



**Universidade Federal de Ouro Preto - UFOP**  
**Escola de Minas - EM**  
**Departamento de Engenharia Civil - DECIV**  
**Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil**



# **ANÁLISE NUMÉRICA DE LIGAÇÕES COM CHAPA DE TOPO CURTA NA DIREÇÃO DO EIXO DE MENOR INÉRCIA DO PILAR**

**MICHAEL CHRISTIAN DA SILVA**

**ORIENTADOR: Prof. Dr. Luiz Fernando Loureiro Ribeiro**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação do Departamento de Engenharia Civil da Escola de Minas da Universidade Federal de Ouro Preto, como parte integrante dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil, área de concentração: Construção Metálica.

Ouro Preto, Março de 2007.

S586a

Silva, Michael Christian da.

Análise numérica de ligações com chapa de topo curta na direção do eixo de menor inércia do pilar[manuscrito] / Michael Christian da Silva. – 2007.  
xvi, 130p.: il. color., grafs e tabs.

Orientador: Prof. Dr. Luiz Fernando Loureiro Ribeiro.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Ouro Preto. Escola de Minas. Departamento de Engenharia Civil. Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil.

Área de concentração: Construção Metálica.

1. Construções Metálicas - Teses. 2. Ligações Metálicas - Teses. 3. Ligações parafusadas. I. Universidade Federal de Ouro Preto. Escola de Minas. II. Título.

CDU: 624.014

Catálogo: [sisbin@sisbin.ufop.br](mailto:sisbin@sisbin.ufop.br)

## **AGRADECIMENTOS**

À fé em Deus, dando-me força e coragem para superar os obstáculos e dedicar-me à realização desse trabalho.

Ao meu pai, Geraldo, e minha mãe, Dirce, pelo amor, conselhos e apoio incessante em meus estudos.

À minha namorada, Liziane, pelo amor e incentivo para a realização dessa conquista.

Ao meu orientador, Prof. Luiz Fernando Loureiro Ribeiro, pela assistência e dedicação à realização desse trabalho, e pelo conhecimento e experiência transmitidos ao longo da pesquisa.

A todos do mestrado, pela amizade.

Aos companheiros da mesma área de pesquisa: Erivelton, Luiz Carlos, Roberta, Silvana e William. Pela amizade e ajuda à concretização desse trabalho.

A todos os companheiros de república pela convivência e amizade.

Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Construção Metálica, pelos ensinamentos.

Ao Prof. Walter Dornelas, pela solução dos problemas relacionados aos microcomputadores.

À Róvia, pela disponibilidade e atenção na solução de problemas de ordem burocrática.

À CNPq pela ajuda financeira.

## RESUMO

Na análise de uma estrutura metálica, a utilização de um conjunto de barras unidimensionais interligadas de forma rígida ou flexível é considerada suficiente. Essa consideração é incompatível com a realidade, sendo necessário inserir a semi-rigidez nas ligações para definir o comportamento intermediário em termos de continuidade rotacional e, por consequência, de transmissão dos momentos fletores.

A maioria dos trabalhos realizados dedica-se, quase que exclusivamente, às ligações no eixo de maior inércia do pilar, mesmo com toda a atenção voltada ao estudo do comportamento estrutural das ligações nas estruturas metálicas. Isso faz com que ocorra uma lacuna na possibilidade de consideração do real comportamento momento-rotação das ligações em que a viga é conectada à alma do pilar.

Este trabalho apresenta o desenvolvimento de uma análise numérica tridimensional, via Método dos Elementos Finitos, do comportamento de ligações viga-pilar com chapa de topo curta na direção do eixo de menor inércia do pilar.

Os resultados obtidos foram comparados com os fornecidos pelo “Component Method” adotado pelo EUROCODE 3, em termos de capacidade resistente dos componentes (viga, chapa de topo e parafusos) e com os obtidos através dos modelos de Gomes (1990) e de Neves (2004), respectivamente, utilizados para a obtenção da capacidade resistente e rigidez inicial da alma do pilar. Também foi analisada a influência da variação geométrica do pilar no comportamento da curva momento-rotação, a partir da padronização das dimensões da viga, chapa de topo e parafusos.

Palavras-chave: ligações, ligações no eixo de menor inércia, ligações viga-pilar com chapa de topo curta, parafusos, rigidez inicial.

## ABSTRACT

In the analysis of a steel structure, the use of a set of 1-D bars joined by rigid or flexible connections is considered enough. This consideration is incompatible with the reality, being necessary to insert the semi-rigidity in the connections to define the intermediate behavior in terms of rotational continuity and transmission of the bending moments.

Even with all attention given to the structural behavior study steel structures connections, the majority of the carried works is dedicated to the major axis beam-to-column connections. This fact have been caused many difficulties for the adoption of the real moment-rotation behavior of minor axis beam-to-column connections.

In this work is developed a 3-D numeric analysis, based on the Finite Element Method, of minor axis beam-to-column flush end plate connections behavior.

The obtained results were compared with supplied by “Component Method” adopted by EUROCODE 3 - in terms of moment resistance capacity of components (beam, end plate and bolts) - and with the model developed by Gomes (1990) - to evaluate the web column resistance capacity – and with the model developed by Neves (2004) - in terms of initial stiffness of web column. Also the influence of the geometric variation of the column in the moment-rotation behavior was analyzed, a time that the dimensions of the beam, end plate and bolts had been standardized.

*Key-words:* Connections, Minor axis connections, beam-to-column flush end plate connections, bolts, Initial stiffness.

## ÍNDICE

<b>RESUMO.....</b>	<b>IV</b>
<b>ABSTRACT.....</b>	<b>V</b>
<b>LISTA DE FIGURAS.....</b>	<b>IX</b>
<b>LISTA DE TABELAS.....</b>	<b>XIII</b>
<b>1. INTRODUÇÃO.....</b>	<b>1</b>
1.1. Considerações Iniciais.....	1
1.2. Objetivos.....	3
1.3. Justificativa.....	3
1.4. Escopo do Trabalho.....	4
<b>2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....</b>	<b>6</b>
2.1. Considerações Iniciais.....	6
2.2. Modelo Analítico de Farooqi (2003).....	7
2.3. Modelo de Gomes (1990).....	15
2.4. Prescrições do EUROCODE 3 para Ligações Viga-pilar na Direção do Eixo de Menor Inércia do Pilar.....	20
2.4.1. Método dos Componentes.....	21
2.5. Modelo Analítico de Neves (1996 – 2004).....	22
2.5.1. Rigidez Inicial da Componente.....	22
2.5.2. Dedução da rigidez Inicial do Nó para o Caso de uma Linha de Parafusos Tracionados.....	24
2.6. Estudos Experimentais e Numéricos.....	26
2.6.1. Neves (2004).....	26
2.6.2. Bessa (2004).....	28
2.6.3. Hotes (2006).....	30

<b>3. MODELOS NUMÉRICOS.....</b>	<b>32</b>
3.1. Critérios Utilizados na Análise Numérica.....	33
3.1.1. Não-linearidade Física.....	33
3.1.2. Perfis Padronizados.....	35
3.2. Preparação dos Modelos Numéricos.....	35
3.2.1. Montagem da Geometria do Modelo.....	36
3.2.1.1. Escolha dos Modelos.....	36
3.2.1.2. Características Geométricas dos Modelos.....	37
3.2.2. Elementos Finitos Utilizados.....	40
3.2.2.1. Elemento Volumétrico.....	40
3.2.2.2. Elemento de Contato.....	41
3.2.2.3. Elementos de Barra.....	43
3.2.3. Características dos Materiais.....	44
3.2.4. Definição da Malha de Elementos Finitos.....	45
3.2.4.1. Pilar.....	45
3.2.4.2. Viga e Chapa de Topo.....	46
3.2.4.3. Parafusos.....	46
3.2.4.4. Elementos de Contato.....	47
3.2.4.5. Acoplamentos dos Graus de Liberdade.....	48
3.2.5. Condições de Contorno.....	49
3.2.6. Aplicação do Carregamento.....	50
 <b>4. APRESENTAÇÃO/DISCUSSÃO DOS RESULTADOS.....</b>	 <b>52</b>
4.1. Aspectos Gerais.....	52
4.2. Curva Momento-rotação.....	54
4.2.1. Pilares com Alma de Baixa Esbeltez (Classe 1).....	55
4.2.2. Pilares com Alma de Média Esbeltez (Classe 2).....	59
4.2.3. Pilares com Alma de Alta Esbeltez (Classe 3).....	63
4.3. Tensões na Ligação (Viga, Chapa de Topo e Parafusos).....	68
4.3.1. Pilares com Alma de Baixa Esbeltez (Classe 1).....	69
4.3.2. Pilares com Alma de Média Esbeltez (Classe 2).....	70

4.3.3. Pilares com Alma de Alta Esbeltez.....	71
4.4. Tensões na Alma do Pilar.....	73
4.4.1. Pilares com Alma de Baixa Esbeltez (Classe 1).....	74
4.4.2. Pilares com Alma de Média Esbeltez (Classe 2).....	75
4.4.3. Pilares com Alma de Alta Esbeltez (Classe 3).....	77
4.5. Rigidez Inicial Rotacional $S_{j, ini}$ .....	79
4.5.1. Pilares com Alma de Baixa Esbeltez (Classe 1).....	81
4.5.2. Pilares com Alma de Média Esbeltez (Classe 2).....	82
4.5.3. Pilares com Alma de Alta Esbeltez (Classe 3).....	83
<b>5. CONSIDERAÇÕES ADICIONAIS SOBRE OS RESULTADOS</b>	
<b>NUMÉRICOS.....</b>	<b>84</b>
5.1. Comparação dos Resultados entre Classes.....	85
5.2. Comparação dos Resultados no Limite de Separação das Classes.....	88
5.3. Análise das Forças nos Parafusos.....	91
5.3.1. Modelo de Análise.....	91
5.3.2. Resultados da Análise Numérica nos Parafusos.....	93
<b>6. CONCLUSÕES.....</b>	<b>95</b>
6.1. Considerações quanto à Metodologia Aplicada.....	95
6.2. Considerações sobre os Resultados Obtidos.....	97
6.3. Recomendações para o Prosseguimento dos Estudos.....	99
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>100</b>
<b>ANEXOS.....</b>	<b>104</b>
Anexo 1.....	105
Anexo 2.....	111
Anexo 3.....	116
Anexo 4.....	121



Anexo 5.....	126
--------------	-----

## LISTA DE FIGURAS

<b>2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....</b>	<b>6</b>
Figura 2.1: Metade da seção simétrica.....	7
Figura 2.2: Variáveis geométricas de uma ligação com chapa de topo curta:	
Vista Lateral.....	8
Figura 2.3: Elemento sólido de oito nós.....	9
Figura 2.4: Curvas do modelo de Ramberg-Osgood para o $M-\theta$ .....	11
Figura 2.5: Modelo “Three Parameter Power”.....	12
Figura 2.6: Variáveis geométricas de uma ligação com chapa de topo curta:	
Vista Frontal.....	13
Figura 2.7: Mecanismos de rótula plástica na alma do pilar segundo	
Gomes (1990) – Fonte: Lima (1999).....	15
Figura 2.8: Zonas de tração e compressão de uma ligação parafusada -	
Adaptado de Lima (1999).....	16
Figura 2.9: Zonas de tração e compressão para ligação com chapa de topo	
curta – Adaptado de Lima (1999).....	17
Figura 2.10: Mecanismo local do Modelo de Gomes – Fonte: Neves (1996).....	17
Figura 2.11: Colapso por flexão e puncionamento combinados	
– Fonte: lima (1999).....	18
Figura 2.12: Dupla ligação viga-pilar na alma do pilar.....	20
Figura 2.13: Zonas de dimensionamento.....	22
Figura 2.14: Características geométricas na direção do eixo de menor inércia	
do pilar.....	23
Figura 2.15: Componente carregada por uma zona rígida de dimensões $b \times c$ ,	
e faixa equivalente de largura $l_{eff}$ .....	24
Figura 2.16: Modelo para obtenção das curvas $M - \phi$ para a ligação com uma	
linha de parafusos tracionados, a partir das leis $F - \delta$ .....	25

Figura 2.17: Ensaio da ligação viga-pilar com chapa de topo na direção do eixo de menor inércia do pilar.....	27
<b>3. MODELOS NUMÉRICOS.....</b>	<b>32</b>
Figura 3.1: Representação do diagrama multilinear – Fonte: Hotes (2006).....	33
Figura 3.2: Representação do diagrama multilinear acrescido do trecho descendente para a representação do colapso do material – Fonte: Maggi (2004).....	34
Figura 3.3: Ligação viga-pilar com chapa de topo curta.....	36
Figura 3.4: Dimensões (em mm) e propriedades geométricas da seção transversal escolhida para a viga dos modelos numéricos (perfil W360X44) - Fonte: Hotes (2006).....	37
Figura 3.5: Dimensões padronizadas dos parafusos ASTM-A325 – Adaptado de Maggi (2000).....	38
Figura 3.6: Gabarito da chapa de topo com 19mm de espessura, em função do diâmetro dos parafusos (Dimensões em mm).....	38
Figura 3.7: Geometria esquemática do pilar – Fonte: Bessa (2004).....	38
Figura 3.8: Elemento SOLID45 – Fonte: ANSYS Help System Release 9.0.....	40
Figura 3.9: Representação esquemática dos elementos de contato – Fonte: ANSYS Help System Release 9.0.....	42
Figura 3.10: Características dos elementos TARGET170 e CONTA173.....	42
Figura 3.11: Elemento BEAM3 - Fonte: ANSYS Help System Release 9.0.....	43
Figura 3.12: Malha de elementos finitos para o pilar.....	45
Figura 3.13: Malha da viga e chapa de topo.....	46
Figura 3.14: Detalhe dos furos e malha nas interseções.....	46
Figura 3.15: Detalhe da malha do conjunto parafuso/porca.....	47
Figura 3.16: Posicionamento dos elementos de contato.....	47
Figura 3.17: Acoplamento dos nós na interseção BEAM-SOLID.....	48
Figura 3.18: Vinculação das extremidades do pilar nas três direções.....	49
Figura 3.19: Carregamento aplicado à extremidade livre da viga.....	50

<b>4. APRESENTAÇÃO/DISCUSSÃO DOS RESULTADOS.....</b>	<b>52</b>
Figura 4.1: Determinação das rotações: alma e ligação.....	54
Figura 4.2: Curvas momento-rotação do modelo BIE <sub>1</sub> (alma e ligação).....	56
Figura 4.3: Curvas momento-rotação do modelo BIE <sub>3</sub> (alma e ligação).....	56
Figura 4.4: Curvas momento-rotação da alma para os modelos da classe 1.....	57
Figura 4.5: Rigidez inicial $S_j$ da alma do pilar X Momento de inércia $I_z$ do pilar para os modelos da classe 1.....	58
Figura 4.6: Rigidez inicial $S_j$ da alma do pilar X Largura $b_f$ das mesas do pilar para os modelos da classe 1.....	58
Figura 4.7: Curvas momento-rotação da alma para os modelos MIE <sub>1</sub> e MIE <sub>5</sub> ...	60
Figura 4.8: Curvas momento-rotação da alma para os modelos da classe 2.....	60
Figura 4.9: Rigidez inicial $S_j$ da alma do pilar X Momento de inércia $I_z$ do pilar para os modelos da classe 2.....	62
Figura 4.10: Rigidez inicial $S_j$ da alma do pilar X Largura $b_f$ das mesas do pilar para os modelos da classe 2.....	62
Figura 4.11: Curvas momento-rotação do modelo AIE <sub>1</sub> (alma e ligação).....	64
Figura 4.12: Curvas momento-rotação do modelo AIE <sub>7</sub> (alma e ligação).....	65
Figura 4.13: Curvas momento-rotação da alma para os modelos da classe 3.....	65
Figura 4.14: Rigidez inicial $S_j$ da alma do pilar X Momento de inércia $I_z$ do pilar para os modelos da classe 3.....	66
Figura 4.15: Rigidez inicial $S_j$ da alma do pilar X Largura $b_f$ das mesas do pilar para os modelos da classe 3.....	66
Figura 4.16: Rigidez inicial $S_j$ da alma do pilar X Momento de inércia $I_z$ do pilar para todos os modelos numéricos.....	68
Figura 4.17: Rigidez inicial $S_j$ da alma do pilar X Largura $b_f$ das mesas do pilar para os modelos da classe 3.....	68
Figura 4.18: Tensões $\sigma_y$ na chapa de topo do modelo BIE <sub>1</sub> , em kN/cm <sup>2</sup> .....	69
Figura 4.19: Tensões $\sigma_y$ na chapa de topo do modelo MIE <sub>1</sub> , em kN/cm <sup>2</sup> .....	71
Figura 4.20: Tensões $\sigma_y$ na chapa de topo do modelo AIE <sub>8</sub> , em kN/cm <sup>2</sup> .....	73
Figura 4.21: Tensões $\sigma_y$ no pilar do modelo BIE <sub>2</sub> , em kN/cm <sup>2</sup> .....	75
Figura 4.22: Tensões $\sigma_y$ no pilar do modelo MIE <sub>1</sub> , em kN/cm <sup>2</sup> .....	76

Figura 4.23: Tensões $\sigma_y$ no pilar do modelo AIE <sub>9</sub> , em kN/cm <sup>2</sup> .....	78
<b>5. CONSIDERAÇÕES ADICIONAIS SOBRE OS RESULTADOS</b>	
<b>NUMÉRICOS</b> .....	84
Figura 5.1: Curvas momento-rotação da alma para os modelos BIE <sub>1</sub> , MIE <sub>4</sub> e AIE <sub>7</sub> .....	85
Figura 5.2: Tensões $\sigma_y$ na chapa de topo do modelo BIE <sub>1</sub> , em kN/cm <sup>2</sup> .....	87
Figura 5.3: Tensões $\sigma_y$ no pilar do modelo MIE <sub>4</sub> , em kN/cm <sup>2</sup> .....	87
Figura 5.4: Tensões $\sigma_y$ no pilar do modelo AIE <sub>7</sub> , em kN/cm <sup>2</sup> .....	88
Figura 5.5: Curvas momento-rotação da alma para os modelos situados no limite das classes 1 e 2.....	88
Figura 5.6: Curvas momento-rotação da alma para os modelos situados no limite das classes 2 e 3.....	90
Figura 5.7: Análise tradicional das forças nos parafusos.....	91
Figura 5.8: Configuração da ligação submetida ao carregamento.....	92
<b>ANEXOS</b> .....	104
Anexo 1.....	105
Figura A.1.1: Geometria do modelo BIE <sub>1</sub> .....	106
Figura A.1.2: Valor de $\alpha$ para a resistência da chapa de topo.....	108
Anexo 2.....	111
Figura A.2.1: Geometria do modelo BIE <sub>1</sub> .....	112
Anexo 3.....	116
Figura A.3.1: Geometria do modelo MIE <sub>1</sub> .....	117
Anexo 4.....	121
Figura A.4.1: Geometria do modelo AIE <sub>5</sub> .....	122

Anexo 5.....	126
Figura A.5.1: Elementos finitos volumétricos e de barra.....	127
Figura A.5.2: Detalhe I – Elemento de contato.....	127
Figura A.5.3: Elemento de oito nós (SOLID45).....	128
Figura A.5.4: Elemento de 3 e 4 nós (CONTA173 ou TARGE170).....	129
Figura A.5.5: Elemento de dois nós (BEAM3).....	130

## LISTA DE TABELAS

<b>2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....</b>	<b>6</b>
Tabela 2.1: Parâmetros da ligação com chapa de topo curta com dois parafusos.....	10
Tabela 2.2: Rigidez inicial da ligação x rigidez inicial da alma do pilar (kNcm/rad).....	29
Tabela 2.3: Resultados numéricos e teóricos da rigidez inicial (kNcm/rad).....	31
<b>3. MODELOS NUMÉRICOS.....</b>	<b>32</b>
Tabela 3.1: Dimensões da seção dos perfis utilizados no pilar.....	39
Tabela 3.2: Características dos materiais – $E$ , $f_y$ e $f_u$ em kN/cm <sup>2</sup> (Diagrama multilinear acrescido do trecho descendente).....	44
<b>4. APRESENTAÇÃO/DISCUSSÃO DOS RESULTADOS.....</b>	<b>52</b>
Tabela 4.1: Valores teóricos de $F_{pl}$ e $M_{pl}$ (unidades em kN e kNcm).....	53
Tabela 4.2: Valores numéricos de $F_{res}$ e $M_{res}$ (unidades em kN e kNcm).....	53
Tabela 4.3: Características geométricas dos modelos da classe 1 (unidades em mm e cm <sup>4</sup> ).....	55
Tabela 4.4: Momentos resistentes de plastificação dos modelos da classe 1 (kNcm).....	55
Tabela 4.5: Características geométricas dos modelos da classe 2 (unidades em mm e cm <sup>4</sup> ).....	59

Tabela 4.6: Momentos resistentes de plastificação dos modelos da classe 2 (kNcm).....	59
Tabela 4.7: Tensões críticas nos elementos da ligação e na alma do pilar (unidades em kNcm e kN/cm <sup>2</sup> ).....	61
Tabela 4.8: Características geométricas dos modelos da classe 3 (unidades em mm).....	63
Tabela 4.9: Momentos resistentes de plastificação dos modelos da classe 3 (kNcm).....	64
Tabela 4.10: Carga e momento último da ligação dos modelos da classe 1 (unidades em kN e kNcm).....	70
Tabela 4.11: Comparação entre os momentos resistentes teórico e numérico (unidades em mm e kNcm).....	70
Tabela 4.12: Carga e momento último da ligação dos modelos da classe 2 (unidades em kN e kNcm).....	70
Tabela 4.13: Comparação entre os momentos resistentes teórico e numérico (unidades em mm e kNcm).....	71
Tabela 4.14: Carga e momento último da ligação dos modelos da classe 3 (unidades em kN e kNcm).....	72
Tabela 4.15: Tensões máximas (em kN/cm <sup>2</sup> ) obtidas nas análises dos modelos AIE <sub>1</sub> e AIE <sub>9</sub> .....	72
Tabela 4.16: Comparação entre os momentos resistentes teórico e numérico (unidades em mm e kNcm).....	73
Tabela 4.17: Carga e momento que produziram a formação do mecanismo plástico da alma do pilar nos modelos da classe 1 (unidades em kN e kNcm).....	74
Tabela 4.18: Comparação entre o momento crítico teórico e numérico para alma do pilar (unidades em kNcm e mm).....	75
Tabela 4.19: Carga e momento que produziram a formação do mecanismo plástico da alma do pilar nos modelos da classe 2 (unidades em kN e kNcm).....	76

Tabela 4.20: Comparação entre o momento crítico teórico e numérico para alma do pilar (unidades em kNcm e mm).....	77
Tabela 4.21: Carga e momento que produziram a formação do mecanismo plástico da alma do pilar nos modelos da classe 3 (unidades em kN e kNcm).....	78
Tabela 4.22: Comparação entre o momento crítico teórico e numérico para alma do pilar (unidades em kNcm e mm).....	79
Tabela 4.23: Resultados numéricos e teóricos da rigidez inicial da classe 1 (unidade em kNcm/rad).....	81
Tabela 4.24: Parâmetros utilizados na obtenção da rigidez inicial da classe 1 (unidade em kNcm/rad).....	81
Tabela 4.25: Resultados numéricos e teóricos da rigidez inicial da classe 2 (unidade em kNcm/rad).....	82
Tabela 4.26: Parâmetros utilizados na obtenção da rigidez inicial da classe 2 (unidade em kNcm/rad).....	82
Tabela 4.27: Resultados numéricos e teóricos da rigidez inicial da classe 3 (unidade em kNcm/rad).....	83
Tabela 4.28: Parâmetros utilizados na obtenção da rigidez inicial da classe 3 (unidade em kNcm/rad).....	83

## **5. CONSIDERAÇÕES ADICIONAIS SOBRE OS RESULTADOS**

<b>NUMÉRICOS</b> .....	84
Tabela 5.1: Capacidade resistente e rotacional para os modelos BIE <sub>1</sub> , MIE <sub>4</sub> e AIE <sub>7</sub> (unidades em kg/m, mm, kNcm e rad).....	86
Tabela 5.2: Tensões nos componentes da ligação e na alma do pilar ao ser atingido o momento resistente (unidades em kNcm e kN/cm <sup>2</sup> ).....	86
Tabela 5.3: Capacidade resistente e rotacional para os modelos situados no limite das classes 1 e 2 (unidades em kg/m, mm, kNcm e rad).....	89
Tabela 5.4: Capacidade resistente e rotacional para os modelos situados no limite das classes 2 e 3 (unidades em kg/m, mm, kNcm e rad).....	90
Tabela 5.5: Distribuição de forças nos parafusos (unidades em kN e cm).....	93

<b>ANEXOS.....</b>	<b>104</b>
Anexo 1.....	105
Tabela A.1.1: Geometria da ligação.....	107
Tabela A.1.2: Resultados do dimensionamento da região tracionada.....	109
Anexo 2.....	111
Anexo 3.....	116
Anexo 4.....	121
Anexo 5.....	126



---

# INTRODUÇÃO

## 1.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS

As estruturas metálicas têm seu comportamento global fortemente influenciado pelo tipo de ligação entre seus elementos, devido às diferentes formas de se conectar vigas e pilares, introduzindo descontinuidades geométricas que, associadas à não linearidade física dos materiais, provocam na estrutura um comportamento não-linear.

Convencionalmente, na análise estrutural, considera-se a estrutura metálica como sendo um conjunto de barras unidimensionais, interligadas através de pontos nodais e idealiza-se a ligação entre as barras como rígidas ou rotuladas. São considerados como rígidos os nós que mantêm a continuidade rotacional, não modificando o ângulo relativo entre os elementos depois que as deformações provenientes da atuação dos carregamentos são impostas. Ocorre, neste caso, a transmissão total do momento fletor, ao contrário dos nós classificados como rotulados, onde se considera que não há continuidade rotacional entre os seus elementos, sem transmissão de momento fletor.

Em decorrência dos efeitos locais que as ligações podem introduzir nas estruturas, a consideração do comportamento das ligações como rígidas ou flexíveis é incompatível com a realidade, sendo necessária a consideração de ligações semi-rígidas para definir o comportamento intermediário em termos de continuidade rotacional e, por

consequência, de transmissão dos momentos fletores.

Para a obtenção de estruturas mais econômicas e seguras, a prática de dimensionamento das estruturas tem buscado a incorporação dos conceitos do comportamento semi-rígido das ligações, considerando-se as características reais de resistência e de deformabilidade das ligações. A economia pode ser obtida através da diminuição do peso da estrutura (por exemplo, através da eliminação de sistemas de contraventamento) ou pela redução da parcela referente à mão-de-obra (simplificação do trabalho de confecção e montagem das ligações). Com relação à segurança, os valores da capacidade resistente e rigidez da ligação são mais próximos dos reais com a consideração da semi-rigidez, possibilitando aos projetistas obter um dimensionamento menos conservador; por exemplo, o dimensionamento deixa de ser conservador na medida em que uma ligação considerada pelo projetista como rotulada, onde não há transmissão de momento fletor, é considerada semi-rígida.

Por exemplo, o projetista pode utilizar uma curva momento-rotação na análise de um edifício ou galpão, ao introduzir a rigidez inicial  $K_i$  (inclinação inicial da curva  $M-\theta$ ) nas ligações entre vigas e pilares de modelos de pórtico espacial linear ou não-linear.

Grande atenção tem sido dada ao estudo do comportamento estrutural das ligações viga-pilar em estruturas metálicas, observando-se a utilização de novos procedimentos de dimensionamento em manuais e normas técnicas. É o caso do modelo de dimensionamento apresentado no EUROCODE 3 (2000), denominado “Método dos Componentes” (Component Method), que se aplica à determinação da rigidez rotacional e do momento resistente das ligações viga-pilar com chapa de topo.

No Brasil, com maior ênfase a partir da década passada, alguns trabalhos de investigação do tema têm sido desenvolvidos analisando-se o comportamento das ligações semi-rígidas por intermédio de formulações numéricas e estudos experimentais, porém quase exclusivamente dedicados às ligações segundo a direção do eixo de maior inércia dos pilares, dentre os quais destacam-se: Ribeiro (1998), Maggi (2000), Romano (2001) e Maggi (2004). Alguns trabalhos direcionados ao estudo das ligações segundo o eixo de menor inércia foram bastante expressivos como os de Neves (1996), Lima (1999), Bessa (2004) e Neves (2004), e Hotes (2006).

## **1.2. OBJETIVOS**

Os principais objetivos deste trabalho são:

- o prosseguimento de estudos, via MEF, do comportamento de ligações viga-pilar com chapa de topo curta na direção do eixo de menor inércia dos pilares;
- a comparação dos resultados numéricos com os resultados obtidos através do “Component Method” (EUROCODE 3), modelo de Gomes (1990) e modelo de Neves (2004); e
- a obtenção de informações que possam auxiliar em uma futura etapa experimental do problema, cujos resultados possam validar e/ou indicar a necessidade de introdução de ajustes nos modelos numéricos.

Através da modelagem por elementos finitos, procura-se obter expressões simplificadoras que possam, de forma satisfatória, simular os efeitos do comportamento estrutural do tipo de ligação proposta.

A utilização de análise numérica é justificada para favorecer extrapolações de resultados para situações em que a análise experimental não foi realizada. Entretanto, é importante ressaltar que os resultados obtidos por meio desta análise necessitam ser comparados com resultados experimentais futuros, para que possam ser adequadamente utilizados e incorporados à prática de projeto e dimensionamento.

Assim, também é objetivo deste estudo a obtenção de informações que possam auxiliar o desenvolvimento de uma futura etapa experimental, principalmente no que tange ao estabelecimento da instrumentação mais adequada à análise dos comportamentos detectados na análise numérica, de modo a se conseguir resultados que possam validar e/ou introduzir ajustes nos modelos analíticos desenvolvidos a partir dos resultados fornecidos pela análise numérica.

## **1.3. JUSTIFICATIVA**

O comportamento de ligações na direção do eixo de menor inércia do pilar ainda não se encontra satisfatoriamente estudado, levando os projetistas a empregar procedimentos simplificados quanto à capacidade resistente ao momento fletor e à

capacidade rotacional. Dessa forma, admite-se que tais ligações comportam-se como idealmente flexíveis sem nenhuma transmissão do momento fletor. Essa hipótese, em alguns casos, pode mostrar-se contrária à segurança, impelindo os calculistas a adotarem procedimentos conservadores e antieconômicos.

Dessa forma, justifica-se a proposta de dissertação apresentada, como forma de simular a ligação de maneira mais realista e analisar o comportamento deste tipo de ligação, nesse estudo com ênfase nas ligações com chapa de topo curta.

#### 1.4. ESCOPO DO TRABALHO

Os capítulos que compõem este trabalho estão dispostos de maneira a esclarecer aspectos relativos ao comportamento das ligações viga-pilar com chapa de topo curta segundo o eixo de menor inércia do pilar, fornecendo um panorama sobre os conceitos relevantes ao estudo dessas ligações. Além disso, os capítulos têm como objetivo apresentar a metodologia utilizada para a preparação dos modelos numéricos, as análises e comparações pertinentes aos resultados obtidos na análise numérica com os resultados fornecidos pelos modelos analíticos conhecidos.

