada faixa da superfície.

<sup>44</sup> Pretensão radial:  $f_r = F.W$ , sendo, F= força;  $W_t$ = largura faixa (topo);  $W_b$ = largura faixa (base)

<sup>45</sup>  $F_t \cdot \sin\theta_t = F_b \cdot \sin\theta_b$  (HUNTINGTON, 2003)

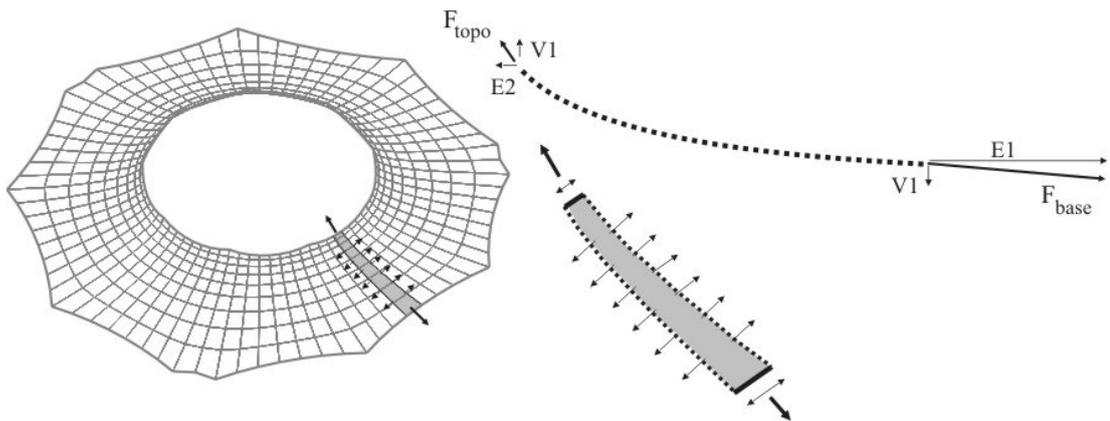


Figura 6.40- Divisão da superfície externa em faixas radiais - distribuição da tensão

Nos Passos 2, 3 e 4 (Figura 6.33, Figura 6.34, Figura 6.35 e Figura 6.38), observa-se uma alteração gradual da tensão ao longo da direção vertical, devido a ação dos carregamentos impostos. Essa variação da tensão também deriva da geometria das superfícies, ou seja, da dupla curvatura (radiais e circunferenciais) e da área em que essa está distribuída.

Na **superfície externa**, as maiores tensões concentram-se nos pontos de conexão com o anel treliçado – 3,5MPa a 4,4MPa (Passo 4 - Figura 6.38) e coincidem com as áreas de maior deslocamento da forma inicial (Passo 4 - Figura 6.39), que representam respectivamente 0,63m e 0,18m. Além disso, verifica-se nessa superfície que o carregamento horizontal (empuxo) dos cabos da base é maior do que o carregamento dos cabos do topo, pois os trechos das curvaturas na base são mais abatidos (maior raio) que as curvaturas do topo (Figura 6.41). Na **superfície interna**, a tensão máxima – 9,17MPa a 10,1MPa (Passo 4 - Figura 6.38) – ocorre na região próxima do anel central, pois concentra uma grande força distribuída em uma área muito pequena.

Verifica-se também que os cabos submetidos à maior força situam-se em pontos distintos: no sistema suporte espacial e na borda da membrana externa (Figura 6.37 e Figura 6.41).

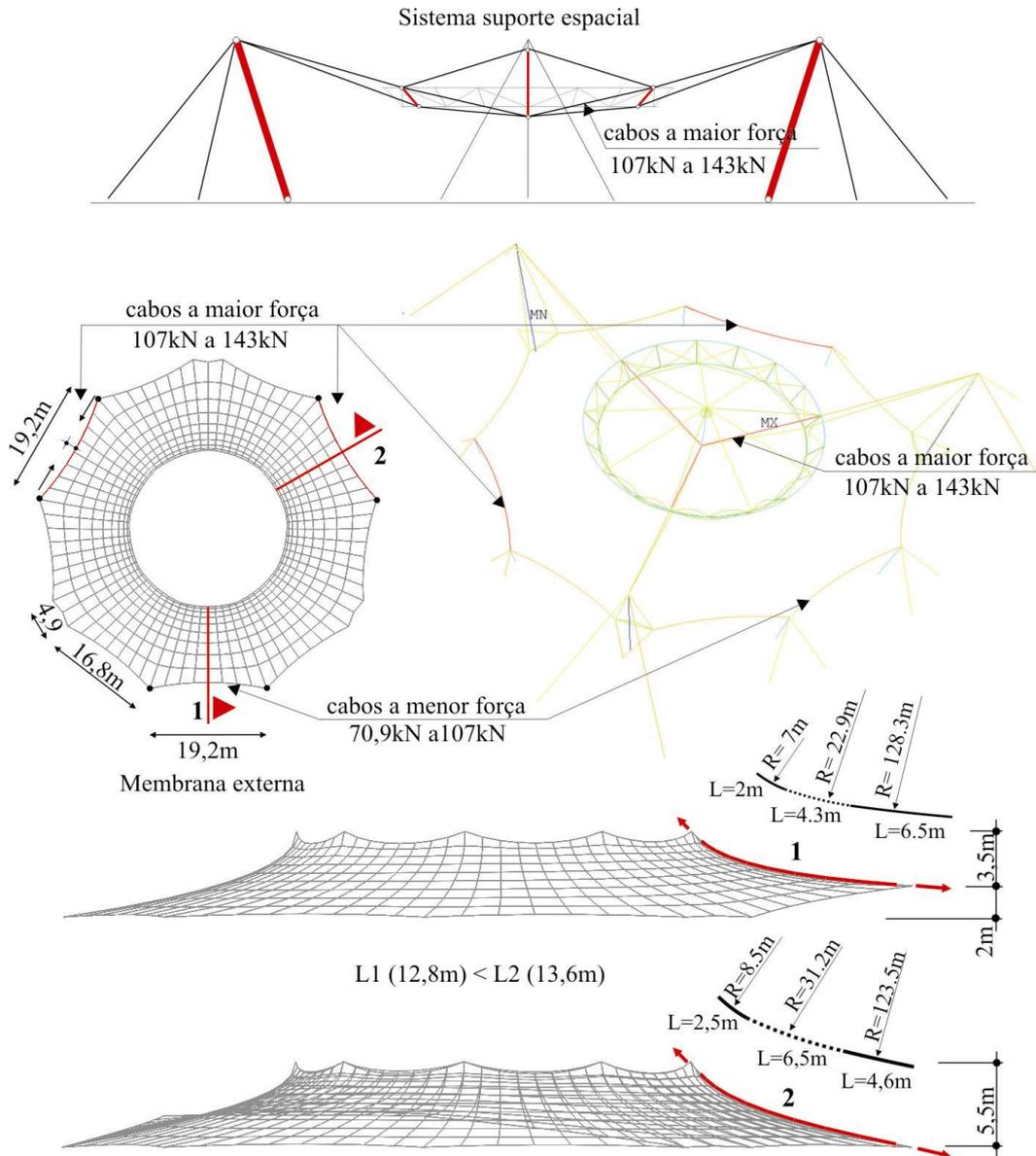


Figura 6.41 - Cabos submetidos à maior força: no sistema suporte espacial e borda superfície externa

O **sistema suporte espacial**, abrange três cabos que sustentam a base do mastro flutuante, portanto, concentra todos os esforços e o peso da estrutura, sendo submetidos à força máxima (10,7tf a 14,3tf). A variação da força dos cabos depende da sua inclinação, que nesse caso é pequena, estando sujeitos a um grande empuxo (Figura 6.41).

A **borda da superfície externa** compreende os dois trechos localizados entre os pequenos mastros, e na Figura 6.41 define a ‘curvatura 2’. Os cabos de borda apresentam uma curvatura muito abatida (pequena flecha) e um grande empuxo para enrijecer e estabilizar a superfície, necessitando nesses trechos resistir à força de 107kN a 143kN. No trecho com as mesmas dimensões, entre os mastros médios, que compreende a ‘curvatura 1’, os cabos estão submetidos a uma força menor (70,9kN a 107kN) e conseqüentemente é uma região mais estável. Um dos fatores que podem propiciar esse comportamento é a pequena diferença do comprimento entre as curvaturas ( $L1 < L2$ ) e a ‘curvatura 2’ apresentar maiores raios do que a ‘curvatura 1’.

Os maiores deslocamentos da forma inicial concentram-se próximos aos apoios superiores das membranas: no Passo 4 (Figura 6.39), com ação do peso próprio, concentram-se no topo da **superfície interna** e representam 0,53m e na **superfície externa** próximo ao anel inferior com 0,18m. Esses deslocamentos podem ser considerados pequenos comparados à dimensão da membrana, mas evidencia que as superfícies estão sujeitas a grandes movimentos sob cargas. Isso quer dizer que a capacidade de deformação faz parte do comportamento dessas estruturas, e conseqüentemente, necessitam de ajuste das curvaturas e do nível de pré-tensão para equilibrar esses desvios. O aumento da curvatura (menores raios) da membrana externa pode amenizar a força de estabilização dos cabos de borda e aumentar a eficiência das superfícies (Figura 6.41) e a ligação contínua entre a membrana externa e o anel treliçado também pode propiciar uma alteração mais gradual da tensão.

É importante destacar que a opção do sistema suporte composto com maior quantidade de grandes mastros, pode aliviar as cargas de arrancamento nas fundações causadas pela sucção do vento. Entretanto, esse estudo optou investigar e avaliar uma situação mais desafiadora, devido a maior integração do modelo proposto com a paisagem, além de permitir a existência de um grande vão livre e conseqüentemente maior amplitude.

### 6.2.5 MODELO FLEXÍVEL: ESTUDO 2 (2º AJUSTE) – ESCALA 1/100

O modelo flexível executado na escala 1/100 teve como objetivo investigar a modulação, planificação das superfícies da cobertura, os ajustes realizados na estrutura e o processo de montagem, sendo a terceira etapa desse estudo. Optou-se pela implantação em base plana, pois na nova escala, o peso da base com a modelagem do terreno dificultariam a mobilidade do modelo, entretanto, foram preservadas as relações de nível entre os componentes da estrutura, considerando-se como cota de implantação o nível de acesso ao anfiteatro (nível +507,00), (Figura 6.3).

#### Modulação, planificação e montagem das membranas

Segundo Huntington (2003), a planificação é o último estágio do processo computacional em que a geometria final validada pela análise é modulada e convertida nos moldes de corte do tecido.

A modulação das superfícies segue as linhas geodésicas, que nesse caso coincidem com as linhas radiais da malha. Nessa planificação inicial, a largura máxima das faixas é de 2,50m, aproximando-se da largura dos tecidos<sup>46</sup> em *poliéster* coberto em PVC+PVDF. Conforme visto anteriormente, esse tecido permite a fácil execução (corte, soldagem/costura e manuseio), proteção a raios ultravioleta, microrganismos, retarda as chamas além de ser o mais adequado ao movimento retrátil da superfície.

O procedimento de planificação foi feito no programa *Autocad* tendo como referência as superfícies tridimensionais finais geradas pelo Método Densidade de Força. É um processo aproximado, porém possibilita a compreensão dessa fase.

Inicialmente, a superfície tridimensional da superfície – rede de cabos radiais e circunferenciais – foi triangulada e modulada em faixas compreendida pelas linhas radiais (ou geodésicas). Essas faixas foram planificadas em painéis bidimensionais por triangulação, ou seja, o comprimento tridimensional de cada elemento de barra foi

---

<sup>46</sup> Largura dos tecidos (1,80 a 2,70m), segundo dados dos fabricantes *Ferrari e Mehler-technologies*.

representado bidimensionalmente. Foram acrescentadas a cada faixa: margem lateral para superposição e união, e margens nas extremidades possibilitando envolver e permitir a passagem dos cabos de borda (Figura 6.42).

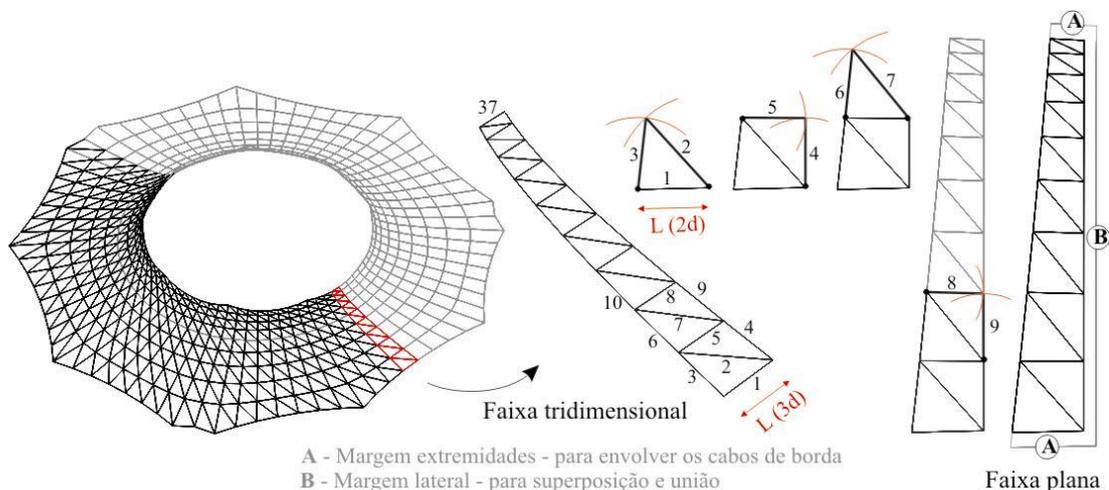


Figura 6.42 - Procedimento de planificação da superfície externa – Estudo 2 (2º ajuste)

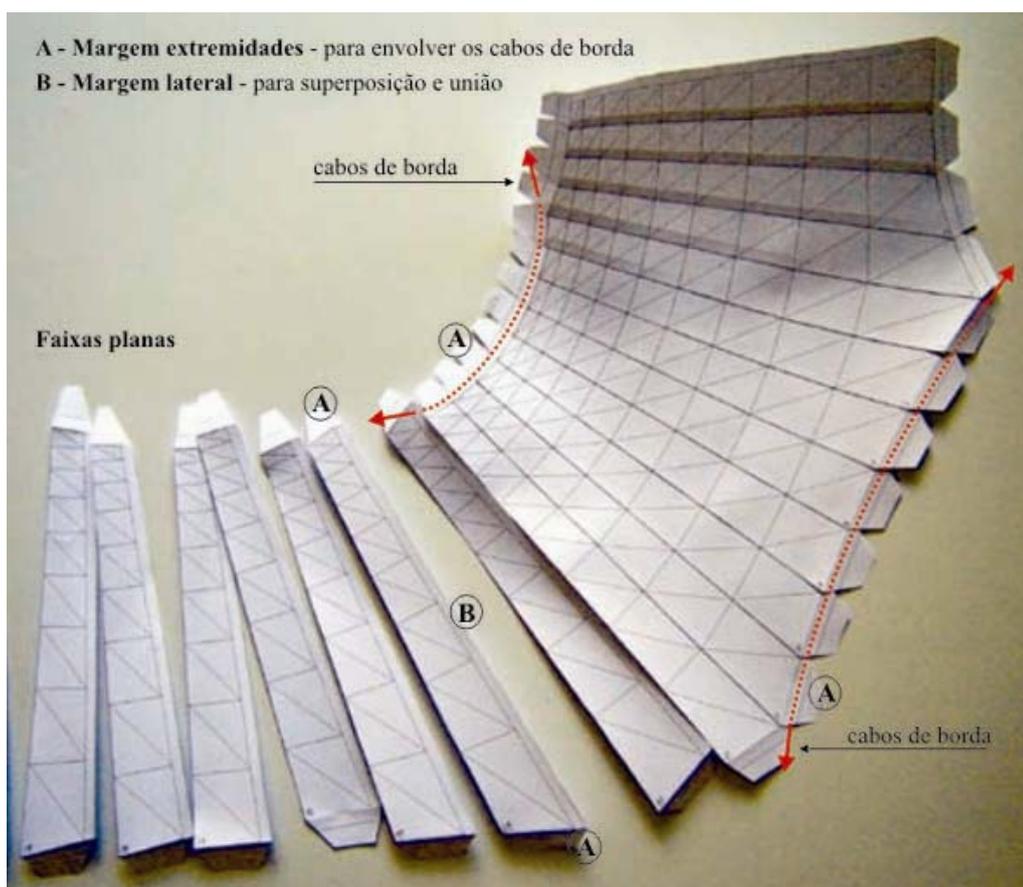


Figura 6.43 - Montagem da superfície tridimensional externa – Estudo 2 (2º ajuste)

Posteriormente, as faixas planas foram impressas sobre papel, recortadas e unidas<sup>47</sup> para formar a geometria final (Figura 6.43). Após a montagem da superfície, as bordas foram dobradas envolvendo os cabos e coladas no verso. Essa dobra necessita conferir a liberdade de movimento aos cabos, pois são os responsáveis pelo ajuste da superfície nas conexões (situadas nos pontos de apoio e ou mastros).

Observa-se que o refinamento da modulação da malha e a determinação precisa da dimensão das linhas da malha exercem um efeito decisivo na modelagem da superfície: minimizam os erros longitudinais ou desvios, que podem ser verificados na união/costura dos painéis.

Verifica-se também que a modelagem da superfície em faixas definidas por linhas geodésicas apresenta curvatura e a rigidez inicial. Essas faixas são derivadas de trechos (paralelogramos) com ângulos variáveis (que correspondem à deformação de cada trecho plano à curvatura) e possibilitam diminuir os desvios e rugas decorrentes da planificação (Figura 6.43).

O comportamento da superfície sob carregamento também é muito influenciado pela modulação das faixas, principalmente quando se usa um material anisotrópico. Nesse caso, é interessante alinhar as direções do tecido (urdidura e trama) às direções principais de curvatura da superfície – pois essas seguem as trajetórias da tensão principal e evitam o cisalhamento (Figura 6.44).

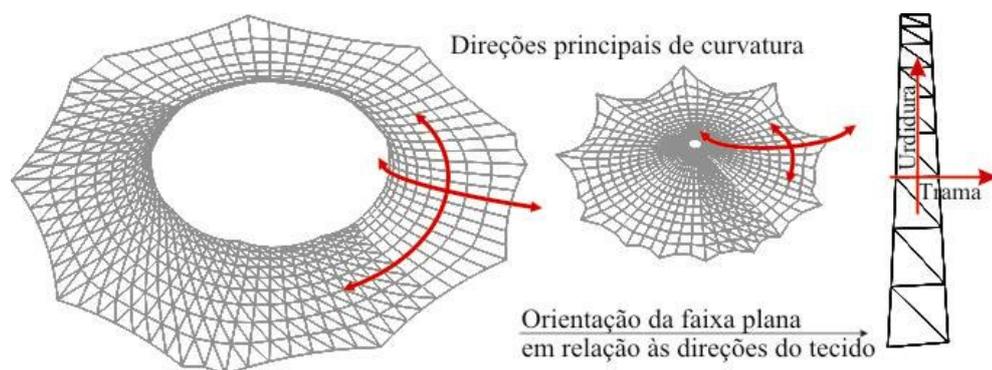


Figura 6.44- Orientação das direções do tecido às direções das curvaturas principais da superfície

---

<sup>47</sup> A união dos painéis foi feita pela superposição e cola das margens laterais.

## Montagem do sistema suporte

A montagem do sistema suporte foi feita em duas etapas (Figura 6.45). Inicialmente, foram executados os três grandes mastros, em balsa e os anéis treliçados em arame soldado. Após a locação dos eixos da estrutura, os mastros com tirantes foram ancorados aos pontos de apoio (articulados – permite a rotação em duas direções) na base e escorados temporariamente. Posteriormente, a treliça foi posicionada e içada pelos cabos conectados aos três grandes mastros para finalmente receberem o mastro flutuante.

Devido à flexibilidade e a interdependência de todos os elementos do sistema, as coordenadas precisam ser continuamente conferidas e os mastros necessitam de apoios temporários para que a estrutura permaneça externamente em equilíbrio estático. Nesse caso, os apoios foram removidos após a conexão e foi aplicado de uma tensão inicial a todos os elementos do sistema suporte, garantindo a estabilidade tridimensional parcial do modelo.

Observou-se que quando são aplicados carregamentos concentrados (nos mastros ou nos anéis treliçados), todo o sistema está sujeito a grandes deslocamentos e deformações (um comportamento não-linear) e a alteração de esforços como afrouxamento de alguns cabos, necessitando de ajuste do nível de pré-tensão para equilibrar esses desvios.

## Montagem final – associação das membranas ao sistema suporte

Posteriormente, com a estabilidade parcial do sistema suporte alcançada, as duas superfícies – externa e interna, previamente montadas – foram vinculadas à estrutura suporte pelos cabos de borda (Figura 6.46, Figura 6.47, Figura 6.48, Figura 6.49, Figura 6.50).

Essa ação alterou completamente o equilíbrio do sistema suporte – a base dos grandes mastros<sup>48</sup> quebrou, não suportou o peso das duas superfícies e alguns cabos do sistema suporte ficaram frouxos. Foi necessário o reforço temporário da base dos mastros (para posteriormente serem substituídos) e, o ajuste da tensão dos cabos de toda a estrutura. Verificou-se também que as imprecisões dos pontos de apoio da superfície – na treliça e nos grandes mastros – provocaram erros acumulativos e conseqüentemente desvios da superfície das coordenadas dos apoios dos pequenos mastros.

Como a forma da membrana é controlada pela geometria das suas extremidades e pela distribuição da pré-tensão na sua superfície, esses desvios provocaram o aparecimento de uma região de abaulamento da membrana (áreas sujeitas à compressão e rugas), (Figura 6.49, Figura 6.50).

Apesar desses erros, desvios e alteração do equilíbrio da estrutura, um dos pontos mais interessantes dessa montagem foi verificar que ‘o sistema suporte não apenas sustenta a membrana, mas simultaneamente, a membrana estabiliza e dá rigidez ao sistema suporte’ (Figura 6.53 e Figura 6.54). Isso vem confirmar que não é possível tratar cada elemento como uma variável independente e isolada das outras do sistema, o que evidencia e comprova o trabalho contínuo, integrado e global de todos os componentes.

Essa montagem (Figura 6.51, Figura 6.52) também permitiu maior compreensão do procedimento real e de como a precisão de todas as etapas – dos componentes pré-fabricados (membranas, mastros, anéis treliçados) e da locação – exerce um fator decisivo na integração dos componentes e na estabilidade do sistema.

---

<sup>48</sup> Os grandes mastros foram feitos inicialmente em balsa, uma madeira muito leve e foram substituídos por barras de madeira.

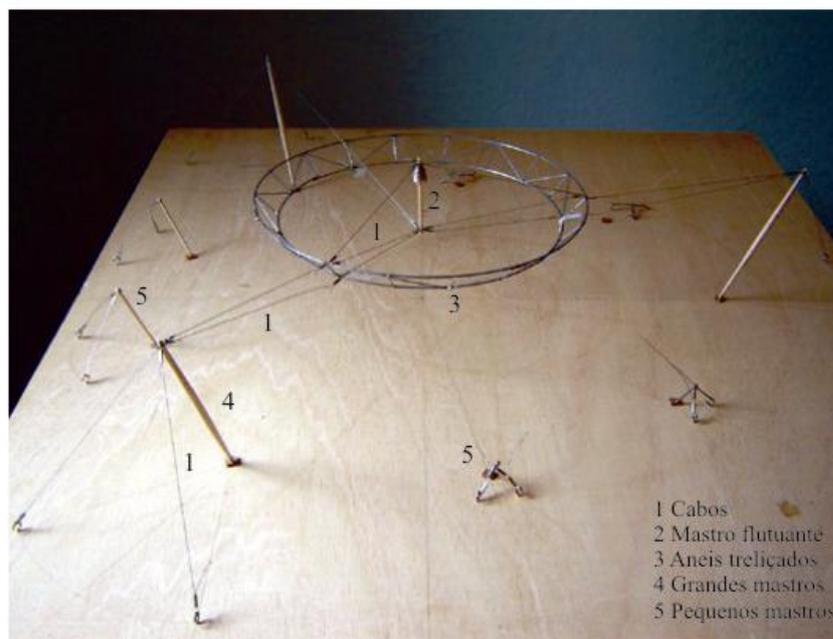
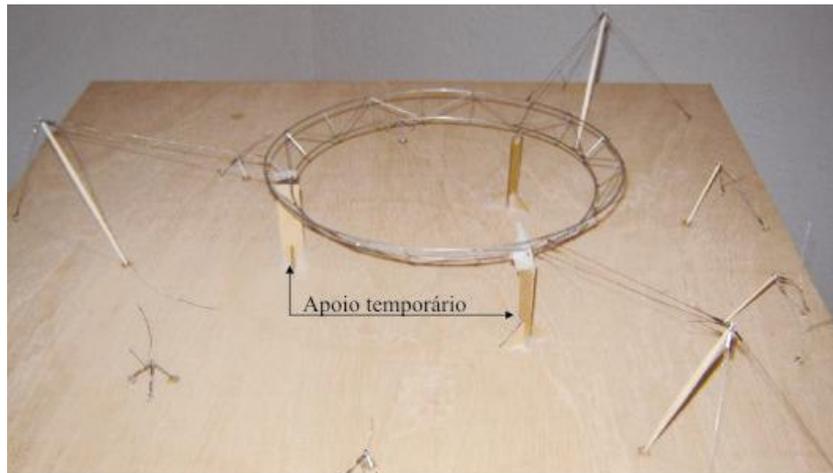


Figura 6.45 - Modelo flexível Estudo 2 (2º ajuste) 1/100 – Montagem do sistema suporte espacial  
 1. referência de nível (suportes em papelão apoiados sobre a base da treliça); 2. vista sistema suporte.  
 Escala do modelo 1/100.



Figura 6.46 - Vista interna Estudo 2 (2º ajuste) – Escala do modelo 1/100

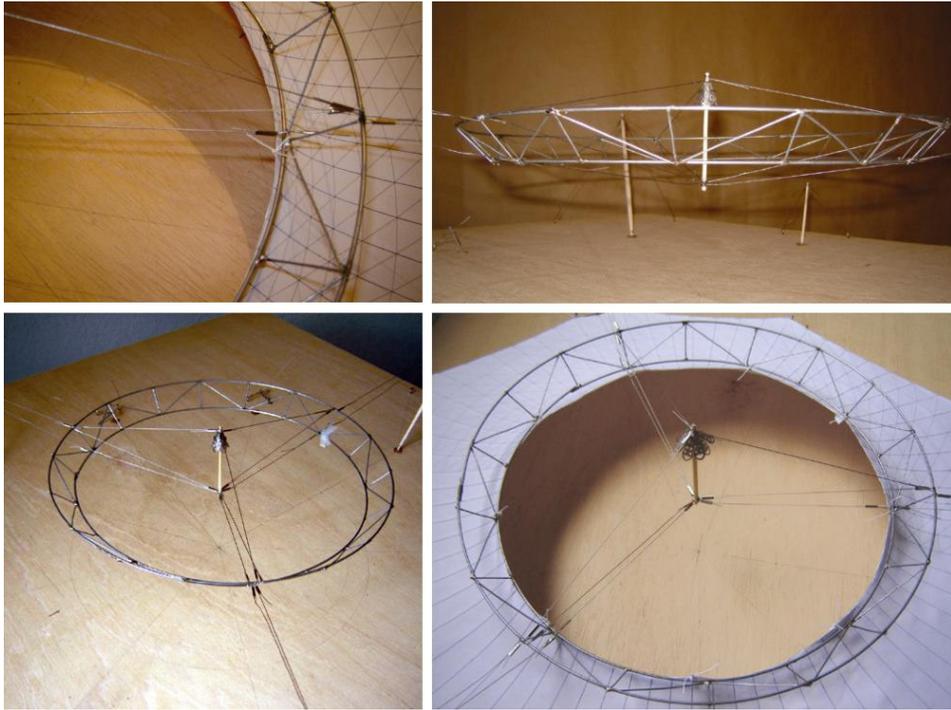


Figura 6.47 - Detalhes sistema espacial/ membrana externa  
Modelo Estudo 2 (2º ajuste) na escala 1/100

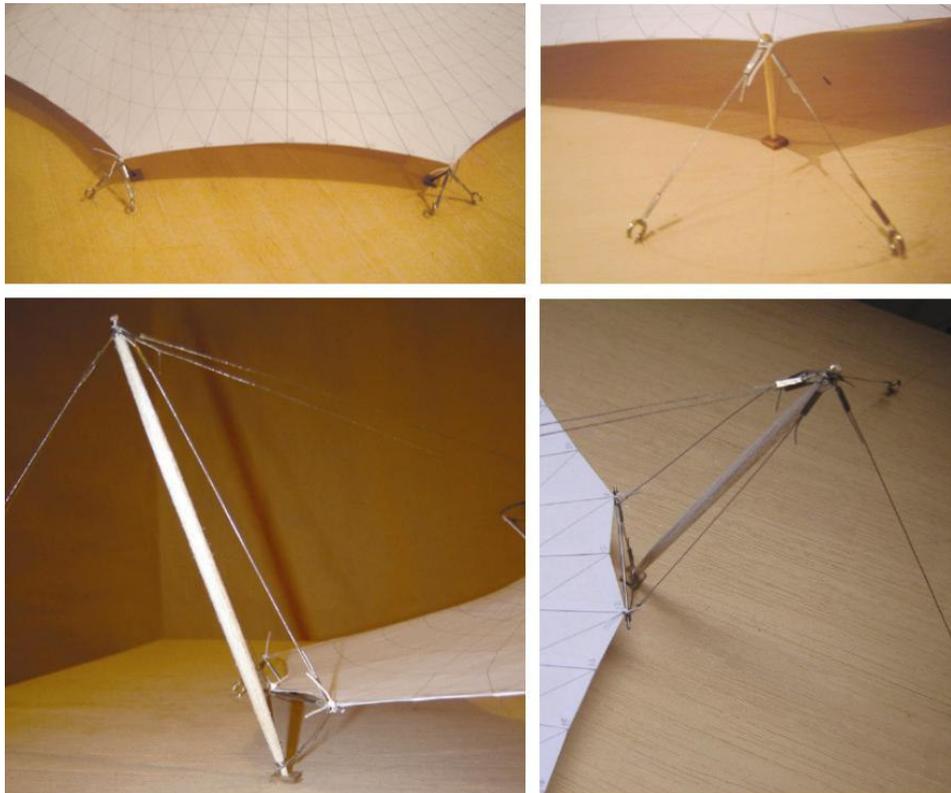


Figura 6.48 - Detalhe pequenos e grandes mastros/ membrana externa  
Modelo Estudo 2 (2º ajuste) na escala 1/100

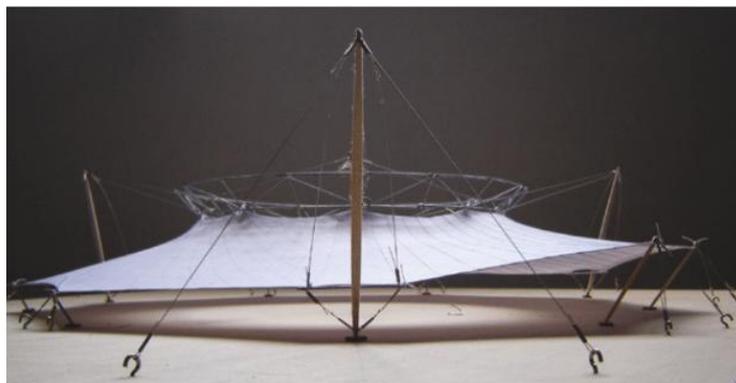
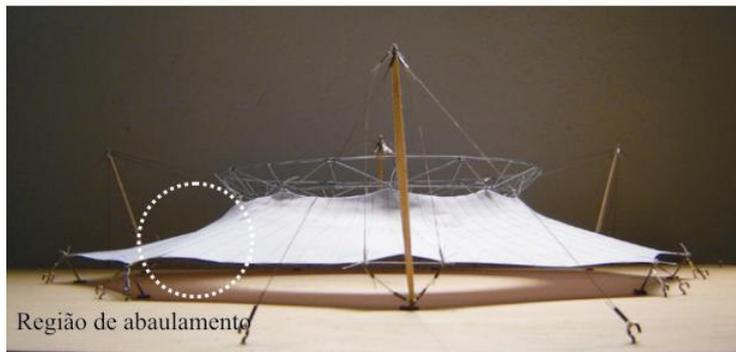
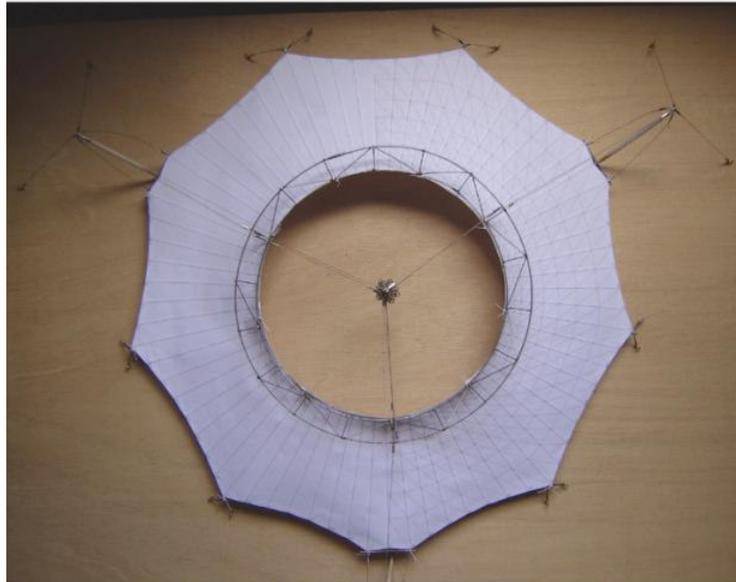


Figura 6.49 - Vistas superior e laterais do modelo: sistema suporte/ membrana externa  
Modelo flexível Estudo 2 (2º ajuste) na escala 1/100

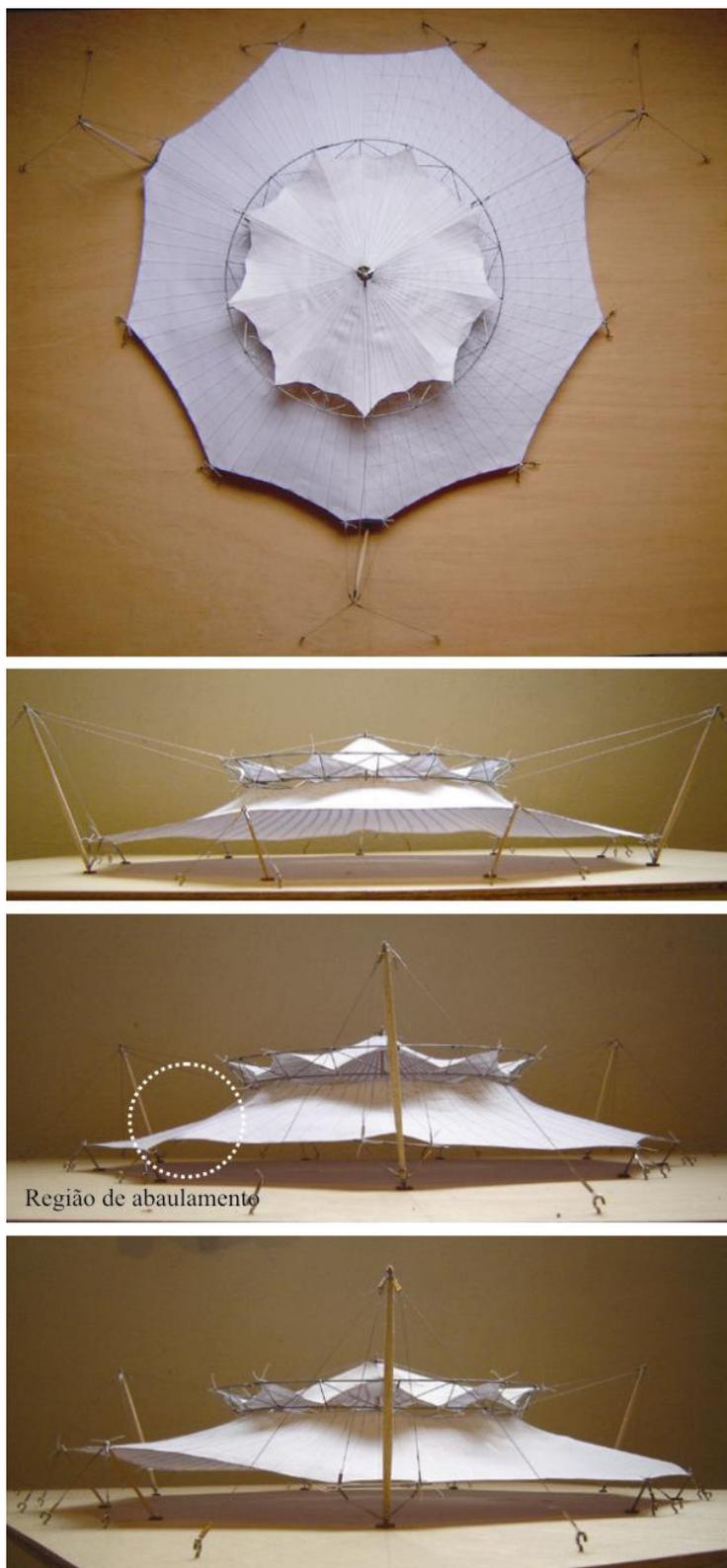


Figura 6.50 - Vistas superior e laterais do modelo completo  
Modelo flexível Estudo 2 (2º ajuste) na escala 1/100

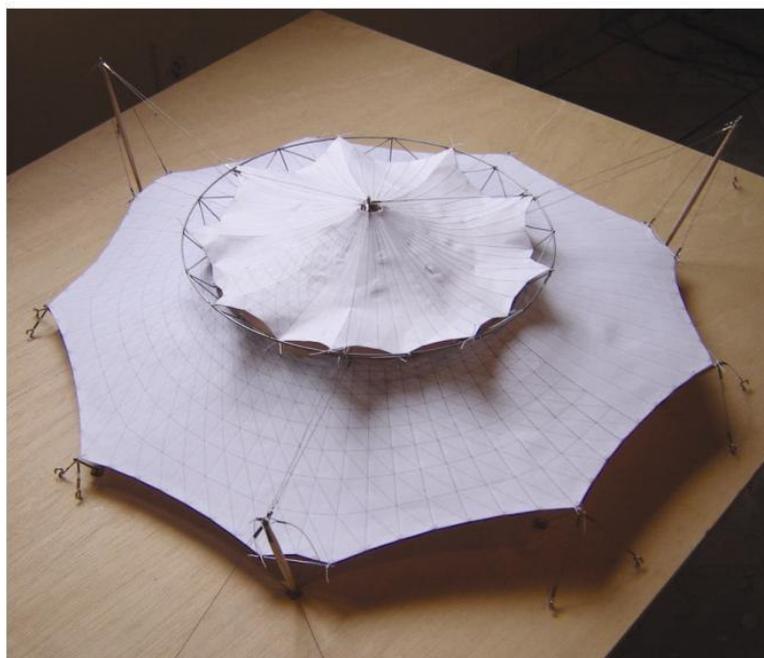
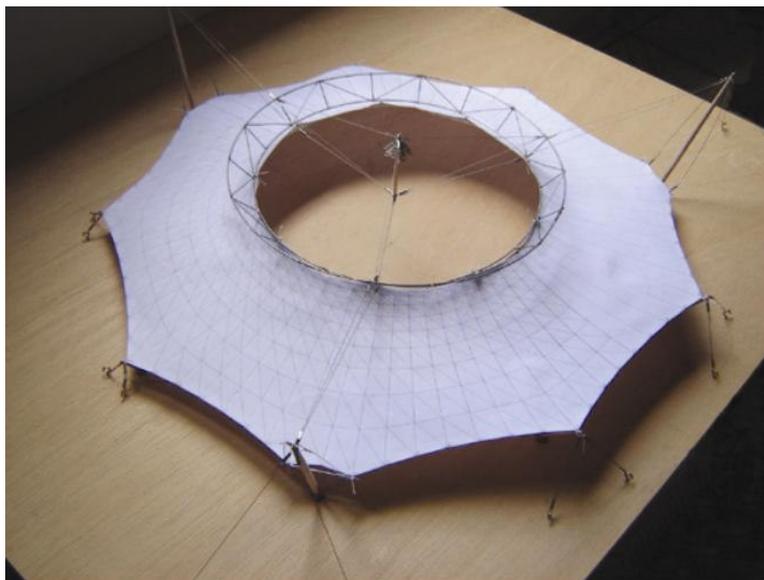


Figura 6.51 - Vistas modelo flexível Estudo 2 (2º ajuste) 1/100 - Escala do modelo 1/100.