No Capítulo 2 apresenta-se a **Revisão Bibliográfica**, cujo objetivo é a discussão do modelo analítico de Farooqi (2003) para a obtenção da relação momento-rotação de ligações com chapa de topo curta (na direção do eixo de maior inércia do pilar) e do modelo de Neves (2004) que visa à determinação da rigidez inicial de ligações segundo o eixo de menor inércia do pilar. Apresentam-se, também, os critérios de verificação da resistência dos componentes da ligação (viga, chapa de topo e parafusos) segundo o Método dos Componentes apresentado no EUROCODE 3, para ligações com chapa de topo na alma do pilar. É apresentada ainda a formulação do modelo de Gomes (1990) para a determinação da capacidade resistente da alma do pilar, particularizada para o caso de ligações com chapa de topo curta. Por último, são apresentadas algumas breves considerações sobre a parte experimental do trabalho de Neves (2004) e as análises numéricas desenvolvidas por Bessa (2004) e Hotes (2006).

No Capítulo 3 descreve-se o processo de preparação dos **Modelos Numéricos** e a análise via Método dos Elementos Finitos através do software comercial ANSYS,

utilizando-se ainda o software TRUEGRID, específico para o pré-processamento dos modelos numéricos. Faz-se uma descrição dos critérios de pré-dimensionamento, das características e dimensões geométricas dos modelos, dos tipos de elementos finitos utilizados, assim como da constituição da malha de elementos finitos, condições de contorno e etapas de carregamento.

No Capítulo 4, **Apresentação/Discussão dos Resultados**, faz-se uma discussão e apresentação dos resultados referentes à análise numérica desenvolvida, possibilitando a verificação da influência da esbeltez da alma do pilar na capacidade resistente ao momento fletor, assim como a importância da restrição imposta pelas mesas do pilar na capacidade rotacional. São também apresentadas as curvas momento-rotação obtidas para os modelos numéricos; a comparação entre a capacidade da viga, chapa de topo e parafusos, obtida pelo Método dos Componentes, com a capacidade atingida na análise numérica; a comparação entre a formação do mecanismo plástico da alma do pilar através do modelo de Gomes (1990) e do modelo numérico, bem como a avaliação da rigidez inicial pelo modelo de Neves (2004) e pelos modelos analisados.

A parte final deste trabalho é constituída pelo Capítulo 5, **Considerações Adicionais sobre os Resultados Numéricos**, que diz respeito à análise dos resultados referentes ao comportamento dos modelos em classes distintas de esbeltez da alma do pilar, assim como nas fronteiras de separação entre as classes. Neste capítulo, encontra-se ainda uma breve discussão relativa ao comportamento dos parafusos, analisando-se as forças resultantes na seção intermediária dos fustes e a influência do binário de forças de equilíbrio da ligação (forças de reação resultantes perpendiculares ao plano da alma do pilar) na distribuição das tensões na ligação.

No capítulo 6 são apresentadas as **Conclusões** do trabalho e relacionadas algumas sugestões para o prosseguimento dos estudos relativos às ligações com chapa de topo curta na direção do eixo de menor inércia do pilar.

Ao final, além das **Referências Bibliográficas**, são apresentados anexos, detalhando-se os cálculos realizados para 3 (três) modelos analisados, sendo 1 (um) de cada classe de esbeltez da alma do pilar; bem como as características dos elementos finitos utilizados e suas respectivas funções de forma.

---

# REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

## 2.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS

A resistência das ligações com chapa de topo na alma do pilar deve ser analisada segundo o comportamento de duas componentes: os elementos de ligação (chapa de topo, parafusos e viga) e a alma do pilar.

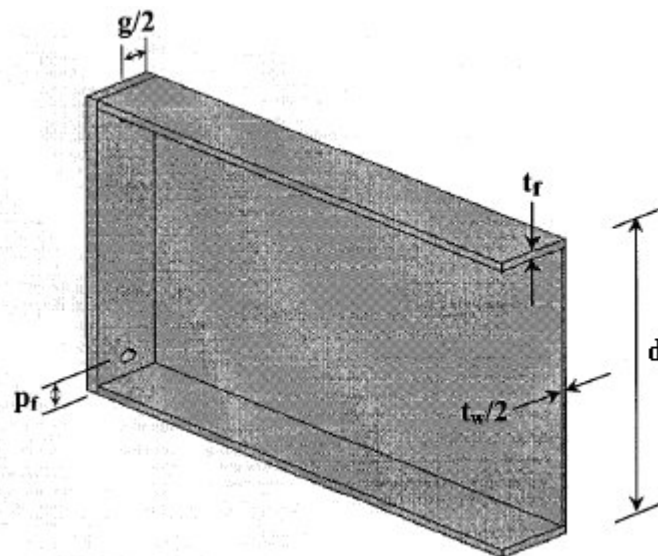
Estudos recentes, baseados no comportamento estrutural de ligações, demonstram a necessidade de se considerar a resposta não-linear física e geométrica das estruturas e das ligações como complemento da análise estrutural, sendo também fundamental para o entendimento do funcionamento real da estrutura. Para isso considera-se o comportamento semi-rígido das ligações como uma ferramenta para o desenvolvimento de modelos que devam ser integrados aos métodos tradicionais, fundamentados nas hipóteses de ligações idealmente rígidas ou flexíveis.

Este capítulo tem como objetivo esclarecer alguns conceitos, bem como apresentar e discutir alguns estudos já realizados na área de ligações em estruturas metálicas. Serão apresentados e discutidos, sucintamente, o modelo analítico de Farooqi (2003) e o modelo de Neves (2004). O primeiro refere-se a uma abordagem de modelos matemáticos para obtenção da relação de momento-rotação de ligações com chapa de topo curta, enquanto o segundo trata da determinação da rigidez inicial de ligações segundo o eixo de menor inércia do pilar. Também serão apresentadas as prescrições do

EUROCODE 3 (2000) para ligações viga-pilar na direção do eixo de menor inércia do pilar, assim como os critérios de verificação da resistência dos componentes da ligação segundo o Método dos Componentes apresentado no EUROCODE 3, para ligações com chapa de topo na alma do pilar. A capacidade resistente da alma do pilar será obtida a partir do modelo de Gomes (1990) para ligações com chapa de topo curta.

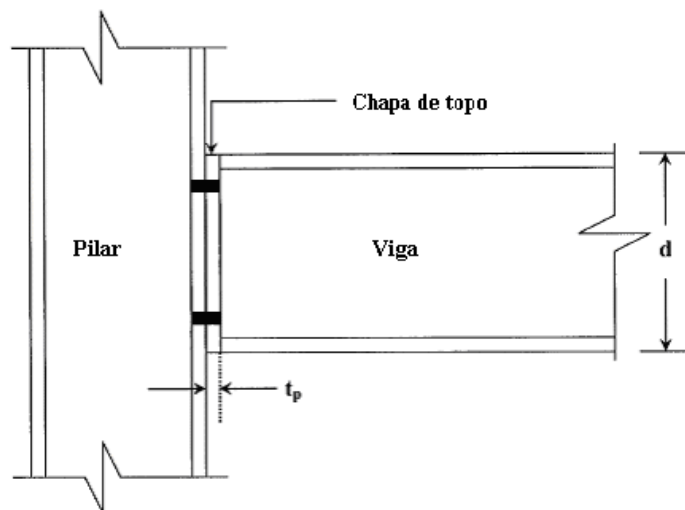
## 2.2. MODELO DE FAROOQI (2003)

Para sua análise numérica, Farooqi (2003) utilizou uma configuração típica de ligação com chapa de topo curta na direção do eixo de maior inércia do pilar, dotada de apenas uma linha de parafusos na região tracionada. Como a simulação de toda a ligação levaria a um grande custo e tempo computacional via MEF-3D, empregou-se simetria do problema e assim apenas a metade da ligação foi modelada. Dessa forma, tirou-se proveito da simetria a partir de um plano vertical através da alma da viga (figura 2.1). Para as relações constitutivas dos materiais da chapa e do parafuso foram utilizadas relações tensão-deformação bilineares. Para verificar a consistência dos resultados obtidos numericamente, foram utilizados resultados experimentais de oito ligações viga-pilar com chapa de topo curta.



**Figura 2.1: Metade da seção simétrica.**

A chapa de topo curta estudada possuía uma linha de parafusos abaixo da mesa superior da viga e uma linha de parafusos acima da mesa inferior da mesma, como representado na figura 2.2.



**Figura 2.2: Variáveis geométricas de uma ligação com chapa de topo curta: Vista Lateral**

A altura da viga não foi considerada como um parâmetro geométrico separado para a ligação com chapa de topo curta porque ela é igual à altura da chapa de topo. O efeito das soldas não foi incluído na análise uma vez que foi assumida que as soldas são projetadas de modo que o colapso ocorra por escoamento da chapa de topo ou por ruptura do parafuso.

Uma seção W14x132 foi usada para o pilar com um comprimento igual a 60in (1,524 m). O comprimento da viga foi tomado igual a 84in (2,134 m), adotando-se parafusos A325 de alta resistência.

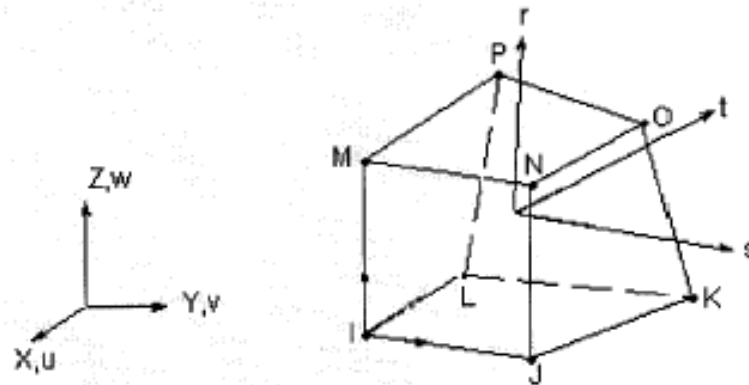
Elementos sólidos de oito nós (ver figura 2.3) foram usados para modelar o pilar, a viga, a chapa de topo e os parafusos no modelo de elemento finito tridimensional para a ligação com chapa de topo curta.

O efeito da plasticidade e a protensão dos parafusos também foi incluído no modelo, sendo a complexa interação da chapa de topo com a mesa do pilar modelada com a utilização de elementos de contato.

O comportamento do material foi descrito por uma curva tensão-deformação bilinear começando na origem com valores positivos de tensão e deformação. A inclinação inicial da curva é tomada como o módulo elástico do material. Na tensão de



escoamento especificada, a curva continua ao longo da segunda inclinação definida pelo módulo tangente.



**Figura 2.3: Elemento sólido de oito nós.**

Neste estudo, a relação efetiva da tensão-deformação da chapa de topo é tomada como perfeitamente elasto-plástica. O comportamento efetivo da tensão-deformação do material do parafuso é representado por uma curva tensão-deformação bilinear.

Para aferição dos resultados da análise numérica foram utilizados os resultados experimentais realizados por Srouji(1983), constando de oito protótipos de ligações com chapa de topo curta com uma linha de parafusos tracionados. As dimensões dos modelos, todos com espessura da alma e da mesa igual a  $\frac{1}{4}$ ", são apresentadas na tabela 2.1 para as seguintes variáveis:

$d_b$  = diâmetro do parafuso

$t_p$  = espessura da chapa de topo

$d$  = altura da viga

$b_f$  = largura da mesa da viga

$p_f$  = distância vertical entre o centro do parafuso e a extremidade da chapa

$g$  = distância horizontal entre centros de parafusos

A solicitação aplicada aos modelos foi de momento puro. Para a viga e chapa de topo foi utilizado o aço A572 Gr50.

Os resultados obtidos numericamente mostraram-se de acordo com a maior parte dos resultados experimentais na região elástica e dentro de uma precisão razoável, resultando em uma boa correlação para a parcela não-linear da curva momento-rotação.

**Tabela 2.1: Parâmetros da ligação com chapa de topo curta com dois parafusos**

Nº do Teste	Designação do Teste	d <sub>b</sub> (in)	t <sub>p</sub> (in)	d (in)	b <sub>f</sub> (in)	p <sub>f</sub> (in)	g (in)	F <sub>y</sub> (ksi)
1	FI-3/4-1/2-16	3/4	1/2	16	6	1 1/2	3 1/2	55,48
2	FI-3/4-3/8-16	3/4	3/8	16	6	1 1/2	3 1/2	59,45
3	FI-5/8-1/2-16	5/8	1/2	16	6	1 7/8	3 3/4	53,98
4	FI-5/8-3/8-16	5/8	3/8	16	6	1 3/8	2 3/4	56,95
5	FI-5/8-3/8-10	5/8	3/8	10	5	1 1/4	2 1/4	51,90
6	FI-5/8-1/2-10	5/8	1/2	10	5	1 1/2	3	55,80
7	FI-3/4-1/2-24A	3/4	1/2	24	6	1 3/4	3 1/4	57,53
8	FI-3/4-1/2-24B	3/4	1/2	24	6	1 3/8	2 3/4	57,53

A curva momento-rotação da ligação com chapa de topo curta pode ser definida por três parâmetros: rigidez inicial,  $K_i$ ; rotação última,  $\theta_u$ ; momento último,  $M_u$ . Os modelos linear e bilinear são aproximações simples para a curva de momento-rotação não-linear. O modelo linear requer apenas um parâmetro definindo a rigidez da ligação e pode ser usado apenas em um intervalo curto de rotação inicial.

No estudo de Farooqi (2003) foram avaliados apenas o modelo de Ramberg-Osgood e o modelo “Three Parameter Power”, de forma a verificar a eficácia quanto à obtenção da curva de momento-rotação.

O modelo de Ramberg-Osgood foi originalmente proposto em Ramberg-Osgood (1943) e mais tarde padronizado por Ang e Morris (1984).

A forma geral da curva momento-rotação do modelo é:

$$\frac{\theta}{\theta_y} = \frac{|M|}{M_y} \cdot \left[ 1 + \left( \frac{|M|}{M_y} \right)^{n-1} \right] \quad (2.1)$$

com a rigidez tangente da ligação  $K_t$  definida como:

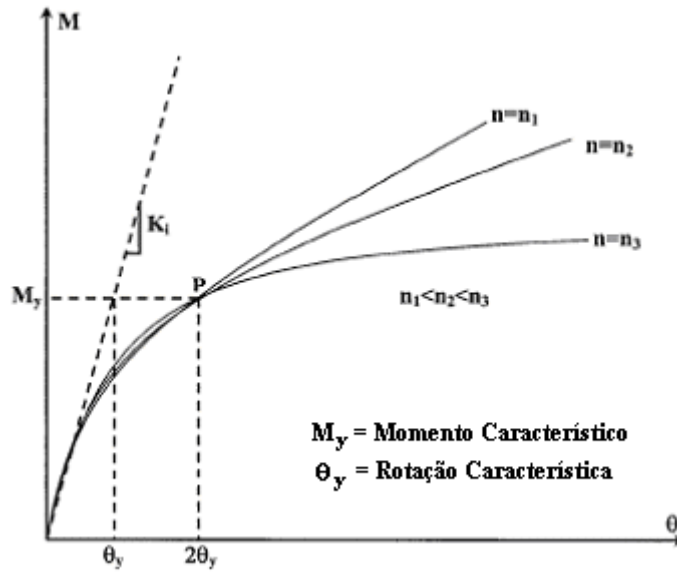
$$K_t = \frac{M_y / \theta_y}{1 + n \cdot \left[ \frac{|M|}{M_y} \right]^{n-1}} \quad (2.2)$$

onde  $M_y$  e  $\theta_y$  são constantes que definem a posição do ponto de interseção P através do qual passa uma família de curvas de Ramberg-Osgood, e  $n$  é o parâmetro de forma.

A rigidez inicial da ligação  $K_i$  é calculada como:

$$K_i = \left. \frac{dM}{d\theta} \right|_{M=0} \quad (2.3)$$

As curvas de momento-rotação de Ramberg-Osgood são influenciadas pelo parâmetro de forma “ $n$ ”, de modo que o aumento deste parâmetro redonda em maior flexibilidade para a ligação, como na figura 2.4.



**Figura 2.4: Curvas do modelo de Ramberg-Osgood para o M-θ**

O modelo de Ramberg-Osgood requer apenas três parâmetros e dados experimentais que podem ser ajustados facilmente para o modelo com razoável grau de precisão.

Kishi e Chen (1987) propuseram o modelo “Three-Parameter Power” para previsão das características do momento-rotação de ligações semi-rígidas. A rigidez elástica inicial e o momento resistente último da ligação são determinados através de um modelo analítico simples. A forma geral do modelo “Three-Parameter Power” é:

$$M = \frac{K_i \cdot \theta}{\left[1 + (\theta/\theta_0)^n\right]^{\frac{1}{n}}} \quad (2.4)$$

onde  $n$  é o parâmetro de forma,  $K_i$  é a rigidez inicial da ligação e  $\theta_0$  é a rotação plástica de referência. A rigidez tangente correspondente,  $K_t$  é:

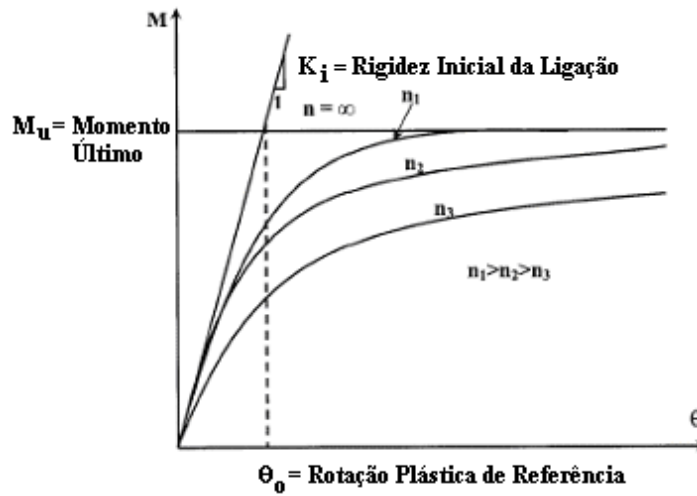
$$K_t = \frac{dM}{d\theta} = \frac{K_i}{\left\{1 + \left(\frac{\theta}{\theta_0}\right)^n\right\}^{(n+1)/n}} \quad (2.5)$$

e a rigidez inicial da ligação,  $K_i$  é:

$$K_i = M_u / \theta_0 \quad (2.6)$$

onde  $M_u$  é o momento resistente último.

A figura 2.5 mostra a curva momento-rotação referente ao modelo “Three Parameter Power” para uma ligação semi-rígida.



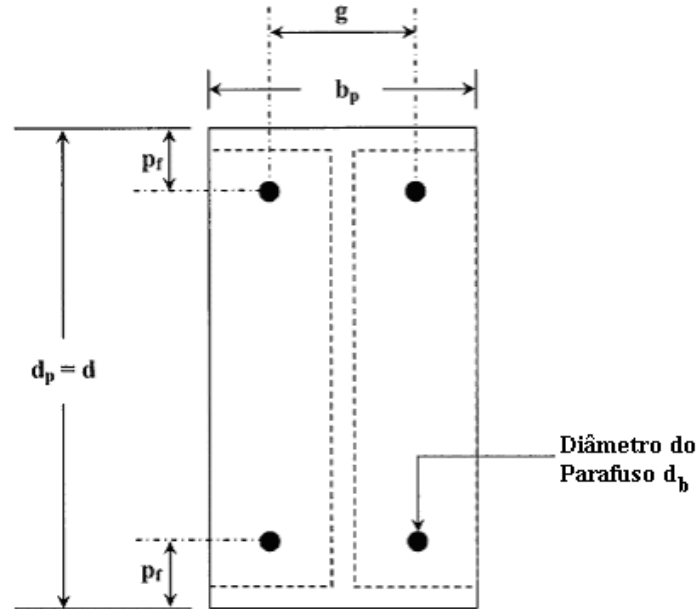
**Figura 2.5: Modelo “Three Parameter Power”**

Este modelo resulta em uma curva sem mudança abrupta de inclinação. Outra vantagem deste modelo é que ele requer apenas poucos parâmetros para ajuste da curva, comparativamente com os modelos convencionais.

Um estudo paramétrico foi conduzido para determinar o efeito de vários parâmetros no comportamento da ligação com chapa de topo curta com dois parafusos na região tracionada. Parâmetros descrevendo a geometria da ligação foram escolhidos como parâmetros independentes, sendo também analisados alguns parâmetros dependentes de cada modelo.

Os parâmetros independentes considerados no estudo de Farooqi (2003) são a distância “ $g$ ” entre os centros dos parafusos; o diâmetro nominal “ $d_b$ ” do parafuso; o passo “ $p_f$ ” do parafuso; a largura “ $b_p$ ” da chapa de topo; a espessura “ $t_p$ ” da chapa de

topo; a espessura “ $t_f$ ” da mesa da viga; a espessura “ $t_w$ ” da alma da viga; a altura “ $d$ ” da viga e a tensão de escoamento  $F_y$ . Esses parâmetros estão indicados nas figuras 2.2 e 2.6.



**Figura 2.6: Variáveis geométricas de uma ligação com chapa de topo curta: Vista Frontal**

De acordo com o modelo utilizado, os parâmetros dependentes são o momento característico ( $M_y$ ), a rotação característica ( $\theta_y$ ) e o parâmetro de forma ( $n$ ), para o modelo de Ramberg-Osgood, e o momento último ( $M_u$ ), a rotação plástica de referência ( $\theta_0$ ) e o parâmetro de forma ( $n$ ), para o modelo “Three Parameter Power”.

Equações de regressão são desenvolvidas a partir de dados coletados de ensaios para determinar os valores de parâmetros dependentes para valores pré-determinados de parâmetros independentes. Para realizar análises de regressão é comum representar a resposta do parâmetro dependente como uma função dos parâmetros independentes.

Assim, o objetivo da análise de regressão é o desenvolvimento de equações para os parâmetros que definem o comportamento momento-rotação da ligação como função de seus parâmetros geométricos. Estas equações podem ser obtidas através de um modelo de regressão linear. Entretanto, o comportamento das ligações com chapa de topo curta é tão complexo que não é fácil definir todas as interações. Se um modelo de regressão linear não é satisfatoriamente encontrado, uma alternativa é o modelo de

regressão não-linear.

Em seu estudo, Farooqi (2003) analisou numericamente 34 casos de ligações com chapa de topo curta, variando a seção transversal da viga. Os resultados das análises, através de regressão, foram utilizados para desenvolver equações para os parâmetros envolvidos no comportamento momento-rotação dos modelos de Ramberg-Osgood e Three Parameter Power.

A seguir são apresentadas as equações para os parâmetros da curva momento-rotação do modelo de Ramberg-Osgood:

$$M_y = e^{0.507} \cdot (g)^{-0.003} \cdot (d_b)^{1.130} \cdot (p_f)^{0.448} \cdot (b_p)^{0.139} \cdot (t_p)^{0.095} \cdot (t_f)^{0.117} \cdot (t_w)^{0.134} \cdot (d)^{1.136} \cdot (F_y)^{0.296} \quad (2.7)$$

$$\theta_y = e^{-6.266} \cdot (g)^{0.555} \cdot (d_b)^{0.231} \cdot (p_f)^{2.938} \cdot (b_p)^{-0.499} \cdot (t_p)^{-0.563} \cdot (t_f)^{-0.080} \cdot (t_w)^{-0.485} \cdot (d)^{-1.102} \cdot (F_y)^{-0.062} \quad (2.8)$$

$$n = e^{16.315} \cdot (g)^{0.077} \cdot (d_b)^{0.974} \cdot (p_f)^{0.946} \cdot (b_p)^{-1.009} \cdot (t_p)^{-0.478} \cdot (t_f)^{-0.287} \cdot (t_w)^{-0.451} \cdot (d)^{0.011} \cdot (F_y)^{-1.363} \quad (2.9)$$

Para o modelo “Three Parameter Power”, as equações obtidas foram:

$$M_u = e^{2.915} \cdot (g)^{-0.017} \cdot (d_b)^{1.521} \cdot (p_f)^{-0.107} \cdot (b_p)^{0.070} \cdot (t_p)^{0.060} \cdot (t_f)^{0.064} \cdot (t_w)^{-0.009} \cdot (d)^{1.085} \cdot (F_y)^{0.140} \quad (2.10)$$

$$\theta_0 = e^{-2.030} \cdot (g)^{0.517} \cdot (d_b)^{0.164} \cdot (p_f)^{1.167} \cdot (b_p)^{-0.012} \cdot (t_p)^{-1.528} \cdot (t_f)^{-0.191} \cdot (t_w)^{-0.707} \cdot (d)^{-1.817} \cdot (F_y)^{-0.352} \cdot (M_u)^{0.884} \cdot (n)^{-0.600} \cdot (R_{ki})^{-3.686} \cdot (dm/d\theta)^{3.559} \quad (2.11)$$

$$n = e^{3.370} \cdot (g)^{-0.174} \cdot (d_b)^{2.013} \cdot (p_f)^{-0.277} \cdot (b_p)^{0.286} \cdot (t_p)^{0.814} \cdot (t_f)^{0.275} \cdot (t_w)^{0.240} \cdot (d)^{1.928} \cdot (F_y)^{0.640} \cdot (M_u)^{-1.759} \cdot (R_{ki})^{-1.021} \cdot (dm/d\theta)^{1.011} \quad (2.12)$$

Foi feita uma comparação entre as curvas obtidas da análise numérica realizada por Farooqi (2003) com as do modelo de Ramberg-Osgood, e verificou-se que as curvas apresentaram resultados semelhantes na região elástica, mas com uma diferença na região plástica que pode ser atribuída ao ajuste pobre da curva do modelo de Ramberg-Osgood. Para a comparação com as curvas do modelo “Three Parameter Power” também foram observados resultados quase idênticos acima do escoamento do mecanismo da ligação.

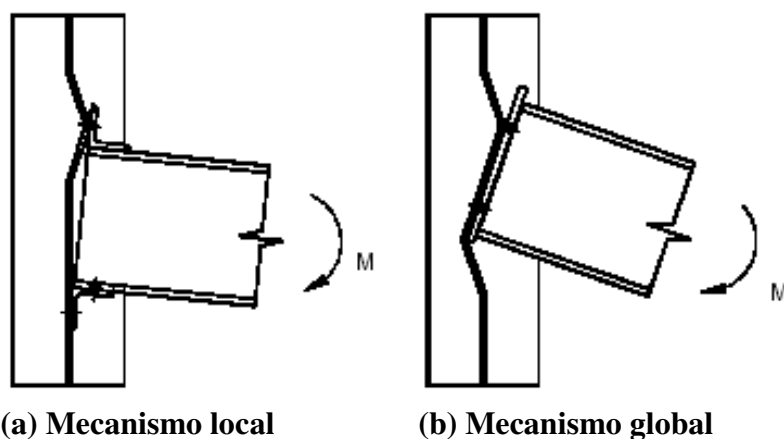
Devido ao bom desempenho do modelo “Three Parameter Power” sobre o modelo Ramberg-Osgood na previsão do comportamento momento-rotação, Farooqi (2003) decidiu fazer análises da faixa de erro e análises de sensibilidade usando o modelo “Three Parameter Power”.

As análises de erro foram feitas para observar o desvio dos resultados, e as análises de sensibilidade foram realizadas para examinar se as equações desenvolvidas descrevem satisfatoriamente o comportamento da ligação com chapa de topo curta com uma linha de parafusos tracionados.

Para a verificação do erro das equações foi obtida uma faixa de erro de  $\pm 10\%$  para a equação de momento último, de  $\pm 20\%$  para a equação da rotação plástica de referência e de  $\pm 20\%$  para a equação do parâmetro de forma.

A análise de sensibilidade foi feita para o momento último, para a rotação plástica e para o parâmetro de forma (parâmetros dependentes) com relação às variáveis geométricas da ligação (parâmetros independentes). Concluiu-se que o momento último é altamente sensível à variação do diâmetro nominal do parafuso. O momento último é menos sensível à variação da largura da chapa de topo. A rotação plástica é altamente sensível à variação do passo do parafuso (distância vertical do centro do parafuso à extremidade da chapa de topo). A sensibilidade da rotação plástica à variação da largura da chapa de topo é baixa. E, finalmente, a sensibilidade do parâmetro de forma à variação da largura da chapa de topo e da altura da viga é significativa.

### 2.3. MODELO DE GOMES (1990)



**Figura 2.7: Mecanismos de rótula plástica na alma do pilar segundo Gomes (1990)**  
**Fonte: Lima (1999).**

Estabelecido a partir de ensaios experimentais e de algumas modelagens numéricas realizadas por Gomes (1990), este modelo é utilizado para o cálculo da

capacidade resistente da alma do pilar submetido à flexão, considerando-a como uma placa submetida a um binário de forças  $F$ , cujo colapso está associado à formação de um mecanismo de plastificação local ou global (figura 2.7).

Para o colapso local, o mecanismo de flexão é obtido considerando-se a força  $F$  aplicada através de um retângulo rígido de dimensões  $b \times c$ . Para uma ligação soldada, essas dimensões são definidas pela geometria da ligação (dimensões da mesa da viga) e, no caso de ligação parafusada, o retângulo é definido em função do diâmetro médio dos parafusos e da distância média entre eles. Assim, para o caso de ligação parafusada, a carga de colapso na zona de tração é obtida através de um retângulo de dimensões  $b$  e  $c$  (figura 2.8) dados por:

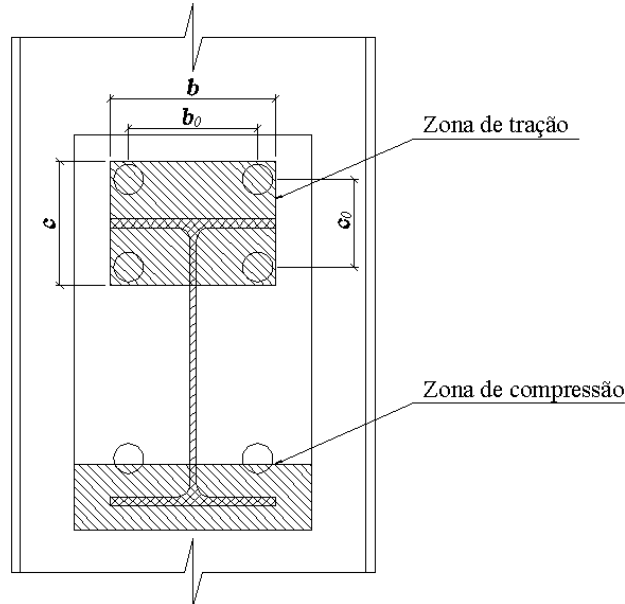
$$b = b_0 + 0,9 \cdot d_m \quad (2.13)$$

$$c = c_0 + 0,9 \cdot d_m \quad (2.14)$$

Para a ligação com chapa de topo curta na direção do eixo de menor inércia do pilar (figura 2.9), a carga de colapso na zona de tração pode ser obtida, adaptando-se o retângulo de dimensões  $b$  e  $c$  da seguinte forma:

$$b = b_0 + 0,9 \cdot d_m \quad (2.15)$$

$$c = 0,9 \cdot d_m \quad (2.16)$$



**Figura 2.8: Zonas de tração e compressão de uma ligação parafusada**  
- Adaptado de Lima (1999).





$$\alpha = \frac{4}{1-b/L} \left( \pi \cdot \sqrt{1-b/L} \right) + 2 \cdot c/L \quad (2.18)$$

$$L = h - 1,5 \cdot r \quad (2.19)$$

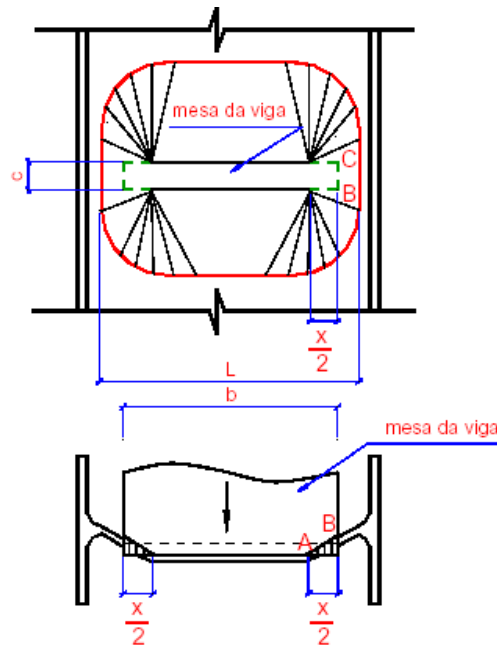
$$m_{pl} = \frac{1}{4} \cdot t_{wc}^2 \cdot f_y \quad (2.20)$$

Ensaio realizados por vários pesquisadores, entre eles Gomes e Jaspart (1994) e Jaspart e Goyet (1988), permitiram identificar a existência de mecanismos de puncionamento (puro ou acompanhado da formação de um mecanismo de flexão) quando a dimensão da área carregada ultrapassa determinados limites.