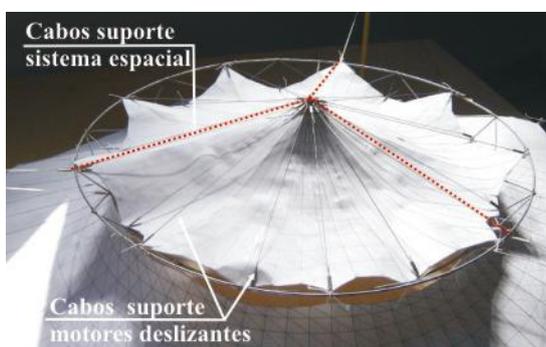


Figura 6.52 - Vista superfície interna (cabos sistema suporte e apoio motores deslizantes) Modelo flexível Estudo 2 (2º ajuste) 1/100 - Escala do modelo 1/100

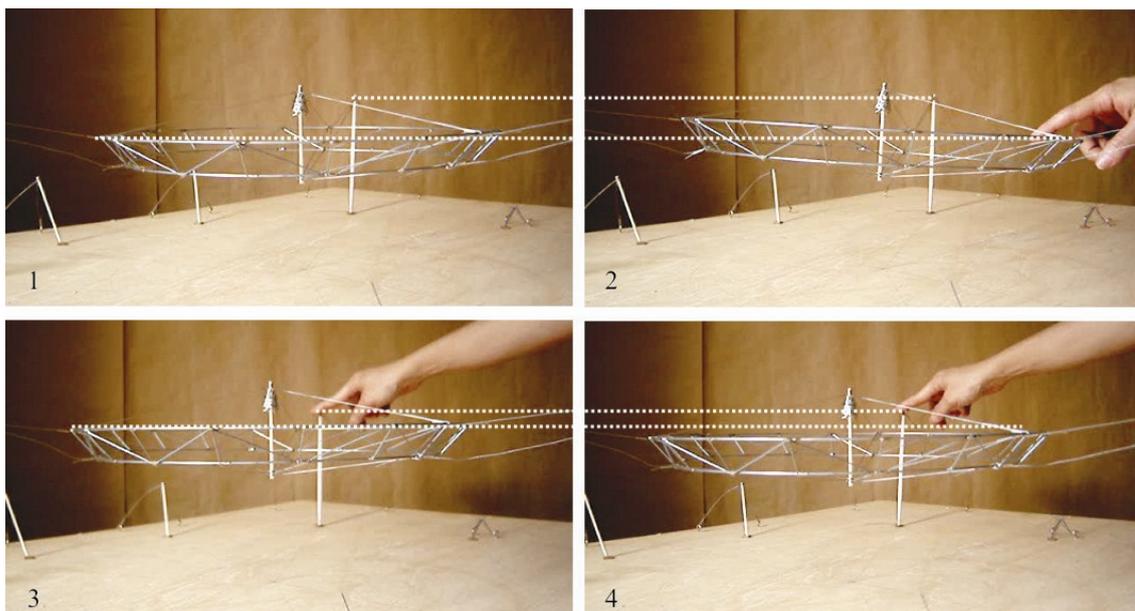


Figura 6.53 - Filme 1: cenas 1,2,3 e 4  
O sistema suporte isoladamente está sujeito a grandes deslocamentos.

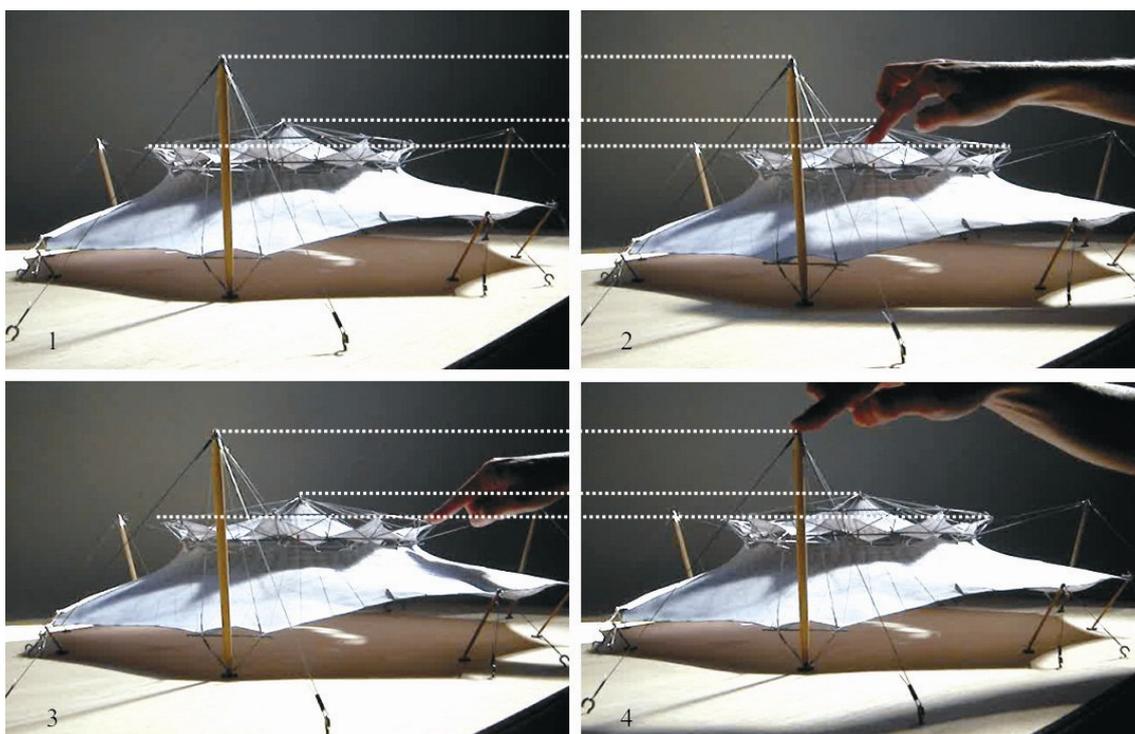


Figura 6.54 - Filme 2: cenas 1,2,3 e 4  
O sistema suporte não apenas sustenta a membrana, mas simultaneamente, a membrana estabiliza e dá rigidez ao sistema suporte. Evidencia o trabalho contínuo, integrado e global de todos os componentes.

## 6.2.6 CONFIGURAÇÃO DOS COMPONENTES DO SISTEMA SUPORTE

Essa etapa apresenta um breve estudo do comportamento e da geometria dos componentes do sistema suporte e das conexões em busca de uma configuração de maior simplicidade, menor gasto de material, leveza e equilíbrio interno.

Nessa investigação inicial dos componentes e das conexões do modelo em estudo, verificou-se que o desenvolvimento de cada elemento está intimamente ligado ao comportamento e ao estado de tensão da estrutura, e devem ser elaborados conjuntamente com todos os aspectos do sistema. Portanto, as propostas inicialmente desenvolvidas ficam vinculadas à discussão, análise e ao dimensionamento estrutural.

### C a b o

O cabo é o elemento do sistema suporte mais leve e flexível, sem rigidez à flexão e compressão, devido a sua configuração – comprimento predominante em relação à sua seção transversal –, mas quando tracionado apresenta uma forma mais estável. Sua ruptura acontece quando é atingido o limite de resistência do material, logo, a tração é a maneira mais eficiente de utilizar toda a seção do material, preferencialmente com massa concentrada – seção circular cheia próxima ao centro de gravidade.

A aplicação de pré-tensão nos cabos minimiza os efeitos da vibração causada pelo vento e permite transformar o esforço de compressão em favorável esforço de tração, sendo que, quando comprimido não fica frouxo, haverá apenas redução da tração (Figura 2.2).

Esse estudo considerou como elemento de terminação dos cabos de aço<sup>49</sup>, o soquete<sup>50</sup> fechado associado à manilha (argola) para permitir rotação em ambos os eixos (Figura 6.55). Os cabos também devem contar com esticadores, pois possibilita o ajuste fino do comprimento, permite a separação em vários seguimentos e é um meio de tencionar os elementos (Figura 6.55, Figura 6.70).

---

<sup>49</sup> Formado por fios trefilados finos (fabricação por estiramento), agrupados em arranjos helicoidais.

<sup>50</sup> O procedimento de instalação/ afixação dos soquetes na extremidade dos cabos compreende a abertura das pontas do cabo dentro do soquete e a adição de metal fundido no interior da parte cônica.

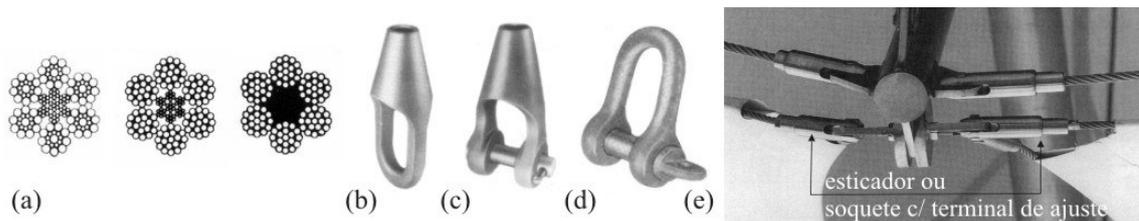


Figura 6.55 - (a) Seção cabos; Elementos de terminação dos cabos:  
 (b) soquete fechado; (c) soquete aberto; (d) manilha; (e) esticador ou soquete com terminal de ajuste  
 Fonte: Catálogo CIMAF, 2002, p.44, p.147, p.146, p.143; HUNTINGTON, 2003, p.113.

## Mastros

Os mastros deste sistema apresentam base rotulada e são estabilizados por tirantes ou estais (o cabo recebe o nome de estai). Essa configuração espacial rotulada aproxima-se do tetraedro, que é a forma mais estável no espaço e transforma, decompõe o momento fletor em um conjunto de forças de tração e compressão, possibilitando reduzir o volume e o peso do material, aumentando a sua eficiência estrutural (Figura 6.56).

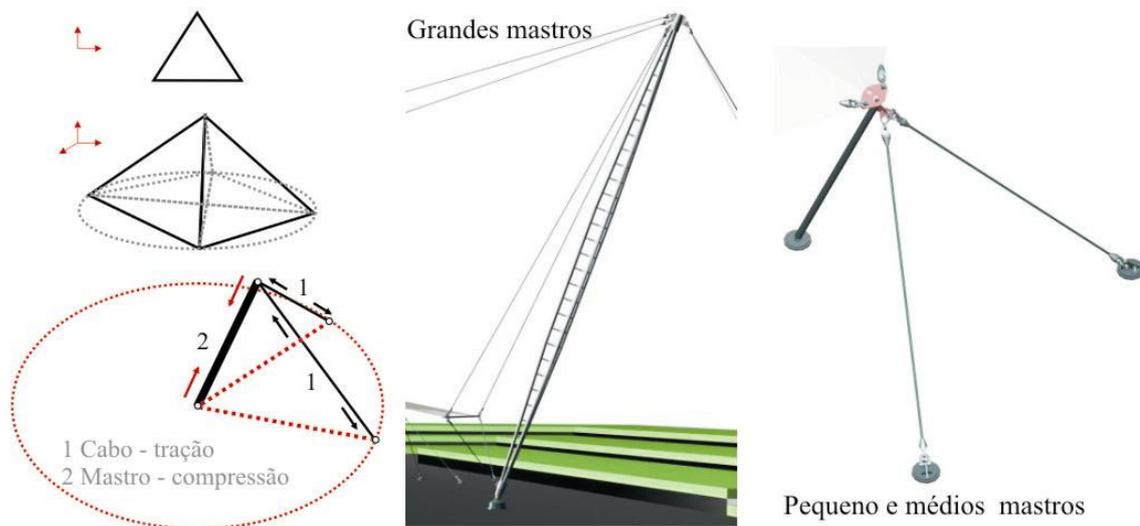


Figura 6.56 - Configuração espacial dos mastros

Os mastros pequenos e médios (2,5m e 7m) em aço apresentam configuração tubular e os grandes (17m e 18,5m) seção vazada, composta de um arranjo de três tubos em aço e base cônica, (Figura 6.56, Figura 6.57). Estas foram desenvolvidas observando como o material se distribui em relação ao eixo de gravidade da seção e no caso dos grandes mastros, também para evitar peças muito robustas e permitir a economia de material.

Como os mastros estão submetidos apenas à compressão axial, quanto mais afastado o material estiver do centro de gravidade da seção da barra, mais difícil será girar a seção e o mastro flambar<sup>51</sup>, ou seja, perder a estabilidade. Além disso, segundo Firmo (2003), a geometria da seção tubular propicia ótima resistência a flambagem quando submetida a compressão, comparada a outras seções, devido a sua completa simetria em qualquer direção que passe pelo seu eixo – CG (centro de gravidade) coincide com CC (centro de torção ou cisalhamento) –, logo, sua inércia a flambagem é sempre igual independente da direção, o que evita assimetrias das tensões pela parede do perfil (Figura 6.57).

Como a carga crítica de flambagem de Euler<sup>52</sup> é inversamente proporcional ao quadrado do comprimento do pilar, o grande mastro está sujeito a maior instabilidade, além dos maiores esforços de compressão. Nesse caso o travamento lateral do pilar com barras rígidas diminui o comprimento de flambagem e aumenta sua estabilidade (Figura 6.57).

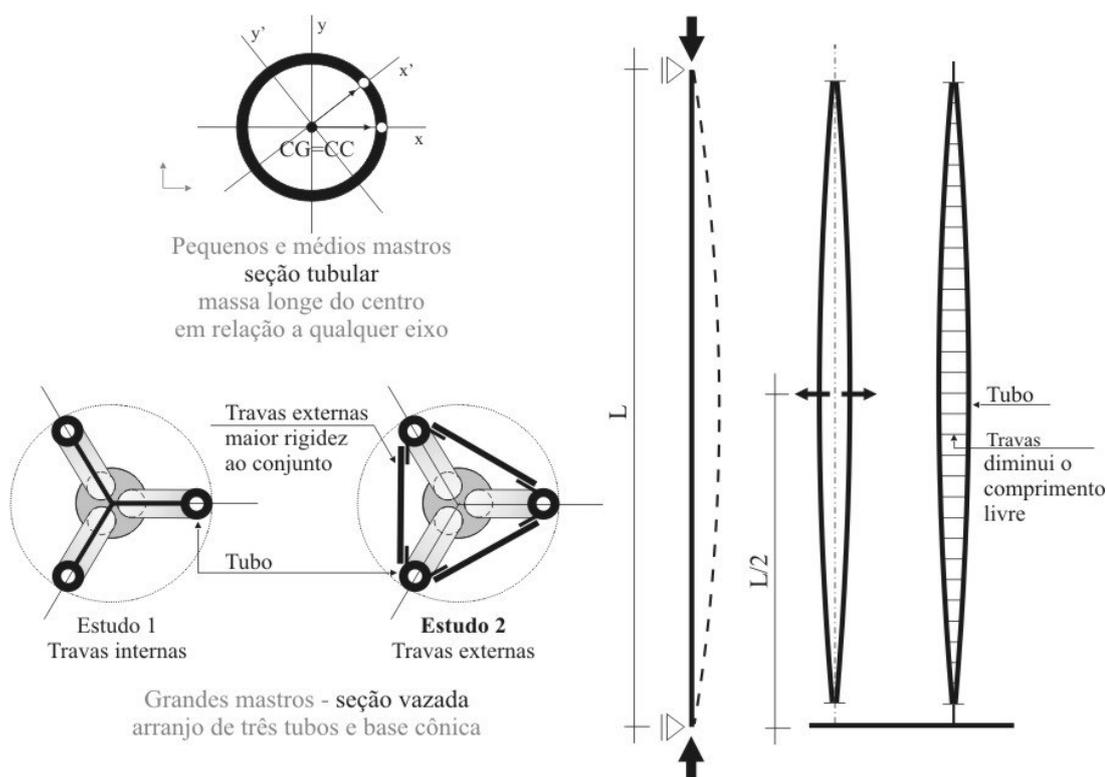


Figura 6.57 - Geometria da seção dos pequenos e grandes mastros em aço

<sup>51</sup> Flambagem - perda de estabilidade, por deslocamento lateral do pilar, bem antes que seja atingida a tensão de ruptura à compressão do material.

<sup>52</sup> Carga crítica de Euler:  $P_c = \pi^2 EI / kL^2$ , sendo k o coeficiente de flambagem e L o comprimento da barra.

## Apoios mastros e ancoragem dos cabos

As bases dos mastros e a ancoragem dos cabos são articuladas possibilitando a facilidade de ajuste e a liberdade de movimento (rotação) em duas direções (Figura 6.58). Têm como referência detalhes existentes e transmitem a flexibilidade necessária ao sistema. A capacidade rotacional dos mastros é obtida com a colocação de conexão esférica, cujo desempenho pode aumentar com o acréscimo de um material flexível entre a base do mastro e o apoio.

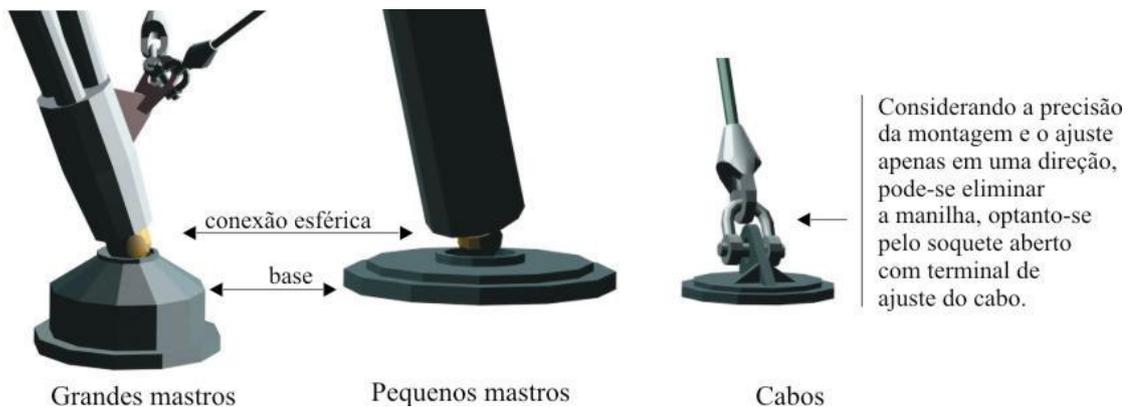


Figura 6.58 – Estudo inicial da base articulada dos mastros e do apoio dos cabos

## Sistema suporte espacial

Para permitir a flexibilidade do espaço interno (grande vão livre), as superfícies da membrana apoiam-se no sistema suporte espacial articulado composto de barras comprimidas descontínuas inseridas em uma rede contínua de cabos tracionados (princípio '*Tensigrity*') associado a anéis treliçados (converte os esforços de flexão em esforços de compressão e tração), que conferem maior estabilidade e rigidez ao sistema e possibilitam reduzir o volume do material (Figura 6.26, Figura 6.61, Figura 6.64).

O mastro flutuante é o núcleo do sistema suporte espacial, estabiliza todo do sistema, pois concentra todas as cargas. Em sua base é previsto um mecanismo de regulagem de altura para facilitar a abertura e ancoragem da cobertura interna retrátil, sendo também um meio de tensioná-la (Figura 6.63, Figura 6.64).

## C o n e x õ e s

As tensoestruturas têm um vocabulário particular que deriva dos seus elementos – membrana e elementos suportes (cabos, mastros, arcos, vigas etc) –, e da conexão entre eles. Segundo Huntington (2003), as conexões representam o ponto crítico dessas estruturas – pois permitem além da ligação, o fluxo das cargas e um meio de tensionar os elementos –, conseqüentemente, seu desempenho resulta do trabalho conjunto entre arquitetos e engenheiros.

Deve-se considerar também que, como as estruturas de membrana não têm resistência ao cisalhamento, não suportam flexão e compressão, as superfícies ficam sujeitas a grandes movimentos sob cargas. Isso quer dizer que a flexibilidade e capacidade de deformação fazem parte do comportamento dessas estruturas, conseqüentemente, as conexões devem permitir também deslocamentos e rotações.

Outro ponto considerado é sua aparência final, pois geralmente ficam expostas na estrutura, além disso, apresentam angulação variável enquanto que na estrutura convencional, na maioria das vezes, a conexão é feita em ângulos retos.

No processo de pesquisa e investigação dos elementos de conexão (sistema suporte e membrana) verificou-se uma variedade de soluções existentes que foram referência ao modelo em estudo. Essas buscam facilitar a interface entre elementos, a montagem e a execução de cada situação, em particular.

### C o n e x õ e s m a s t r o - c a b o

As ligações propostas entre mastro-cabo nas bases e topo são feitas por chapas planas (orelhas, vazadas ou não) em aço que podem estar associadas a outras chapas vazadas (com olhais/ orifícios) e que permitem a inserção de manilhas associadas aos soquetes fechados em aço. Dessa forma, permitem a articulação e a mudança angular do cabo em ambas as direções (Figura 6.59, Figura 6.60).

Segundo Huntington (2003), as chapas planas (orelhas) também podem apoiar entre placas horizontais – que podem envolver o topo do mastro –, aumentando a área de apoio e o evitando momento local.

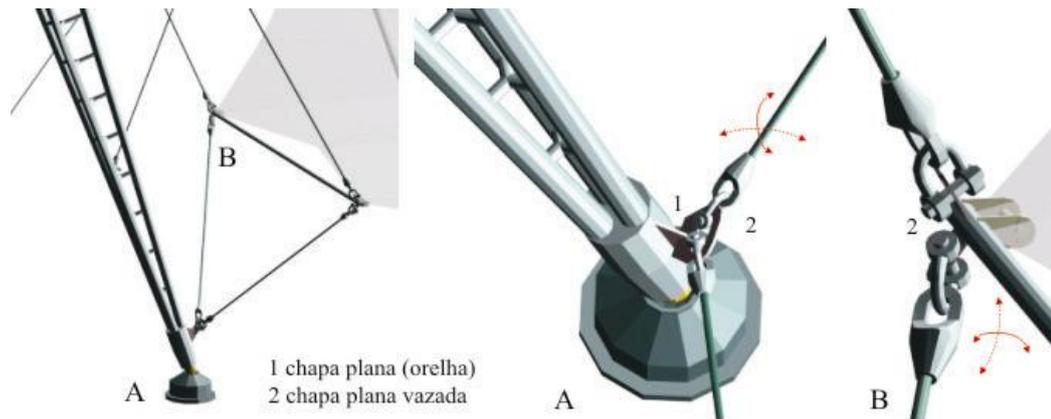


Figura 6.59 - Conexões dos cabos à base dos grandes mastros

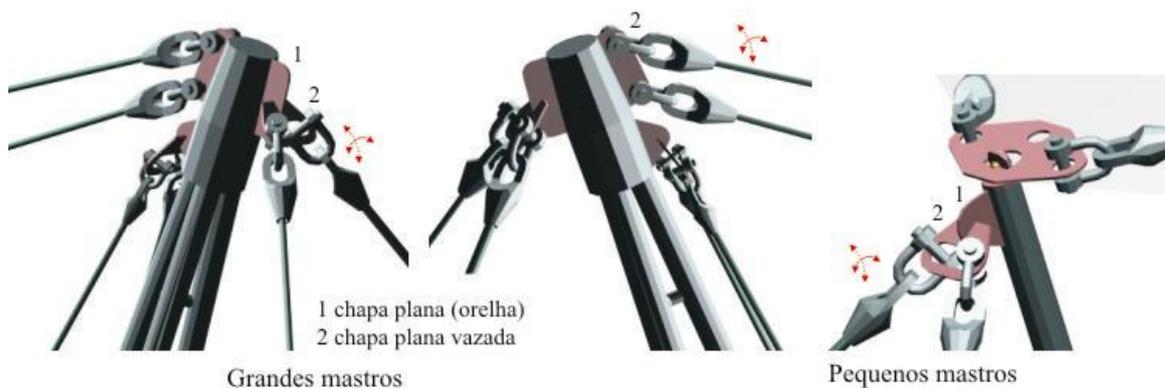


Figura 6.60 - Conexões dos cabos ao do topo dos grandes e pequenos mastros

### Conexões do sistema suporte espacial

No anel rígido treliçado, a conexão articulada entre os tubos da treliça em aço e os anéis é feita por meio de chapas planas de ligação em aço. Essas chapas também permitem o vínculo de outras chapas com olhais e conectores que propiciam a ancoragem dos cabos do sistema e a cobertura interna (Figura 6.62).

Os cabos ancoram-se nos olhais das chapas, por meio das manilhas abertas associadas aos soquetes fechados, que garantem a articulação e a flexibilidade do sistema.

A base regulável do mastro flutuante apóia-se em um anel tubular vinculado a três chapas com olhais que recebem os cabos do sistema suporte. O topo suporta por meio de dois anéis (um tubular e o outro em chapas planas), a cobertura interna retrátil e a proteção translúcida da cobertura e os cabos do sistema (Figura 6.63, Figura 6.64, Figura 6.71).

A ancoragem das extremidades da cobertura retrátil à estrutura é feita por um sistema de garras, situadas no anel treliçado e que conectam os tratores de força, porém esse sistema não foi desenvolvido nesse estudo (Figura 6.13, Figura 6.62).

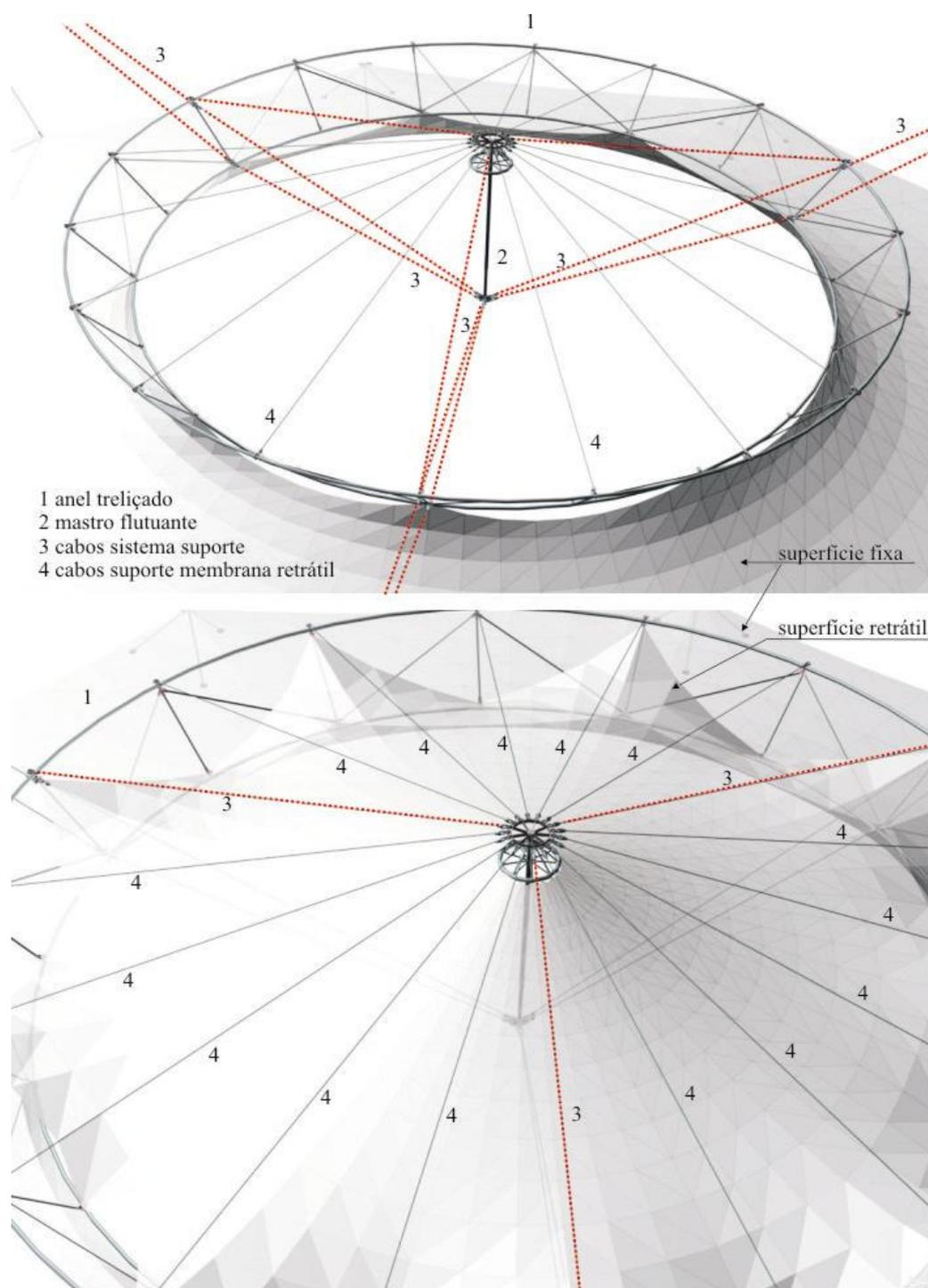


Figura 6.61 - Vistas superiores sistema suporte espacial

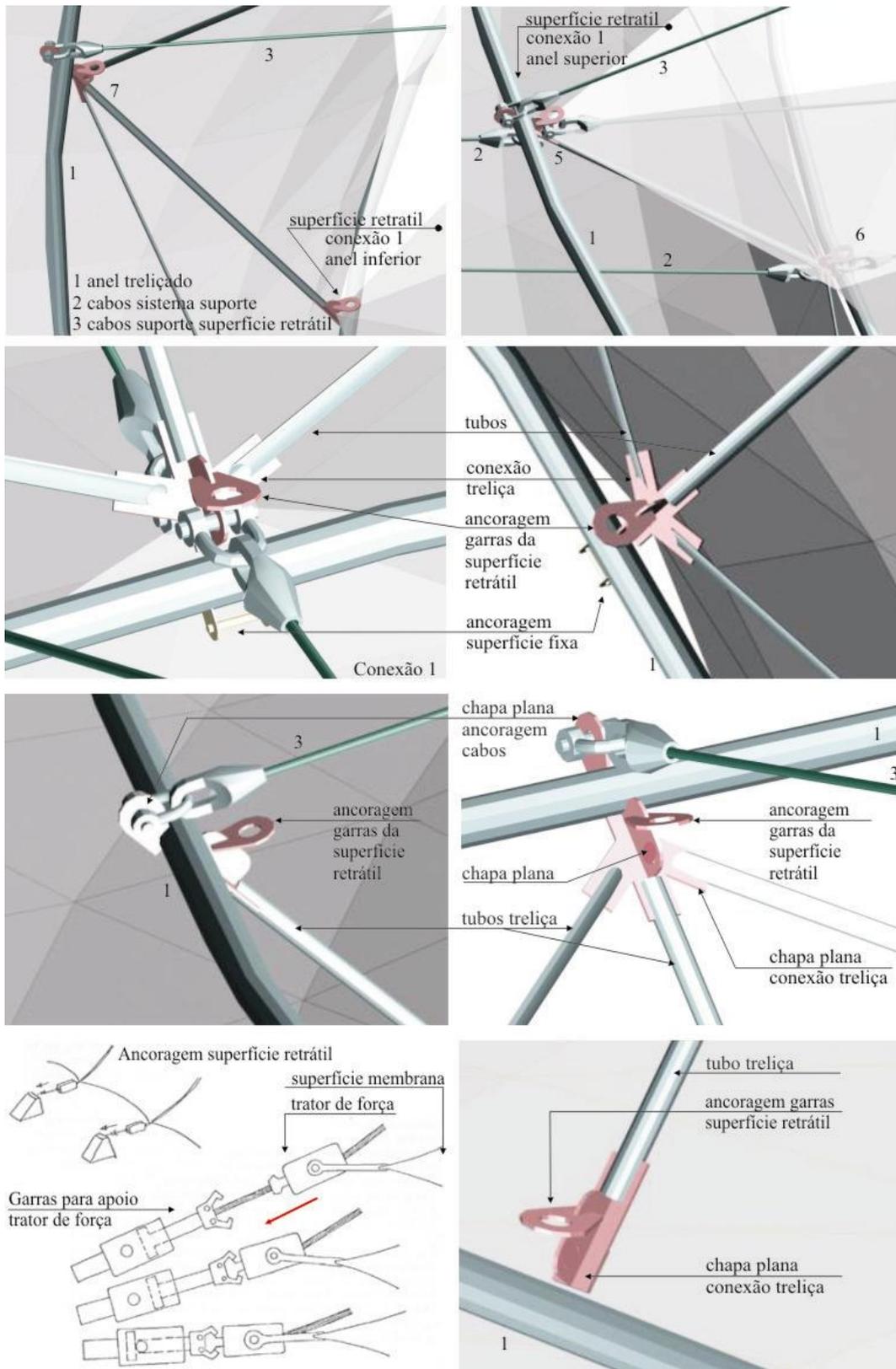


Figura 6.62 - Conexões do sistema suporte espacial  
 Detalhe das garras de ancoragem da superfície retrátil – Fonte: OTTO, 1972, p.141

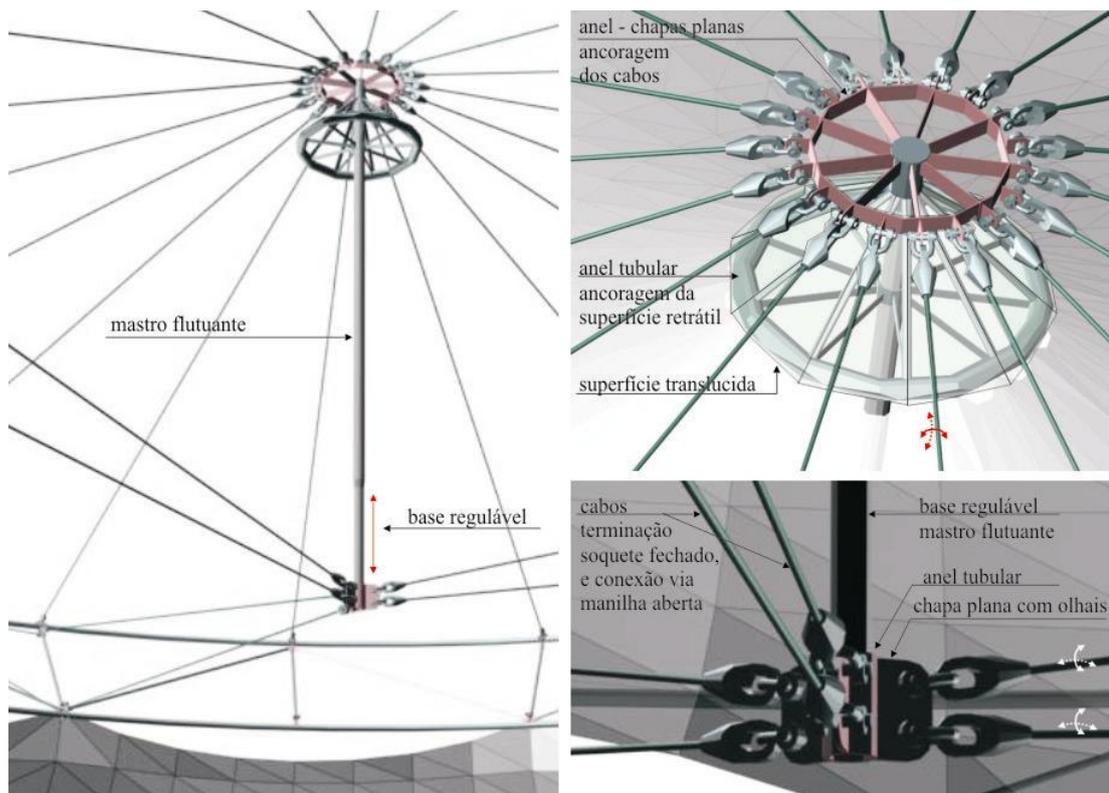


Figura 6.63 – Vistas do mastro flutuante do sistema suporte espacial

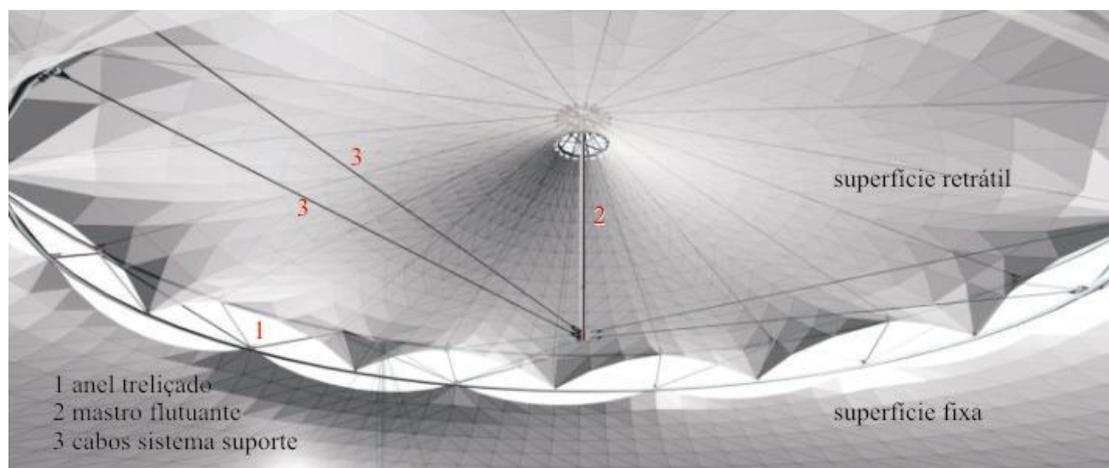


Figura 6.64 - Vista interna do sistema suporte espacial

### Conexões sistema suporte - membrana

Esse estudo apresenta também possibilidades de conexões para as diferenciadas ligações – topo e base – das coberturas externa (fixa) e interna (retrátil), buscando evitar o contato direto dessas com a membrana, pois como apresentam pequena resistência ao cisalhamento, o mecanismo da conexão pode levar a sua destruição.

A conexão da base da superfície externa com os pequenos/ médios mastros teve como referência o detalhe desenvolvido para os mastros do *Exhibition Pavilion, Frankfurt* (arquitetura Sobek & Rieger). Essa conexão recebe os de cabos de borda da superfície da membrana possibilitando uma grande articulação devido ao movimento (rotação) da placa em ambas as direções. Consiste de uma placa plana com olhais soldada em uma pequena esfera de aço que é parcialmente envolvida por um segmento de esfera soldada no topo do mastro. O tensionamento da superfície da membrana pelo cabo de borda, propicia a pressão e o vínculo necessários à conexão (Figura 6.65).