Para ligações parafusadas, o puncionamento da alma do pilar ao redor da cabeça de cada parafuso deve ser verificado. Para  $n$  parafusos na zona tracionada, a carga de puncionamento é dada por:

$$F_{punc} = n \cdot \pi \cdot d_m \cdot \frac{t_w \cdot f_y}{\sqrt{3}} \quad (2.21)$$

Os mecanismos combinados de flexão e puncionamento não ocorrem apenas nas linhas de charneira (linha contínua da figura 2.11), mas também na linha de puncionamento (linha tracejada da mesma figura).



**Figura 2.11: Colapso por flexão e puncionamento combinados**  
- Fonte: Lima (1999).

A carga de colapso associada à formação de tal mecanismo é dada por:

$$F_{Q2} = 4 \cdot m_{pl} \cdot \left[ \frac{\pi \cdot \sqrt{L \cdot (a + x)} + c}{a + x} + \frac{2 \cdot c \cdot x + x^2}{\sqrt{3} \cdot t_w \cdot (a + x)} \right] \quad (2.22)$$

onde:

$$a = L - b \quad (2.23)$$

$$\text{e } x \geq 0 \text{ determinado pelo processo iterativo: } x_0 = 1,95 \cdot t_w^{2/3} \cdot L^{1/3} \quad (2.24)$$

$$x_{i+1} = -a + \sqrt{a^2 - 2 \cdot a \cdot c + \frac{\sqrt{3} \cdot t_w}{2} \cdot [\pi \cdot \sqrt{L \cdot (a + x_i)} + 2 \cdot c]} \quad (2.25)$$

$$\text{Se } x_{i+1} \leq 0 \text{ tome-se } F_{Q2} = F_{local} \quad (2.26)$$

$$\text{Se } t_w \leq 20 \text{ e } b/L \leq 0,8 \text{ tome-se } F_{Q2} = F_{local} \quad (2.27)$$

A carga de plastificação, pelo método da linha de charneira plástica, difere da solução baseada no critério de escoamento de Von-Mises. Essa situação foi constatada por Gomes (1990) que efetuou uma série de simulações numéricas para estudar a deformação da alma do pilar carregada por um retângulo de dimensões b x c. Assim, o autor comparou os dois métodos citados anteriormente estabelecendo um critério de zona carregada mínima.

Nas simulações numéricas, Gomes (1990) analisou a variação da carga de colapso por flexão em função da área de uma placa carregada rígida de dimensões b x c, verificando que se revelou segura, coincidindo os resultados das simulações numéricas com o critério de escoamento de Von-Mises quando:

$$\frac{(b + c)}{L} \geq 0,5 \quad (2.28)$$

Dessa forma, a expressão final para o mecanismo de flexão, bem como para o mecanismo combinado de flexão e punção, deve incluir um fator de correção k, dado por:

$$k = \begin{cases} 1 & \text{se } (b + c)/L \geq 0,5 \\ 0,7 + 0,6 \cdot (b + c)/L & \text{se } (b + c)/L \leq 0,5 \end{cases} \quad (2.29)$$

Assim, o mecanismo de colapso local é o mecanismo associado à menor carga plástica dada por:

$$F_{local} = \min(F_{punc}; kF_{Q2}) \quad (2.30)$$

O colapso global ocorre para os mecanismos de flexão ou de flexão e punção combinados, considerando-se a ação simultânea das forças F originadas

do binário  $M = F \cdot h$ , aplicado à alma do pilar, correspondendo a uma carga de colapso global dada por:

$$F_{global} = \begin{cases} m_{pl} \left( \frac{2b}{h} + \frac{\alpha k}{2} + \pi + \frac{2h}{L-b} \right) & se \quad \frac{h}{L-b} \geq 1 \\ m_{pl} \left( \frac{2b}{h} + \frac{\alpha k}{2} + \pi + 2 \right) & se \quad \frac{h}{L-b} \leq 1 \end{cases} \quad (2.31)$$

em que:

$$0,7 \leq h/(L-b) \leq 10 \quad (2.32)$$

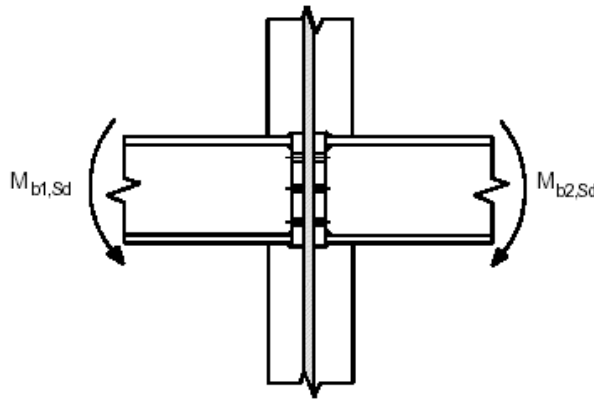
$$h = \text{distância entre os centros das zonas tracionada e comprimida} \quad (2.33)$$

Para a obtenção do valor de  $h$  é necessária a medida da altura do retângulo carregado na região comprimida, que pode ser tomada como 10% da altura total da chapa de topo.

Finalmente, o momento plástico  $M_{pl}$  é dado por:

$$M_{pl} = h \cdot \min(F_{local}; F_{global}) \quad (2.34)$$

#### 2.4. PRESCRIÇÕES DO EUROCODE 3 PARA LIGAÇÕES VIGA-PILAR NA DIREÇÃO DO EIXO DE MENOR INÉRCIA DO PILAR



**Figura 2.12: Dupla ligação viga-pilar na alma do pilar**

O EUROCODE 3 (2000), no item 6.1.1 (6), considera que os critérios de dimensionamento e verificação para ligações viga-pilar na direção do eixo de maior inércia, baseados na metodologia do “Component Method”, são válidos também para ligações no eixo de menor inércia, desde que não haja transferência de momentos da viga para a alma do pilar, ou seja,  $M_{b1,Sd} = M_{b2,Sd}$  (figura 2.12).

Dessa forma, o EUROCODE 3 (2000) fornece os critérios para verificação do comportamento da ligação de todos os seus componentes, exceto a alma do pilar, limitando-se à verificação relativa a esforços normais e cisalhantes.

As verificações prescritas no EUROCODE 3 (2000) para elementos da ligação com chapa de topo na direção do eixo de menor inércia são relativas à:

- tração no grupo de parafusos;
- flexão na chapa de topo;
- tração no flange da viga;
- tração na alma da viga;
- resistência à tração da solda;
- compressão no flange da viga.

Estes critérios de dimensionamento e verificação não são válidos para ligações viga-pilar na direção do eixo de menor inércia quando a viga está conectada no topo do pilar, ou seja, quando o pilar não é contínuo.

#### **2.4.1. Método dos Componentes**

O modelo de dimensionamento, também denominado “Component Method”, baseia-se essencialmente na distribuição plástica das forças de tração nas linhas de parafusos. Isto significa que a força em qualquer linha é determinada por sua resistência potencial, e não somente por seu braço de alavanca ao centro de rotação, característica da tradicional distribuição triangular. Assim, as linhas em regiões próximas às mesas da viga ou aos enrijecedores, resistem a maiores parcelas de força.

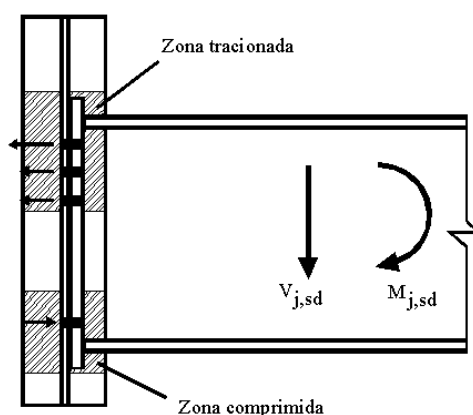
Este método é perfeitamente geral e pode ser aplicado na previsão das propriedades de qualquer tipo de ligação metálica bastando para isso conhecer-se o comportamento de cada um dos seus componentes. A determinação das características de uma ligação é feita com base na determinação dessas propriedades em zonas críticas. Cada uma dessas zonas é subdividida em elementos resistentes constituintes (viga, chapa de topo e parafusos), cujo comportamento é determinado, separadamente, para cada componente.

A essência do método está no conceito de que a resposta da ligação é determinada pelas propriedades mecânicas dos seus componentes, considerando-os separadamente, ou seja, como uma série de elementos básicos, estando estes distribuídos em duas

regiões distintas: zona tracionada e zona comprimida (figura 2.13).

Como nos métodos mais consagrados, o modelo também dá prioridade aos parafusos mais afastados que, mecanicamente, resistem a maiores parcelas da força de tração, fazendo uma precisa alocação das forças com base na capacidade resistente de cada componente, ao invés de, arbitrariamente, alocar forças em cada linha para distribuição triangular.

Depois de calculada a resistência potencial de cada linha de parafuso da zona tracionada e comprimida, estabelece-se o equilíbrio horizontal das forças, considerando-se sempre a possível presença de esforços normais adjacentes à ligação.



**Figura 2.13: Zonas de dimensionamento.**

Determinadas as forças finais de cada linha de parafusos, determina-se o momento resistente pelo somatório do produto das forças em cada linha por sua respectiva distância ao centro de rotação, admitindo-se que esteja situado no plano médio da mesa comprimida da viga.

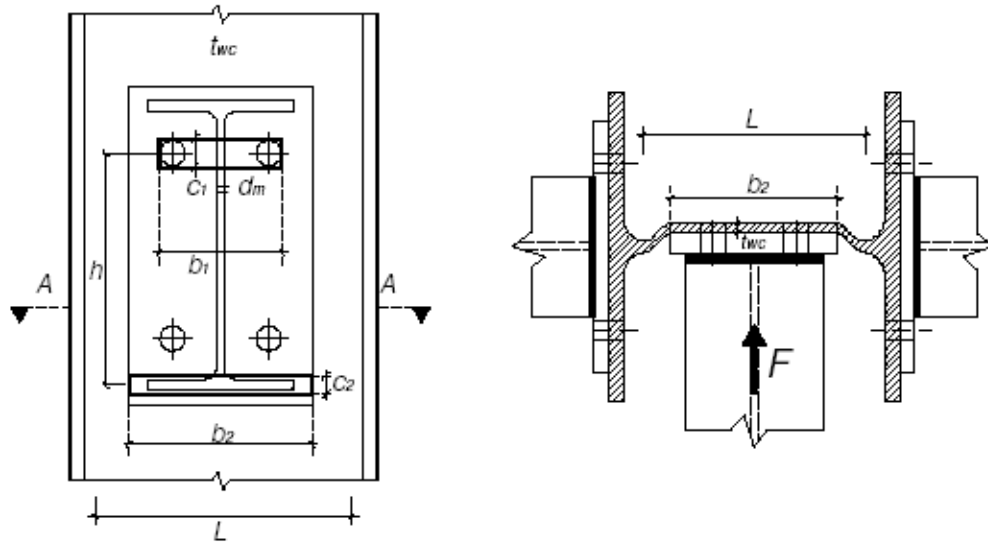
## **2.5. MODELO DE NEVES (1996 – 2004)**

### **2.5.1. Rigidez Inicial da Componente**

Neves (1996), em continuidade aos estudos de Gomes (1990), realizou um estudo paramétrico do comportamento da alma do pilar para a determinação das componentes de rigidez. Com relação à rigidez inicial  $S_i$ , Neves (1996) considerou que a alma do pilar pode ser modelada como uma placa engastada na ligação com as mesas

e livre nas outras duas bordas.

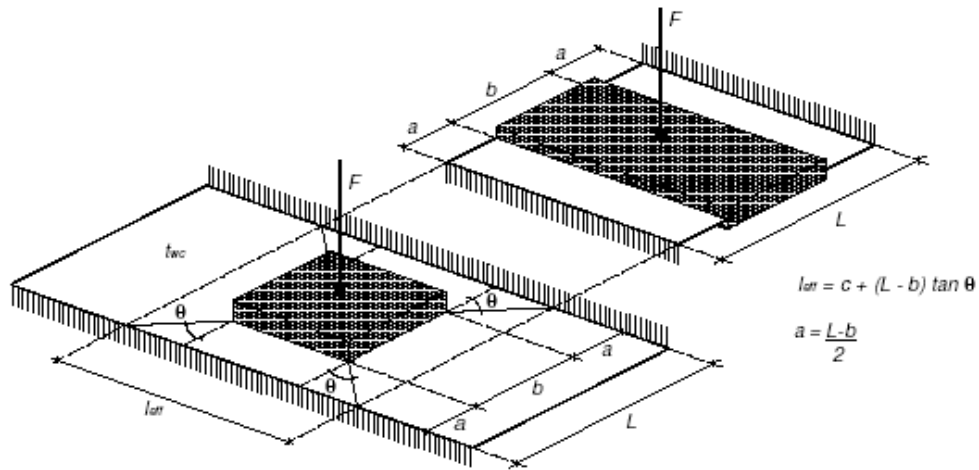
A dedução do modelo para caracterizar a componente placa carregada transversalmente com rotação impedida nos bordos laterais se baseia no carregamento da componente por um retângulo rígido de dimensões  $b \times c$  (figura 2.14), e no funcionamento unidirecional entre os bordos laterais, resultado da observação numérica e experimental da predominância de tensões de flexão nessa direção.



**Figura 2.14: Características geométricas na direção do eixo de menor inércia do pilar.**

Assim é definida uma largura equivalente engastada em dois bordos e livre nos outros dois (figura 2.15).

Com relação às características geométricas relevantes na direção do eixo de menor inércia do pilar conforme indicado na figura 2.14, a alma do pilar tem uma largura característica  $L$  que pode ser a distância entre as mesas, ou a dimensão da zona plana da alma do pilar, ou ainda uma dimensão intermediária. As zonas de transmissão das forças de tração e compressão correspondentes ao momento fletor têm largura  $b$  e altura  $c$ . O índice 1 é usado para a zona de tração e o índice 2 para a zona de compressão. O diâmetro médio da cabeça dos parafusos numa ligação parafusada é definido por  $d_m$ . A distância entre os centros das áreas anteriormente referidas, definida por  $h$ , é o braço das forças.



**Figura 2.15: Componente carregada por uma zona rígida de dimensões  $b \times c$ , e faixa equivalente de largura  $l_{eff}$ .**

São estabelecidos os seguintes parâmetros adimensionais, com influência sobre o comportamento da alma: sua esbeltez (relação entre a dimensão característica e a espessura  $\mu = L/t_{wc}$ ), e relações geométricas  $\beta = b/L$ ,  $\alpha = c/L$  e  $\gamma = h/L$ .

Assume-se ainda um funcionamento predominantemente de flexão que é rigorosamente válido apenas se  $\mu \geq 20$  e  $\beta \leq 0,8$ . As deformabilidades consideradas no desenvolvimento incluem a flexão e o esforço transversal.

A largura equivalente,  $l_{eff}$ , é estabelecida com o auxílio de um ângulo  $\theta$ :

$$l_{eff} = c + (L - b) \cdot \tan \theta \quad (2.35)$$

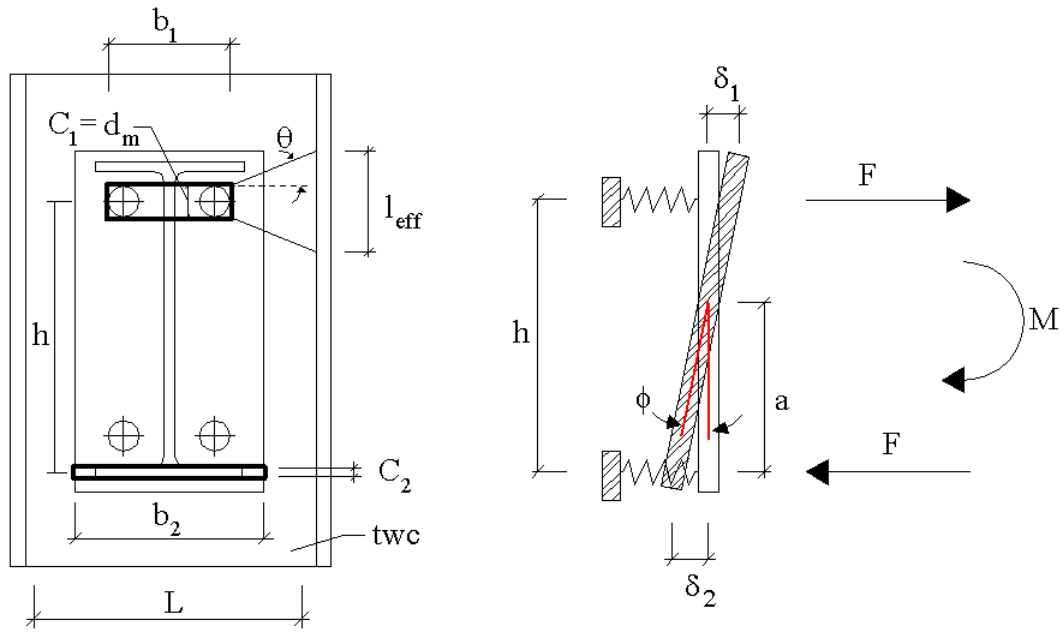
Introduzindo os já definidos parâmetros adimensionais  $\alpha = c/L$  e  $\beta = b/L$ , vem:

$$\frac{l_{eff}}{L} = \frac{c}{L} + \left(1 - \frac{b}{L}\right) \cdot \tan \theta \quad \text{ou} \quad \frac{l_{eff}}{L} = \alpha + (1 - \beta) \cdot \tan \theta \quad (2.36)$$

### 2.5.2. Dedução da Rigidez Inicial do Nó para o Caso de uma Linha de Parafusos Tracionados

A figura 2.16 representa a ligação a ser analisada para a obtenção das expressões gerais da rigidez inicial ( $M-\phi$ ) do nó, com uma linha de parafusos tracionados, considerando-se apenas a deformabilidade da alma do pilar, a partir das leis  $F - \delta$  dessa componente. Admite-se a existência de molas de translação em cada linha de parafusos, representando as forças de tração e de compressão. A principal hipótese do modelo proposto é admitir que o conjunto viga e chapa de topo funcionam de forma rígida.





**Figura 2.16: Modelo para obtenção das curvas  $M - \phi$  para a ligação com uma linha de parafusos tracionados, a partir das leis  $F - \delta$ .**

Esse pressuposto foi verificado nos ensaios realizados por Neves (2004), mas no caso de chapas de topo muito flexíveis esse fato pode não ser muito exato para a obtenção da rigidez inicial.

É importante notar que a aplicação do modelo proposto anteriormente leva ao estabelecimento de uma largura efetiva,  $l_{eff}$ , que é a largura da faixa equivalente para cada mola de translação da componente.

A resolução do modelo representado, dada a geometria e o momento atuante  $M$ , permite obter as forças nas linhas de parafusos  $F_1$  e  $F_2$ , a posição do centro de rotação “a”, os deslocamentos  $\delta_1$  e  $\delta_2$  e a rotação  $\phi$ .

A força  $F_i$  em cada linha de parafusos relaciona-se com o deslocamento correspondente  $\delta_i$  através da rigidez translacional  $S_i$ , determinada por:

$$F_i = S_i \cdot \delta_i \quad (2.37)$$

sendo  $S_1$  a rigidez na zona de tração e  $S_2$  na zona de compressão.

Os deslocamentos correspondentes são:

$$\delta_1 = \frac{F}{S_1} \text{ e } \delta_2 = \frac{F}{S_2} \quad (2.38)$$

A rotação  $\phi$  e o momento  $M$  são dados por:

$$\phi = \frac{\delta_1 + \delta_2}{h}; \text{ e } M = F \cdot h \quad (2.39)$$

E a rigidez rotacional  $S_j$  vem dada pela expressão:

$$S_j = \frac{M}{\phi} = \frac{h^2}{\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2}} \quad (2.40)$$

A utilização da rigidez de uma ligação na análise estrutural é um meio de se obter indicações da influência de seu comportamento na resposta global da estrutura, podendo indicar se as considerações simplificadas (ligação rígida, semi-rígida ou flexível) são condizentes com o seu comportamento real, além de constituir-se em uma importante ferramenta para a avaliação da adequação das soluções propostas quanto à estabilidade da estrutura.

## 2.6. ESTUDOS EXPERIMENTAIS E NUMÉRICOS

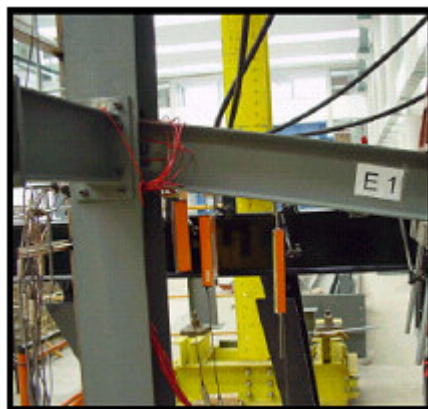
São muito poucos os resultados experimentais e numéricos disponíveis na bibliografia para ligações com chapa de topo curta na direção do eixo de menor inércia do pilar. Devido a isso, nos itens seguintes são apresentadas algumas breves considerações sobre a parte experimental do trabalho de Neves (2004) e as análises numéricas desenvolvidas por Bessa (2004) e Hotes (2006), ressaltando-se:

- i) que a maior parte dos ensaios realizados por Neves (2004) utilizaram modelos com chapa de topo estendida, exceto para alguns poucos modelos com chapa de topo curta conectando vigas “I” a pilares com seção fechada, de seção retangular, preenchidos por concreto;
- ii) que as análises desenvolvidas por Bessa (2004) e Hotes (2006) referem-se exclusivamente a ligações com chapa de topo estendida.

### 2.6.1. Neves (2004)

Neves (2004), em sua tese de doutorado, pretendeu contribuir para o conhecimento do comportamento de ligações viga-pilar no eixo de menor inércia do pilar, tanto no âmbito das ligações metálicas quanto das ligações mistas (ligações entre

vigas I e pilares retangulares preenchidos com concreto). Seu trabalho foi aplicado em diversas geometrias de ligação sob solicitações de caráter monotônico e cíclico.



**Figura 2.17: Ensaio da ligação viga-pilar com chapa de topo na direção do eixo de menor inércia do pilar.**

Os modelos utilizados para a análise experimental possuíam a alma do pilar fletida fora do seu plano (figura 2.17).

Em relação às ligações metálicas no eixo de menor inércia do pilar, submetidas a ações estáticas monotônicas, Neves (2004) propôs um modelo para prever a rigidez elástica e de membrana da alma do pilar e avaliar o seu desempenho por comparação com os resultados dos doze ensaios monotônicos realizados (cinco ensaios de ligações no eixo de menor inércia e sete de ligações com pilares RHS), bem como com os resultados obtidos em ensaios realizados por outros autores.

Outro objetivo do estudo em questão foi a avaliação do comportamento desses mesmos tipos de ligações quando submetidas a ações de caráter cíclico, em especial quanto ao seu modo de ruína, à evolução da sua resistência, da sua rigidez e da sua capacidade de dissipação de energia. Para este aspecto do estudo foram realizados seis ensaios (dois com ligações no eixo de menor inércia do pilar e quatro de ligações com pilares RHS).

A análise dos resultados dos ensaios permitiu concluir que em todos os casos a alma do pilar é a componente dominante, sendo a primeira a plastificar e contribuindo com a maior parte da deformabilidade da ligação. O esquema da instrumentação utilizado permitiu isolar a deformação daquela componente das componentes restantes (parafusos em tração, chapa de topo em flexão e viga tracionada ou comprimida).

A análise do comportamento da alma do pilar revelou uma distribuição de

tensões em domínio elástico, de tal forma que as suas direções principais junto às mesas coincidem com a direção destas e com a direção perpendicular e que as tensões na direção paralela às mesas são muito menores do que na outra direção principal. Adicionalmente, verificou-se que o comportamento da alma do pilar após a formação de um mecanismo plástico é caracterizado por uma sobrerresistência por via do surgimento do efeito de membrana que provoca plastificações em outras componentes mais resistentes, variando com a esbeltez da alma.

Observou-se, ainda, que a rigidez inicial ou elástica da ligação é fortemente influenciada pela esbeltez da alma do pilar e pela dimensão da área de transmissão das forças.

A intenção primordial de Neves (2004) foi a validação dos modelos translacionais e rotacionais por comparação com os ensaios experimentais. Esta comparação foi realizada por ensaio e para cada um deles foram avaliadas as características da curva força-deslocamento ( $F-\delta$ ) da componente e da curva momento-rotação ( $M-\phi$ ) da ligação.

#### **2.6.2. Bessa (2004)**

O trabalho realizado por Bessa (2004) apresenta a metodologia adotada e os resultados da análise numérica tridimensional em elementos finitos para ligações viga-pilar com chapa de topo estendida, no eixo de menor inércia do pilar. Foi analisada a influência, no comportamento da curva momento-rotação, de alguns parâmetros tais como a espessura da chapa de topo, o diâmetro do parafuso e a espessura e altura da alma do pilar, com o objetivo de obter informações que poderiam permitir a realização de estudos experimentais futuros e avaliar o desempenho dos modelos analíticos existentes.

Os modelos numéricos analisados por Bessa (2004) foram classificados em três categorias, de acordo com a esbeltez da alma do pilar:

- classe 1 - baixo índice de esbeltez da alma do pilar (até 20);
- classe 2 - índice de esbeltez médio (20 a 30);
- classe 3 - alto índice de esbeltez (acima de 30).

Nos modelos numéricos da classe 3 foi possível identificar regiões da alma do

pilar com elevados níveis de tensão, correspondente à resistência plástica do material, produzida por puncionamento na região dos furos. A variação da espessura da chapa de topo não causou variação na resistência da conexão quanto ao momento fletor, observando-se uma grande similaridade entre a curva momento-rotação para a alma do pilar e a curva momento-rotação global da ligação, em consequência da predominância do comportamento da alma do pilar na resistência global e na deformabilidade da ligação.

Nos modelos numéricos analisados por Bessa (2004) a rigidez inicial mostrou-se bastante diferente dos resultados obtidos a partir do modelo desenvolvido por Neves (1996). Entretanto, com as modificações introduzidas por Neves (2004) em seu modelo anterior, os resultados passaram a apresentar maior similaridade.

Para modelos com elevada esbeltez da alma do pilar, as curvas momento-rotação que correspondem à rotação da alma do pilar ou à rotação global da ligação não mostraram nenhuma diferença significativa. Entretanto, um pequeno aumento da resistência final da ligação foi observado com o aumento da espessura da chapa de topo.

**Tabela 2.2: Rigidez inicial da ligação x rigidez inicial da alma do pilar (kNcm/rad).**

<b>Modelo</b>	<b>Esbeltez da Alma</b>	<b>Rigidez da Ligação (Numérico)</b>	<b>Rigidez da Alma do Pilar [Neves (2004)]</b>	<b>Diferença (%)</b>
Mc1p2ch1	Baixa	1428508	1486614	-3,9
Mc1p2ch2	Baixa	1473347	1486614	-0,9
Mc1p2ch3	Baixa	1479725	1486614	-0,6
Mc1p3ch2	Baixa	1576670	1636512	-3,7
Mc2p2ch1	Média	839016	825950	1,6
Mc2p2ch2	Média	860512	825950	4,2
Mc3p2ch2	Alta	267924	321161	-16,6
Mc4p2ch2	Alta	121924	136949	-11,0

Os resultados numéricos apresentaram uma razoável proximidade com os previstos pelo modelo de Neves (2004), em termos da rigidez da alma do pilar (tabela 2.2). A rigidez inicial baseada no comportamento global mostrou uma boa aproximação com a rigidez da alma do pilar. Entretanto, um erro maior é observado para almas de esbeltez mais elevada.

Portanto, como apontado por Bessa et al. (2005), os resultados da análise numérica foram considerados significativos e coerentes para as ligações estudadas,

quando comparados aos modelos teóricos já existentes, demonstrando o alto significado da resistência e da rigidez da alma do pilar em termos do comportamento das ligações com chapa de topo no eixo de menor inércia.

### **2.6.3. Hotes (2006)**

Em continuidade ao trabalho de Bessa (2004), Hotes (2006) buscou desenvolver uma análise numérica tridimensional, via Método dos Elementos Finitos, do comportamento de ligações viga-pilar com chapa de topo, segundo o eixo de menor inércia dos pilares, enfatizando a capacidade resistente da alma sob efeito do momento fletor.

Foram analisados modelos numéricos classificados nas três categorias já mencionadas, de acordo com a esbeltez da alma do pilar e, para possibilitar a avaliação da esbeltez da alma, isoladamente, foi adotada, em todos os modelos, a padronização das dimensões da viga, chapa de topo e dos parafusos.

O comportamento estrutural das ligações foi comparado com os resultados dos modelos analíticos disponíveis, tais como o “Component Method”, adotado pelo EUROCODE 3 (2000), o modelo de Gomes (1990), para determinar o momento plástico da alma do pilar, e o modelo de Neves (1996), que avalia a rigidez elástica da alma do pilar.

O enfoque principal do trabalho foi voltado para a análise da capacidade resistente da alma do pilar, analisando-se, ainda, a influência da variação da espessura e altura da alma do pilar no comportamento da curva momento-rotação.

Os resultados obtidos neste trabalho, de modo geral, atestando os parâmetros identificados por Gomes (1990) e Neves (1996) como os mais importantes em termos da capacidade resistente e da rigidez da alma do pilar (ver tabela 2.3), foram bem representativos quando se analisava a ligação com chapa de topo na direção do eixo de menor inércia como um todo.

Porém, revelou-se também a necessidade de aprimoramento de tais formulações de forma a englobar a influência dos demais fatores, em especial:

- a resistência dos componentes da ligação, especialmente os parafusos, que nos modelos numéricos indicou ser mais significativa à medida que se diminui a esbeltez da alma do pilar; e

- uma melhor avaliação da influência da mesa do pilar na resistência da alma, principalmente nos casos de restrição.