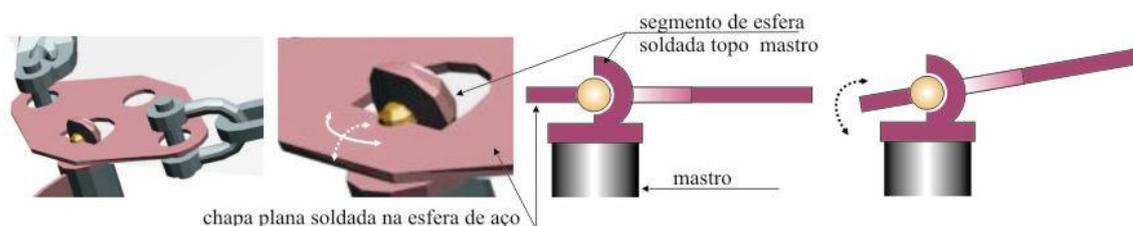


Figura 6.65 - Conexão da membrana externa ao topo dos pequenos mastros

Em relação aos grandes mastros, a conexão articulada da base da superfície é feita por meio de uma pequena barra tubular sustentada por cabos conectados ao topo e base desses mastros. O ajuste da superfície da membrana pelo cabo de borda e a tensão dos cabos que suportam a barra tubular mantêm esse vínculo e a posição da barra no espaço (elevada da base do mastro), impedindo a vibração da superfície (Figura 6.66). Na barra tubular são afixados dois suportes (tubo conectado entre duas chapas planas) que permitem o apoio de placas metálicas braçadeiras que se conectam às extremidades do tecido (Figura 6.69).

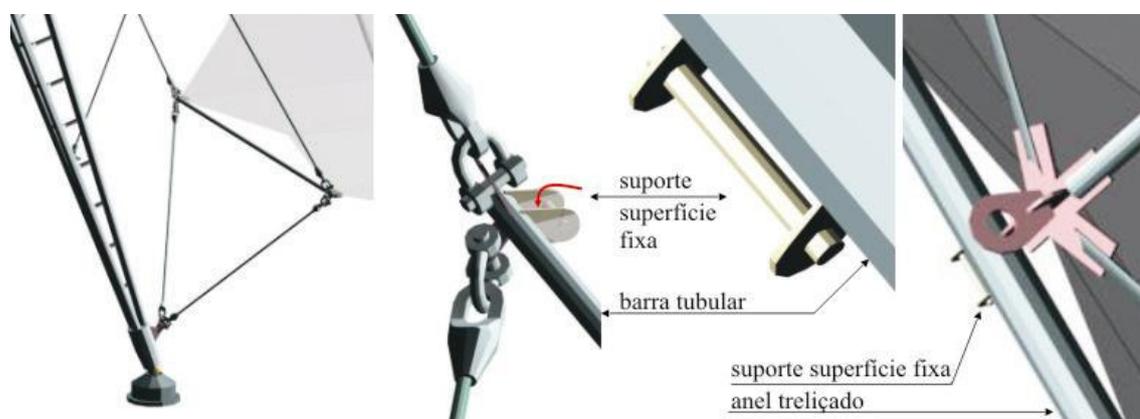


Figura 6.66 - Conexão da membrana externa à base dos grandes mastros e ao sistema suporte espacial

O topo da superfície externa apóia-se em suportes (tubo conectado entre duas chapas planas) similares ao da barra tubular dos grandes mastros (Figura 6.66) e que também permitem o apoio de placas metálicas braçadeiras que se conectam às extremidades do tecido (Figura 6.69). Esses suportes são afixados no anel interno treliçado, em nove pontos que convergem com os eixos dos nós da treliça.

A superfície interna retrátil apóia-se no topo do mastro flutuante – diretamente no anel interno – por meio de alças braçadeiras (chapas de aço parafusadas a grampos) que envolvem o topo da membrana (Figura 6.71). A base (18 pontos) conecta-se (18 pontos) à tratores de força (Figura 6.13, Figura 6.62) que se apóiam aos anéis treliçados.

### Conexões, acabamentos e terminação das membranas

No modelo proposto, devido às dimensões das superfícies e para facilitar seu posicionamento e elevação no local, sugere-se que cada superfície seja dividida em três módulos. Conseqüentemente, a conexão membrana-membrana vai utilizar dois sistemas de união: a solda a quente na fábrica e a costura no local (usando grampos metálicos), (Figura 6.67, Figura 6.68).

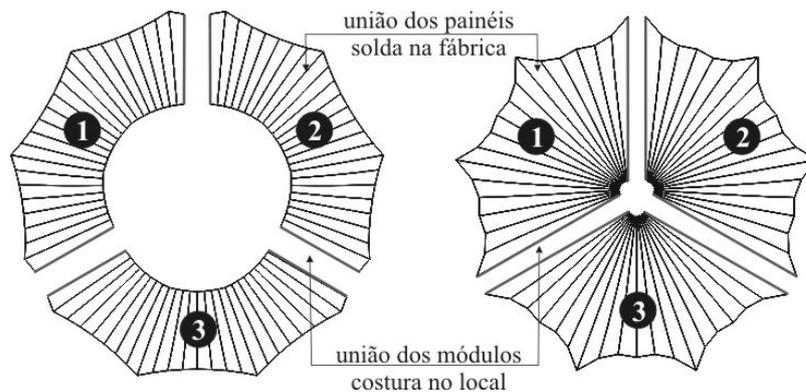


Figura 6.67 - Esquema da conexão membrana-membrana  
união dos painéis por solda (fábrica) e costura (local)

As extremidades dos tecidos – em torno de todo o perímetro das superfícies –, são dobradas e soldadas, envolvendo e possibilitando a passagem dos cabos de borda. Estes além de possibilitarem o arremate das bordas, permitem o ajuste e o tensionamento das superfícies.

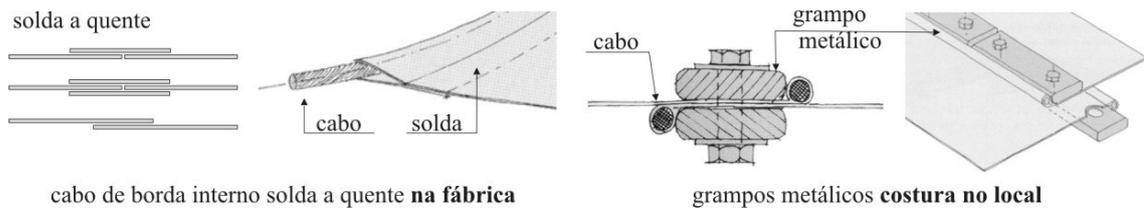


Figura 6.68 - Acabamento das extremidades dos tecidos  
 Fonte: FOSTER, 2004, p.152, p.156, p.155

O ajuste dos cabos de borda é realizado nas terminações ou quinas da membrana, que são os pontos de ligação dessa com as conexões do sistema suporte. Essas regiões se caracterizam pela alta concentração dos esforços e demandam reforços e o corte do tecido na vizinhança da conexão para evitar a abrasão com as partes de aço e a conseqüente ruptura.

O modelo proposto utiliza como terminação das membranas: placas metálicas braçadeiras (conexão da superfície externa ao anel treliçado e à barra tubular dos grandes mastros, Figura 6.69), terminações em forma de laço (conexão da base da superfície externa aos pequenos mastros, Figura 6.70), e alças braçadeiras ou chapas de aço parafusadas a grampos (conexão da superfície interna ao topo do mastro flutuante, Figura 6.71). A terminação em forma de laço utiliza um cabo secundário que abrange a extremidade do tecido, associada a esticadores que permitem a restrição e o fino ajuste na posição final da superfície, além de conferir maior flexibilidade.

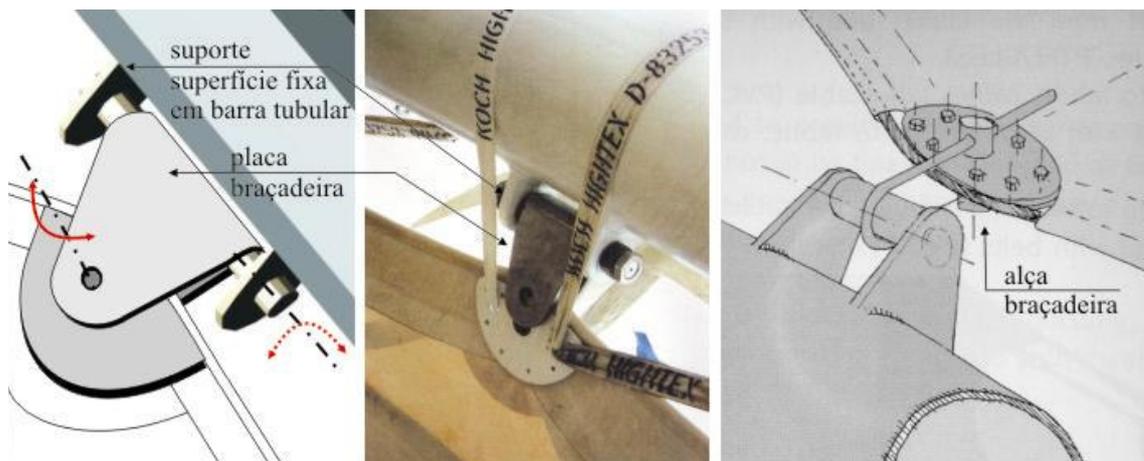


Figura 6.69 - Placas braçadeiras: conexão da superfície externa c/ os grandes mastros e o anel treliçado  
 Foto e desenho (lado direito) - Fonte: KOCK, 2004, p. 137; FOSTER, 2004, p.164.

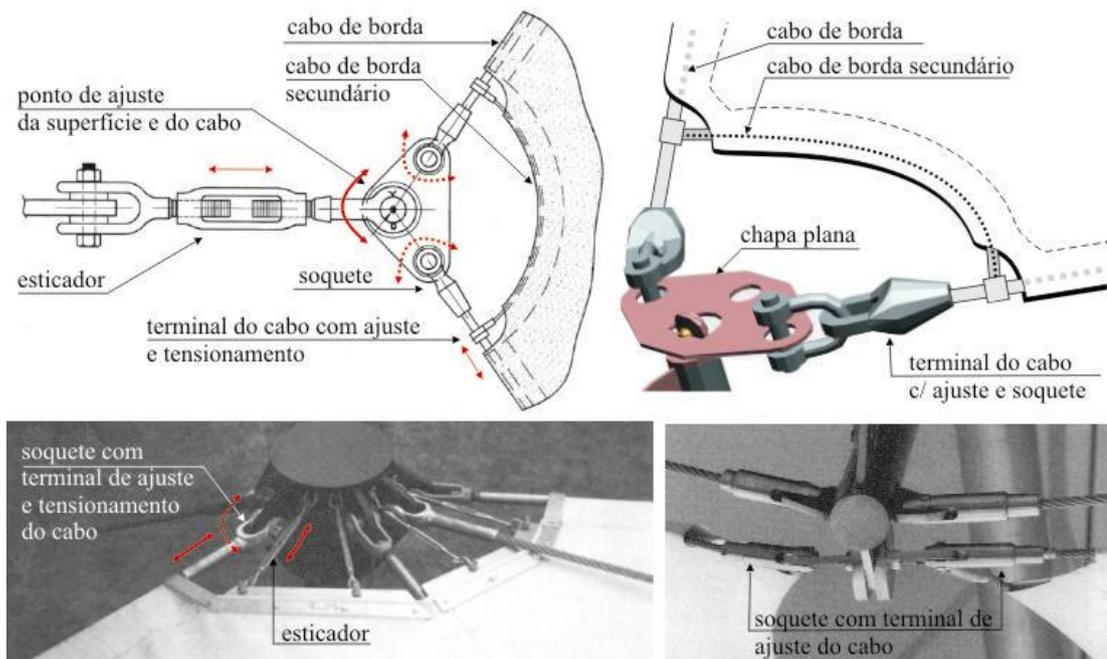


Figura 6.70 - Terminação em forma de laço: conexão da superfície externa aos pequenos mastros  
 Vista terminação (lado superior esquerdo) e fotos - Fonte: HUNTINGTON, 2003, p.107, p.113.

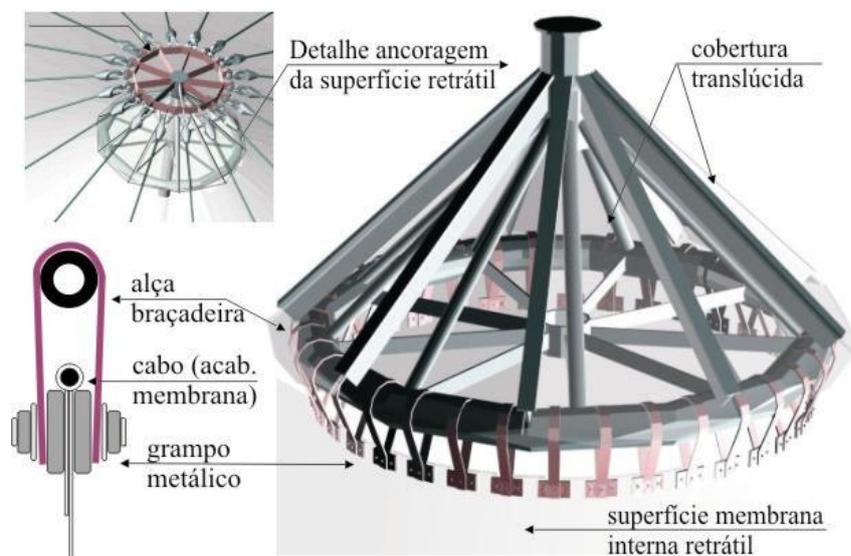


Figura 6.71 - Alças braçadeiras: conexão da superfície interna com o topo do mastro flutuante

### 6.3 CONCLUSÕES DO ESTUDO DE CASO

O modelo de cobertura proposto possibilitou a investigação da forma e do comportamento desse sistema em uma situação particular, propiciando a compreensão dos princípios desse sistema.

O princípio e o grande diferencial das tensoestruturas é busca da mínima quantidade de energia de para sua realização e construção, ou seja, a otimização das forças, da forma, do material (peso, volume, custo) e do trabalho (fabricação e montagem). Nesse sentido todas as ações da arquitetura e engenharia convergem em busca do refinamento e da síntese da configuração inicialmente proposta e na sinergia (cooperação e ação simultânea) entre os componentes.

Devido à falta de elementos rígidos (contrário das cascas) a forma da superfície das membranas varia segundo as forças, são interdependentes, ou melhor, há uma completa inter-relação entre a forma construtiva e a forma espacial proposta, e conseqüentemente, o espaço interno só está separado por uma membrana de espessura muito reduzida.

Isso quer dizer que a estabilidade, o desempenho e a eficiência das tensoestruturas – sistema híbrido formado pela associação de estruturas metálicas e membranas – estão associadas à geometria e ao trabalho contínuo e integrado de todos os componentes em estado de tensão, ou seja, ‘o sistema suporte não apenas sustenta, ancora e organiza a membrana tridimensionalmente, mas simultaneamente, a membrana estabiliza e dá rigidez ao sistema suporte’. Nesse sentido, é essencial o desenvolvimento da visão global e espacial desse conjunto estrutural.

Observa-se que como o material da membrana possui peso próprio e rigidez mínimos, os parâmetros fundamentais que possibilitam criar superfícies indeformáveis, capazes de suportar as solicitações são a geometria (dupla curvatura em direções opostas) e a pré-tensão (estado de retesamento). Esses governam e conferem rigidez à ‘forma de equilíbrio’ da superfície bidimensional da membrana.

É importante ressaltar que a dupla curvatura em direções opostas propicia a estabilidade tridimensional da superfície, sendo que, o aumento da curvatura (menores raios) pode

amenizar a força dos cabos de borda e ampliar sua capacidade de equilibrar e suportar carregamentos, enquanto que, a aplicação da pré-tensão (ou nível de tração) visa reduzir as deformações e a vibração, otimizar as forças e a energia do sistema e aumentar a rigidez da superfície e a eficiência do sistema global.

Verifica-se também que a forma e o desempenho de todos os componentes e conexões do sistema suporte estão intimamente ligados ao comportamento e estado de tensão da estrutura e devem ser elaborados conjuntamente com todos os aspectos do sistema.

Em relação ao processo construtivo, a planificação da superfície em faixas definidas por linhas geodésicas quando alinhadas às direções do tecido (urdidura segue paralela à direção geodésica e a trama perpendicular) otimizam o uso do material e evitam o cisalhamento, além disso, a opção por menores painéis atenua a distorção (na área, no ângulo ou no comprimento). Observa-se que a precisão e o planejamento de todas as etapas de fabricação e montagem dos componentes também exerce um fator decisivo na integração e estabilidade do sistema.

Finalmente, como todas as decisões afetam a forma final e o comportamento de toda a estrutura, o trabalho em equipe – a interação entre a arquitetura e engenharia durante todo o processo –, além de agregar qualidades, amplia o campo de visão e pode possibilitar soluções mais eficientes e a simplicidade construtiva.

## 6.4 CONCLUSÕES DO PROCESSO DE TRABALHO

O procedimento de projeto empregado permitiu a visão do conjunto estrutural desde os primeiros estágios do *design*, sendo que cada etapa gerou diferentes tipos de informações que se somam, se integram e possibilitam desenvolver, aproximar e integrar as diretrizes da arquitetura, da engenharia e do processo construtivo. Seguem as particularidades e limitações dos procedimentos de trabalho do estudo da forma.

### 6.4.1 MODELOS FLEXÍVEIS

O modelo flexível experimental é muito importante, particularmente na fase inicial do estudo da forma (*form-finding*), pois possibilita o desenvolvimento da solução estrutural de forma espontânea e intuitiva, aproxima o estudo da realidade e apresenta fidelidade ao comportamento do sistema. Além disso, a busca da forma de equilíbrio sob a pré-tensão escolhida não é desenvolvida adequadamente dentro dos limites do papel, ou seja, no plano bidimensional.

Conseqüentemente, todo esse procedimento de construção, observação e a análise visual dos fenômenos (geometria, deformações, deslocamentos, estado de tensão) possibilitaram a compreensão imediata e a vivência do aspecto qualitativo do comportamento estrutural, o desenvolvimento da visão global do sistema, além de facilitar e potencializar a elaboração de configurações viáveis a serem estudadas.

Nesse estudo, os modelos flexíveis desenvolvidos em diferentes escalas usaram materiais distintos para representar a superfície da membrana. Os primeiros modelos empregaram tecidos de *nylon* elásticos (meias) e possibilitaram uma grande facilidade de controle e alteração da curvatura da superfície, essencial nas primeiras fases do estudo, já que esse tecido apresenta tensão equivalente nas duas direções, além da transparência que permite a visualização do contexto em que se insere. Já o modelo em papel, resultante da modelagem computacional (Método Densidade de Força) permitiu a compreensão do comportamento global e dos componentes da estrutura, do processo de planificação da superfície, montagem e fabricação dos componentes.

Dentre as dificuldades registradas pode-se citar a precisão limitada e a necessidade de construção de um novo modelo, no caso de qualquer modificação.

#### 6.4.2 MODELOS COMPUTACIONAIS

Essa fase apresenta a modelagem computacional realizada pelos Métodos Densidade de Força e Elementos Finitos, caracterizados pelo maior detalhamento e precisão.

##### Método Densidade de Força

Esse método permitiu representar a configuração proposta nos primeiros estágios do *design*, propiciando a interface entre a modelagem física e a pré-análise, e o diálogo entre a arquitetura e a engenharia.

É o passo inicial de modelagem computacional que propicia o estudo e a compreensão do comportamento e dos parâmetros essenciais – geometria e pré-tensão – que governam o equilíbrio da forma pura, omitindo-se a rigidez do material.

Isso quer dizer, as configurações são totalmente dependentes da relação entre a pré-tensão inicial (que acrescenta rigidez) e da dupla curvatura em direções opostas (estabilidade tridimensional e resistência) da superfície e não da sua magnitude geométrica. A forma é então, controlada pela imposição de um campo de tensão interno de tração (densidades de força) que pode ter uma variação suave ou ser constante.

Nesse processo, toda seqüência de dados – pontos (nós) de ancoragem da superfície, determinação da malha (nesse caso radial) e imposição das densidades nos segmentos de barra – para o cálculo e a configuração da forma de equilíbrio das superfícies foi feita em arquivo de texto (TXT). Apesar da rapidez, confiabilidade do cálculo, é um processo metódico e necessita de precisão.