**Tabela 2.3: Resultados numéricos e teóricos da rigidez inicial (kNcm/rad).**

Classe	Modelo	S <sub>ini</sub> (Numérico)	S <sub>ini</sub> [Neves (1996)]	Diferença (%)
<b>1</b>	BIE <sub>1</sub>	1.557.050	3.084.477	49,5
	BIE <sub>2</sub>	1.471.348	2.169.166	32,2
	BIE <sub>3</sub>	1.131.045	1.526.055	25,9
<b>2</b>	MIE <sub>1</sub>	1.101.767	1.187.196	7,2
	MIE <sub>2</sub>	738.130	541.478	-36,3
	MIE <sub>3</sub>	783.715	938.702	16,5
	MIE <sub>4</sub>	644.424	722.609	10,8
	MIE <sub>5</sub>	577.135	557.184	-3,6
	MIE <sub>6</sub>	442.300	555.995	20,4
<b>3</b>	AIE <sub>1</sub>	405.759	327.373	-23,9
	AIE <sub>2</sub>	322.832	249.751	-29,3
	AIE <sub>3</sub>	257.943	159.868	-61,3
	AIE <sub>4</sub>	192.011	148.709	-29,1
	AIE <sub>5</sub>	144.441	113.864	-26,9
	AIE <sub>6</sub>	116.304	99.995	-16,3
	AIE <sub>7</sub>	109.260	83.872	-30,3
	AIE <sub>8</sub>	106.479	59.769	-78,2
	AIE <sub>9</sub>	78.827	59.911	-31,6

O modelo de Gomes (1990) supõe fixa a distância entre as forças de tração e compressão transmitidas para a alma do pilar e igual à distância entre os planos médios das mesas da viga. Entretanto, os resultados da análise numérica de Hotes (2006) mostraram que essa distância não é fixa e sofre considerável influência do índice de esbeltez da alma do pilar.

Outra constatação interessante foi que devido à grande flexibilidade da alma do pilar, sobretudo para os modelos da classe 3 (alta esbeltez), os parafusos da linha inferior (zona “comprimida”) também sofrem solicitação de tração.

Desse modo, Hotes (2006) conclui que a consideração do modelo teórico para a determinação das forças nos parafusos pode conduzir, em alguns casos, a resultados contrários à segurança, sendo necessária uma cuidadosa análise de cada situação, em especial nos casos em que a capacidade resistente da ligação for determinada pelo comportamento dos parafusos.

---

## MODELOS NUMÉRICOS

O presente capítulo é dedicado ao processo de preparação dos modelos numéricos analisados e à apresentação das etapas de desenvolvimento da análise numérica, incluindo hipóteses e simplificações quanto às particularidades das análises.

Os modelos numéricos são utilizados para representar, da forma mais realista possível, o comportamento das ligações segundo o eixo de menor inércia dos pilares, enfocando as ligações em que a viga é conectada à alma do pilar por intermédio de chapa de topo curta, ou seja, sem prolongamento além da mesa tracionada da viga.

São discutidos alguns aspectos da modelagem relacionados à definição da geometria, aos tipos de elementos finitos utilizados, à representação das relações constitutivas dos materiais e como variações desses fatores influenciam na resposta numérica.

As análises dos modelos numéricos, via Método dos Elementos Finitos, foram realizadas através do software comercial ANSYS, versão 9.0, utilizando-se ainda o software TrueGrid, específico para o pré-processamento, o que tornou possível ganhos significativos de produtividade na fase de construção da malha de elementos finitos.

O presente trabalho utilizou a metodologia dos modelos numéricos desenvolvidos por Bessa (2004) e Hotes (2006) para ligações viga-coluna com chapa de topo estendida na direção do eixo de menor inércia do pilar.

Visando obter resultados mais próximos do comportamento real da ligação,

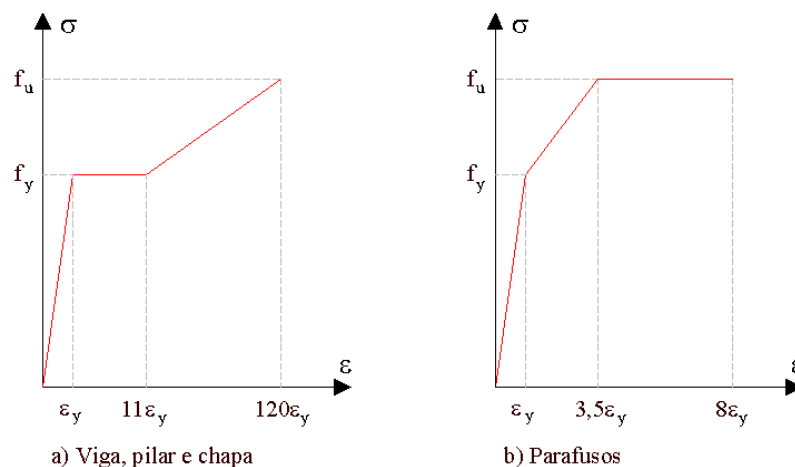


foram utilizados modelos tridimensionais e, para que fosse possível a análise da influência da esbeltez da alma, em todos os modelos foram mantidas constantes as dimensões da chapa de topo e do perfil da viga, o diâmetro dos parafusos e as dimensões das porcas e das cabeças dos parafusos. Desse modo, os modelos diferenciam-se apenas pelas características geométricas dos perfis dos pilares e comprimentos dos fustes dos parafusos, sendo estes últimos, dependentes da variação da espessura da alma do pilar. A partir dessas considerações, as características da análise e as simplificações adotadas são as mesmas para todos os modelos utilizados, levando-se em consideração as características de não-linearidade física descritas no próximo item.

### 3.1. CRITÉRIOS UTILIZADOS NA ANÁLISE NUMÉRICA

#### 3.1.1. Não-Linearidade Física

Para uma melhor consideração das características dos materiais envolvidos na ligação, foram adotados diagramas multilíneares para a representação do comportamento tensão-deformação do aço da viga, chapa de topo, pilar e dos parafusos através de um modelo representativo do diagrama multilinear, designado por *Multilinear Isotropic Hardening Plastic* (MISO), no ANSYS. Este modelo consiste em segmentos de retas consecutivos que servem para definir o comportamento elástico, a plastificação e o comportamento pós-plástico do material, de acordo com os parâmetros fornecidos pelo usuário.

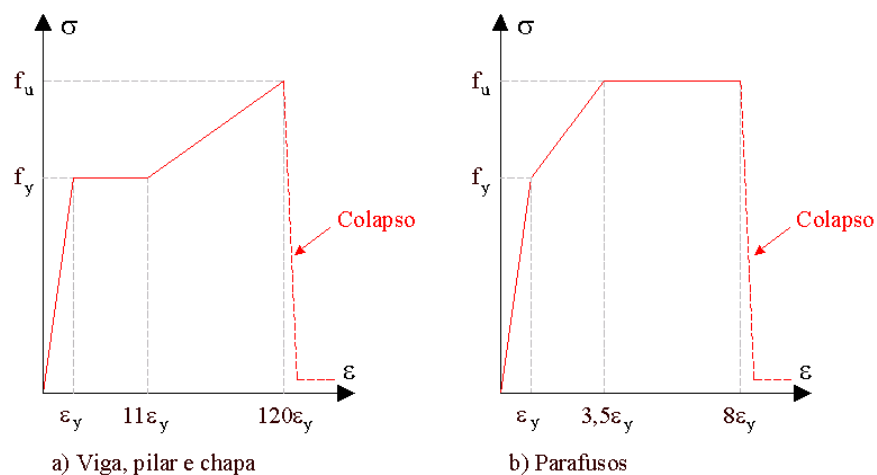


**Figura 3.1: Representação do diagrama multilinear – Fonte: Hotes (2006).**

O modelo *Multilinear Isotropic Hardening Plastic* (MISO) é capaz de reproduzir a plasticidade do aço utilizando as tensões equivalentes de Von Mises como critério de plastificação.

Como característica adicional do material dos parafusos, foi adotado um coeficiente de dilatação linear térmica de  $1 \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ . Como a protensão dos parafusos foi aplicada através de uma variação negativa de temperatura (questão que será abordada detalhadamente no item 3.2.6), é importante ressaltar que o modelo constitutivo aplicado na modelagem dos parafusos é independente da temperatura e, portanto, a aplicação de diferencial de temperatura não influencia a lei constitutiva não-linear, representando apenas um artifício para impor a força de protensão necessária.

Neste trabalho, foram adotados os modelos de Sherbourne (1996a e 1996b) para representação da viga, pilar e chapa (figura 3.1a) e parafusos (figura 3.1b). Entretanto, seguindo a recomendação de Maggi (2004), aos diagramas multilíneares foram acrescentados trechos adicionais descendentes, como indicado nas figuras 3.2a e 3.2b. Após a tensão máxima  $f_u$ , o trecho descendente nos diagramas tensão-deformação representa uma sofisticação das relações constitutivas apresentadas anteriormente, com relação à sua aplicação nas simulações numéricas para representar a ruptura do material.



**Figura 3.2: Representação do diagrama multilinear acrescido do trecho descendente para representação do colapso do material - Fonte: Maggi (2004).**

Como o colapso nos modelos é obtido, usualmente, pela falta de convergência da solução numérica, o que geralmente ocorre em estágios avançados de carregamento quando a solução não linear torna-se instável, a adoção de trechos descendentes com inclinação acentuada facilita a caracterização da instabilidade global do modelo

numérico e, assim, dos estados limites últimos das ligações analisadas.

### 3.1.2. Perfis Padronizados

Na determinação do comportamento elástico e pós-elástico da ligação na alma do pilar, é fundamental conhecer sua esbeltez  $\lambda_w$  dada pela relação:

$$\lambda_w = L_w / t_w \quad (3.1)$$

onde:  $L_w = h - 1,5 \cdot r$ , sendo:

$h$  = altura da alma da coluna;

$r$  = raio de laminação;

$t_w$  = espessura da alma da coluna.

Para perfis comerciais das classes IPE e HE, a esbeltez varia aproximadamente de 10 a 50. Segundo Neves (1996), para determinados valores de  $\lambda_w$ , tem-se a predominância dos comportamentos de cisalhamento ou flexão e cisalhamento combinados na resposta da curva momento-rotação para a alma da coluna.

Diante da grande escala de variação deste parâmetro, este trabalho utilizou perfis laminados padronizados, semelhantes aos da série HE, produzidos no mercado brasileiro. Assim, foram utilizados os mesmos perfis analisados nos modelos de Hotes (2006), em que se tem ligações de chapa de topo estendida na direção do eixo de menor inércia do pilar, de forma a se fazer, quando cabível, alguma comparação dos seus resultados com os obtidos nos modelos desenvolvidos neste trabalho.

## 3.2. PREPARAÇÃO DOS MODELOS NUMÉRICOS

A montagem dos modelos numéricos consistiu das seguintes fases:

- montagem da geometria do modelo;
- escolha dos tipos de elementos finitos a serem utilizados;
- definição das características dos materiais envolvidos;
- preparação da malha de elementos finitos na geometria;
- definição das condições de contorno do modelo;
- aplicação do carregamento.

O pré-dimensionamento foi feito utilizando-se as prescrições da norma brasileira NBR 8800 (1986), para definir as características geométricas da ligação e identificar os elementos críticos e os possíveis modos de colapso correspondentes.

As partes que compõem a ligação estudada (figura 3.3) são, de maneira geral: viga, chapa de topo soldada à viga, pilar e parafusos, estes utilizados juntamente com porcas para aperto.



**Figura 3.3: Ligação viga-pilar com chapa de topo curta**

Dentre as fases de montagem dos modelos numéricos, é de grande importância a montagem da geometria para a preparação da malha de elementos finitos, na qual uma escolha adequada da geometria pode facilitar sensivelmente a execução da malha.

Neste trabalho não foi tirado proveito da simetria geométrica da ligação, segundo o plano médio da alma da viga, como feito por Bessa (2004) e Hotes (2006) em seus modelos. Foi utilizado o modelo com a geometria completa, de forma a reduzir a influência da restrição imposta na região do plano médio da alma da viga, visando melhorar os resultados obtidos nas análises.

### **3.2.1. Montagem da Geometria do Modelo**

#### **3.2.1.1. Escolha dos Modelos**

Os modelos numéricos foram definidos a partir de um pré-dimensionamento,

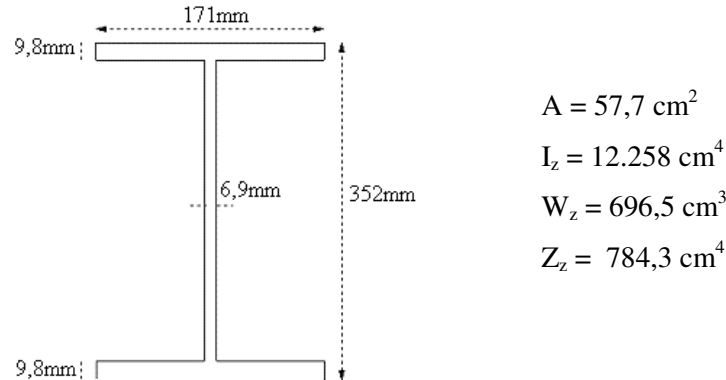
utilizando-se as prescrições da norma brasileira NBR 8800 (1986) para definir as características geométricas da ligação (dimensões e distância dos parafusos às extremidades da chapa) e para identificar os elementos críticos e os possíveis modos de colapso correspondentes. Como já mencionado, foram adotados os mesmos perfis laminados H e I da AÇOMINAS utilizados por Hotes (2006) para os pilares.

### 3.2.1.2. Características Geométricas dos Modelos

Hotes (2006) enfatizou que a necessidade de validação da análise numérica, via futura confrontação com resultados obtidos experimentalmente, bem como a comparação com resultados provenientes de modelos teóricos foram os fatores predominantes na definição das características geométricas dos modelos analisados.

Com base nesses pressupostos, as dimensões dos elementos componentes da ligação são detalhadas a seguir.

A figura 3.4 ilustra a seção transversal da viga – com suas respectivas dimensões e propriedades geométricas – que foi utilizada em todos os modelos analisados, admitindo-se a viga em balanço com comprimento  $L_x = 1,50\text{m}$ .

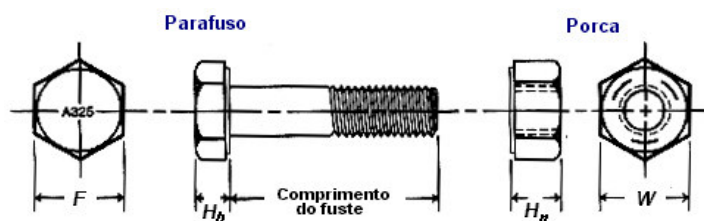


**Figura 3.4: Dimensões (em mm) e propriedades geométricas da seção transversal escolhida para a viga dos modelos numéricos (Perfil W360X44) - Fonte: Hotes(2006).**

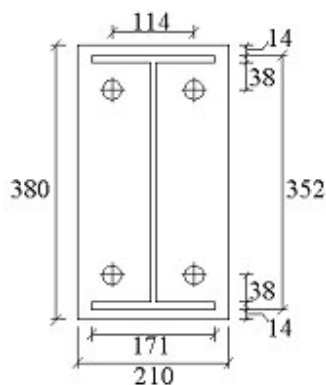
A geometria da chapa de topo depende, basicamente, do diâmetro dos parafusos utilizados na ligação e das dimensões da viga (altura e largura da mesa), respeitadas as recomendações normativas referentes às distâncias entre furos e entre esses e as bordas da chapa.

Visando a padronização dos modelos, buscou-se uniformizar o diâmetro dos parafusos e as dimensões da chapa de topo. A ligação do conjunto chapa/viga com o

pilar foi feita com parafusos ASTM-A325 de alta resistência (figura 3.5), com diâmetro de 19mm, sendo também de 19mm a espessura da chapa de topo (figura 3.6).



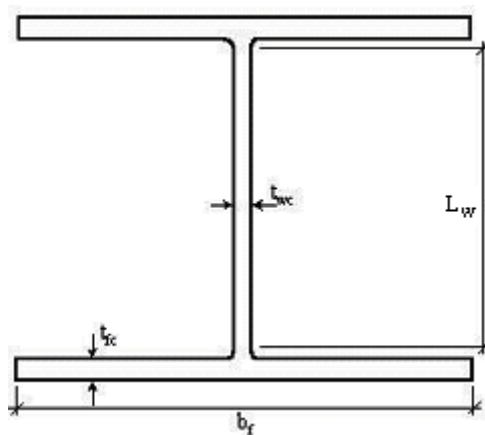
**Figura 3.5: Dimensões padronizadas dos parafusos ASTM-A325 Adaptado de Maggi (2000).**



**Parafuso 19 mm**

**Figura 3.6: Gabarito da chapa de topo com 19mm de espessura, em função do diâmetro dos parafusos (Dimensões em mm).**

A discretização do parafuso e da porca foi feita considerando-se o conjunto atuando como um único elemento, sendo o comprimento do fuste do parafuso igual ao somatório das espessuras da chapa de topo e alma do pilar, considerando-se, ainda, uma folga de 1mm entre os parafusos e as paredes dos furos da chapa de topo e da alma do pilar, conforme prescreve a NBR 8800 (1986).



**Figura 3.7: Geometria esquemática do pilar - Fonte: Bessa (2004).**

Em todos os modelos estudados foi considerada apenas a situação de ligação com chapa de topo curta com 4 (quatro) parafusos, sendo 2 (dois) na região tracionada e 2 (dois) na região comprimida.

A figura 3.7 apresenta, esquematicamente, os principais parâmetros da seção transversal dos perfis adotados para os pilares.

A tabela 3.1 apresenta as características geométricas dos pilares dos modelos analisados no trabalho, incluindo a designação dos correspondentes modelos numéricos, indicando o tipo de perfil utilizado no pilar, mantendo o diâmetro dos parafusos e a espessura da chapa de topo com valores constantes de 19mm.

**Tabela 3.1: Dimensões da seção dos perfis utilizados no pilar.**

Modelos	Perfil	$t_w$ (mm)	$L_w$ (mm)	$\lambda_w = L_w/t_w$	$t_{fc}$ (mm)	$b_f$ (mm)
<b>BIE<sub>1</sub></b>	HP310 x 125	17,4	253	14,54	17,4	312
<b>BIE<sub>2</sub></b>	HP310 x 110	15,4	253	16,43	15,5	310
<b>BIE<sub>3</sub></b>	HP310 x 93	13,1	253	19,31	13,1	308
<b>MIE<sub>1</sub></b>	W310 x 117	11,9	253	21,26	18,7	307
<b>MIE<sub>2</sub></b>	W360 x 122	13,0	296	22,77	21,7	257
<b>MIE<sub>3</sub></b>	W310 x 107	10,9	253	23,21	17,0	306
<b>MIE<sub>4</sub></b>	W310 x 97	9,9	253	25,56	15,4	305
<b>MIE<sub>5</sub></b>	W360 x 110	11,4	296	25,96	19,9	256
<b>MIE<sub>6</sub></b>	W250 x 44,8	7,6	225	29,61	13,0	148
<b>AIE<sub>1</sub></b>	W360 x 79	9,4	296	31,49	16,8	205
<b>AIE<sub>2</sub></b>	W360 x 72	8,6	296	34,42	15,1	204
<b>AIE<sub>3</sub></b>	W360 x 57,8	7,9	314	39,75	13,1	172
<b>AIE<sub>4</sub></b>	W360 x 51	7,2	314	43,61	11,6	171
<b>AIE<sub>5</sub></b>	W360 x 44	6,9	314	45,51	9,8	171
<b>AIE<sub>6</sub></b>	W360 x 39	6,5	314	48,31	10,7	128
<b>AIE<sub>7</sub></b>	W530 x 82	9,5	483	50,84	13,3	209
<b>AIE<sub>8</sub></b>	W410 x 46,1	7,0	363	51,86	11,2	140
<b>AIE<sub>9</sub></b>	W360 x 32,9	5,8	314	54,14	8,5	127

Como o principal parâmetro que definiu os pilares utilizados nos modelos numéricos foi a esbeltez da alma ( $\lambda_w$ ), definida pela relação entre a altura e a espessura da mesma, as denominações BIE, MIE e AIE apresentadas na tabela 3.1 referem-se, respectivamente, aos modelos pertencentes às classes 1, 2 e 3, ou seja, ligações com baixo ( $\lambda_w < 20$ ), médio ( $20 \leq \lambda_w < 30$ ) e alto ( $\lambda_w \geq 30$ ) índice de esbeltez da alma do pilar.

### 3.2.2. Elementos Finitos Utilizados

A escolha dos tipos de elementos finitos para a utilização na discretização dos modelos depende, principalmente, das características da geometria e das considerações feitas na representação da ligação. Além da necessidade de obtenção de precisão nos resultados, juntamente com a otimização do modelo, é necessário obter uma razão eficiente entre qualidade dos resultados e minimização do esforço computacional, principalmente no que se refere a tempo de processamento.

Desta maneira, observando as características das ligações, foram utilizados três tipos de elementos (figura A.5.1 do Anexo 5): o primeiro, do tipo volumétrico, para representação da geometria do modelo (pilar, viga, chapa de topo, parafusos e porcas); um segundo de “contato”, para a representação das descontinuidades geométricas e, por último, um elemento unidimensional de barra para produzir um acréscimo ao comprimento efetivamente discretizado da viga. A utilização deste último elemento visa, fundamentalmente, a obtenção da redução do número de elementos do modelo, sem se comprometer com o seu desempenho, adotados os devidos cuidados relativos ao acoplamento dos graus de liberdade na interseção dos dois tipos de elementos.

#### 3.2.2.1. Elemento Volumétrico

O elemento escolhido para este tipo de análise foi o elemento finito denominado SOLID45, que possui 8 nós, cada um com liberdade de translação nas direções X, Y e Z.

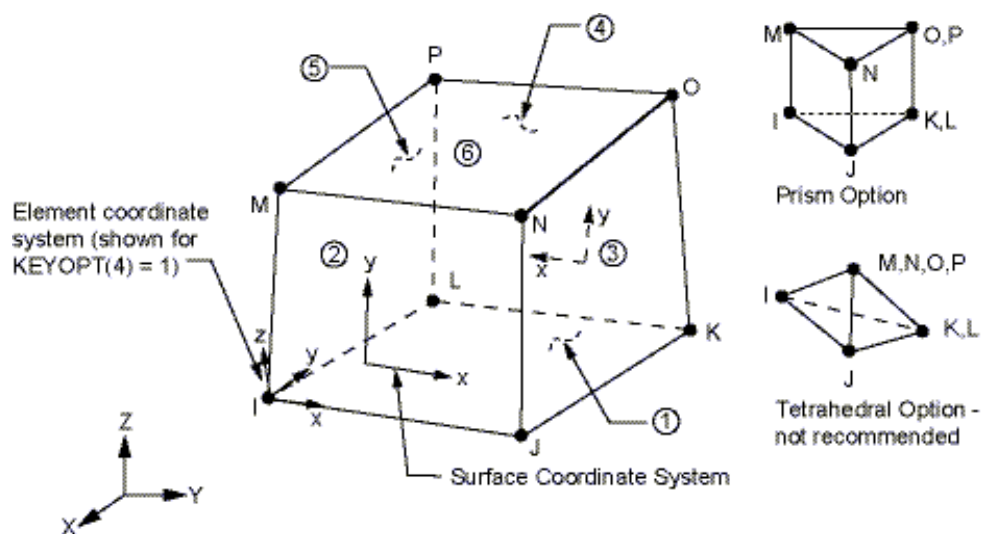


Figura 3.8: Elemento SOLID45 - Fonte: ANSYS Help System Release 9.0.



Possui ainda características de plasticidade, admitindo a utilização de diagrama multilinear para a representação do comportamento tensão-deformação do material utilizado. A sua representação esquemática é apresentada na figura 3.8.

Mesmo havendo elementos finitos abrangendo maior número de graus de liberdade e com nós em pontos intermediários de suas arestas, adotou-se tal elemento por apresentar uma geometria regular, viabilizando, assim, a utilização de elementos sem nós intermediários. Sem contar que os resultados de rotações podem ser calculados através dos resultados fornecidos pelas translações dos nós, não havendo necessidade de graus de liberdade que representem as rotações nos elementos. Com relação à plasticidade, os elementos de ordem inferior podem ser mais adequados.

#### **3.2.2.2. Elemento de Contato**

A ligação viga-pilar, responsável pela transmissão dos momentos fletores e forças cortantes da viga para o pilar, possui um comportamento previsível em termos da identificação das regiões em que há compressão da chapa de topo contra a alma do pilar (região comprimida da viga) e de regiões em que há um deslocamento da chapa de topo com relação à alma do pilar (região tracionada). Nessas regiões, devido às forças de tração, a chapa de topo é mantida presa à alma do pilar através da atuação dos parafusos e porcas de conexão.

Uma das formas de modelar essas regiões, uma vez que não deve haver restrições quanto ao deslocamento da alma do pilar, principalmente, na direção das forças de tração e compressão que compõem o binário de forças advindo do momento fletor, é a utilização de elementos de contato entre as regiões.

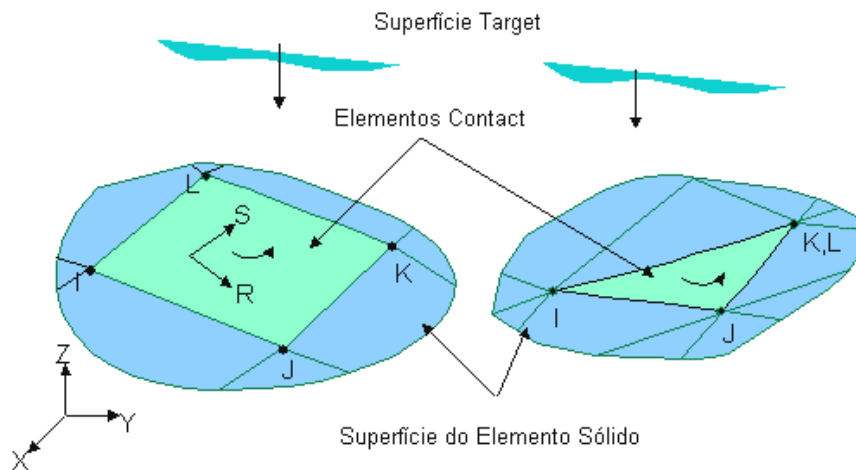
Os elementos finitos de contato estabelecem novos termos na matriz de rigidez, fornecendo informações ao processo da análise numérica quanto a pontos ou regiões distintas, que deverão gerar forças de superfície ao serem comprimidas umas com as outras; ou níveis de abertura quando houver separação. Assim, o elemento de contato possui características de grande rigidez à compressão e nenhuma à tração, além de levar em conta a rigidez tangencial entre superfícies, a partir da consideração de um coeficiente de atrito.

Para a análise numérica do modelo foram escolhidos dois elementos de contato denominados TARGE170 e CONTA173, que estabelecem a interação entre superfícies

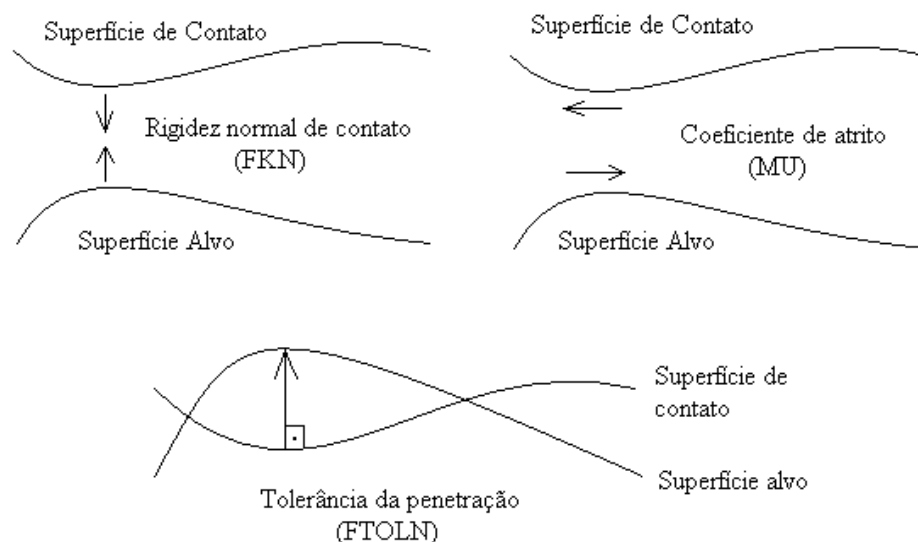
de contato (ver figura A.5.2 do Anexo 5).

O elemento TARGE170 é utilizado para representar as superfícies “target” (alvo) dos elementos 3D, que deverão trabalhar em associação com os elementos “contact” (elementos de contato, propriamente ditos). Os elementos “target” são contínuos e delimitam, portanto, as superfícies deformáveis do corpo, representando a superfície alvo do par de contato.

O elemento CONTA173 é usado para representar o contato e o deslizamento entre as superfícies alvo (TARGE170) de elementos 3D e as superfícies deformáveis definidas por este elemento. O contato ocorre quando a superfície do elemento “contact” penetra em um dos elementos do segmento “target”, sendo a superfície de ambos os elementos definida por 3 ou 4 nós, conforme a figura 3.9.



**Figura 3.9: Representação esquemática dos elementos de contato - Fonte: ANSYS Help System Release 9.0.**



**Figura 3.10: Características dos elementos TARGE170 E CONTA173.**

O par de contato (elementos TARGE170 e CONTA173) levam em consideração a rigidez normal do contato entre as superfícies, o atrito e a penetração na direção normal da superfície como apresentado na figura 3.10. Essas propriedades são respectivamente definidas, no software ANSYS 9.0, como FKN, MU e FTOLN.

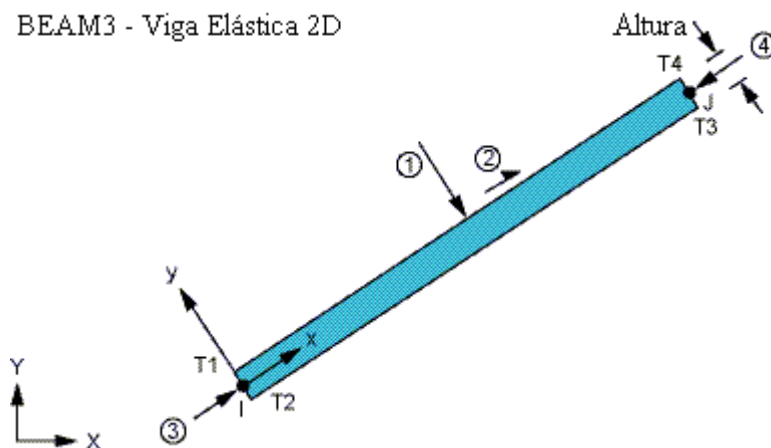
As características dos elementos de contato e os seus respectivos valores utilizados neste estudo são apresentados no item I.2 do Anexo 5.

### 3.2.2.3. Elemento de Barra

Um elemento unidimensional de barra foi utilizado para representar um acréscimo ao comprimento da viga constituído por elementos sólidos, visando-se à diminuição do número de elementos nas regiões onde apenas a transmissão de esforços é preponderante (próximo à extremidade da viga) sem o comprometimento da análise na região da ligação.

O elemento linear utilizado foi o BEAM3 (figura 3.11) que possui três graus de liberdade por nó (translações nas direções X e Y e rotação em torno do eixo Z) e é definido através da área da seção transversal, do momento de inércia em relação ao eixo Z, da altura da seção e das propriedades do material.

A continuidade dos esforços dos elementos de barra (BEAM3) para os elementos volumétricos (SOLID45) na viga é garantida pelo acoplamento dos graus de liberdade nos nós de interseção dos dois tipos de elementos (ver item 3.2.4.5).



**Figura 3.11: Elemento BEAM3 - Fonte: ANSYS Help System Release 9.0.**

### 3.2.3. Características dos Materiais

Foram utilizados, na análise numérica, dois tipos de materiais: o aço ASTM-A572-Grau50 para representar a viga, chapa de topo e pilar, e o aço ASTM-A325 para os parafusos e porcas.