A desvantagem do programa (específico) utilizado nessa análise é a ausência de ferramentas interativas que possibilitam a visualização, a manipulação e o controle da forma em tempo real, livremente e de maneira intuitiva.

## Método Elementos Finitos / pré-análise

Nesse segundo passo de modelagem computacional, a forma de equilíbrio foi materializada para capacitar a análise não-linear da estrutura sob carregamento externo, visando obter a forma definitiva da estrutura e das forças que a determinam.

A maior vantagem dessa aproximação computacional é a visão global do comportamento da estrutura e de cada elemento de forma precisa e concentrada, possibilitando obter a previsão das tensões, deformações e forças que a estrutura está submetida – sob pré-tensão e carregamento. Permitem definir as mudanças, os níveis de tensão, os ajustes finos da geometria e o dimensionamento dos componentes e da forma global da estrutura.

A pré-análise propiciou checar a viabilidade da configuração de equilíbrio do modelo, bem como de todo o procedimento de elaboração e análise qualitativa da solução espacial, do comportamento e da geometria dos modelos flexíveis. Além disso, possibilitou vivenciar a complexidade e a eficiência da análise numérica.

Em novos estudos, essa fase pode ser enriquecida comparando e avaliando possíveis alterações – na geometria e pré-tensão – dos componentes em busca da eficiência do sistema, além da verificação da planificação da superfície da membrana, realizada experimentalmente.

As discussões e considerações dessa breve e rica experiência de trabalho vêm confirmar a mudança significativa da forma de trabalho, onde a solução espacial e estrutural é o resultado de um trabalho conjunto e interativo entre a arquitetura e a engenharia em todo processo de elaboração, análise e construção das tensoestruturas.

## Configuração dos componentes estruturais

Esse estudo possibilitou verificar que a forma e a interface de cada componente derivam do seu comportamento e estão totalmente ligadas ao estado de tensão (retesamento) da estrutura. Enquanto na construção convencional considera-se função, material, forma, composição, dimensão, carregamentos etc de toda a estrutura, nas tensoestruturas é necessário pensar também ‘como’ realizar a pré-tensão. Nesse sentido, as conexões

representam a interface, a articulação entre os componentes e são também os ‘meios’ para alcançar o estado de retesamento da estrutura e conseqüentemente, essenciais ao seu funcionamento.

Essa breve investigação da configuração dos elementos e suas interfaces apontam para novos estudos – modulação, padronização e intercambialidade dos elementos –, buscando o refinamento e a maior simplicidade das conexões e, conseqüentemente a facilidade de ajuste e união entre os componentes, minimizando o tempo de montagem e o custo.

O detalhamento preciso deve ser desenvolvido conjuntamente com o dimensionamento estrutural, avaliando sempre o procedimento e a simplicidade construtiva. É um processo que resulta do trabalho conjunto, interativo e refinado entre a arquitetura e engenharia e não deve ser considerado o último passo numa seqüência de operações.

## 7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O estudo de caso, fundamentado em uma metodologia particular de trabalho, teve como contexto e local de referência à praça-anfiteatro localizada no centro do Campus da UFOP, sendo que a primeira etapa do estudo visou estabelecer o conceito ou as diretrizes para a elaboração do modelo de cobertura, e a segunda etapa o desenvolvimento do estudo da forma.

A fase inicial do estudo da forma ou de desenvolvimento da configuração de equilíbrio do sistema foi realizada por modelos flexíveis em diferentes escalas (1/500, 1/200 e 1/100) devido à grande dimensão da estrutura (2212m<sup>2</sup>). Os modelos iniciais realizados na escala 1/500 permitiram explorar e desenvolver de forma espontânea, diferentes configurações estruturais, aproximar o estudo da realidade e possibilitaram a compreensão imediata do comportamento global do sistema. Também permitiram uma visão do objeto edificado no lugar, favorecendo a avaliação das proporções do objeto a ser construído na paisagem e sua relação com as edificações do entorno. Os modelos flexíveis realizados posteriormente, em escalas maiores (1/200 e 1/100) possibilitaram o refinamento e o ajuste da proposta inicial, favorecendo a construção de forma mais detalhada e precisa dos componentes e da estrutura global, facilitando a visualização e avaliação do comportamento – global do sistema e particular de cada componente –, das interfaces entre componentes, além da experiência do procedimento construtivo do modelo estrutural proposto.

Posteriormente, foi realizada a modelagem computacional do modelo proposto, permitindo uma investigação mais refinada da configuração de equilíbrio do sistema. O primeiro passo – modelagem das superfícies discretizadas em rede de cabos – foi realizado pelo Método Densidade de Força (via programa *Densalfa*), que devido à precisão, rapidez e simplicidade do procedimento, propiciou a interface entre a modelagem física e a pré-análise, ou seja, o diálogo entre a arquitetura e a engenharia. Esse método permitiu a manipulação e a observação do comportamento estrutural das ‘formas de equilíbrio’, a partir da alteração e controle da geometria e da pré-tensão, ou

seja, dos parâmetros que governam o equilíbrio da forma pura da superfície, omitindo-se a rigidez do material. O segundo passo de modelagem computacional foi realizado pelo Método Elementos Finitos (via programa *Ansys*). Essa aproximação computacional permitiu realizar a pré-análise do comportamento da estrutura global e de cada elemento de forma precisa e concentrada, considerando as propriedades dos materiais e possibilitando obter a previsão das tensões, deformações e forças que toda estrutura está inicialmente submetida – sob pré-tensão e carregamento – possibilitando, em etapas posteriores, realizar os ajustes finos e o dimensionamento do conjunto estrutural. Propiciou também, checar a viabilidade da configuração de equilíbrio do modelo, bem como de todo o procedimento de elaboração e análise qualitativa da solução espacial, além da vivência da complexidade e eficiência da análise numérica.

E como etapa final, foi realizada uma breve investigação da configuração dos componentes estruturais. Essa permitiu verificar que a forma e as interfaces de cada componente derivam do seu comportamento e estão intimamente ligadas ao estado de pré-tensão da estrutura, sendo que, as interfaces ou articulações entre os componentes – representadas pelas conexões – são também ‘meios’ para alcançar a pré-tensão da estrutura e conseqüentemente, essenciais ao seu funcionamento. Esse estudo veio confirmar a importância do detalhamento e da necessidade desse ser desenvolvido conjuntamente com o dimensionamento estrutural, permitindo avaliar o procedimento construtivo e a facilidade de ajuste e união entre os componentes.

A partir dessa vivência – investigação do sistema em estudo em uma situação particular – verifica-se que cada etapa do estudo da forma gerou diferentes tipos de informações que se somam e possibilitam integrar as ações da arquitetura, da engenharia e do processo construtivo. Entretanto, devido à visão global do sistema e da compreensão imediata do aspecto qualitativo do comportamento estrutural, sugere-se como procedimento inicial e ponto de partida da concepção do objeto a ser construído, a modelagem física. O processo de construção, observação e a análise visual dos modelos flexíveis, possibilitam também o desenvolvimento espontâneo da concepção do conjunto estrutural no contexto físico em que se insere, potencializando a elaboração de configurações viáveis a serem estudadas. Entretanto, a escolha da escala da construção

do (s) modelo (s) flexível (eis) e a seqüência de modelos a serem executados, ficam associadas à dimensão e as características do objeto a ser construído, e à experiência particular do idealizador do objeto proposto. Como etapas seqüenciais de trabalho e de investigação, sugere-se a modelagem computacional e o detalhamento construtivo. Essas etapas devido à maior precisão e refinamento, partem de parâmetros estruturais pré-definidos, ou seja, da concepção estrutural previamente realizada.

Essa breve e rica experiência de trabalho vêm confirmar a mudança significativa da forma de trabalho, onde a solução espacial e estrutural das tensoestruturas é o resultado do um trabalho conjunto e interativo entre a arquitetura e a engenharia em todo processo de elaboração, análise e construção. Isso quer dizer que, compreender os princípios e os processos de trabalho das tensoestruturas abre os caminhos não apenas para alcançar as metas do *design* de estruturas leves e eficientes, mas revelam uma nova cultura construtiva e novos procedimentos de projetar e pensar o espaço construído.

No que se refere ao sistema construtivo, as tensoestruturas, ou estruturas leves se diferenciam das estruturas convencionais, cuja estabilidade resulta da massa, do volume e da rigidez. Representam uma nova linguagem estrutural onde a eficiência está cada vez mais associada à otimização da forma, das forças e do material e de ‘como’ esse sistema se organiza para superar e equilibrar os carregamentos, resultando no máximo rendimento do conjunto. Caracterizam-se também pelo uso de materiais de alta resistência, de componentes pré-fabricados (capazes de serem reciclados, reduzindo o desperdício) e pela rapidez construtiva (fabricação, transporte e montagem), ou seja, vão ao encontro das necessidades do desenvolvimento sustentável.

Percebe-se também, que o desempenho desse sistema não está associado somente à qualidade e a vida útil dos materiais empregados, mas ao seu potencial de transformação, mobilidade e a sua capacidade de vencer grandes vãos – em conseqüência da menor massa. Nesse sentido, o grande desafio dessas estruturas é possibilitar a liberdade absoluta da configuração do espaço interno e a adaptação a diferentes usos, ao clima, lugar e contexto (social e cultural) em que se insere, visando à maior utilização do espaço construído.

Essas estruturas leves também, segundo Schlaich (2002), “desafiam as fronteiras estabelecidas pelas teorias estáticas e dinâmicas”, pois apresentam uma grande flexibilidade e são estabilizadas pela geometria e cooperação entre componentes e basicamente por esforços de tração. Nesse sentido, demandam uma elaboração criteriosa, uma análise complexa, e um detalhamento preciso – envolvendo uma grande equipe de arquitetos e engenheiros em todas as fases.

Conseqüentemente, todo o procedimento de projeto necessita de um tempo de realização superior à fabricação e a montagem, objetivando potencializar as soluções estruturais, simplificar e contribuir para aumentar a qualidade das etapas construtivas. Devido a esse fato, e em conseqüência da complexa interface entre os componentes, se o sistema for avaliado em curto prazo, pode ser mais dispendioso que os convencionais. Porém, de um ponto de vista mais amplo, observa-se que o investimento e a interação das ações de trabalho da arquitetura e engenharia podem propiciar arranjos estruturais mais desafiadores, com o mínimo consumo de energia construtiva (forma, forças, material, trabalho) para sua realização, visando potencializar o lugar, os usos e as atividades propostas, e conseqüentemente, podem representar economia e eficiência.

Nesse sentido, o estudo realizado visa contribuir e estimular o desenvolvimento de tecnologias que aproximem as ações de trabalho e o diálogo entre arquitetura e a engenharia em busca de soluções estruturais e espaciais expressivas, com baixo consumo de energia, economia e que potencializem as relações humanas e os lugares em que se inserem, pois segundo Otto<sup>53</sup>, *“Debido a las características esenciales de su trabajo, todo aquel que construye, modifica el entorno habitado y colabora, en pequeña escala, a la proliferación pacífica de la vida. Quizá sea este factor la función más importante de las actividades técnicas y constructivas.”*

---

<sup>53</sup> In: ROLAND, 1973, p.154, (tradução nossa, colaboração Francis Firmo): "Devido às características essenciais de seu do trabalho, todo aquele que constrói modifica o entorno habitado e contribui, colabora, em uma pequena escala na proliferação pacífica da vida. Talvez seja este fator, a função mais importante das atividades técnicas e construtivas".

## Proposições futuras

O trabalho desenvolvido aponta para novos caminhos que podem ser viabilizados com a execução de protótipos experimentais, testes e novos estudos que propiciem:

- a investigação da modulação, capacidade de ajuste, padronização e intercambialidade dos componentes – perfis tubulares em aço – do sistema suporte;
- metodologia e procedimentos de pré-tensão dos cabos;
- ensaios para caracterização dos materiais das membranas;
- investigação das membranas ou tecido estrutural, buscando identificar os desvios entre protótipo real e o modelo conceitual teórico, e soluções que contribuam para ampliar o uso desse material e o desenvolvimento desse sistema construtivo;
- o desenvolvimento de tecnologias e ou procedimentos que ampliem as eficiências e os desempenhos térmicos, acústicos e a segurança contra incêndio do material da membrana, além de estudos de pós-ocupação que possibilitem verificar as patologias que depreciam esse material;
- a investigação do processo de fabricação e montagem desse sistema, identificando as estratégias construtivas e as interfaces entre os componentes;
- o estudo de coberturas retráteis e dos mecanismos que propiciam a mobilidade dessas superfícies;
- novas proposições de tensoestruturas utilizando o sistema “*tensigrity*”, em busca de soluções expressivas, com baixo consumo de energia, economia e que propiciem a aplicação desse sistema em edificações de pequeno, médio e grande porte e em coberturas de edificações em áreas tropicais de difícil acesso.

Em relação à parte numérica, sugere-se o desenvolvimento de programas computacionais amigáveis para a modelagem e análise computacional e que facilitem a investigação da forma e do comportamento, e conseqüentemente potencializem o processo de projeto.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ADDIS, William. Design Revolutions in the History of Tension Structures. **Structural Engineering Review**. Oxford, v.6, n.1, p.1-10. February 1994.

BAHAMÓN, Alejandro. **Arquitetura Efémera Textil**. Portugal: Dina Livro, 2004.

BARNES, Michael. Form and Stress Engineering of Tension Structures. **Structural Engineering Review**. Oxford, v.6, n.3-4, p.175-202. August-november 1994.

BLUM, Dr. R., Laboratorium Blum, Germany. Material Proprieties of Coated Fabrics for Textile Architecture. In: PROCEEDINGS OF THE SYMPOSIUM AT THE VRIJE UNIVERSITEIT BRUSSEL, September 15th-16th, 2000, Brussels. **The Design of membrane and lightweight structures**. Brussels: VUB Brussels University Press, 2002. p.63-94.

CARNEIRO, F. L. Teoria da Fraqueza Relativa dos Gigantes. **Análise Dimensional e Teoria da Semelhança e dos Modelos Físicos**, 2ª Edição, Editora UFRJ, p.158-160, 1996. Disponível em: <[www.fau.ufrj.br/apostilas/mse/pdf/Carneiro.pdf](http://www.fau.ufrj.br/apostilas/mse/pdf/Carneiro.pdf)>. Acesso 20/12/2007.

Catálogo CIMAF Cabos S/A. Cabos de Responsabilidade. Osaso, 2002.

DIAS JUNIOR, Urubatan de Souza. **Determinação de padrões de corte em estruturas de membrana por linhas geodésicas**. 110p. Dissertação (Mestrado) Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações. São Paulo, 2006.

DEIFELD, Telmo Egmar Camilo. **Sobre a análise e os processos construtivos das estruturas tensigrity**. 96p. Tese (Doutorado) Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações. São Paulo, 2005.

DREW, Philip. **Frei Otto: Form and Structure**. London: Crosby Lockwood Staples, 1976.

DUTRA, Leôncio Regal. **Simulação e Modelagem**. Disponível em: <[www.redes.unb.br/Leoncio/Simula%E7%E3o%20%Modelagem/aula1.pdf](http://www.redes.unb.br/Leoncio/Simula%E7%E3o%20%Modelagem/aula1.pdf)> Acesso em: 19/12/ 2007.

EEKHOUT, Mick. **Tubular Structures in Architecture**. Delft University of Technology: Cidect.

FOSTER, Brian. Cable and Membrane Roofs – A historical Survey. **Structural Engineering Review**. Oxford, v.6, n.3-4, p.145-174. August-November 1994.

FOSTER, Brian; MOLLAERT, Marijke. **European Design Guide for Tensile Surface Structures**. Vrije Universiteit Brussel: Tensinet, 2004.

FABRIC ARCHITECTURE DESIGN SOLUTIONS FOR THE FUTURE, Roseville: Editor Bruce N. Write, V.14, n.4, Jul./Aug., n.5, Set./Oct., n.6, Nov./Dec., 2002; V.15, n.1, Jan./Feb., n.3, May/Jun., 2003.

FIRMO, Célio. **Estruturas tubulares enrijecidas por superfícies de dupla curvatura (hiperbólica)**. 194p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil). Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2004.

FOSTER, Brian. Cable and Membrane Roofs – A Historical Survey. **Structural Engineering Review**. Great Britain, v.6, n.3-4, p.145-174, august/ november 1994.

GRÜNDING, L.; MONCRIEFF, E.; STRÖBEL, P. A history of the principal developments and applications of the force density method in Germany 1970-1999. In: IASS-IACM 2000. FOURTH INTERNATIONAL COLLOQUIUM ON COMPUTATION OF SHELL & SPATIAL STRUCTURES. June5-7, 2000. Chania-Crete, Greece. Disponível em: <[www.google.com.br/search?hl=pt-BR&q=density2.pdf&btnG=Pesquisar&meta=>](http://www.google.com.br/search?hl=pt-BR&q=density2.pdf&btnG=Pesquisar&meta=>)>. Acesso em 26/09/2007.

HOUAISS, A.; SALLES, V.M. **Dicionário Houaiss de língua portuguesa**. Rio de Janeiro: Objetiva, 2003.

HUNTINGTON. Craig G. **The Tensioned Fabric Roof**. Reston: Asce Press, 2003.

JOTA, Fabiano de Oliveira; PORTO, Cláudia Estrela. Evolução das Estruturas de Membrana, 2003. Disponível em: < [www.unb.br/fau/pos\\_graduacao/paranoa/edicao2004/evolucao\\_estruturas\\_membrana.pdf](http://www.unb.br/fau/pos_graduacao/paranoa/edicao2004/evolucao_estruturas_membrana.pdf) > Acesso em 18/06/2008.

KOCK, Klaus-Michael. Membrane Structures. Innovative Building with Film and Fabric. Munich: Prestel Verlag, 2004.

LINKWITZ, Klaus. About formfinding of double-curved structures. **Engineering Structures**. v. 21, Issue 8, p. 709-718, august 1999. Disponível em: <[www.sciencedirect.com/science?\\_ob=ArticleURL&\\_udi=B6V2Y-3VWFYVR-6&\\_user=686449&\\_rdoc=1&\\_fmt=&\\_orig=search&\\_sort=d&view=c&\\_acct=C000037578&\\_version=1&\\_urlVersion=0&\\_userid=686449&md5=f2fd4e74e01fb4a7bd803394f076a946#b2](http://www.sciencedirect.com/science?_ob=ArticleURL&_udi=B6V2Y-3VWFYVR-6&_user=686449&_rdoc=1&_fmt=&_orig=search&_sort=d&view=c&_acct=C000037578&_version=1&_urlVersion=0&_userid=686449&md5=f2fd4e74e01fb4a7bd803394f076a946#b2)>. Acesso 31/01/08

LOTUFO, Vitor Amaral; LOPES, João Marcos A.. **Geodesias e Cia**. São Paulo: Projeto, 1983.

MAJOWIECKI, Massimo. **HS Steels in tension structures**. IUAV, University of Venice, Italy, 2005. Disponível em: <[www.google.com.br/search?hl=pt-BR&q=MAJOWIECKI%2C+Massimo+%E2%80%93+HS+Steels+in+tension+structures.+IUAV%2C+University+of+Venice%2C+Italy&btnG=Pesquisa+Google&meta=>](http://www.google.com.br/search?hl=pt-BR&q=MAJOWIECKI%2C+Massimo+%E2%80%93+HS+Steels+in+tension+structures.+IUAV%2C+University+of+Venice%2C+Italy&btnG=Pesquisa+Google&meta=>)>. Acesso em 12/2007.

MENDONÇA, Paulo Jorge Figueira de Almeida Urbano. **Habitar sob uma segunda pele: estratégias para a redução do impacto ambiental de construções solares passivas em climas temperados**. Tese (Doutorado). Universidade do Minho, Departamento de Engenharia Civil. Guimarães, 2005. Disponível em: <<http://repositorium.sdum.uminho.pt/handle/1822/4250>> Acesso em 18/06/2008.