Para a caracterização do comportamento dos materiais da viga, pilar, chapa de topo e parafusos foram usados os diagramas multilíneares já comentados no item 3.1.1, cujas constantes foram utilizadas para todos os modelos e estão indicadas na tabela 3.2, para cada componente da ligação.

**Tabela 3.2: Características dos materiais -  $E$ ,  $f_y$  e  $f_u$  em  $\text{kN/cm}^2$  (Diagrama multilinear acrescido do trecho descendente)**

	Viga e Pilar	Chapa de Topo	Parafuso e Porca
$E$	20.500	20.500	20.500
$f_y$	34,5	34,5	63,5
$\varepsilon_1$	0,001682	0,001682	0,003097
$f_y$	34,5	34,5	82,5
$\varepsilon_2$	0,01851	0,01851	0,010841
$f_u$	45	45	82,5
$\varepsilon_3$	0,201951	0,201951	0,02478
$f_4$	0,45	0,45	0,825
$\varepsilon_4$	0,201968	0,201968	0,024811

Para a viga, pilar e chapa de topo considerou-se o mesmo tipo de material, adotando-se os valores de  $E$ ,  $f_y$  e  $f_u$  indicados no catálogo da AÇOMINAS, sendo os valores das deformações específicas  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$  e  $\varepsilon_3$  determinados conforme os modelos de Sherbourne (1996a e 1996b), considerando-se  $\varepsilon_1 = \varepsilon_y = f_y / E$  e:

- para a viga, o pilar e a chapa de topo:

$$\varepsilon_2 = 11 \cdot \varepsilon_1 \text{ e } \varepsilon_3 = 120 \cdot \varepsilon_1 \quad (3.2)$$

- para os parafusos:

$$\varepsilon_2 = 3,5 \cdot \varepsilon_1 \text{ e } \varepsilon_3 = 8 \cdot \varepsilon_1 \quad (3.3)$$

O par de valores de tensão-deformação considerado para adicionar o trecho descendente ao diagrama multilinear foi determinado da seguinte forma:

- para a viga, o pilar e a chapa de topo:

$$f_4 = 0,01 \cdot f_u \text{ e } \varepsilon_4 = 120,01 \cdot \varepsilon_1 \quad (3.4)$$

- para os parafusos:

$$f_4 = 0,01 \cdot f_u \text{ e } \varepsilon_4 = 8,01 \cdot \varepsilon_1 \quad (3.5)$$

Um terceiro tipo de material foi utilizado para representar os elementos de contato. Essa consideração foi feita de modo a atender às características do elemento finito escolhido para representar a interação entre os componentes da ligação. Segundo orientação contida no programa ANSYS, considerou-se um material elástico linear, adotando-se para o módulo de elasticidade longitudinal um valor igual ao dos outros materiais envolvidos ( $E = 20.500 \text{ kN/cm}^2$ ).

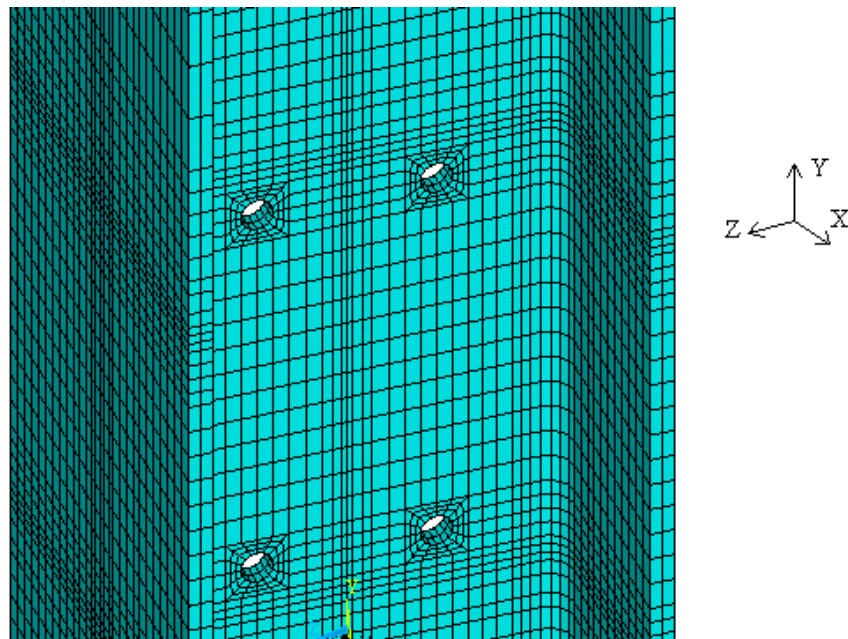
### 3.2.4. Definição da Malha de Elementos Finitos

A definição da malha de elementos finitos é parte essencial da análise, na qual a geometria da discretização é moldada com os elementos finitos previamente escolhidos.

Neste item, serão apresentados alguns detalhes das malhas geradas para os componentes da ligação, inclusive para os elementos de contato.

#### 3.2.4.1. Pilar

A malha de elementos finitos que compõe o pilar está representada na figura 3.12, observando-se que a concepção do modelo numérico, como já comentado, não leva em consideração a simetria a partir do plano médio da alma da viga como adotado por Bessa (2004) e Hotes (2006) em seus modelos.



**Figura 3.12: Malha de elementos finitos para o pilar.**

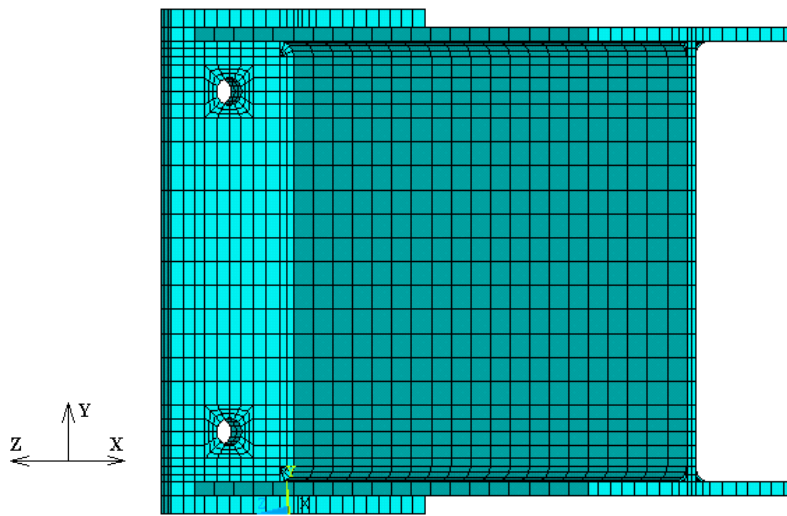
O comprimento do pilar foi estendido, a partir do plano médio das mesas inferior e superior da viga, com comprimentos equivalentes a 1,5 vezes a altura da seção

transversal da viga.

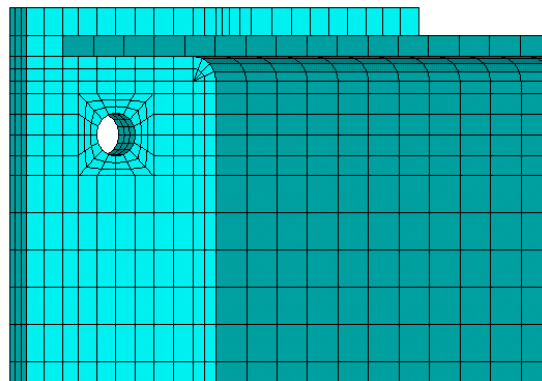
#### 3.2.4.2. Viga e Chapa de Topo

A viga e a chapa de topo (figura 3.13) foram representadas como um bloco único, já que os nós de interseção entre a viga e a chapa de topo pertencem aos dois componentes, visto que a chapa de topo se encontra soldada à viga.

Na figura 3.14 é apresentado um detalhe do furo na chapa de topo. Como foi considerado o uso de folgas, previstas na montagem, o diâmetro dos furos é 2mm maior que o diâmetro dos parafusos considerados.



**Figura 3.13: Malha da viga e chapa de topo.**

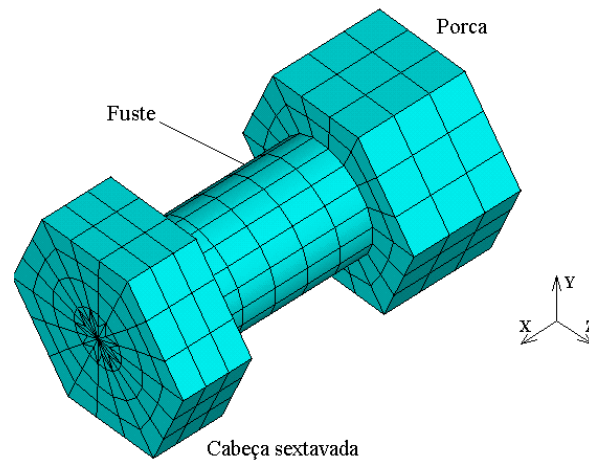


**Figura 3.14: Detalhe dos furos e malha nas interseções.**

#### 3.2.4.3. Parafusos

Devido à natureza do carregamento aplicado e ao comportamento do conjunto parafuso/porca, os parafusos e porcas foram considerados como sendo elementos

únicos, adotando-se a malha de elementos finitos apresentada na figura 3.15.

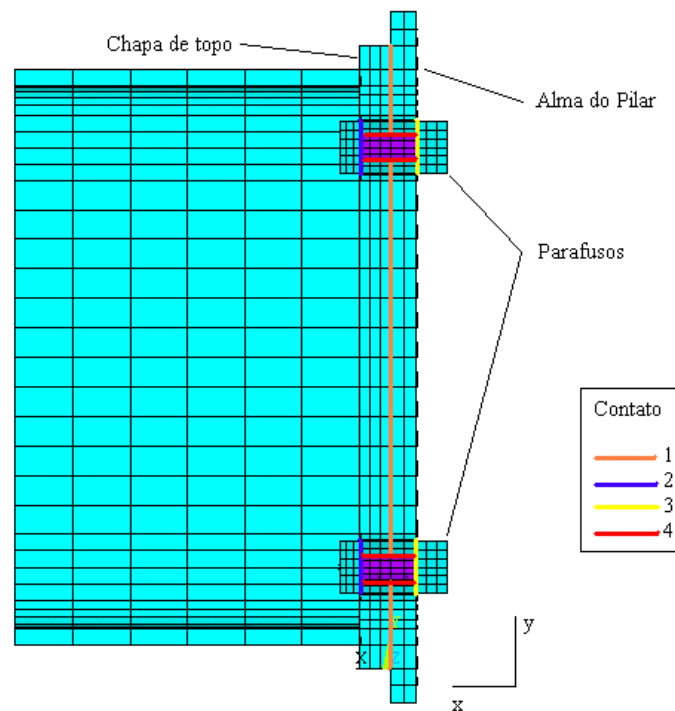


**Figura 3.15: Detalhe da malha do conjunto parafuso/porca.**

#### 3.2.4.4. Elementos de Contato

Os elementos de contato têm a função de representar todas as possíveis interações entre os componentes da ligação representados no modelo numérico.

Na figura 3.16 apresenta-se a localização das superfícies de contato, em uma vista lateral do modelo.



**Figura 3.16: Posicionamento dos elementos de contato.**

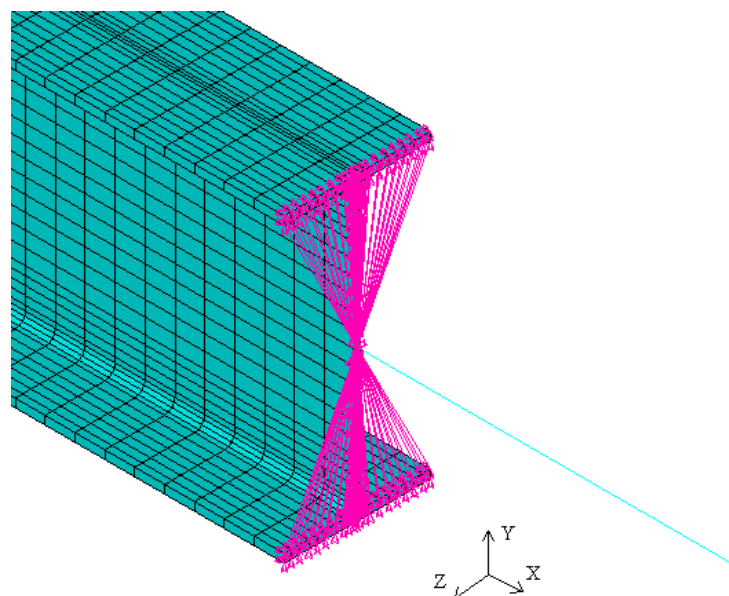
Portanto, são definidos os seguintes pares de contato entre as superfícies:

- *Contato 1*: superfície posterior da chapa de topo com a superfície anterior da alma do pilar;
- *Contato 2*: superfície posterior da cabeça do parafuso com a superfície anterior da chapa de topo;
- *Contato 3*: superfície anterior da porca com a superfície posterior da alma do pilar;
- *Contato 4*: superfície do fuste dos parafusos com as paredes dos furos da chapa de topo e da alma do pilar.

#### 3.2.4.5. Acoplamento dos Graus de Liberdade

Para a análise utilizou-se 1,50m como o comprimento total do vão livre da viga fazendo-se uso dos elementos finitos tridimensionais na faixa de comprimento equivalente a  $2H$  ( $H$  = altura da viga), a partir da ligação, adotando-se o elemento de barra para o trecho restante.

A continuidade dos esforços foi garantida através do acoplamento dos graus de liberdade na seção de interseção dos dois tipos de elementos, de modo a garantir a transmissão dos deslocamentos e rotações dos elementos de barra para os tridimensionais, mostrado na figura 3.17.



**Figura 3.17: Acoplamento dos nós na seção de interseção BEAM-SOLID.**

Esse acoplamento foi executado considerando-se as condições representadas



pelas equações (3.6) e (3.7):

$$U_{y(SOLID)} = U_{y(BEAM)} \quad (3.6)$$

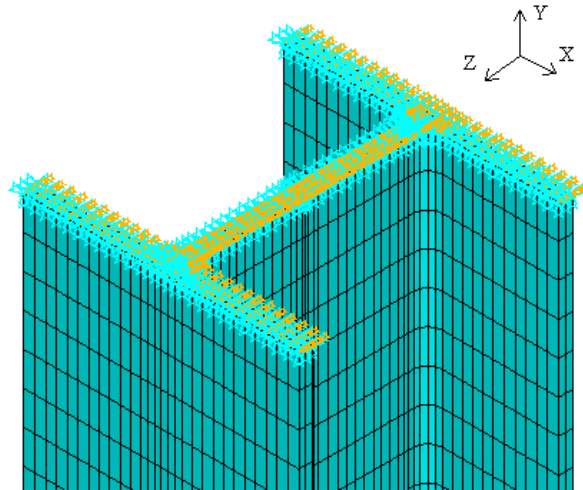
$$U_{x(SOLID)} = U_{x(BEAM)} + ROT_{z(BEAM)} \cdot d_{y(BEAM-SOLID)} \quad (3.7)$$

Os parâmetros  $U_x$  e  $U_y$  correspondem aos deslocamentos segundo as direções X e Y dos nós dos elementos SOLID e BEAM;  $ROT_z$  é a rotação, em torno do eixo Z, do nó do elemento BEAM e  $d_y$  é a distância, medida segundo a direção Y, entre o nó do elemento BEAM e os demais nós dos elementos SOLID situados na seção transversal, sendo o nó do elemento BEAM considerado como nó de referência.

### 3.2.5. Condições de Contorno

A ligação propriamente dita é constituída pela alma do pilar, sem enrijecedores, com as respectivas mesas, estando conectada à chapa de topo e à viga por meio de parafusos.

Nas extremidades, inferior e superior, do pilar foram impostas as restrições de impedimento à translação nas direções X, Y e Z (figura 3.18).



**Figura 3.18: Vinculação das extremidades do pilar nas três direções.**

É importante observar também que o conjunto chapa de topo/viga não possui restrições quanto aos deslocamentos relativos, já que tais restrições são impostas pelo contato com os parafusos e com a alma do pilar.

### 3.2.6. Aplicação do Carregamento

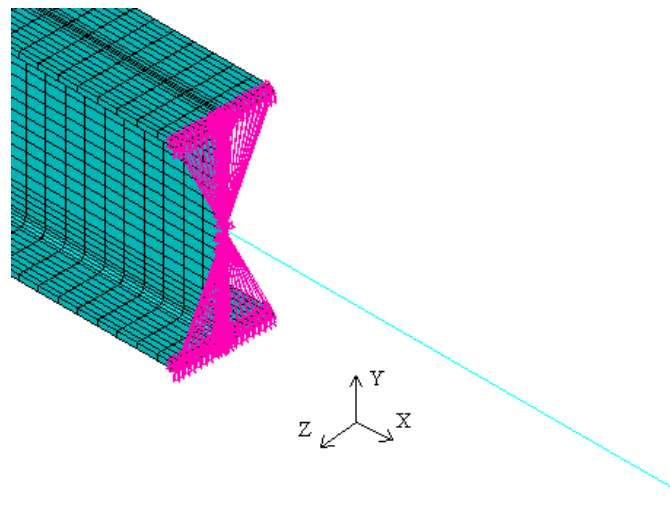
A introdução do carregamento foi feita em duas fases distintas: protensão dos parafusos e carregamento da viga.

A primeira fase teve por finalidade simular a protensão (aperto de montagem) através de um carregamento auxiliar, de acordo as recomendações normativas, aplicando-se uma variação negativa de temperatura aos elementos que compõem o fuste dos parafusos.

Dessa forma, como resultado da aplicação desse carregamento, os parafusos sofrem encurtamentos que, sendo impedidos pela chapa de topo e pela alma do pilar, simulam o comportamento devido à protensão, ou seja, são introduzidas tensões positivas no fuste e pressões de contato entre a chapa e a alma do pilar.

A variação de temperatura utilizada foi calculada de modo a resultar em uma força de protensão equivalente a 125kN para os parafusos de 19mm de diâmetro, de acordo com as recomendações da NBR 8800 (1986), obtendo-se a variação de temperatura de  $-320^{\circ}\text{C}$ .

Terminada a fase de protensão, inicia-se a fase do carregamento propriamente dito através da aplicação de uma força vertical em Y, de cima para baixo, na extremidade livre do elemento de viga, como mostrado na figura 3.19.



**Figura 3.19: Carregamento aplicado à extremidade livre da viga**

O valor máximo da carga vertical foi estabelecido para cada modelo, de modo a gerar na ligação um momento fletor total cerca de 30% superior ao momento de

plastificação teórico da alma do pilar ou da chapa de topo e parafusos, conforme o mais crítico. Em todos os casos, o momento de plastificação teórico da seção transversal da viga foi superior às duas situações anteriores.

---

# APRESENTAÇÃO / DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

## 4.1. ASPECTOS GERAIS

Neste capítulo são discutidos e apresentados os resultados referentes à análise numérica desenvolvida. Tal análise possibilitou a verificação da influência da esbelteza da alma do pilar na capacidade resistente ao momento fletor, assim como a importância da restrição imposta pelas mesas do pilar na capacidade rotacional na direção do eixo de menor inércia do pilar.

São também apresentadas as curvas momento-rotação obtidas para os modelos numéricos; a comparação entre o momento resistente calculado a partir do Método dos Componentes com o momento último atingido na análise numérica pela viga, chapa de topo e parafusos, conforme o mais crítico; a comparação entre a formação do mecanismo plástico da alma do pilar através do modelo de Gomes (1990) e do modelo numérico, bem como a avaliação da rigidez inicial pelo modelo de Neves (2004) e pelos modelos analisados.

A tabela 4.1 indica os valores teóricos das forças, dos correspondentes momentos teóricos de plastificação da alma e dos componentes da ligação (viga, chapa de topo e parafusos).

Para melhor compreensão da análise dos resultados é apresentada a tabela 4.2,

com os valores numéricos das forças e dos correspondentes momentos resistentes da alma e ligação (viga, chapa de topo e parafusos).

**Tabela 4.1: Valores teóricos de  $F_{pl}$  e  $M_{pl}$  (unidades em kN e kNcm).**

Classe	Modelo	$F_{pl}$ (alma)	$M_{pl}$ (alma)	$M_{pl}$ (comp)	$M_{pl}$ (crítico)	$F_{pl}$ (extremidade da viga)
1	BIE <sub>1</sub>	505,76	15.132,31	7.876,08	7.876,08	52,51
	BIE <sub>2</sub>	396,17	11.853,54			
	BIE <sub>3</sub>	286,67	8.577,27			
2	MIE <sub>1</sub>	236,56	7.077,84		7.077,84	36,66
	MIE <sub>2</sub>	247,24	7.397,28		7.397,28	38,71
	MIE <sub>3</sub>	198,47	5.938,27		5.938,27	34,95
	MIE <sub>4</sub>	163,73	4.898,66		4.898,66	29,15
	MIE <sub>5</sub>	190,12	5.688,46		5.688,46	35,79
	MIE <sub>6</sub>	106,21	3.177,84		3.177,84	17,18
3	AIE <sub>1</sub>	129,26	3.867,60		3.867,60	25,78
	AIE <sub>2</sub>	108,20	3.237,29		3.237,29	21,58
	AIE <sub>3</sub>	87,76	2.625,66		2.625,66	17,50
	AIE <sub>4</sub>	72,89	2.180,97		2.180,97	14,54
	AIE <sub>5</sub>	66,95	2.003,01		2.003,01	13,35
	AIE <sub>6</sub>	59,41	1.777,50		1.777,50	11,85
	AIE <sub>7</sub>	101,67	3.042,02		3.042,02	20,28
	AIE <sub>8</sub>	63,22	1.891,69		1.891,69	12,61
	AIE <sub>9</sub>	47,30	1.415,27		1.415,27	9,44

**Tabela 4.2: Valores numéricos de  $F_{res}$  e  $M_{res}$  (unidades em kN e kNcm).**

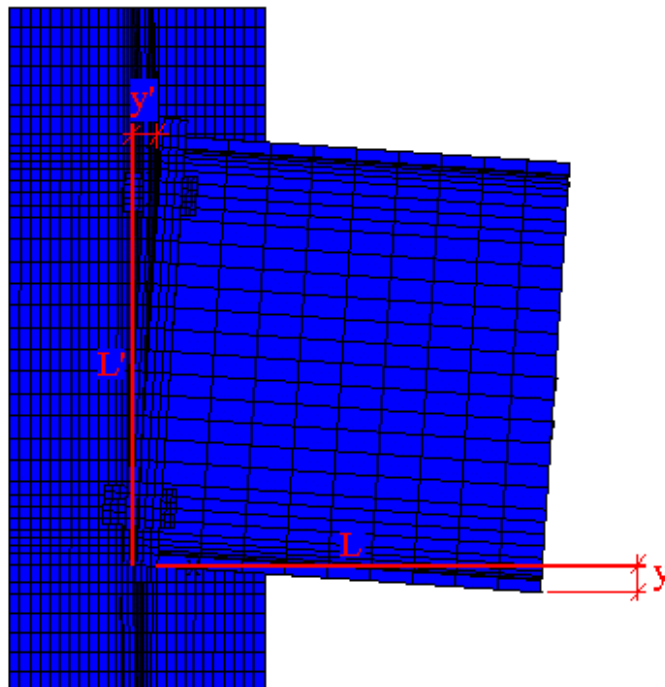
Classe	Modelo	$F_{res}$ (alma)	$M_{res}$ (alma)	$M_{res}$ (ligação)	$M_{res}$ (crítico)	$F_{res}$ (extremidade da viga)
1	BIE <sub>1</sub>	575,58	5.700,31	4.425,31	4.425,31	85,0
	BIE <sub>2</sub>	461,20	4.706,25	4.206,25	4.206,25	100,0
	BIE <sub>3</sub>	362,43	4.241,25	3.941,25	3.941,25	60,0
2	MIE <sub>1</sub>	285,44	4.034,38	4.034,38	4.034,38	50,0
	MIE <sub>2</sub>	295,84	3.853,13	3.853,13	3.853,13	50,0
	MIE <sub>3</sub>	248,52	4.113,00	4.113,00	4.113,00	48,0
	MIE <sub>4</sub>	203,29	3.047,19	3.922,19	3.047,19	35,0
	MIE <sub>5</sub>	235,87	3.082,50	3.882,50	3.082,50	40,0
	MIE <sub>6</sub>	134,90	2.392,19	2.642,19	2.392,19	25,0
3	AIE <sub>1</sub>	166,83	2.287,50	4.092,60	2.287,50	30,0
	AIE <sub>2</sub>	138,91	1.979,25	2.399,25	1.979,25	28,0
	AIE <sub>3</sub>	113,51	1.509,38	2.409,38	1.509,38	30,0
	AIE <sub>4</sub>	96,63	1.359,38	2.559,38	1.359,38	30,0
	AIE <sub>5</sub>	89,10	1.268,75	2.668,75	1.268,75	28,0
	AIE <sub>6</sub>	78,33	1.178,13	2.998,13	1.178,13	26,0
	AIE <sub>7</sub>	128,89	1.227,19	2.277,19	1.227,19	35,0
	AIE <sub>8</sub>	81,88	988,75	2.808,75	988,75	28,0
	AIE <sub>9</sub>	62,65	876,56	3.208,40	876,56	25,0

A partir da comparação entre as tabelas 4.1 e 4.2 é possível perceber que, os momentos teóricos de plastificação da alma e dos componentes da ligação foram, respectivamente, superiores aos seus momentos resistentes numéricos. No entanto, os valores teóricos das forças que aplicadas na extremidade da viga provocaram a plastificação da alma do pilar ou dos componentes da ligação e, das forças que compõem o binário de reação da alma do pilar, causando a plastificação da mesma, são inferiores aos resultados das respectivas forças obtidas numericamente.

O valor total do carregamento aplicado em cada modelo numérico teve como referência o momento de plastificação teórico obtido como sendo o mais crítico dentre os componentes da ligação e alma do pilar.

## 4.2. CURVA MOMENTO-ROTAÇÃO

A relação momento-rotação é a principal característica de uma ligação viga-pilar, sendo descrita por uma curva que possui como abscissa a rotação  $\phi$  da ligação e como ordenada o momento  $M$  aplicado.



**Figura 4.1: Determinação das rotações: alma e ligação.**

Para a confecção das curvas, a rotação da ligação foi obtida, para cada

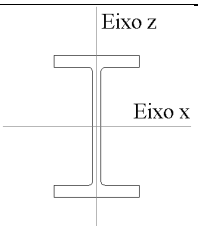
incremento de carga, a partir da diferença  $y$  do deslocamento vertical de dois nós, próximos entre si, localizados na mesa inferior da viga, dividida pela distância  $L$  entre esses pontos, conforme ilustrado na figura 4.1. Foi adotado como o primeiro desses nós, o ponto de interseção entre a viga e a chapa de topo, e o segundo nó localizando-se a uma distância de 10cm do primeiro.

A figura 4.1 mostra, ainda, que a rotação da alma, a cada incremento de carga é determinada pela diferença  $y'$  do deslocamento horizontal relativo entre dois nós localizados na alma do pilar e pela distância  $L'$  entre eles. Esses nós situam-se nos pontos de interseção entre a alma e o ponto mais externo da continuidade da mesa da viga, ou seja, seleciona-se na alma do pilar os pontos em que a mesma coincidiria com a extensão da mesa da viga.

#### 4.2.1. Pilares com Alma de Baixa Esbeltez (Classe 1)

Na tabela 4.3 são apresentadas as características geométricas dos modelos numéricos analisados para ligações com pilares de alma pouco esbelta (classe 1), escolhidos visando à avaliação da influência dos parâmetros altura  $L_w$  e espessura  $t_w$  da alma, em termos de resistência e rigidez, bem como para verificar o comportamento de toda a ligação por meio de suas curvas momento-rotação.

**Tabela 4.3: Características geométricas dos modelos da classe 1 (unidades em mm e cm<sup>4</sup>).**

Modelos	Perfil	$t_w$	$L_w$	$\lambda_w=L_w/t_w$	$t_{fc}$	$b_f$	$I_z$	
<b>BIE<sub>1</sub></b>	HP 310x125	17,4	253	14,54	17,4	312	8.823	
<b>BIE<sub>2</sub></b>	HP 310x110	15,4	253	16,43	15,5	310	7.707	
<b>BIE<sub>3</sub></b>	HP 310x93	13,1	253	19,31	13,1	308	6.397	

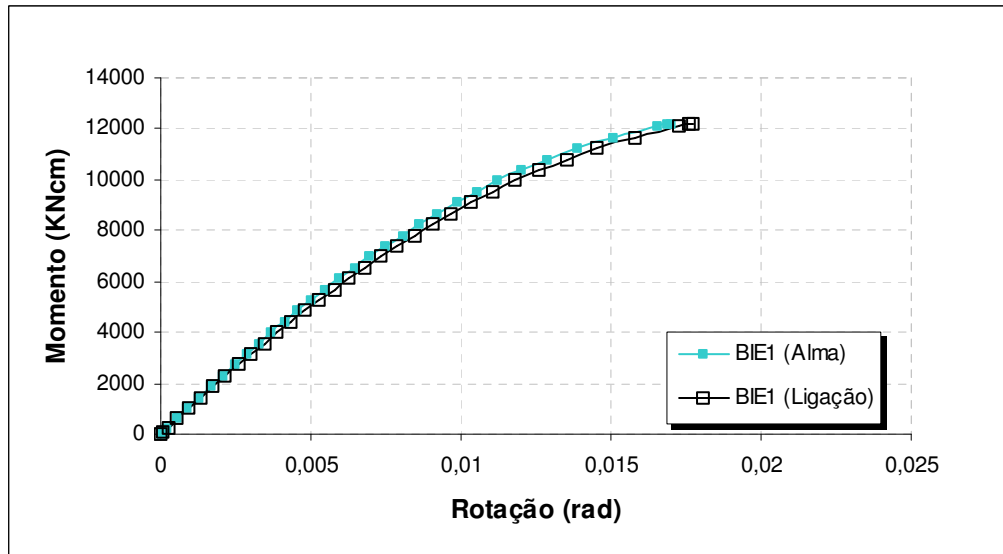
Em todos os modelos de baixa esbeltez (classe1) o momento teórico de plastificação da alma foi superior ao dos componentes da ligação, como apresentado na tabela 4.4, onde é também indicada a solicitação aplicada em cada modelo.

**Tabela 4.4: Momentos resistentes de plastificação dos modelos da classe 1 (kNcm).**

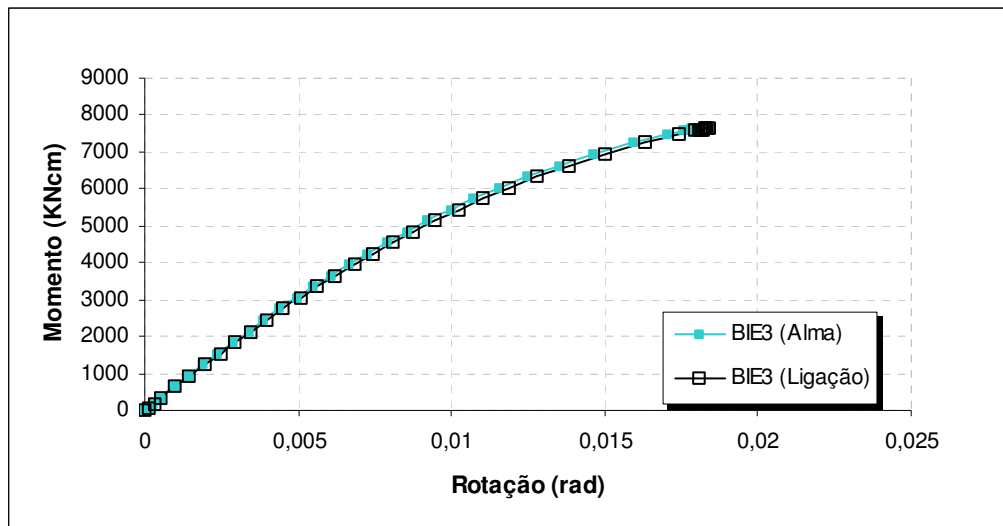
Modelo	$M_{pl} \text{ (comp)}$	$M_{pl} \text{ (alma)}$	$M_{apl}$
<b>BIE<sub>1</sub></b>	7.876,08	15.132,31	12.750,00
<b>BIE<sub>2</sub></b>		11.853,54	15.000,00
<b>BIE<sub>3</sub></b>		8.577,27	9.000,00

O modo de falha correspondente aos componentes da ligação, uma vez que a geometria da viga, chapa de topo e parafusos é mantida constante para todos os modelos, foi a ruptura dos parafusos, ou seja, o modo de falha 3 na classificação do Método dos Componentes.