MOLLAERT, Marijke; HEBBELINK, Sven; HAAASE, Jürgen. **The design of membrane and lightweight structures – from concept to execution**. PROCEEDINGS OF THE SYMPOSIUM AT THE VRIJE UNIVERSITEIT BRUSSEL, September 15th-16th, 2000. Brussels: VUB Brussels University Press, 2002.

MONCRIEFF, Eric; GRÜNDIG, Lothar. Computacional Modelling of Lightweight Structures: Form-finding, Load Analysis and Cutting Pattern Generation. In: PROCEEDINGS OF THE SYMPOSIUM AT THE VRIJE UNIVERSITEIT BRUSSEL, September 15th-16th, 2000. **The Design of membrane and lightweight structures**. Brussels: VUB Brussels University Press, 2002. p.237-259.

OLIVEIRA, Maria Betânia. **Estudo das Estruturas de membrana: uma abordagem integrada do sistema construtivo, do processo de projetar e dos métodos de análise**. 2001. Tese (Doutorado) Escola de Engenharia de São Carlos, USP, São Carlos, 2001. 165p.

OLIVEIRA, Vinícius Maia Barreto de. **Análise e projeto de tenso-estruturas têxteis para coberturas**. 139p. Tese (Doutorado) Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE/ UFRJ. Rio de Janeiro, 2003.

OTTO, F. **Arquitectura adaptable** – Seminário organizado por el Instituto de Estructuras Ligeras (IL). Barcelona: Gustavo Gili, 1979.

OTTO, F. et al. **Convertible Roofs**. Stuttgart: Information of the Institute for Lightweight Structures – IL5, 1972.

OTTO, F. **Cubiertas Colgantes**. Barcelona: Editorial Labor, S.A., 1958.

OTTO, F.; TROSTEL, R. **Tensile Structures: Volume 1: Pneumatic Structures**. Cambridge: The M.I.T. Press, 1967.

OTTO, F.; TROSTEL, R. **Tensile Structures: Volume 2: Basic Concepts and Survey of Tensile Structures**. Cambridge: The M.I.T. Press, 1969.

PAULETTI, Ruy Marcelo de Oliveira. **História, análise e Projeto das Estruturas Retesadas**. Tese de Livre docência, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. São Paulo, 2003.

PAULETTI, Ruy Marcelo de Oliveira; BRASIL, Reyolando M.L.R.F.; ALVIM, Rosana de Albuquerque Arléo. A large Membrane Roof for the Baptist Church of Fortaleza:

From Models to Realization. In: IASS 2004 SYMPOSIUM – SHELL AND SPATIAL STRUCTURES: FROM MODELS TO REALIZATION. 2004, Montpellier. Shell and Spatial Structures. Montpellier: Editions de l'Espérou, collection Formes-Forces, 2004. Disponível em: <<http://www.lmc.ep.usp.br/people/pauletti/>> Acesso 05/2007

PELLICO, Hilda Cotegipe. **Proposta de Sistema Construtivo Modular para Coberturas Usando Perfis Tubulares**. 2004. 203p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil). Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2004.

REBELLO, Yopanan Conrado Pereira. **A Concepção Estrutural e a Arquitetura**. São Paulo: Zigurate Editora, 2000.

REBELLO, Yopanan; BOGÉA, Marta. **Geometria dos elementos estruturais: uma chave para a compreensão do comportamento estrutural**. Disponível em: <[ftp://ftp.usjt.br/pub/revint/127\\_37.pdf](ftp://ftp.usjt.br/pub/revint/127_37.pdf)>. Acesso em: 2 out. 2007.

REVISTA ARQUITETURA & AÇO, Rio de Janeiro: CBCA-IBS (Centro Brasileiro de Siderurgia em Aço – Instituto Brasileiro de Siderurgia), n.12, dez. 2007.

ROBBIN, Tony. **Engineering a New Architecture**. London: Yale University Press, 1996.

ROLAND, Conrad. **Frei Otto: Estructuras - Estudios y trabajos sobre la construcción ligera**. Barcelona: Editorial Gustavo Gili., 1973. Versão espanhola de Francesc Albardané.

SALVATORI, Mário; HELLER, R. **Estructuras para arquitectos**. Buenos Aires: CP67 Editorial, 1987.

VIEIRA, Fillipe C. Filmes de sabão com turbulência. **Trabalho de instrumentação para ensino F-809** (orientador Richard Landers). Unicamp, 2003. Disponível em: <[www.ifi.unicamp.br/.../F530\\_F590\\_F690\\_F809\\_F895/F809/F809\\_sem1\\_2003/001724-Fillipe-Landers-RF-F80909\\_0.pdf](http://www.ifi.unicamp.br/.../F530_F590_F690_F809_F895/F809/F809_sem1_2003/001724-Fillipe-Landers-RF-F80909_0.pdf)>. Acesso em: 25 mar. 2007.

SCHLAICH, Jörg; GÖPPERT, Knut; BERGERMANN, Schlaich und Partner. The essence of Lightweight Structures. In: PROCEEDINGS OF THE SYMPOSIUM AT THE VRIJE UNIVERSITEIT BRUSSEL, setembro 15th-16th, 2000. **The Design of membrane and lightweight structures**. Brussels: VUB Brussels University Press, 2002. p13-30.

WENDLAND, David. **Model-based formfinding processes: free forms in structural and architectural design**. Universität Stuttgart für Darstellen und Gestalten 2, Breitscheidstr. 2, D-70174 Stuttgart, Germany. Disponível em: <[elib.uni-stuttgart.de/opus/volltexte/2001/761/pdf/wendland.pdf](http://elib.uni-stuttgart.de/opus/volltexte/2001/761/pdf/wendland.pdf)>. Acesso em: set. 2007.

Endereços relacionados (www)

<http://www.lightstructures.de/>

<http://www.tensinet.com>

<http://www.tensinet.com/database/projects>

<http://www.upc.es/ca1/cat/recerca/tensilestruc/portada.html> (School of Architecture of Barcelona - U.P.C. Universitat Politècnica de Catalunya, Spain. J. Llorens & R. Irigoyen. Textile Construction & tensile Structures Joins, Connections, Fittings and Anchors Data Bank)

<http://www.fiedler.eng.br>

<http://www.metalica.com.br>

<http://www.abcmc.org.br/>- acesso 25/03/07 (Associação Brasileira de Centros e Museus de Ciência)

<http://www.arcoweb.com.br/tecnologia/tecnologia24c.asp> - Acesso em: 9 abr. 2007.

[http://www.arq.ufsc.br/~labcon/arq5661/trabalhos\\_2002-2/Tensoestruturas/index.htm](http://www.arq.ufsc.br/~labcon/arq5661/trabalhos_2002-2/Tensoestruturas/index.htm)

<http://br.geocities.com/saladefisica10/experimentos/e113.htm> - Acesso em: 25 mar. 2007.

<http://www.centrepompidou.fr/education/ressources/ENS-perriand/ENS-perriand.htm> - Acesso em: 24 abr. 2007.

<http://www.datarq.fadu.uba.ar/datarq/obras/lcno/homepage.html> - Acesso em: 24 abr. 2007.

<http://www.denardis.com/horstberger.html> - Acesso em: 17 abr. 2007.

[http://en.wikipedia.org/wiki/Tensile\\_structure#Further\\_reading](http://en.wikipedia.org/wiki/Tensile_structure#Further_reading) – Acesso em: 10 fev. 2007.

<http://www.formatto.ind.br/files/iframe/tecnica.htm> - Acesso em: 4 fev. 2007.

[http://www.greatbuildings.com:80/architects/Frei\\_Otto.html](http://www.greatbuildings.com:80/architects/Frei_Otto.html) - Acesso em: 9 abr. 2007.

<http://www.ime.usp.br/> - Acesso em: 13 abr. 2007.

<http://www.iq.unesp.br/flotacao/MODULO1/aula2/aula2.htm> - Acesso em: 25 mar. 2007.

<http://www.lmc.ep.usp.br/people/pauletti/>

[http://www.midimagem.eesc.usp.br/situs/a\\_geode.htm](http://www.midimagem.eesc.usp.br/situs/a_geode.htm) - Acesso em: 13 abr. 2007.

<http://orion.lcg.ufrj.br/seminarios/ribaucour.ppt#3> - Acesso em: 13 abr. 2007.

<http://pt.wikipedia.org/wiki/Arquitectura> - Acesso em: 23 abr. 2007.

[http://qmc.ufsc.br/qmcweb/artigos/bolhas\\_sabao.html](http://qmc.ufsc.br/qmcweb/artigos/bolhas_sabao.html) - Acesso em: 14 mar. 2007.

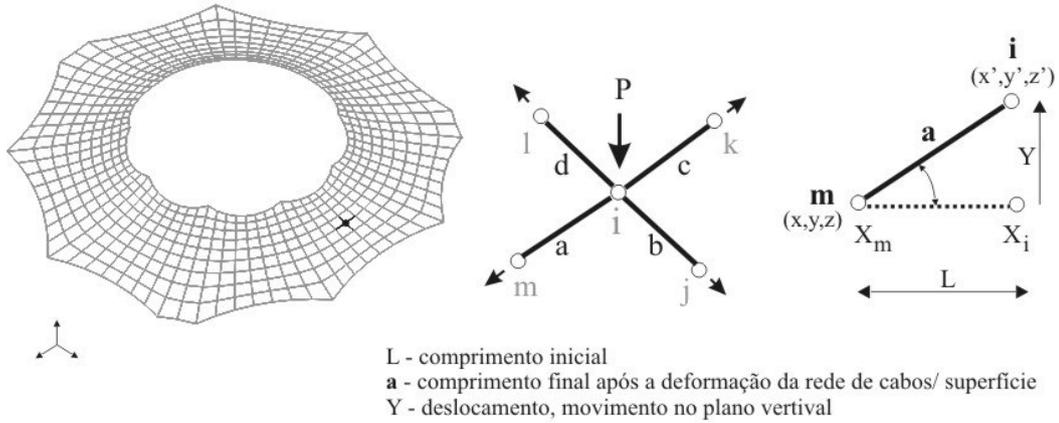
<http://www.thermoevolution.com.br/portugues/faq.php?topic=30#faq28> - Acesso em: 18 mai. 2007.

[http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/5/53/Oval\\_pavilion\\_by\\_Vladimir\\_Shukhov\\_1896.jpg](http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/5/53/Oval_pavilion_by_Vladimir_Shukhov_1896.jpg) - Acesso em: 16 mai. 2007.

[http://www.es.wikipedia.org/wiki/Constante\\_el%C3%A1stica](http://www.es.wikipedia.org/wiki/Constante_el%C3%A1stica) – Acesso em: 26 set. 2007.

<http://www2.anhembri.br/html/metodologia/referencias.htm> – Acesso em: 19 mar. 2008.  
(metodologia científica)

## A N E X O – Equações Método Densidade de Força



Sistema de ‘Equações não-lineares’, segundo, Gründing (2000):

$$S_a \cos(a, x) + S_b \cos(b, x) + S_c \cos(c, x) + S_d \cos(d, x) = p_x$$

$$S_a \cos(a, y) + S_b \cos(b, y) + S_c \cos(c, y) + S_d \cos(d, y) = p_y$$

$$S_a \cos(a, z) + S_b \cos(b, z) + S_c \cos(c, z) + S_d \cos(d, z) = p_z$$

$S_a, S_b, S_c, S_d$  = forças internas nas barras;  $p_x, p_y, p_z$  = forças externas

a, b, c, d = comprimentos não-lineares em função das coordenadas;

$$\cos(a, x) = \frac{(x_m + x_i)}{a} = \text{comprimentos de projeção dos cabos (eixo x)}$$

$$\frac{S_a}{a}(x_m + x_i) + \frac{S_b}{b}(x_j + x_i) + \frac{S_c}{c}(x_k + x_i) + \frac{S_d}{d}(x_l + x_i) = p_x$$

$$\frac{S_a}{a}(y_m + y_i) + \frac{S_b}{b}(y_j + y_i) + \frac{S_c}{c}(y_k + y_i) + \frac{S_d}{d}(y_l + y_i) = p_y$$

$$\frac{S_a}{a}(z_m + z_i) + \frac{S_b}{b}(z_j + z_i) + \frac{S_c}{c}(z_k + z_i) + \frac{S_d}{d}(z_l + z_i) = p_z$$

Definição de um parâmetro constante – Densidade de Força (q):

$$\frac{S_a}{a} = q_a, \text{ ou seja, } q = \frac{\text{força}}{\text{comprimentotensionado}}$$

Substituindo os valores, tem-se um sistema de ‘Equações lineares’:

$$q_a(x_m + x_i) + q_b(x_j + x_i) + q_c(x_k + x_i) + q_d(x_l + x_i) = p_x$$

$$q_a(y_m + y_i) + q_b(y_j + y_i) + q_c(y_k + y_i) + q_d(y_l + y_i) = p_y$$

$$q_a(z_m + z_i) + q_b(z_j + z_i) + q_c(z_k + z_i) + q_d(z_l + z_i) = p_z$$

## A P Ê N D I C E A – Dados da superfície externa fixa

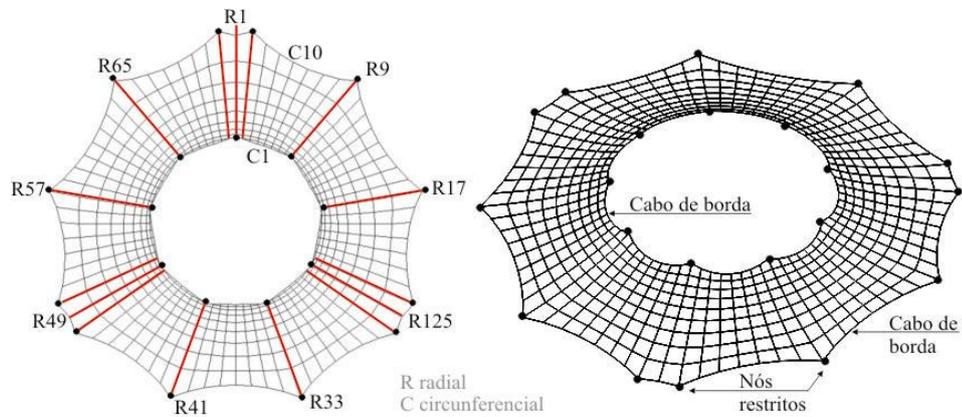


Figura A - Superfície externa: identificação da malha, dos nós restritos e cabos de borda

Tabela 1 - Número de nós e elementos/ nós restritos - superfície externa

Número de nós	Número de elementos	inutil	Nº de nós restritos	Número imposição de deslocamentos
720	1368	0	21	21

Tabela 1 - Densidade aplicada nos elementos de barra - superfície externa

Linhas	Densidade	Carga distribuída
<b>Radial</b>		
R1 a R72	10	0
<b>Circunferencial</b>		
C1	45	0
C2 a C9	25	0
C10*	40	0
C10	200	0
C10* = apoio barra/ mastro, segmentos: R72-R1-R2; R24-R25-R26; R48-R49-50.		

Tabela 2 - Coordenadas dos nós restritos - superfície externa

<b>NÓS RESTRITOS - SUPERFICIE EXTERNA FIXA</b>								
Pontos fixos		Nós	Coordenadas			Restrições		
<b>RADIAL</b>	<b>CIRCUNFERENCIAL</b>		<b>X</b>	<b>Y</b>	<b>Z</b>	<b>X</b>	<b>Y</b>	<b>Z</b>
R1	C1	<b>1</b>	0,00	13,00	5,50	1	1	1
R2	C10	<b>20</b>	2,44	27,89	0,00	1	1	1
R9	C1	<b>81</b>	8,35	9,95	5,50	1	1	1
R9	C10	<b>90</b>	17,99	21,44	0,00	1	1	1
R17	C1	<b>161</b>	12,80	2,25	5,50	1	1	1
R17	C10	<b>170</b>	27,57	4,86	0,00	1	1	1
R24	C10	<b>240</b>	25,37	-11,83	0,00	1	1	1
R25	C1	<b>241</b>	11,25	-6,50	5,50	1	1	1
R26	C10	<b>260</b>	22,93	-16,06	0,00	1	1	1
R33	C1	<b>321</b>	4,44	-12,21	5,50	1	1	1
R33	C10	<b>330</b>	9,57	-26,31	2,00	1	1	1
R41	C1	<b>401</b>	-4,44	-12,21	5,50	1	1	1
R41	C10	<b>410</b>	-9,57	-26,31	2,00	1	1	1
R48	C10	<b>480</b>	-22,93	-16,06	0,00	1	1	1
R49	C1	<b>481</b>	-11,25	-6,50	5,50	1	1	1
R50	C10	<b>500</b>	-25,37	-11,83	0,00	1	1	1
R57	C1	<b>561</b>	-12,80	2,25	5,50	1	1	1
R57	C10	<b>570</b>	-27,57	4,86	0,00	1	1	1
R65	C1	<b>641</b>	-8,35	9,95	5,50	1	1	1
R65	C10	<b>650</b>	-17,99	21,44	0,00	1	1	1
R72	C10	<b>720</b>	-2,44	27,89	0,00	1	1	1

## A P Ê N D I C E B - Dados da superfície interna móvel

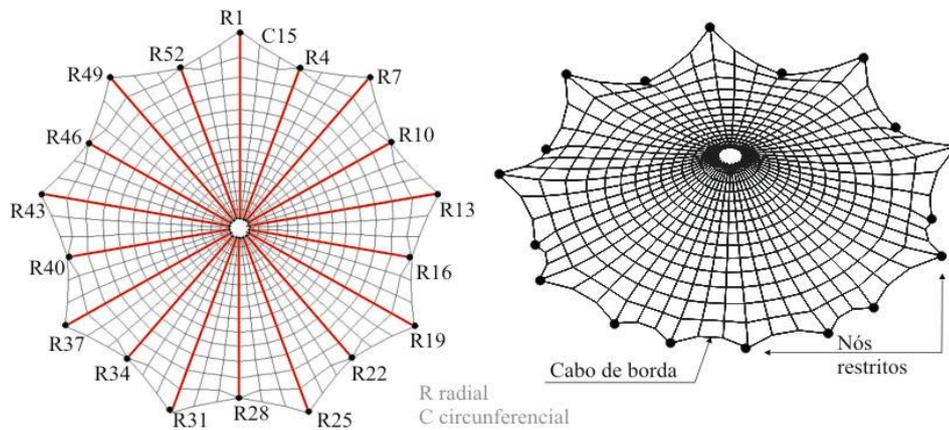


Figura B - Superfície externa: identificação da malha, dos nós restritos e cabos de borda

Tabela 3 - Número de nós e elementos/ nós restritos - superfície interna

Número de nós	Número de elementos	inutil	Nº de nós restritos	Número imposição de deslocamentos
810	1566	0	36	36