As figuras 4.2 e 4.3 apresentam, respectivamente, as curvas momento-rotação obtidas para a alma e para a ligação dos modelos BIE<sub>1</sub> e BIE<sub>3</sub>.



**Figura 4.2: Curvas momento-rotação do modelo BIE<sub>1</sub> (alma e ligação).**



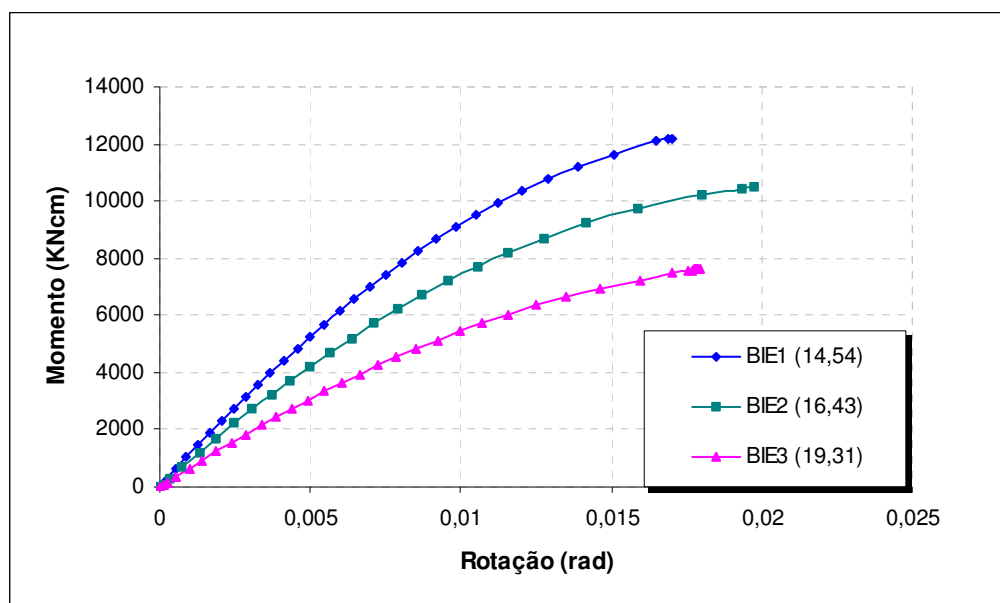
**Figura 4.3: Curvas momento-rotação do modelo BIE<sub>3</sub> (alma e ligação)**

Observa-se que não há grande diferença de comportamento devido ao fato de que o momento de plastificação da alma é superior, em ambos os casos (como também para o modelo BIE<sub>2</sub>), ao dos demais componentes da ligação. Adicionalmente, deve-se



considerar que a largura da chapa de topo ( $b_{ch} = 210\text{mm}$ ) é muito próxima da altura da alma do pilar ( $L_w = 253\text{mm}$ ), o que confere maior rigidez à alma do pilar, dada a proximidade entre as bordas verticais da chapa de topo e as mesas do pilar.

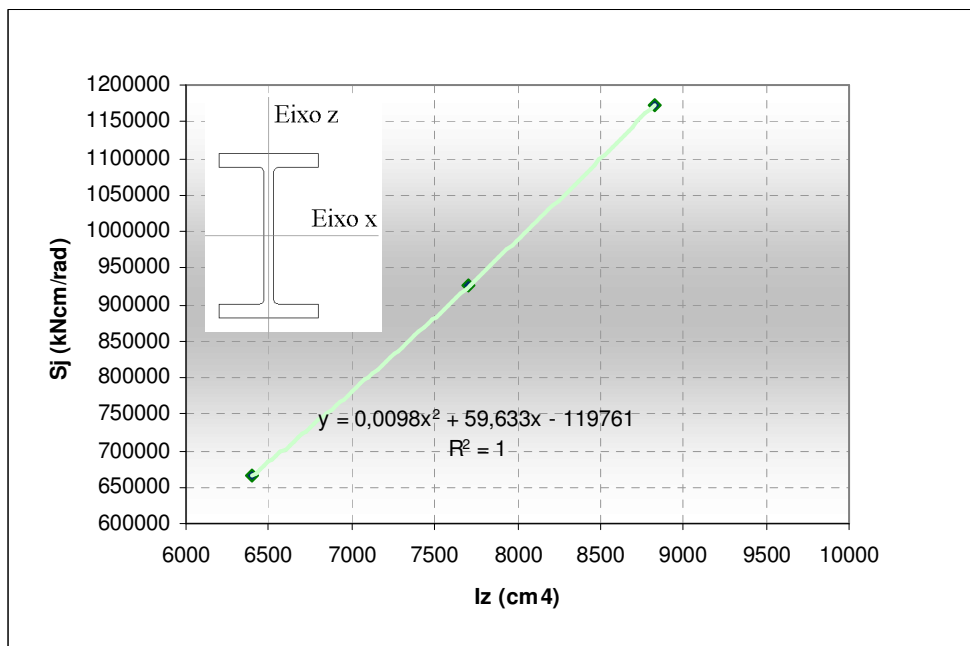
A título de comparação do comportamento momento-rotação, apresentam-se, na figura 4.4, as curvas momento-rotação da alma dos modelos da classe 1, com a indicação de seus respectivos índices de esbeltez, observando-se uma relação direta entre o aumento do índice de esbeltez e a diminuição da capacidade resistente e da rigidez inicial da ligação.



**Figura 4.4:** Curvas momento-rotação da alma para os modelos da classe 1.

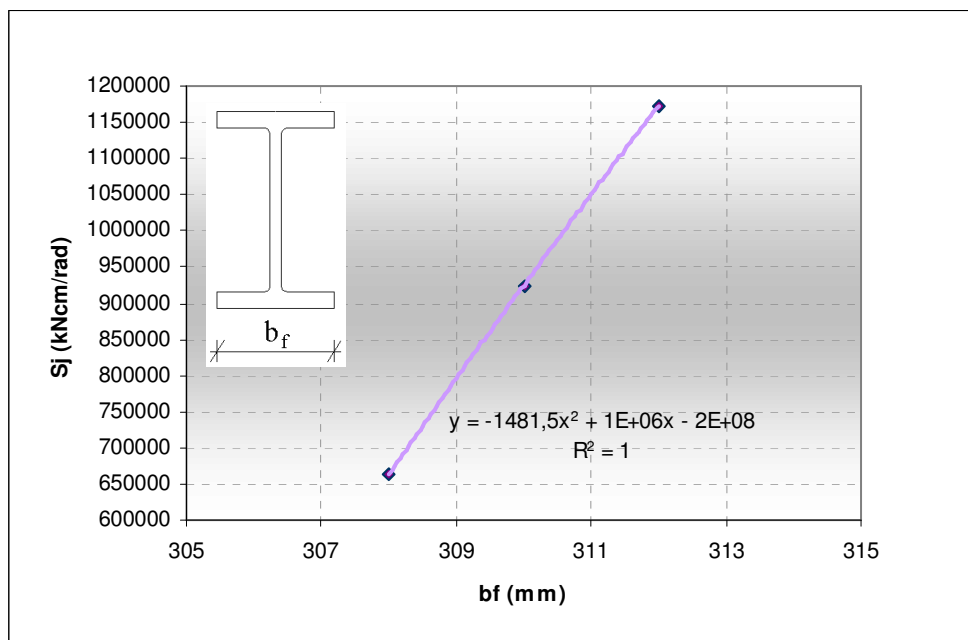
No entanto, a esbeltez da alma do pilar  $\lambda_w$  não é o único parâmetro que tem influência no comportamento da ligação. A influência da variação da largura  $b_f$  das mesas do pilar e do momento de inércia  $I_z$  do perfil do pilar (momento de inércia em relação ao eixo contido no plano médio da alma do pilar) deve ser considerada.

A figura 4.5 apresenta a variação da rigidez inicial da alma do pilar (numérica) em relação ao momento de inércia  $I_z$  do pilar. Observa-se uma relação direta entre o aumento da rigidez inicial  $S_j$  e o aumento da propriedade geométrica  $I_z$ . Dessa forma, torna-se conveniente a comparação entre a rigidez inicial e a largura das mesas do pilar, uma vez que  $b_f$  é o parâmetro de maior relevância com relação à inércia nessa direção (figura 4.6).



**Figura 4.5: Rigidez inicial  $S_j$  da alma do pilar X Momento de inércia  $I_z$  do pilar para os modelos da classe 1.**

A figura 4.6 apresenta o aumento da rigidez inicial rotacional da alma do pilar com o aumento da largura das mesas do pilar.

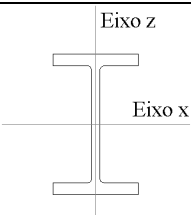


**Figura 4.6: Rigidez inicial  $S_j$  da alma do pilar X Largura  $b_f$  das mesas do pilar para os modelos da classe 1.**

#### 4.2.2. Pilares com Alma de Média Esbeltez (Classe 2)

Para os modelos com pilares de alma medianamente esbelta são apresentadas na tabela 4.5 as características geométricas dos perfis dos pilares.

**Tabela 4.5: Características geométricas dos modelos da classe 2 (unidades em mm e cm<sup>4</sup>).**

Modelos	Perfil	$t_w$	$L_w$	$\lambda_w=L_w/t_w$	$t_{fc}$	$b_f$	$I_z$	
<b>MIE<sub>1</sub></b>	W 310x117	11,9	253	21,26	18,7	307	9.024	
<b>MIE<sub>2</sub></b>	W 360x122	13,0	296	22,77	21,7	257	6.147	
<b>MIE<sub>3</sub></b>	W 310x107	10,9	253	23,21	17,0	306	8.123	
<b>MIE<sub>4</sub></b>	W 310x97	9,9	253	25,56	15,4	305	7.286	
<b>MIE<sub>5</sub></b>	W 360x110	11,4	296	25,96	19,9	256	5.570	
<b>MIE<sub>6</sub></b>	W 250x44,8	7,6	225	29,61	13,0	148	704	

**Tabela 4.6: Momentos resistentes de plastificação dos modelos da classe 2 (kNcm).**

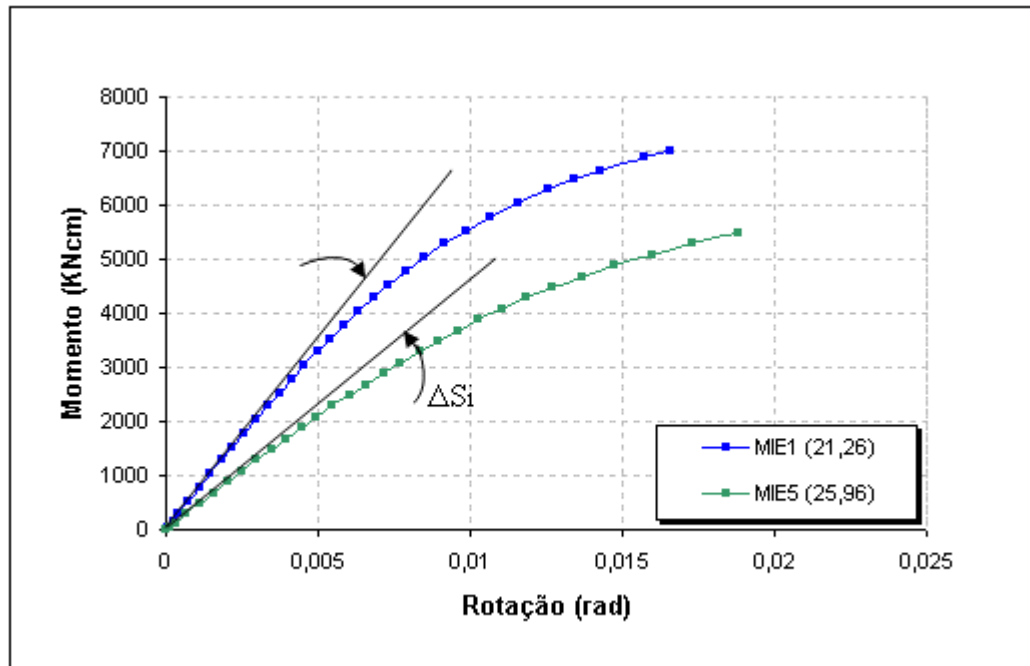
Modelo	$M_{pl}$ (comp)	$M_{pl}$ (alma)	$M_{apl}$
<b>MIE<sub>1</sub></b>	7.876,08	7.077,84	7.500,00
<b>MIE<sub>2</sub></b>		7.397,28	7.500,00
<b>MIE<sub>3</sub></b>		5.938,27	7.200,00
<b>MIE<sub>4</sub></b>		4.898,66	5.250,00
<b>MIE<sub>5</sub></b>		5.688,46	6.000,00
<b>MIE<sub>6</sub></b>		3.177,84	3.750,00

Os modelos com alma do pilar medianamente esbelta (classe 2) tiveram o momento teórico de plastificação da alma com valor inferior ao dos outros componentes da ligação, como se apresenta na tabela 4.6, onde é também indicada a solicitação aplicada em cada modelo.

Como mencionado anteriormente, o modo de falha dos componentes da ligação foi a ruptura dos parafusos (modo de falha 3), obtido a partir do Método dos Componentes.

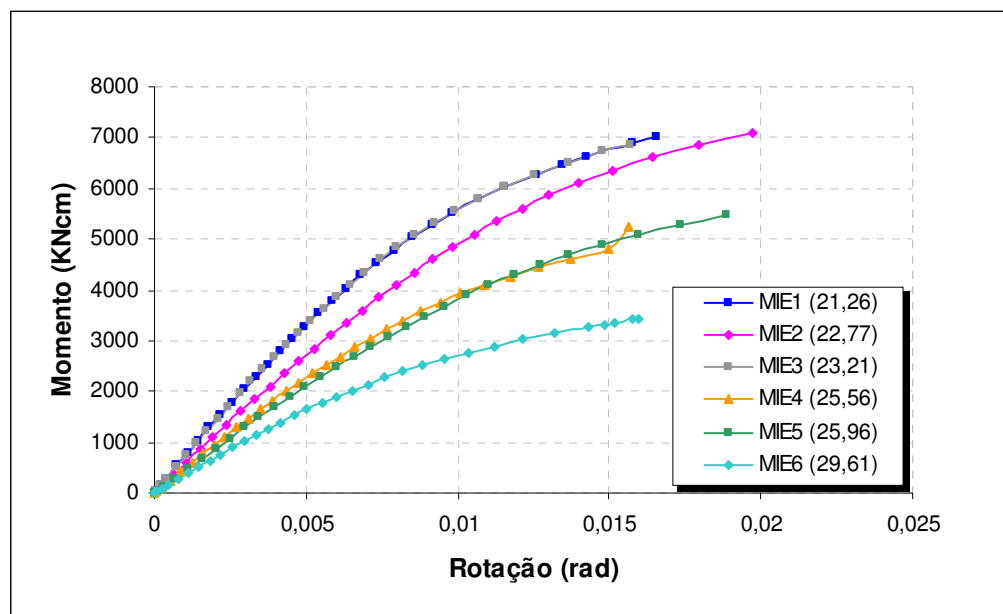
A figura 4.7 apresenta as curvas momento-rotação obtidas para a alma dos modelos MIE<sub>1</sub> e MIE<sub>5</sub>, destacando a diminuição da rigidez inicial com o aumento da esbeltez da alma do pilar.

Observa-se que a diminuição da rigidez entre os modelos MIE<sub>1</sub> e MIE<sub>5</sub> deve-se, principalmente, ao aumento da altura  $L_w$  da alma do pilar, de 253mm para 296mm. Assim, além do aumento da esbeltez, ocorreu um aumento da relação entre a altura da alma do pilar e a largura da chapa de topo ( $L_w/b_{ch}$ ), redundando em afastamento das bordas verticais da chapa de topo em relação às mesas do pilar.



**Figura 4.7: Curvas momento-rotação da alma para os modelos MIE<sub>1</sub> e MIE<sub>5</sub>.**

As curvas momento-rotação da alma do pilar para os modelos da classe 2 são apresentadas na figura 4.8, com indicação dos respectivos índices de esbeltez.



**Figura 4.8: Curvas momento-rotação da alma para os modelos da classe 2.**

Comparando-se o comportamento dos modelos MIE<sub>1</sub> e MIE<sub>4</sub> que possuem a mesma altura da alma do pilar ( $L_w = 253\text{mm}$ ), nota-se que o modelo com maior índice de esbeltez apresenta menor rigidez inicial e menor capacidade resistente ao momento

fletor. No entanto, comparando-se os modelos MIE<sub>1</sub> e MIE<sub>3</sub>, que também possuem a mesma altura da alma do pilar ( $L_w = 253\text{mm}$ ), o aumento da esbelteza não produziu significativa diferença de comportamento, a despeito de um pequeno aumento do momento crítico numérico, de 4.034kNcm para 4.113kNcm. O aumento de resistência pode estar relacionado à melhor distribuição de esforços entre a alma e os outros elementos da ligação no modelo MIE<sub>3</sub>, pois os elementos da ligação atingiram as tensões críticas junto com a formação do mecanismo plástico da alma do pilar, tanto no modelo MIE<sub>1</sub> quanto no modelo MIE<sub>3</sub> como mostra a tabela 4.7.

A tabela 4.7 mostra que o componente crítico da ligação foi a chapa de topo em MIE<sub>1</sub> e MIE<sub>3</sub>, ao atingir o valor da tensão última ( $f_u = 45,0\text{kN/cm}^2$ ). Também verifica-se a formação do mecanismo plástico da alma do pilar em ambos os modelos, atingindo o valor de tensão na direção longitudinal do pilar ( $\sigma_y$ ) superior à tensão de escoamento ( $f_y = 34,5\text{ kN/cm}^2$ ). Isto confirma que a distribuição de esforços depende da rigidez relativa entre os componentes, uma vez que possuem diferentes modos de colapso.

A redução da espessura  $t_w$  da alma do pilar, no modelo MIE<sub>3</sub>, reduziu o valor da tensão no pilar, mas aumentou a tensão solicitante nos elementos da ligação.

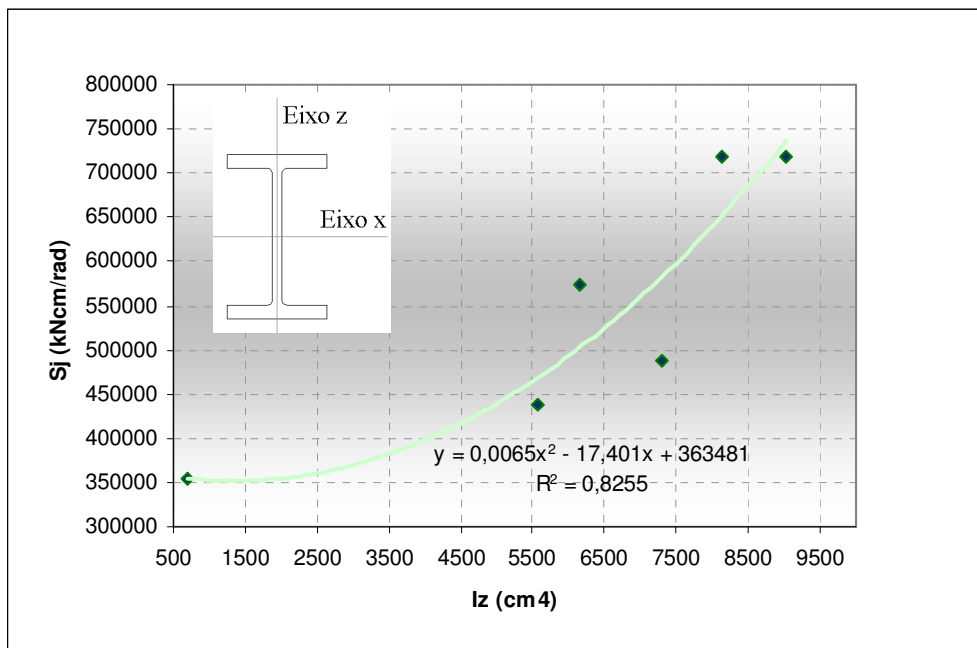
**Tabela 4.7: Tensões críticas nos elementos da ligação e na alma do pilar (unidades em kNcm e kN/cm<sup>2</sup>)**

Modelo	M <sub>pl</sub> (numérico)	Viga ( $\sigma_x$ )	Chapa ( $\sigma_y$ )	Parafusos ( $\sigma_x$ )	Pilar ( $\sigma_y$ )
MIE <sub>1</sub>	4.034,38	-42,65	-46,29	44,32	38,77
MIE <sub>3</sub>	4.113,00	-42,87	-46,91	44,80	35,97

Esses aspectos conduzem à consideração de que  $t_w$  pode não ser o único fator relevante nessa comparação. Assim, a influência da restrição imposta pelas mesas do pilar deve ser analisada, destacando-se a largura  $b_f$  das mesas e o momento de inércia  $I_z$  do perfil do pilar (momento de inércia em relação ao eixo contido no plano médio da alma do pilar).

A figura 4.9 apresenta a variação da rigidez inicial da alma do pilar obtida numericamente em relação ao momento de inércia  $I_z$  do pilar, no qual a geometria das mesas do pilar tem relevância predominante.

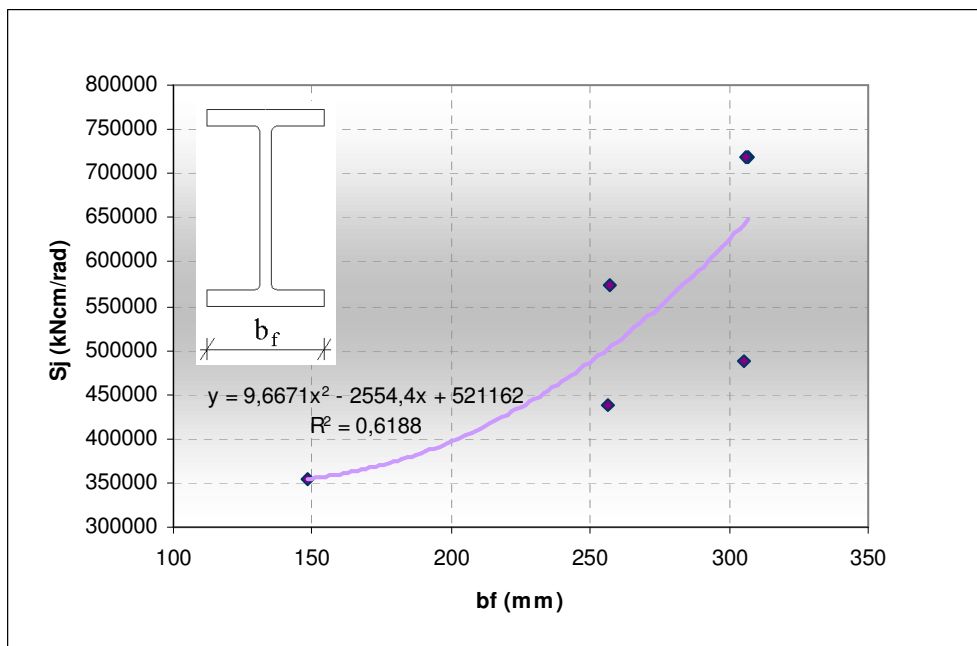
Para a comparação entre MIE<sub>1</sub> e MIE<sub>3</sub>, a rigidez inicial pode ser considerada igual, respectivamente com valores de 719.319kNcm/rad e 719.392kNcm/rad, apesar de ter ocorrido uma redução do momento de inércia  $I_z$  ( $9.024\text{cm}^4$  para  $8.123\text{cm}^4$ ).



**Figura 4.9: Rigidez inicial  $S_j$  da alma do pilar X Momento de inércia  $I_z$  do pilar para os modelos da classe 2.**

A relação entre a largura  $b_f$  das mesas do pilar e a rigidez inicial da alma do pilar é apresentada na figura 4.10.

O valor aproximado da rigidez inicial para os modelos MIE<sub>1</sub> e MIE<sub>3</sub> pode estar relacionado à largura  $b_f$  das mesas do pilar, por possuírem praticamente o mesmo valor, sendo igual a 307mm e 306mm, respectivamente para os modelos MIE<sub>1</sub> e MIE<sub>3</sub>.



**Figura 4.10: Rigidez inicial  $S_j$  da alma do pilar X Largura  $b_f$  das mesas do pilar para os modelos da classe 2.**

Os modelos MIE<sub>2</sub> e MIE<sub>5</sub>, que possuem a mesma altura da alma do pilar ( $L_w = 296\text{mm}$ ), apresentaram uma redução na capacidade resistente ao momento fletor com o aumento do índice de esbeltez da alma do pilar.

Comparando-se o comportamento dos modelos MIE<sub>4</sub> e MIE<sub>5</sub>, que possuem índices de esbeltez praticamente iguais, a despeito do momento crítico numérico ligeiramente menor para MIE<sub>4</sub> (3.047kNcm) em relação à MIE<sub>5</sub> (3.083kNcm), pode-se considerar comportamento idêntico para os dois modelos. A redução do momento de inércia [ $I_z(\text{MIE}_4) = 7.286\text{cm}^4$  para  $I_z(\text{MIE}_5) = 5.570\text{cm}^4$ ], assim como a redução da largura  $b_f$  das mesas [ $b_f(\text{MIE}_4) = 305\text{mm}$  para  $b_f(\text{MIE}_5) = 256\text{mm}$ ], ocorrem seguidos de um pequeno aumento da capacidade resistente da alma do pilar.

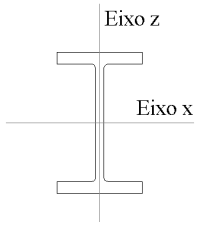
Esses aspectos tornam-se ainda mais relevantes quando são comparados os comportamentos dos modelos MIE<sub>2</sub> e MIE<sub>3</sub>. A rigidez inicial do último, assim como sua capacidade resistente, é maior do que a do primeiro, embora tenha maior índice de esbeltez. Entretanto, o pilar de MIE<sub>3</sub> tem inércia  $I_z$  aproximadamente 32% maior do que a de MIE<sub>2</sub>, devido à grande largura da mesa de seu pilar (306mm). É importante mencionar ainda que a comparação em questão reforça a idéia mencionada anteriormente, quanto à razão inversa entre a rigidez inicial e a relação entre a altura da alma do pilar e a largura da chapa de topo ( $L_w/b_{ch}$ ).

#### 4.2.3. Pilares com Alma de Alta Esbeltez (Classe 3)

Na tabela 4.8 são apresentadas as características geométricas dos perfis dos pilares para os modelos de alta esbeltez.

**Tabela 4.8: Características geométricas dos modelos da classe 3 (unidades em mm).**

Modelos	Perfil	$t_w$	$L_w$	$\lambda_w=L_w/t_w$	$t_{fc}$	$b_f$	$I_z$
AIE <sub>1</sub>	W 360x79	9,4	296	31,49	16,8	205	2.416
AIE <sub>2</sub>	W 360x72	8,6	296	34,42	15,1	204	2.140
AIE <sub>3</sub>	W 360x57,8	7,9	314	39,75	13,1	172	1.113
AIE <sub>4</sub>	W 360x51	7,2	314	43,61	11,6	171	968
AIE <sub>5</sub>	W 360x44	6,9	314	45,51	9,8	171	818
AIE <sub>6</sub>	W 360x39	6,5	314	48,31	10,7	128	375
AIE <sub>7</sub>	W 530x82	9,5	483	50,84	13,3	209	2.028
AIE <sub>8</sub>	W 410x46,1	7,0	363	51,86	11,2	140	514
AIE <sub>9</sub>	W 360x32,9	5,8	314	54,14	8,5	127	219



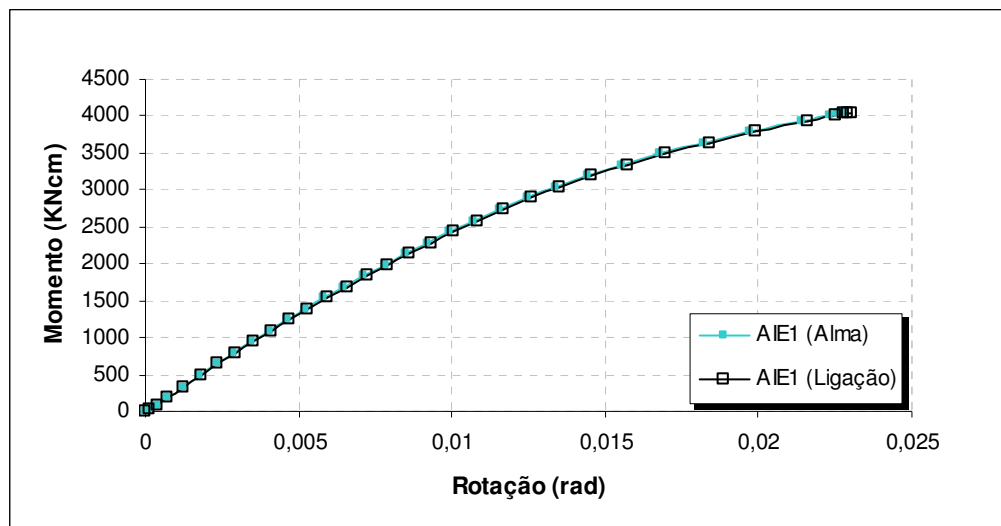
Como ocorrido para os modelos da classe 2, nos modelos com alma do pilar de

alta esbeltez (classe 3), o momento teórico de plastificação da alma foi inferior ao momento crítico para os componentes da ligação, como se pode observar na tabela 4.9, que apresenta também a solicitação aplicada aos modelos numéricos. O modo de falha correspondente aos componentes da ligação foi o modo 3, no qual ocorre a ruptura dos parafusos.

**Tabela 4.9: Momentos resistentes de plastificação dos modelos da classe 3 (kNcm).**

Modelo	$M_{pl} \text{ (comp)}$	$M_{pl} \text{ (alma)}$	$M_{apl}$
AIE <sub>1</sub>	7.876,08	3.867,60	4.500,00
AIE <sub>2</sub>		3.237,29	4.200,00
AIE <sub>3</sub>		2.625,66	4.500,00
AIE <sub>4</sub>		2.180,97	4.500,00
AIE <sub>5</sub>		2.003,01	4.200,00
AIE <sub>6</sub>		1.777,50	3.900,00
AIE <sub>7</sub>		3.042,02	5.250,00
AIE <sub>8</sub>		1.891,69	4.200,00
AIE <sub>9</sub>		1.415,27	3.750,00

Assim como nos modelos da classe 1 e 2, os resultados obtidos para os modelos de alta esbeltez mostraram uma proximidade no comportamento das curvas momento-rotação, tanto para a ligação quanto para a alma do pilar. As figuras 4.11 e 4.12 mostram essa similaridade entre as curvas momento-rotação dos modelos AIE<sub>1</sub> e AIE<sub>7</sub>.