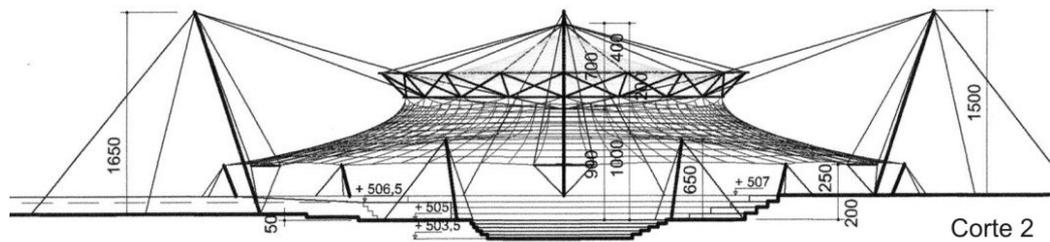
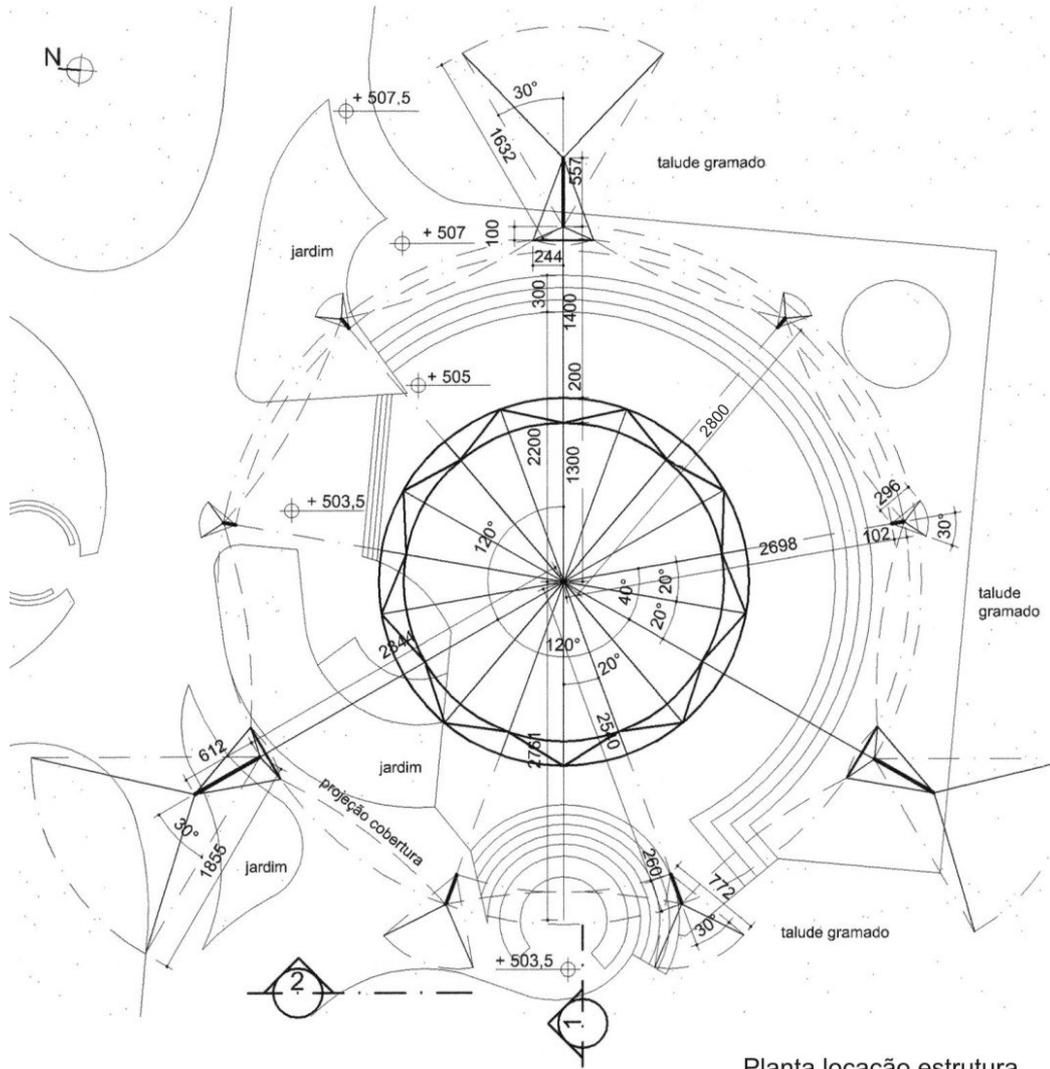
Tabela 4 - Densidade aplicada nos elementos de barra - superfície interna

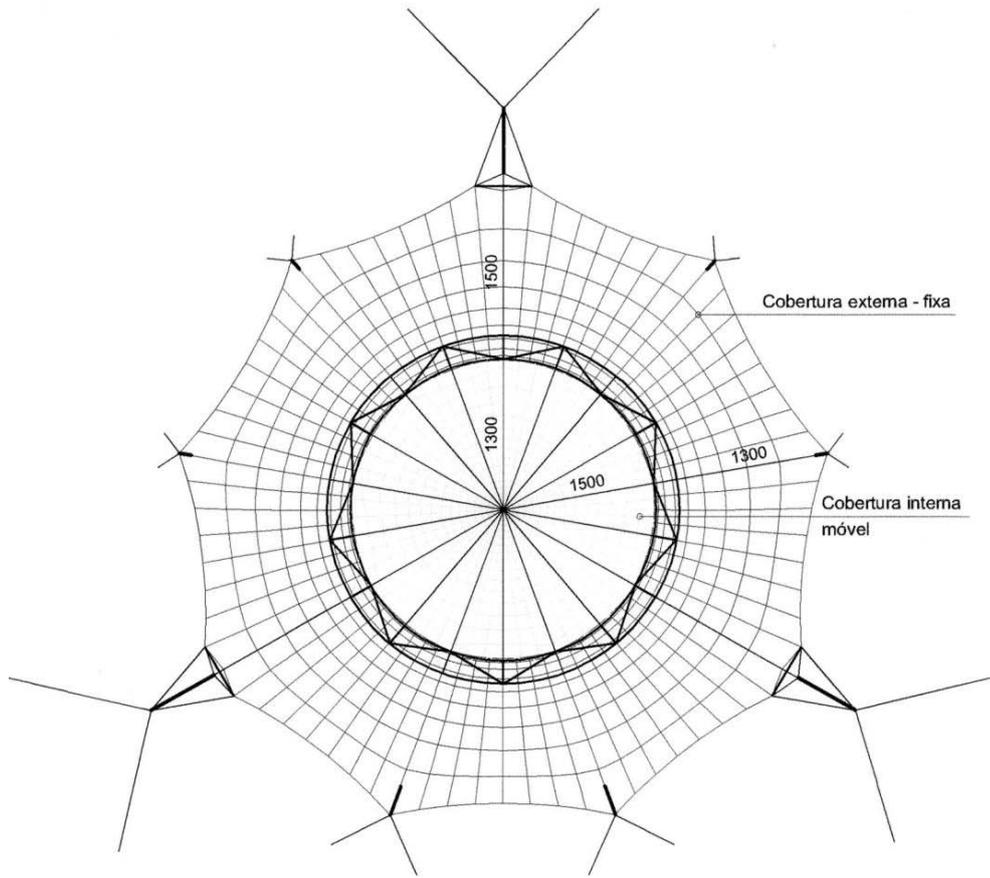
Linhas	Densidade	Carga Distribuída
<b>Radial</b>		
R1 a R54	10	0
<b>Circunferencial</b>		
C1	60	0
C2 a C14	10	0
C15	40	0

Tabela 5 - Coordenadas dos nós restritos - superfície interna

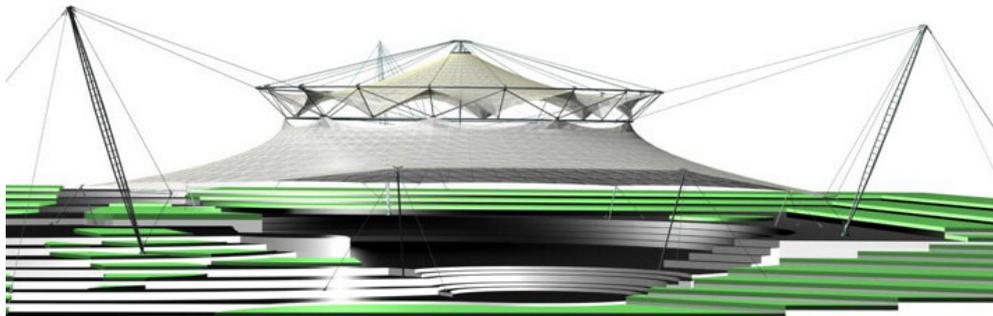
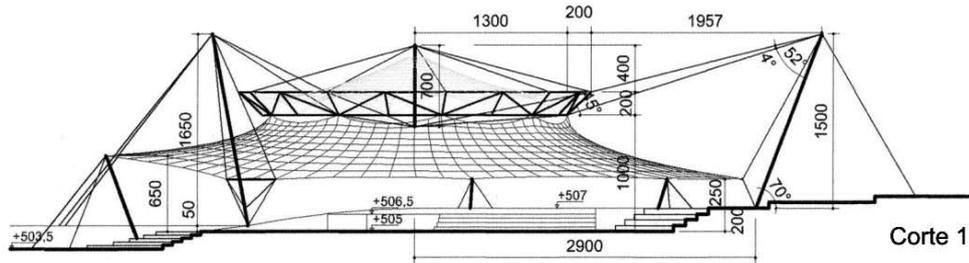
<b>NÓS RESTRITOS - SUPERFICIE INTERNA MÓVEL</b>								
Pontos fixos		Nós	Coordenadas			Restrições		
<b>RADIAL</b>	<b>CIRCUNFERENCIAL</b>		<b>X</b>	<b>Y</b>	<b>Z</b>	<b>X</b>	<b>Y</b>	<b>Z</b>
R1	C1	<b>1</b>	0,00	0,75	5,00	1	1	1
R1	C15	<b>15</b>	0,00	15,00	2,00	1	1	1
R4	C1	<b>46</b>	0,25	0,70	5,00	1	1	1
R4	C15	<b>60</b>	4,43	12,18	0,00	1	1	1
R7	C1	<b>91</b>	0,48	0,57	5,00	1	1	1
R7	C15	<b>105</b>	9,64	11,49	2,00	1	1	1
R10	C1	<b>136</b>	0,64	0,37	5,00	1	1	1
R10	C15	<b>150</b>	11,23	6,48	0,00	1	1	1
R13	C1	<b>181</b>	0,73	0,13	5,00	1	1	1
R13	C15	<b>195</b>	14,77	2,60	2,00	1	1	1
R16	C1	<b>226</b>	0,73	-0,13	5,00	1	1	1
R16	C15	<b>240</b>	12,77	-2,25	0,00	1	1	1
R19	C1	<b>271</b>	0,64	-0,37	5,00	1	1	1
R19	C15	<b>285</b>	12,99	-7,50	2,00	1	1	1
R22	C1	<b>316</b>	0,48	-0,57	5,00	1	1	1
R22	C15	<b>330</b>	8,33	-9,93	0,00	1	1	1
R25	C1	<b>361</b>	0,25	-0,70	5,00	1	1	1
R25	C15	<b>375</b>	5,13	-14,09	2,00	1	1	1
R28	C1	<b>406</b>	0,00	-0,75	5,00	1	1	1
R28	C15	<b>420</b>	0,00	-12,96	0,00	1	1	1
R31	C1	<b>451</b>	-0,25	-0,70	5,00	1	1	1
R31	C15	<b>465</b>	-5,13	-14,09	2,00	1	1	1
R34	C1	<b>496</b>	-0,48	-0,57	5,00	1	1	1
R34	C15	<b>510</b>	-8,33	-9,93	0,00	1	1	1
R37	C1	<b>541</b>	-0,64	-0,37	5,00	1	1	1
R37	C15	<b>555</b>	-12,99	-7,49	2,00	1	1	1
R40	C1	<b>586</b>	-0,73	-0,13	5,00	1	1	1
R40	C15	<b>600</b>	-12,77	-2,25	0,00	1	1	1
R43	C1	<b>631</b>	-0,73	0,13	5,00	1	1	1
R43	C15	<b>645</b>	-14,77	2,60	2,00	1	1	1
R46	C1	<b>676</b>	-0,64	0,37	5,00	1	1	1
R46	C15	<b>690</b>	-11,23	6,48	0,00	1	1	1
R49	C1	<b>721</b>	-0,48	0,57	5,00	1	1	1
R49	C15	<b>735</b>	-9,64	11,49	2,00	1	1	1
R52	C1	<b>766</b>	-0,25	0,70	5,00	1	1	1
R52	C15	<b>780</b>	-4,43	12,18	0,00	1	1	1

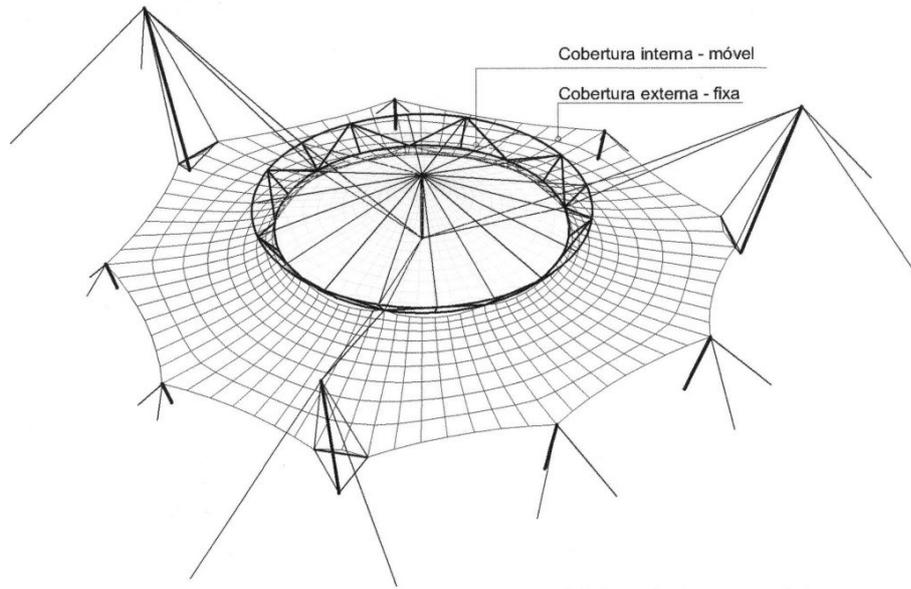
# A P Ê N D I C E C – Plantas, cortes e vistas modelo proposto



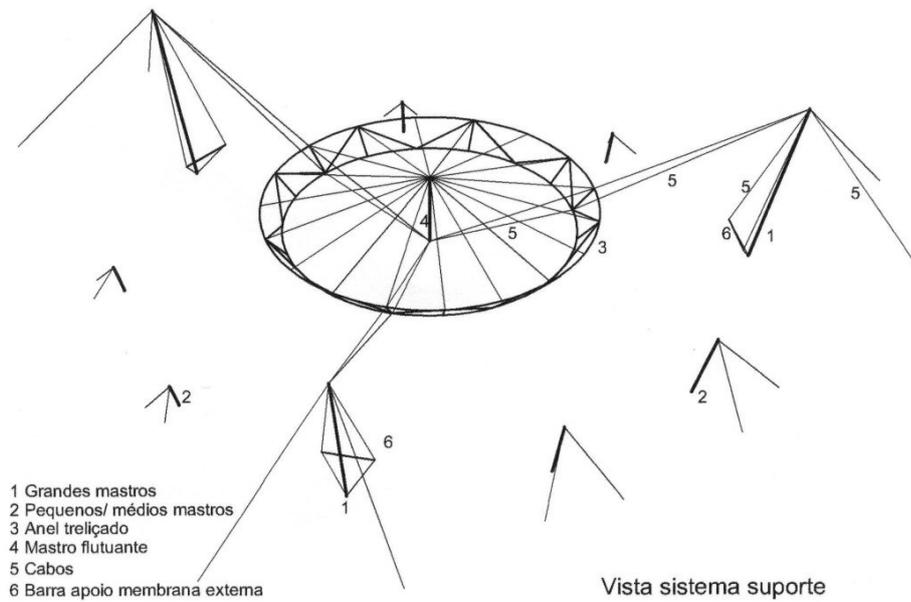


Planta cobertura  
 0 1 3 5 10m





Vista estrutura completa



Vista sistema suporte



## A P Ê N D I C E D – Bibliografia complementar

BORGES, Carloman Carlos. A topologia: considerações teóricas e implicações para o ensino da matemática. **Caderno de Física da UEFB**. p.15-35, 2005 (NEMOC - Núcleo de educação Matemática Omar Catunda). Disponível em: <[www2.uefs.br/depfis/caderno/vol3n2/CBorges.pdf](http://www2.uefs.br/depfis/caderno/vol3n2/CBorges.pdf)>. Acesso em: 7 nov. 2007.

CARLSON, Shawn. Fun With Flat Fluids - Some very serious and sober experiments with giant soap films. **Amateur Scientist**, May, 2000. Disponível em: <[www.sciam.com/article.cfm?articleID=000760AA-135C-1C75-9B81809EC588EF21&pageNumber=3&catID=2](http://www.sciam.com/article.cfm?articleID=000760AA-135C-1C75-9B81809EC588EF21&pageNumber=3&catID=2)>. Acesso em: 25 mar. 2007.

ENGEL, Heino. **Sistemas Estruturais**. Barcelona: Editorial Gustavo Gili, 2001.

HERNÁNDEZ-MONTES, E.; JURADO-PIÑA, R.; BAYO, E. Topological Napping for Tension Structures. **Journal of Structural Engineering**. v.132, n.6, p.970-977, june 1, 2006. Disponível em: <[translate.google.com/translate?hl=pt-BR&sl=en&u=http://en.wikipedia.org/wiki/Network\\_topology&sa=X&oi=translate&resnum=2&ct=result&prev=/search%3Fq%3Dtopology%26hl%3Dpt-BR%26sa%3DGTologia de rede](http://translate.google.com/translate?hl=pt-BR&sl=en&u=http://en.wikipedia.org/wiki/Network_topology&sa=X&oi=translate&resnum=2&ct=result&prev=/search%3Fq%3Dtopology%26hl%3Dpt-BR%26sa%3DGTologia%20de%20rede)>. Acesso em: 7 nov. 2007

LOPES, João Marcos; BOGÉA, Marta; YOPANAN, Rebello. **Arquitetura da Engenharia, ou, Engenharia da arquitetura**. São Paulo: Mandarim, 2006.

LOTUFO, Vitor. Da natureza das estruturas. Disponível em: <[www.matterello.com.br/matterello/livros/index.php](http://www.matterello.com.br/matterello/livros/index.php) - 4k>. Acesso em: 4 abr. 2008.

LOTUFO, Vitor. A regra da Proporção. Disponível em: <[www.purpurinapapeis.com.br/matterello/livros/publicacoes/licoes\\_de\\_estrutura\\_19\\_3\\_04.pdf](http://www.purpurinapapeis.com.br/matterello/livros/publicacoes/licoes_de_estrutura_19_3_04.pdf)>. Acesso em: 4 abr. 2008.

OBSERVATÓRIO NACIONAL. **A geometria dos espaços curvos ou geometria não-euclidiana.** Disponível em: <[www.on.br/site\\_edu\\_dist\\_2006/pdf/modulo\\_3/a\\_geometria\\_dos\\_espacos\\_curvos.pdf](http://www.on.br/site_edu_dist_2006/pdf/modulo_3/a_geometria_dos_espacos_curvos.pdf)>. Acesso em: 13 abr. 2007.

PINHEIRO, Paulo César da Costa. Desenvolvimento de protótipos: instrumentos de motivação e ligação das disciplinas do curso de engenharia. In: XXVIII CONGRESSO BRASILEIRO DE ENSINO DE ENGENHARIA, 2000 (COBENGE-2000), 29 out – 1 nov, 2000, Ouro Preto, MG, Anais... Ouro Preto: ABENGE, Associação Brasileira de Ensino de engenharia, 2000 (CD-ROM). Disponível em: <[www.geocities.com/paulocpinheiro/papers/projetst.pdf](http://www.geocities.com/paulocpinheiro/papers/projetst.pdf)>. Acesso em: 20 dez. 2007.

REBELLO, Yopanan; BOGÉA, Marta. Pega-varetas e estrutura recíproca. **Arquitetura e Urbanismo.** p.64-66, mar. 2006. Disponível em: <[www.construtalia.com.br\\_BR/news/actualidad](http://www.construtalia.com.br_BR/news/actualidad)>. Acesso em: 2 out. 2007.

REBELLO, Yopanan; Bogéa, Marta Vieira; Oliveira, Marcelo. Taças, copos e caixas d'água. **Arquitetura e Urbanismo.** p.76-79, out. 2005. Disponível em: <[www.construtalia.com.br/00963224ENLACE\\_PDF.pdf](http://www.construtalia.com.br/00963224ENLACE_PDF.pdf)>. Acesso em: 2 out. 2007.

VASCONCELOS, Augusto Carlos de. **Máquinas da Natureza: um estudo da interface entre biologia e engenharia** – São Paulo: Ed. do Autor, 2004.