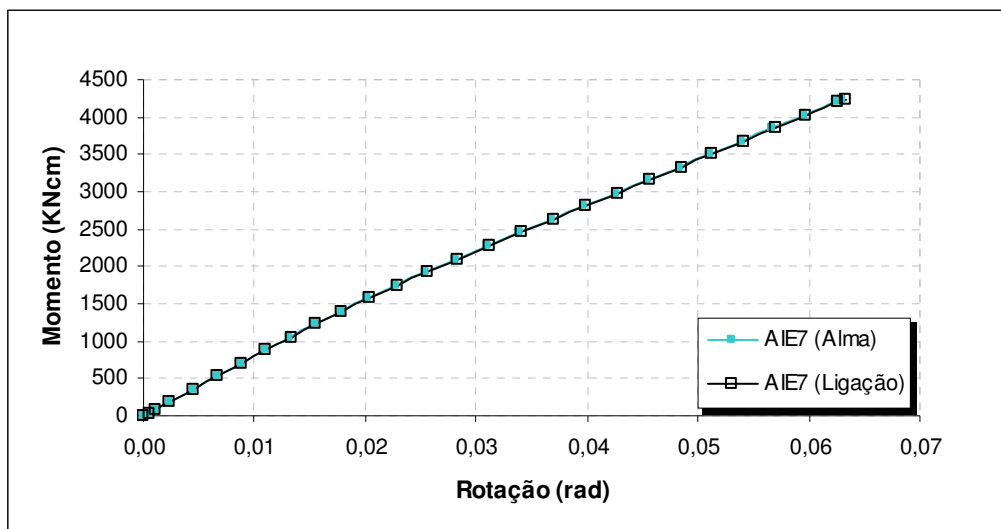


**Figura 4.11: Curvas momento-rotação do modelo AIE<sub>1</sub> (alma e ligação).**

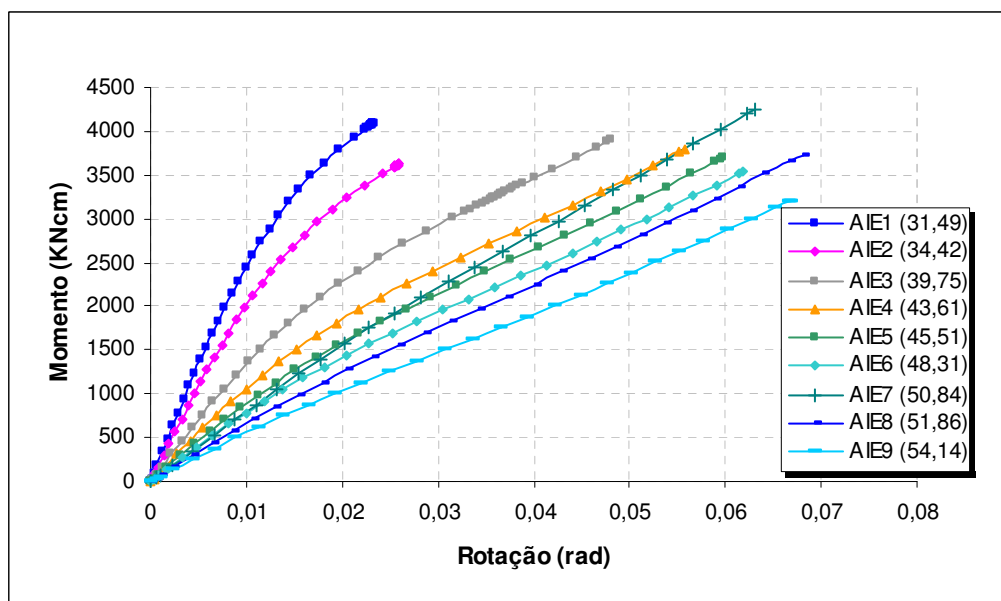
As curvas momento-rotação da alma do pilar são apresentadas na figura 4.13, observando-se uma diminuição significativa na rigidez inicial da ligação, assim como redução na capacidade resistente ao momento fletor, à medida que cresce a esbeltez da



alma do pilar.



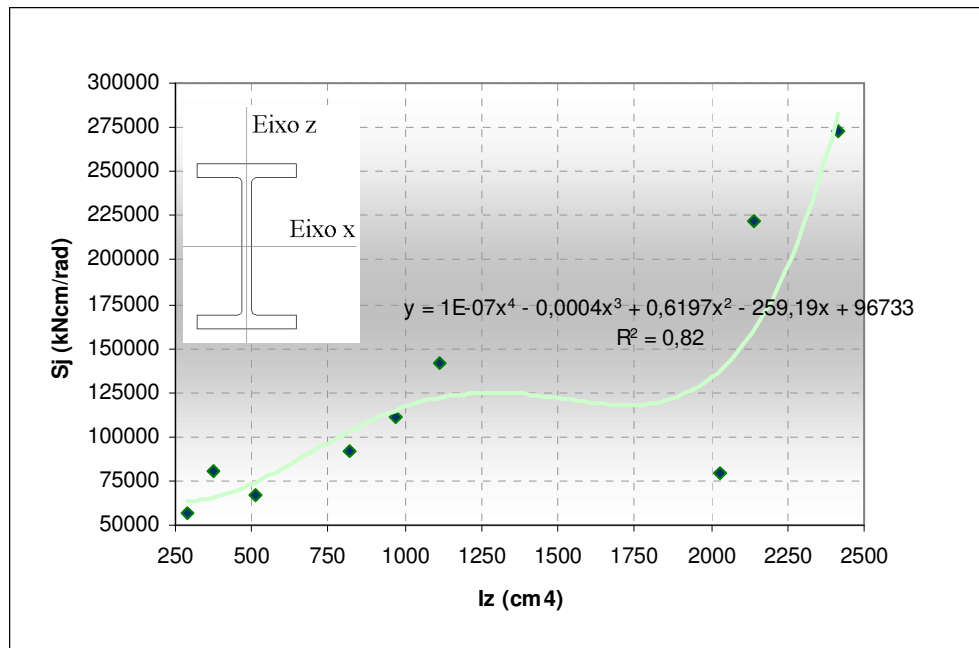
**Figura 4.12: Curvas momento-rotação do modelo AIE<sub>7</sub> (alma e ligação).**



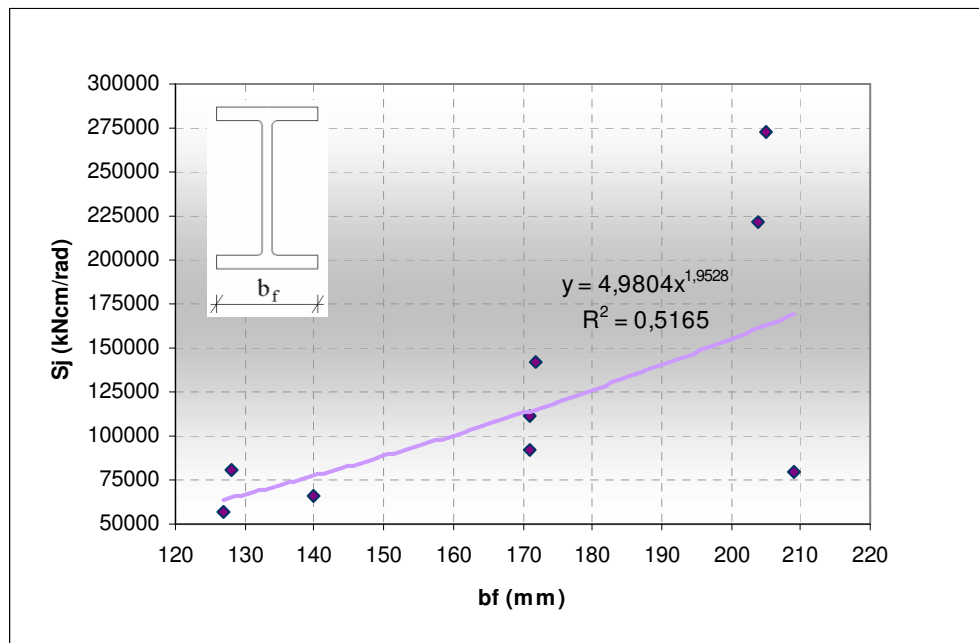
**Figura 4.13: Curvas momento-rotação da alma para os modelos da classe 3.**

O modelo AIE<sub>7</sub> atingiu a formação do mecanismo plástico (numérico) da alma do pilar com um valor de momento fletor superior ao do modelo AIE<sub>6</sub>. Observou-se um aumento de resistência de 1.178kNcm para 1.227kNcm ao aumentar a espessura da alma de 6,5mm para 9,5mm e, também, ao aumentar a relação entre a altura da alma e largura da chapa ( $L_w/b_{ch}$ ) de 1,5 para 2,3. Além disso, para o carregamento correspondente ao momento crítico numérico, ocorreu a redução da rotação da alma em 2,8% (de 0,01595rad para 0,01551rad).

O aumento da esbeltez da alma do pilar de 48,31 (AIE<sub>6</sub>) para 50,84 (AIE<sub>7</sub>) levou a um aumento da capacidade resistente, levando novamente à consideração que  $\lambda_w$  pode não ser o único fator relevante nessa comparação. A influência da restrição imposta pelas mesas do pilar deve ser levada em consideração, destacando-se o momento de inércia  $I_z$  do perfil do pilar (figura 4.14) e a largura  $b_f$  das mesas (figura 4.15).



**Figura 4.14: Rigidez inicial  $S_j$  da alma do pilar X Momento de inércia  $I_z$  do pilar para os modelos da classe 3.**



**Figura 4.15: Rigidez inicial  $S_j$  da alma do pilar X Largura  $b_f$  das mesas do pilar para os modelos da classe 3.**

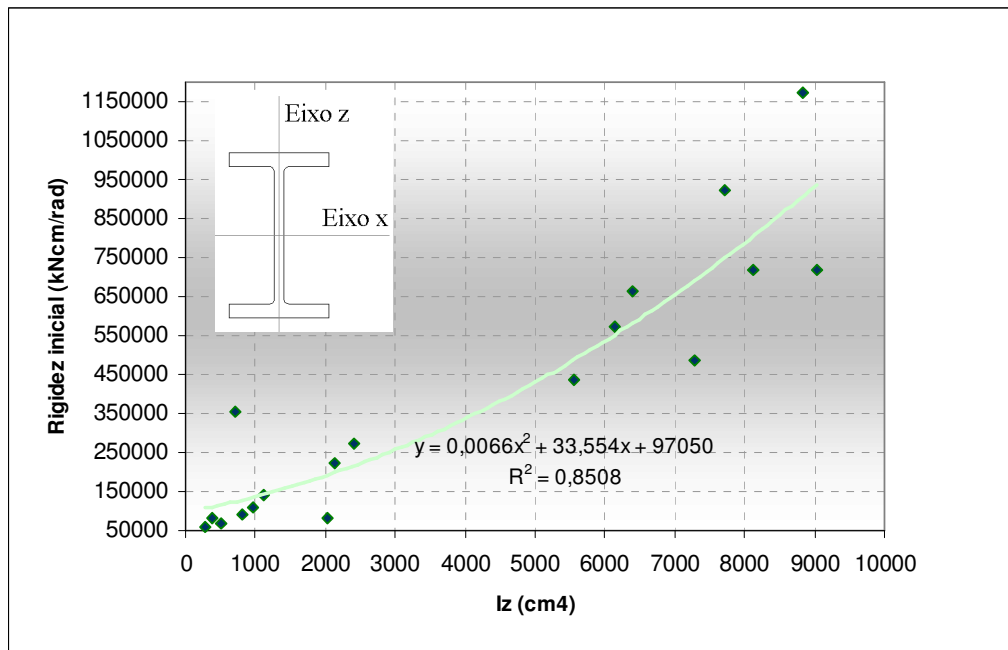
O aumento do momento crítico numérico pode estar relacionado, também, ao aumento da largura  $b_f$  das mesas do pilar, de 128mm (AIE<sub>6</sub>) para 209mm (AIE<sub>7</sub>). Para a comparação em questão, entre AIE<sub>6</sub> e AIE<sub>7</sub>, ocorreu uma pequena redução da rigidez inicial, respectivamente com valores de 81.101kNcm/rad e 79.602kNcm/rad, apesar de ter ocorrido um elevado aumento do momento de inércia  $I_z$  (375cm<sup>4</sup> para 2028cm<sup>4</sup>). Vale ressaltar que essa redução de rigidez inicial pode estar relacionada ao aumento da relação entre a altura da alma do pilar e a largura da chapa de topo ( $L_w/b_{ch}$ ). Provavelmente, o elevado valor da relação ( $L_w/b_{ch}$ ) foi a causa da obtenção de uma alta redução da rigidez inicial do modelo AIE<sub>7</sub> em comparação aos modelos da classe 3, apesar de possuir valores elevados de  $b_f$  e  $I_z$ . Fica fácil a identificação do ponto relacionado ao modelo AIE<sub>7</sub> contido nos gráficos  $S_j \times I_z$  e  $S_j \times b_f$ , já que o mesmo apresenta comportamento discrepante em relação aos demais.

Avaliando-se o aumento de 4,2% da resistência em comparação com o aumento de massa linear do perfil do pilar, torna-se inviável a utilização do perfil W 530x82 (modelo AIE<sub>7</sub>) dado o aumento de 110,3% de gasto com material em relação ao perfil W 360x39 (modelo AIE<sub>6</sub>).

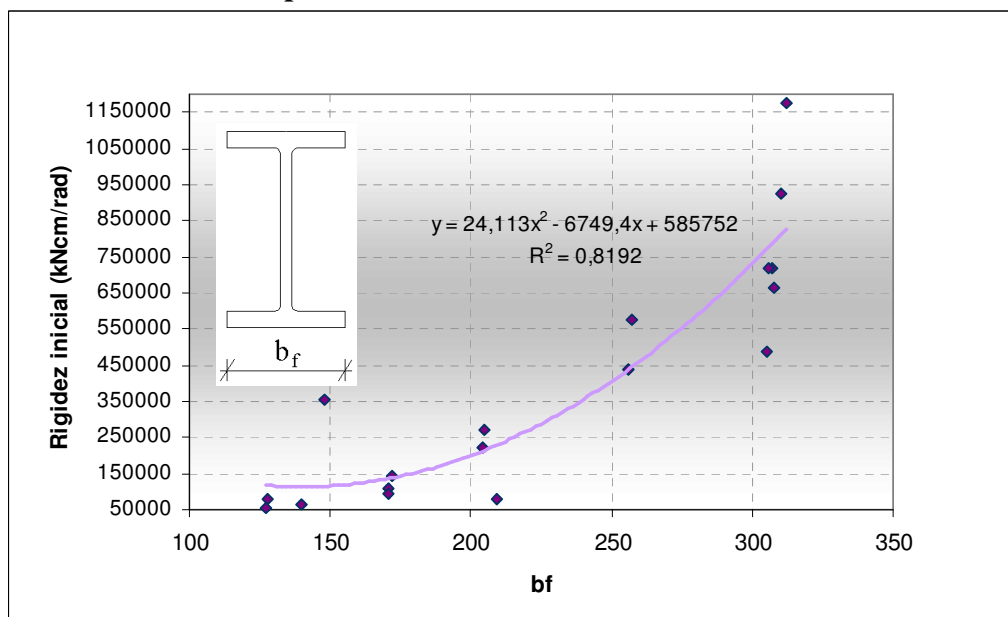
Ainda com relação ao modelo AIE<sub>7</sub>, se comparado com o modelo AIE<sub>1</sub> que possui aproximadamente a mesma espessura de alma do pilar (9,5mm e 9,4mm, respectivamente), pode-se perceber que o aumento da altura  $L_w$  da alma e da largura  $b_f$  das mesas, além da redução do momento de inércia  $I_z$  do pilar, comprometem muito a resistência da alma do pilar. Neste caso, o aumento da altura da alma de 296mm (AIE<sub>1</sub>) para 483mm (AIE<sub>7</sub>) e da largura  $b_f$  de 205mm para 209mm, e a redução de  $I_z$  de 2.416cm<sup>4</sup> para 2.028cm<sup>4</sup>, reduzem o momento de plastificação da alma em 46,4% (2.288kNcm para 1.227kNcm).

Vale ressaltar a elevada rotação observada com a elevação do índice de esbeltez (a partir do modelo AIE<sub>3</sub>), comparativamente com o comportamento dos modelos AIE<sub>1</sub> e AIE<sub>2</sub>.

As figuras 4.16 e 4.17 apresentam a relação entre a rigidez inicial da alma do pilar e os parâmetros geométricos do pilar (largura  $b_f$  das mesas e momento de inércia  $I_z$ ) para todos os modelos analisados.



**Figura 4.16: Rigidez inicial  $S_j$  da alma do pilar X Momento de inércia  $I_z$  do pilar para todos os modelos numéricos.**



**Figura 4.17: Rigidez inicial  $S_j$  da alma do pilar X Largura  $b_f$  das mesas do pilar para todos os modelos numéricos.**

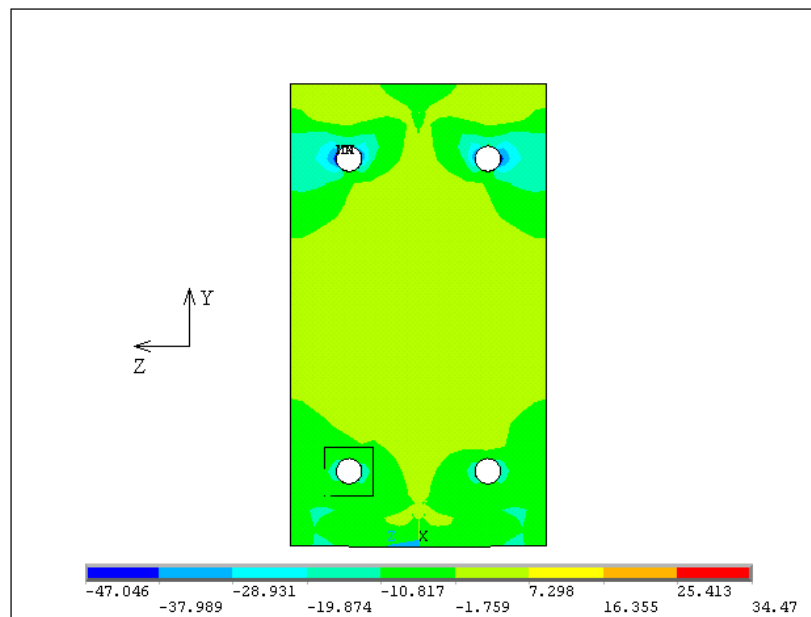
### 4.3. TENSÕES NA LIGAÇÃO (VIGA, CHAPA DE TOPO E PARAFUSOS)

O modo de plastificação da chapa de topo é obtido pelo Método dos

Componentes a partir da formação de charneiras plásticas, considerando que as mesmas atingiram a tensão de escoamento  $f_y$  do material. No entanto, esta configuração de charneiras plásticas não ocorreu na simulação numérica, ou seja, as tensões críticas foram atingidas de forma localizada nas regiões dos furos da chapa.

#### 4.3.1. Pilares com Alma de Baixa Esbeltez (Classe 1)

O componente crítico da ligação foi a chapa de topo, em todos os modelos da classe 1, alcançando-se a tensão limite antes da viga e dos parafusos. A figura 4.18 mostra a distribuição de tensões na direção  $y$  para a chapa de topo do modelo BIE<sub>1</sub>, correspondendo à etapa de carregamento em que a análise numérica começa a buscar a convergência para a situação imposta como condição limite de capacidade resistente do material ( $f_u = 45,0\text{kN/cm}^2$ ).



**Figura 4.18: Tensões  $\sigma_y$  na chapa de topo do modelo BIE<sub>1</sub>, em  $\text{kN/cm}^2$ .**

A partir da figura 4.18 podemos observar que o modo de plastificação conforme o Método dos Componentes não ocorreu. Mesmo após a tensão última do material ( $f_u = 45,0\text{kN/cm}^2$ ) ter sido atingida, não se formou uma configuração de charneiras plásticas. Foi atingida a tensão de escoamento e posteriormente a tensão de ruptura nas regiões dos furos da chapa, porém de forma localizada.

A tabela 4.10 apresenta os valores das cargas e dos respectivos momentos que provocaram o colapso da ligação dos modelos da classe 1.

**Tabela 4.10: Carga e momento último da ligação dos modelos da classe 1**  
(unidades em kN e kNcm)

Modelo	Perfil do Pilar	$F_{(ruptura\ da\ ligação)}$	$M_{(ruptura\ da\ ligação)}$
<b>BIE<sub>1</sub></b>	HP 310x125	29,50	4.425,31
<b>BIE<sub>2</sub></b>	HP 310x110	28,04	4.206,25
<b>BIE<sub>3</sub></b>	HP 310x93	26,28	3.941,25

Os valores de diferença obtidos na comparação entre os momentos resistentes teórico e numérico, assim como para os resultados teórico e numérico da rigidez inicial, foram calculados a partir da seguinte fórmula:

$$Diferença(\%) = \frac{(resultado\ teórico) - (resultado\ numérico)}{(resultado\ teórico)} \cdot 100\% \quad (4.1)$$

**Tabela 4.11: Comparação entre os momentos resistentes teórico e numérico**  
(unidades em mm e kNcm)

Modelo	Perfil do pilar	$t_w$	$L_w$	$\lambda_w$	$M_{res} (teórico)$	$M_{res} (numérico)$	Diferença
<b>BIE<sub>1</sub></b>	HP 310x125	17,4	253	14,54	7.876,08	4.425,31	43,81 %
<b>BIE<sub>2</sub></b>	HP 310x110	15,4	253	16,43		4.206,25	46,59 %
<b>BIE<sub>3</sub></b>	HP 310x93	13,1	253	19,31		3.941,25	49,96 %

O momento crítico atingido na análise numérica foi inferior, variando entre 40,0% e 50,0%, ao momento crítico teórico para os modelos da classe 1 conforme apresenta a tabela 4.11. Ocorreu um aumento na capacidade resistente da ligação, na medida em que houve o aumento na espessura  $t_w$  da alma do pilar e, por consequência, a redução da esbeltez  $\lambda_w$  da alma, com aumento da rigidez da ligação.

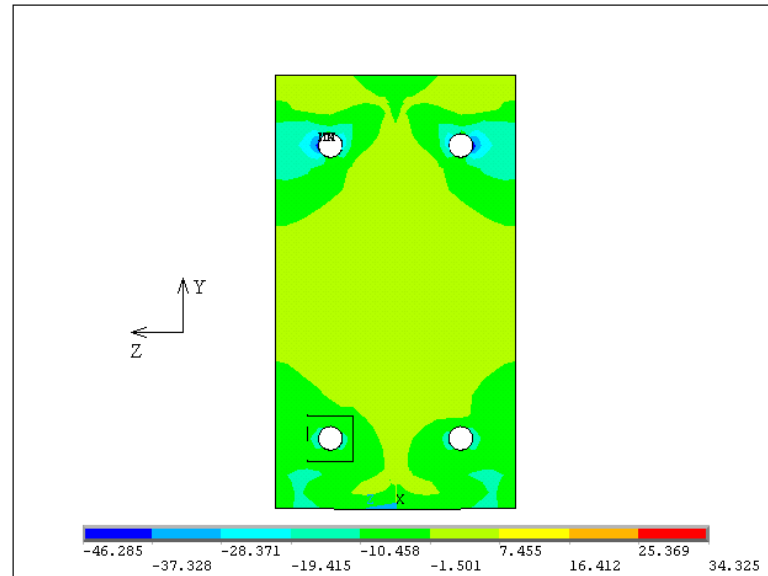
#### 4.3.2. Pilares com Alma de Média Esbeltez (Classe 2)

A tabela 4.12 apresenta os valores das cargas e dos respectivos momentos que provocaram o colapso da ligação dos modelos da classe 2.

**Tabela 4.12: Carga e momento último da ligação dos modelos da classe 2**  
(unidades em kN e kNcm)

Modelo	Perfil do Pilar	$F_{(ruptura\ da\ ligação)}$	$M_{(ruptura\ da\ ligação)}$
<b>MIE<sub>1</sub></b>	W 310x117	26,90	4.034,38
<b>MIE<sub>2</sub></b>	W 360x122	25,69	3.853,13
<b>MIE<sub>3</sub></b>	W 310x107	27,42	4.113,00
<b>MIE<sub>4</sub></b>	W 310x97	26,15	3.922,19
<b>MIE<sub>5</sub></b>	W 360x110	25,88	3.882,50
<b>MIE<sub>6</sub></b>	W 250x44,8	17,61	2.642,19

A figura 4.19 mostra a distribuição de tensões na direção y para a chapa de topo do modelo MIE<sub>1</sub>, correspondendo à etapa de carregamento em que a análise numérica começa a buscar a convergência para a situação de colapso.



**Figura 4.19: Tensões  $\sigma_y$  na chapa de topo do modelo MIE<sub>1</sub>, em kN/cm<sup>2</sup>.**

A tensão crítica na viga do modelo MIE<sub>6</sub> foi atingida nas bordas da mesa inferior. Para a etapa de carregamento em que se busca a convergência, foi atingida uma tensão de tração na mesa superior da viga com valor correspondente a 41% da tensão de compressão apresentada na mesa inferior.

Na tabela 4.13 são apresentados os valores obtidos para os momentos que provocaram o colapso da ligação, a partir dos cálculos pelo Método dos Componentes e através das análises numéricas realizadas.

**Tabela 4.13: Comparação entre os momentos resistentes teórico e numérico (unidades em mm e kNcm)**

Modelo	Perfil do pilar	$t_w$	$L_w$	$\lambda_w$	$M_{res}$ (teórico)	$M_{res}$ (numérico)	Diferença
MIE <sub>1</sub>	W 310x117	11,9	253	21,26	7.876,08	4.034,38	48,78 %
MIE <sub>2</sub>	W 360x122	13,0	296	22,77		3.853,13	51,08 %
MIE <sub>3</sub>	W 310x107	10,9	253	23,21		4.113,00	47,78 %
MIE <sub>4</sub>	W 310x97	9,9	253	25,56		3.922,19	50,20 %
MIE <sub>5</sub>	W 360x110	11,4	296	25,96		3.882,50	50,71 %
MIE <sub>6</sub>	W 250x44,8	7,6	225	29,61		2.642,19	66,45 %

#### 4.3.3. Pilares com Alma de Alta Esbeltez (Classe 3)

Os valores de momentos e carregamentos críticos para os modelos da classe 3

são apresentados na tabela 4.14. A viga foi o componente crítico da ligação para os modelos AIE<sub>2</sub>, AIE<sub>3</sub>, AIE<sub>4</sub>, AIE<sub>5</sub>, AIE<sub>6</sub> e AIE<sub>7</sub>. Apenas no modelo AIE<sub>8</sub>, a chapa foi o primeiro componente da ligação a atingir a tensão limite. No entanto, na análise numérica dos modelos AIE<sub>1</sub> e AIE<sub>9</sub>, não ocorreu a convergência para o colapso dos componentes da ligação.

**Tabela 4.14: Carga e momento último da ligação dos modelos da classe 3 (unidades em kN e kNm)**

Modelo	Perfil do Pilar	F <sub>(ruptura da ligação)</sub>	M <sub>(ruptura da ligação)</sub>
AIE <sub>1</sub>	W 360x79	27,28 <sup>(*)</sup>	4.092,60 <sup>(*)</sup>
AIE <sub>2</sub>	W 360x72	16,00	2.399,25
AIE <sub>3</sub>	W 360x57,8	16,06	2.409,38
AIE <sub>4</sub>	W 360x51	17,06	2.559,38
AIE <sub>5</sub>	W 360x44	17,79	2.668,75
AIE <sub>6</sub>	W 360x39	19,99	2.998,13
AIE <sub>7</sub>	W 530x82	15,18	2.277,19
AIE <sub>8</sub>	W 410x46,1	18,73	2.808,75
AIE <sub>9</sub>	W 360x32,9	21,39 <sup>(*)</sup>	3.208,40 <sup>(*)</sup>

Na tabela 4.14 os valores assinalados com asterisco referem-se ao carregamento máximo atingido na análise numérica, correspondendo às tensões máximas apresentadas na tabela 4.15.

**Tabela 4.15: Tensões máximas (em kN/cm<sup>2</sup>) obtidas nas análises dos modelos AIE<sub>1</sub> e AIE<sub>9</sub>**

Modelo AIE <sub>1</sub>			Modelo AIE <sub>9</sub>		
Viga	Chapa	Parafusos	Viga	Chapa	Parafusos
-44,69	-44,83	49,40	-42,30	-34,94	28,99

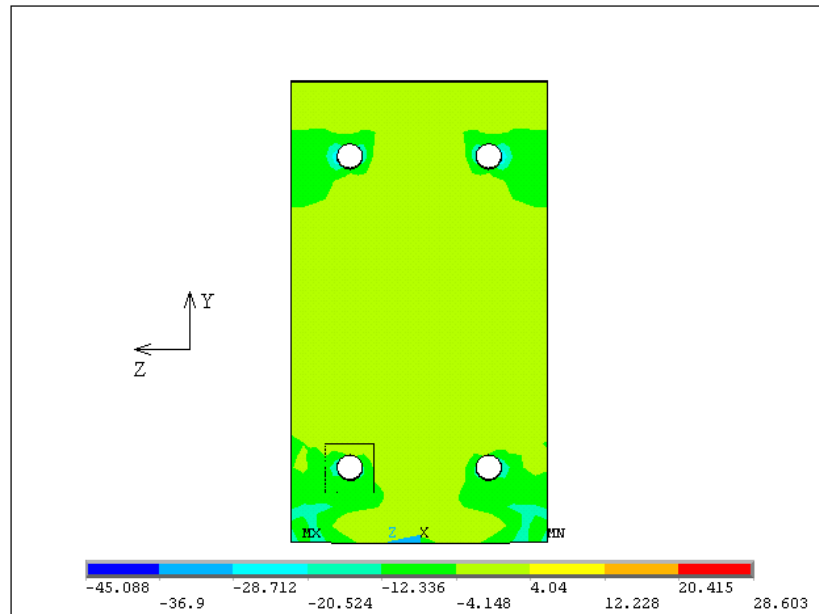
A distribuição de tensões na direção longitudinal da viga do modelo AIE<sub>2</sub>, na seção de interseção viga/chapa de topo, permitiu observar tensões de compressão de 45,5kN/cm<sup>2</sup> nas bordas da mesa inferior da viga e tensões de tração na mesa superior da ordem de 17,5kN/cm<sup>2</sup>.

Na figura 4.20 é apresentada a distribuição de tensões na direção y da chapa de topo do modelo AIE<sub>8</sub>, correspondente ao nível de carregamento em que se inicia o processo de busca de convergência da situação de colapso.

Como ocorrido para os modelos da classe 1, a chapa de topo do modelo AIE<sub>8</sub> não formou uma configuração de charneiras plásticas (modo de plastificação considerado no Método dos Componentes do EUROCODE 3). As tensões críticas foram atingidas de forma localizada nas regiões dos furos da chapa, conforme é



apresentado na figura 4.20.



**Figura 4.20: Tensões  $\sigma_y$  na chapa de topo do modelo AIE<sub>8</sub>, em kN/cm<sup>2</sup>.**

O momento resistente teórico calculado a partir do Método dos Componentes e o momento resistente numérico dos modelos da classe 3 são apresentados na tabela 4.16.

**Tabela 4.16: Comparação entre os momentos resistentes teórico e numérico (unidades em kNcm)**

Modelo	Perfil do pilar	$t_w$	$L_w$	$\lambda_w$	$M_{res}$ (teórico)	$M_{res}$ (numérico)	Diferença
AIE <sub>1</sub>	W 360x79	9,4	296	31,49	7.876,08	4.092,60 ( $M_{m\acute{a}x}$ )	-3,82 %
AIE <sub>2</sub>	W 360x72	8,6	296	34,42		2.399,25	27,28 %
AIE <sub>3</sub>	W 360x57,8	7,9	314	39,75		2.409,38	13,46 %
AIE <sub>4</sub>	W 360x51	7,2	314	43,61		2.559,38	-10,67 %
AIE <sub>5</sub>	W 360x44	6,9	314	45,51		2.668,75	-25,65 %
AIE <sub>6</sub>	W 360x39	6,5	314	48,31		2.998,13	-59,06 %
AIE <sub>7</sub>	W 530x82	9,5	483	50,84		2.277,19	43,44 %
AIE <sub>8</sub>	W 410x46,1	7,0	363	51,86		2.808,75	-28,49 %
AIE <sub>9</sub>	W 360x32,9	5,8	314	54,14		3.208,40 ( $M_{m\acute{a}x}$ )	-113,79 %

#### 4.4. TENSÕES NA ALMA DO PILAR

No modelo teórico de Gomes (1990), baseado em uma placa com carregamento uniformemente distribuído em um retângulo equivalente, supõe-se a formação de charneiras plásticas para a carga de plastificação  $F_{pl}$ . As análises numéricas não

apresentaram esse comportamento, uma vez que a transmissão das forças de tração se dá nas regiões dos parafusos.

A análise apresentada a seguir é uma tentativa de uma analogia, admitindo-se um retângulo definido a partir do surgimento de tensões  $\sigma_y = f_y$ , ou seja, com valor da tensão de escoamento do aço do pilar ( $f_y = 34,5 \text{ kN} / \text{cm}^2$ ). Foram analisadas as tensões  $\sigma_y$  (direção longitudinal do pilar) porque se mostraram predominantes na análise da capacidade resistente da alma do pilar. As tensões de Von-Mises não foram utilizadas porque os valores obtidos a partir do modelo de Gomes (1990) para as tensões de Von-Mises foram iguais, em alguns casos até inferiores, em relação às tensões  $\sigma_y$ .

#### 4.4.1. Pilares com Alma de Baixa Esbeltez (Classe 1)

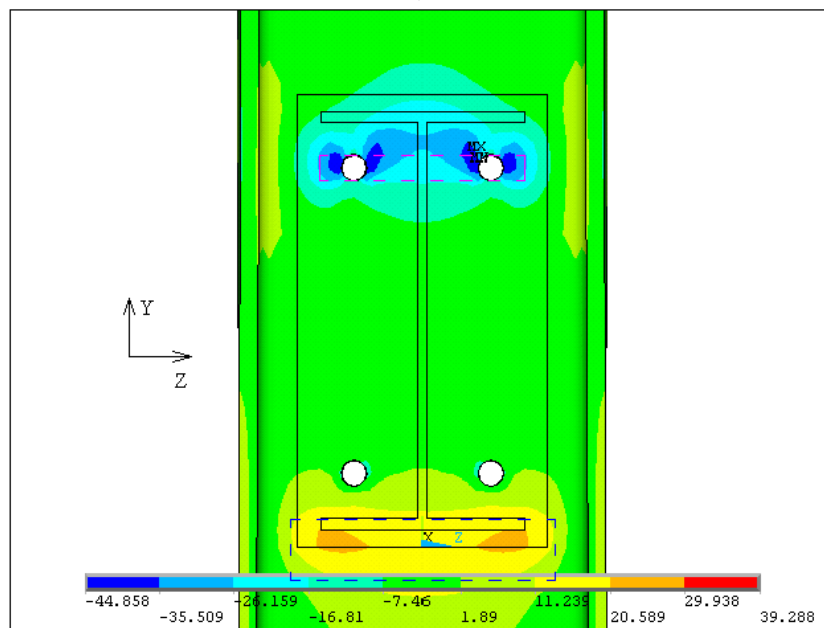
Apesar do colapso ter sido atingido na chapa, a verificação da alma do pilar em estágios mais avançados de carregamento mostrou que a formação do mecanismo plástico ocorreria para os valores de solicitação apresentados na tabela 4.17.

**Tabela 4.17: Carga e momento que produziram a formação do mecanismo plástico da alma do pilar nos modelos da classe 1 (unidades em kN e kNcm)**

Modelo	Perfil do Pilar	F <sub>(mecanismo plástico)</sub>	M <sub>(mecanismo plástico)</sub>
BIE <sub>1</sub>	HP 310x125	38,00	5.700,31
BIE <sub>2</sub>	HP 310x110	31,38	4.706,25
BIE <sub>3</sub>	HP 310x93	28,28	4.241,25

O mecanismo plástico na alma do pilar formou-se através de um retângulo de tensões na linha superior de parafusos, na região do contato porca do parafuso/alma do pilar para os modelos BIE<sub>1</sub> e BIE<sub>2</sub>, e na região do contato alma do pilar/chapa de topo para o modelo BIE<sub>3</sub>. Isto ocorreu devido ao surgimento de tensões provenientes da ação das porcas dos parafusos sobre a alma do pilar na região dos furos. A figura 4.21 mostra a formação do mecanismo plástico na alma do pilar para o modelo BIE<sub>2</sub>. Porém, a configuração de um retângulo de tensões com valor igual a  $35,509 \text{ kN/cm}^2$  (compressão), ou seja, com valor superior à  $f_y = 34,5 \text{ kN/cm}^2$ , vem acompanhada do surgimento de tensões máximas de  $44,858 \text{ kN/cm}^2$  (compressão) na região dos furos.

O critério para a avaliação da tensão crítica atingida pelo pilar foi baseado no modelo de Gomes (1990), onde a resistência foi limitada pela formação de mecanismos de rótula plástica na alma do pilar.



**Figura 4.21: Tensões  $\sigma_y$  no pilar do modelo BIE<sub>2</sub>, em kN/cm<sup>2</sup>.**

A comparação entre o momento que ocasionou a formação do mecanismo de plastificação da alma do pilar através do Modelo de Gomes (1990) e do modelo numérico é mostrada na tabela 4.18.

**Tabela 4.18: Comparação entre o momento crítico teórico e numérico para alma do pilar (unidades em kNcm e mm)**

Modelo	Perfil do pilar	$t_w$	$L_w$	$\lambda_w$	$M_{cr}$ (teórico)	$M_{cr}$ (numérico)	Diferença
<b>BIE<sub>1</sub></b>	HP 310x125	17,4	253	14,54	15.132,31	5.700,31	62,33 %
<b>BIE<sub>2</sub></b>	HP 310x110	15,4	253	16,43	11.853,54	4.706,25	60,30 %
<b>BIE<sub>3</sub></b>	HP 310x93	13,1	253	19,31	8.577,27	4.241,25	50,55 %

A comparação entre o momento de plastificação obtido a partir do modelo de Gomes (1990) e o momento crítico que produziu no modelo numérico uma configuração de tensões próxima daquela dada pelo modelo teórico, mostra que ocorreu uma diferença de resultados bastante significativa. Dessa forma, há a necessidade de uma correção no modelo de Gomes (1990) a fim de se obter uma melhoria na avaliação do modo de plastificação da alma do pilar.

#### **4.4.2. Pilares com Alma de Média Esbeltez (Classe 2)**

Foram observados dois tipos de comportamento em termos de capacidade resistente. Nos modelos MIE<sub>1</sub>, MIE<sub>2</sub> e MIE<sub>3</sub>, a alma do pilar formou o mecanismo de plastificação (tabela 4.19) para o mesmo valor de momento que produziu as tensões

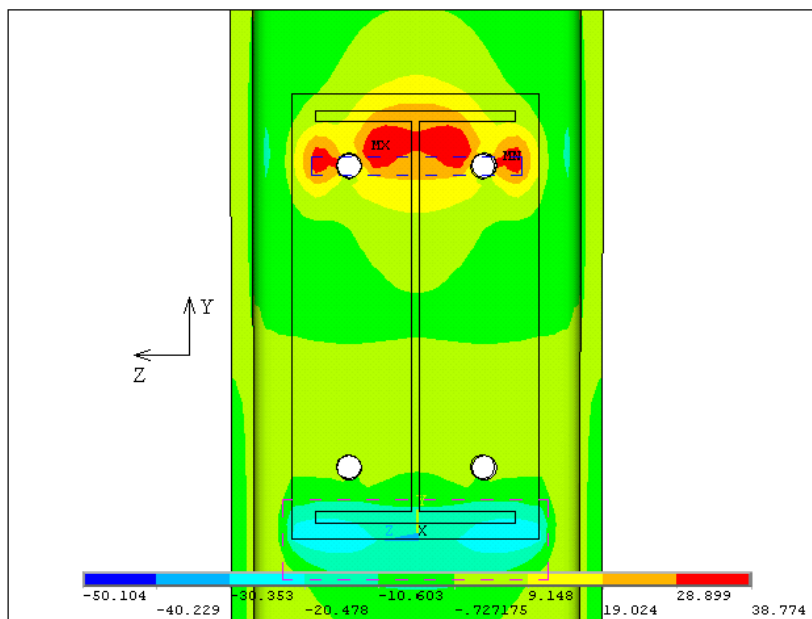
críticas nos outros componentes da ligação. Já para os modelos com maior índice de esbeltez ( $MIE_4$ ,  $MIE_5$  e  $MIE_6$ ) o momento de plastificação da alma do pilar foi atingido antes que os outros componentes da ligação atingissem o momento crítico.

**Tabela 4.19: Carga e momento que produziram a formação do mecanismo plástico da alma do pilar nos modelos da classe 2 (unidades em kN e kNcm)**

Modelo	Perfil do Pilar	$F_{(\text{mecanismo plástico})}$	$M_{(\text{mecanismo plástico})}$
$MIE_1$	W 310x117	26,90	4.034,38
$MIE_2$	W 360x122	25,69	3.853,13
$MIE_3$	W 310x107	27,42	4.113,00
$MIE_4$	W 310x97	20,31	3.047,19
$MIE_5$	W 360x110	20,55	3.082,50
$MIE_6$	W 250x44,8	15,95	2.392,19

A formação do mecanismo plástico na alma do pilar ocorreu através de um retângulo de tensões na linha superior de parafusos. Vale ressaltar que, as tensões máximas são atingidas na região dos furos, com valores superiores aos das tensões que ocasionam a formação do mecanismo de rotulas plásticas.

A formação do mecanismo plástico no modelo  $MIE_1$  (figura 4.22) ocorreu para o valor de  $38,77\text{kN/cm}^2$  (tração) na direção y (na região do contato alma do pilar/chapa de topo), ou seja, com valor superior a  $f_y = 34,5\text{kN/cm}^2$ , observando-se também o surgimento de tensões máximas de  $50,10\text{kN/cm}^2$  (compressão) na região dos furos (contato porca do parafuso/alma do pilar).



**Figura 4.22: Tensões  $\sigma_y$  no pilar do modelo  $MIE_1$ , em  $\text{kN/cm}^2$ .**

Na classe 2 apenas o modelo MIE<sub>2</sub> formou o mecanismo na região do contato porca do parafuso/alma do pilar. Nos modelos restantes observou-se a formação de rótula plástica na região do contato alma do pilar/chapa de topo, com o surgimento de tensões de tração.

Como ocorrido para os modelos da classe 1, o modelo de Gomes (1990) não se mostrou um modelo representativo do modo de plastificação da alma do pilar dos modelos da classe 2.

Os momentos de plastificação teórico e numérico, dos modelos da classe 2, para a alma do pilar são apresentados na tabela 4.20.

**Tabela 4.20: Comparação entre o momento crítico teórico e numérico para alma do pilar (unidades em kNcm e mm)**

Modelo	Perfil do pilar	$t_w$	$L_w$	$\lambda_w$	$M_{cr}$ (teórico)	$M_{cr}$ (numérico)	Diferença
MIE <sub>1</sub>	W 310x117	11,9	253	21,26	7.077,84	4.034,38	43,00 %
MIE <sub>2</sub>	W 360x122	13,0	296	22,77	7.397,28	3.853,13	47,91 %
MIE <sub>3</sub>	W 310x107	10,9	253	23,21	5.938,27	4.113,00	30,74 %
MIE <sub>4</sub>	W 310x97	9,9	253	25,56	4.898,66	3.047,19	37,80 %
MIE <sub>5</sub>	W 360x110	11,4	296	25,96	5.688,46	3.082,50	45,81 %
MIE <sub>6</sub>	W 250x44,8	7,6	225	29,61	3.177,84	2.392,19	24,72 %

Os resultados obtidos para os modelos da classe 2 mostraram que o índice de esbeltez  $\lambda_w$  da alma do pilar não é o único fator que influencia a capacidade resistente da alma do pilar. A comparação entre os modelos MIE<sub>1</sub> e MIE<sub>3</sub>, por exemplo, mostra o aumento de resistência obtido no modelo numérico MIE<sub>3</sub> apesar do aumento do índice de esbeltez. Como comentado no item 4.2, a influência da restrição imposta pelas mesas do pilar deve ser levada em consideração, destacando-se a largura  $b_f$  das mesas e o momento de inércia  $I_z$  do perfil do pilar.

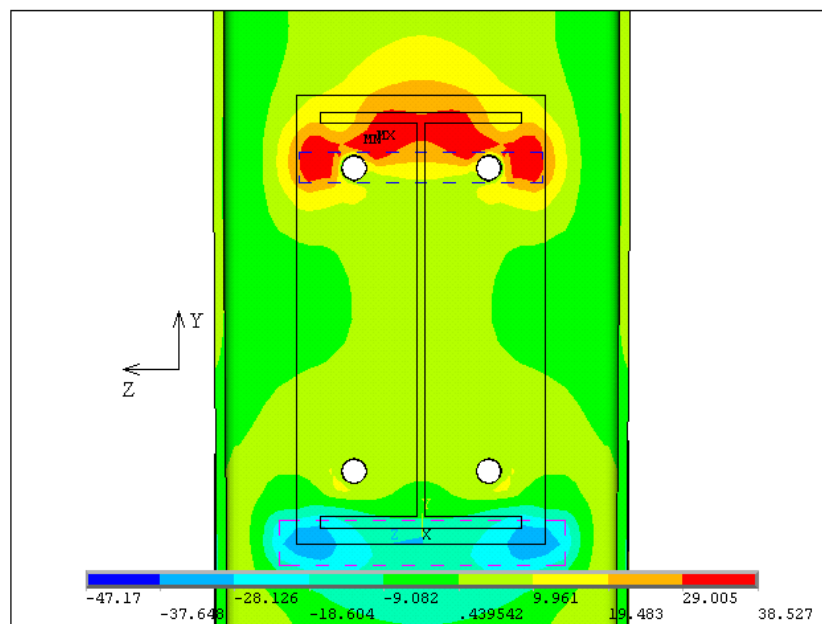
#### 4.4.3. Pilares com Alma de Alta Esbeltez (Classe 3)

Todos os modelos da classe 3 atingiram o momento de plastificação da alma do pilar (tabela 4.21) antes que a ligação atingisse o momento crítico, observando-se ainda a formação do mecanismo plástico na alma do pilar na região de contato entre a alma do pilar e a chapa de topo através de um retângulo com tensões de tração (na direção longitudinal do pilar), na região da linha superior de parafusos.

**Tabela 4.21: Carga e momento que produziram a formação do mecanismo plástico da alma do pilar nos modelos da classe 3 (unidades em kN e kNcm)**

Modelo	Perfil do Pilar	$F_{(\text{mecanismo plástico})}$	$M_{(\text{mecanismo plástico})}$
AIE <sub>1</sub>	W 360x79	15,25	2.287,50
AIE <sub>2</sub>	W 360x72	13,20	1.979,25
AIE <sub>3</sub>	W 360x57,8	10,06	1.509,38
AIE <sub>4</sub>	W 360x51	9,06	1.359,38
AIE <sub>5</sub>	W 360x44	8,46	1.268,75
AIE <sub>6</sub>	W 360x39	7,85	1.178,13
AIE <sub>7</sub>	W 530x82	8,18	1.227,19
AIE <sub>8</sub>	W 410x46,1	6,59	988,75
AIE <sub>9</sub>	W 360x32,9	5,84	876,56

Na figura 4.23 é apresentada a distribuição de tensões na direção y para o modelo AIE<sub>9</sub>, em que se formou, aproximadamente, um retângulo de tensões na linha superior de parafusos com valor de 38,53kN/cm<sup>2</sup> (tração). Apesar disso, tensões máximas de 47,17kN/cm<sup>2</sup> (compressão) já haviam sido atingidas na região dos furos superiores, na região de contato porca do parafuso/alma do pilar.



**Figura 4.23: Tensões  $\sigma_y$  no pilar do modelo AIE<sub>9</sub>, em kN/cm<sup>2</sup>.**

Como visto anteriormente, há a necessidade de um aprimoramento do modelo de Gomes (1990) para a obtenção do modo de plastificação da alma do pilar e do momento de plastificação relacionado ao mecanismo de colapso da alma, dado a amplitude da diferença entre os resultados obtidos por esse modelo teórico e os resultados da análise numérica.

Na tabela 4.22 é apresentada a comparação entre os momentos de plastificação obtidos a partir dos cálculos baseados no Modelo de Gomes e os momentos que provocaram a formação da rótula plástica nos modelos numéricos.

**Tabela 4.22: Comparação entre o momento crítico teórico e numérico para alma do pilar (unidades em kNcm e mm)**

Modelo	Perfil do pilar	$t_w$	$L_w$	$\lambda_w$	$M_{cr}$ (teórico)	$M_{cr}$ (numérico)	Diferença
AIE <sub>1</sub>	W 360x79	9,4	296	31,49	3.867,60	2.287,50	40,85 %
AIE <sub>2</sub>	W 360x72	8,6	296	34,42	3.237,29	1.979,25	38,86 %
AIE <sub>3</sub>	W 360x57,8	7,9	314	39,75	2.625,66	1.509,38	42,51 %
AIE <sub>4</sub>	W 360x51	7,2	314	43,61	2.180,97	1.359,38	37,67 %
AIE <sub>5</sub>	W 360x44	6,9	314	45,51	2.003,01	1.268,75	36,66 %
AIE <sub>6</sub>	W 360x39	6,5	314	48,31	1.777,50	1.178,13	33,72 %
AIE <sub>7</sub>	W 530x82	9,5	483	50,84	3.042,02	1.227,19	59,66 %
AIE <sub>8</sub>	W 410x46,1	7,0	363	51,86	1.891,69	988,75	47,73 %
AIE <sub>9</sub>	W 360x32,9	5,8	314	54,14	1.415,27	876,56	38,06 %

A análise numérica dos modelos da classe 3 apresentou resultados decrescentes de capacidade resistente ao momento fletor com o aumento do índice de esbeltez  $\lambda_w$  da alma do pilar, com exceção do modelo AIE<sub>7</sub>. Assim, reforça-se a consideração de que a avaliação da capacidade resistente deve incluir outros fatores, como a variação da largura  $b_f$  das mesas do pilar.

#### 4.5. RIGIDEZ INICIAL ROTACIONAL $S_{j, ini}$

Neste item é apresentada uma avaliação da rigidez inicial da alma do pilar. A partir dos resultados de rigidez inicial da alma do pilar com restrição de rotação de suas mesas, obtidos a partir da formulação de Neves (2004), foram realizadas correlações de forma a obter-se resultados de rigidez inicial da alma do pilar com liberdade de rotação das mesas. Esses valores foram, então, comparados com os resultados de rigidez inicial obtidos a partir das análises numéricas realizadas.

Dessa forma, para os modelos de ligação viga-pilar com chapa de topo curta na direção do eixo de menor inércia do pilar, foi obtida a rigidez inicial da alma do pilar com liberdade de rotação das mesas do mesmo, de acordo com as seguintes expressões:

- Modelos em que a alma do pilar possui índice de esbeltez inferior a 35

$(\lambda_w \leq 35)$ :

$$S_{j,ini,livres} = \frac{(\mu / \beta)^{1,25}}{230} S_{j,ini,fixos} \leq S_{j,ini,fixos} \quad (4.2)$$

b) Modelos em que a alma do pilar possui índice de esbeltez superior a 35

$(\lambda_w > 35)$ :

$$S_{j,ini,livres} = \frac{(\mu / \beta)^{1,25}}{410} S_{j,ini,fixos} \leq S_{j,ini,fixos} \quad (4.3)$$

onde

$\mu = \frac{L}{t_{wc}}$  é a esbeltez da alma do pilar, sendo a relação entre o vão teórico da

alma do pilar e a espessura da alma do pilar;

$\beta = \frac{b}{L}$  é o parâmetro adimensional da zona de tração ou compressão, sendo a

relação entre o comprimento da área carregada e o vão teórico da alma do pilar;

$S_{j,ini,fixos}$  é a rigidez da alma do pilar com restrição de rotação de suas mesas.

A rigidez da alma do pilar com restrição de rotação de suas mesas ( $S_{j,ini,fixos}$ ) é dividida em dois casos:

a) Rigidez inicial para o caso de duas linhas de parafusos à tração:

$$S_{j,ini,fixos} = Sh_1 \left( h_1 - \frac{h_1 + h_2}{\frac{S_3}{S} + 2} \right) + Sh_2 \left( h_2 - \frac{h_1 + h_2}{\frac{S_3}{S} + 2} \right) \text{ onde } S_1 = S_2 = S \neq S_3 \quad (4.4)$$

b) Rigidez inicial para o caso de uma linha de parafusos à tração:

$$S_{j,ini,fixos} = \frac{h^2}{\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_3}} \quad (4.5)$$

em que a rigidez inicial translacional, segundo Neves (1996) é dada por:

$$S_i = \frac{Et_{wc}^3}{L^2} 16 \frac{\alpha + (1 - \beta) \operatorname{tg} \theta}{(1 - \beta)^3 + \frac{10,4(k_1 - k_2 \beta)}{\mu^2}} \quad (4.6)$$



#### 4.5.1. Pilares com Alma de Baixa Esbeltez (Classe 1)

A comparação da rigidez inicial numérica e teórica, para os modelos da classe 1 na condição de mesas do pilar sem restrição à rotação, é apresentada na tabela 4.23.

**Tabela 4.23: Resultados numéricos e teóricos da rigidez inicial da classe 1 (unidade em kNcm/rad)**

Classe	Modelo	$\lambda_w$	$S_{ini}$ (Teórico)	$S_{ini}$ (Numérico)	Diferença (%)
1	BIE <sub>1</sub>	14,54	1.070.155,82	1.173.110,71	-9,62
	BIE <sub>2</sub>	16,43	924.624,06	924.864,10	-0,03
	BIE <sub>3</sub>	19,31	784.937,10	664.765,33	11,24

Na tabela 4.24 são apresentados os valores dos parâmetros  $\mu$ ,  $\beta$  e  $S_{j,ini,fixos}$ , utilizados na obtenção da rigidez inicial rotacional  $S_{j,ini}$  com liberdade de rotação das mesas do pilar, para os modelos da classe 1.

**Tabela 4.24: Parâmetros utilizados na obtenção da rigidez inicial da classe 1 (unidade em kNcm/rad)**

Classe	Modelo	$\mu$	$\beta$	$S_{j, ini, fixos}$
1	BIE <sub>1</sub>	15,00	0,75	5.819.522,58
	BIE <sub>2</sub>	16,95	0,75	4.316.382,01
	BIE <sub>3</sub>	19,92	0,75	2.856.197,55

Para os modelos com pilar de alma pouco esbelta, observou-se que a rigidez inicial do modelo numérico BIE<sub>1</sub> foi ligeiramente superior à rigidez teórica, enquanto para o modelo BIE<sub>3</sub> a rigidez inicial numérica foi 11% inferior à teórica. Para o modelo BIE<sub>2</sub> os valores da rigidez inicial teórica e numérica são praticamente iguais.

A rigidez inicial teórica da alma do pilar com liberdade de rotação das suas mesas ( $S_{j,ini,livres}$ ) é relacionada à rigidez da alma com restrição de rotação das mesas ( $S_{j,ini,fixos}$ ) por meio dos parâmetros  $\mu$  e  $\beta$  (relacionados à alma do pilar). Dessa forma, considera-se a esbeltez da alma do pilar ( $\mu = L/t_{wc}$ ) e o parâmetro relacionado à zona de tração ou compressão da alma ( $\beta = b/L$ ), sendo  $b$  um valor aproximado do comprimento da área carregada na alma do pilar (carregamento uniformemente distribuído em um retângulo equivalente). Assim, é relevante ressaltar que as equações 4.2 e 4.3 levam em conta apenas a variação dos parâmetros relacionados à alma do pilar e não consideram a variação da geometria das mesas. A variação desta última modifica o nível de restrição à rotação da alma do pilar na direção do eixo de menor inércia do pilar, na medida em que ocorre a variação da largura  $b_f$  das mesas e do momento de

inércia  $I_z$ . Portanto, os fatores citados neste parágrafo podem estar ocasionando a diferença entre os resultados de rigidez inicial teórica e numérica.

#### 4.5.2. Pilares com Alma de Média Esbeltez (Classe 2)

A tabela 4.25 apresenta os valores obtidos para a rigidez inicial teórica e numérica dos modelos da classe 2, levando em conta a liberdade de rotação das mesas do pilar.

**Tabela 4.25: Resultados numéricos e teóricos da rigidez inicial da classe 2 (unidade em kNcm/rad)**

Classe	Modelo	$\lambda_w$	$S_{ini}$ (Teórico)	$S_{ini}$ (Numérico)	Diferença (%)
2	MIE <sub>1</sub>	21,26	655.542,59	719.318,85	-9,73
	MIE <sub>2</sub>	22,77	508.247,29	573.415,77	-12,82
	MIE <sub>3</sub>	23,21	577.812,56	719.392,00	-24,50
	MIE <sub>4</sub>	25,56	500.953,37	488.549,74	2,48
	MIE <sub>5</sub>	25,96	415.145,60	437.846,41	-5,47
	MIE <sub>6</sub>	29,61	513.207,10	354.406,60	30,94

Para os modelos da classe 2, a tabela 4.26 apresenta os valores dos parâmetros  $\mu$ ,  $\beta$  e  $S_{j,ini,fixos}$  utilizados na obtenção da rigidez inicial rotacional  $S_{j,ini}$  com liberdade de rotação das mesas do pilar.

Os valores da rigidez inicial obtidos pela análise numérica em comparação com os valores obtidos a partir do modelo de Neves (2004), em alguns casos apresentaram uma diferença considerável, como por exemplo, o modelo MIE<sub>6</sub> que ultrapassou 30%; porém, em casos como o modelo MIE<sub>4</sub>, a diferença entre teórico e numérico foi pequena (2,5%). Como comentado no item 4.5.1, a diferença entre os resultados teórico e numérico pode estar relacionada à consideração de parâmetros relacionados apenas à alma do pilar ( $\mu$  e  $\beta$ ) para o cálculo da rigidez através do modelo de Neves (2004).

**Tabela 4.26: Parâmetros utilizados na obtenção da rigidez inicial da classe 2 (unidade em kNcm/rad)**

Classe	Modelo	$\mu$	$\beta$	$S_{j, ini, fixos}$
2	MIE <sub>1</sub>	21,93	0,75	2.217.115,89
	MIE <sub>2</sub>	23,38	0,69	1.431.601,88
	MIE <sub>3</sub>	23,94	0,75	1.751.152,15
	MIE <sub>4</sub>	26,36	0,75	1.346.155,02
	MIE <sub>5</sub>	26,67	0,69	992.314,87
	MIE <sub>6</sub>	30,26	0,75	1.160.658,00

#### 4.5.3. Pilares com Alma de Alta Esbeltez (Classe 3)

Os resultados teóricos e numéricos da rigidez inicial apresentam-se na tabela 4.27.

**Tabela 4.27: Resultados numéricos e teóricos da rigidez inicial da classe 3 (unidade em kNcm/rad)**

Classe	Modelo	$\lambda_w$	$S_{ini}$ (Teórico)	$S_{ini}$ (Numérico)	Diferença (%)
3	AIE <sub>1</sub>	31,49	305.273,21	273.012,16	10,57
	AIE <sub>2</sub>	34,42	264.067,40	221.915,46	15,96
	AIE <sub>3</sub>	39,75	114.607,72	141.576,59	-23,53
	AIE <sub>4</sub>	43,61	98.074,29	111.014,99	-13,19
	AIE <sub>5</sub>	45,51	91.276,25	92.109,91	-0,91
	AIE <sub>6</sub>	48,31	82.495,46	81.100,54	1,69
	AIE <sub>7</sub>	50,84	89.988,97	79.601,65	11,54
	AIE <sub>8</sub>	51,86	72.081,45	66.455,95	7,80
	AIE <sub>9</sub>	54,14	67.949,44	56.970,59	16,16

Os valores dos parâmetros  $\mu$ ,  $\beta$  e  $S_{j,ini,fixos}$  para os modelos da classe 3, utilizados na obtenção da rigidez inicial rotacional  $S_{j,ini}$  com liberdade de rotação das mesas do pilar, são apresentados na tabela 4.28.

Para os modelos da classe 3, a rigidez inicial teórica foi obtida a partir de duas equações. A rigidez inicial dos modelos AIE<sub>1</sub> e AIE<sub>2</sub> foi calculada a partir da equação 4.2, sendo a mesma equação utilizada para os modelos da classe 1 e 2. A equação 4.3 foi utilizada para o restante dos modelos.

**Tabela 4.28: Parâmetros utilizados na obtenção da rigidez inicial da classe 3 (unidade em kNcm/rad)**

Classe	Modelo	$\mu$	$\beta$	$S_{j, ini, fixos}$
3	AIE <sub>1</sub>	32,34	0,69	573.345,63
	AIE <sub>2</sub>	35,35	0,69	443.767,87
	AIE <sub>3</sub>	40,51	0,66	271.600,62
	AIE <sub>4</sub>	44,44	0,66	206.968,30
	AIE <sub>5</sub>	46,38	0,66	182.642,65
	AIE <sub>6</sub>	49,23	0,66	153.198,59
	AIE <sub>7</sub>	51,47	0,43	93.031,41
	AIE <sub>8</sub>	52,71	0,57	102.846,17
	AIE <sub>9</sub>	55,17	0,66	109.434,41

Vale ressaltar o aumento da rigidez da alma do pilar, obtida na análise numérica, com a redução da esbeltez da alma do pilar.

---

## **CONSIDERAÇÕES ADICIONAIS SOBRE OS RESULTADOS NUMÉRICOS**

Apresenta-se, neste capítulo, a análise dos resultados referentes ao comportamento dos modelos em classes distintas de esbeltez da alma do pilar, a partir da variação da geometria do perfil do pilar, assim como nas fronteiras de separação entre as classes. Este tipo de análise tem por objetivo a verificação da influência do aumento do parâmetro índice de esbeltez da alma do pilar e também da geometria das mesas do pilar, buscando-se melhor definição e ajuste dos modelos de determinação da capacidade resistente ao momento fletor, do comportamento rotacional e da rigidez inicial das ligações.

Adicionalmente, a análise realizada, levou em consideração a necessidade de se alcançar a melhor relação entre a resistência da ligação e o consumo de aço com o perfil do pilar, uma vez baseado na variação do perfil do pilar, foi mantida constante a geometria dos componentes da ligação.

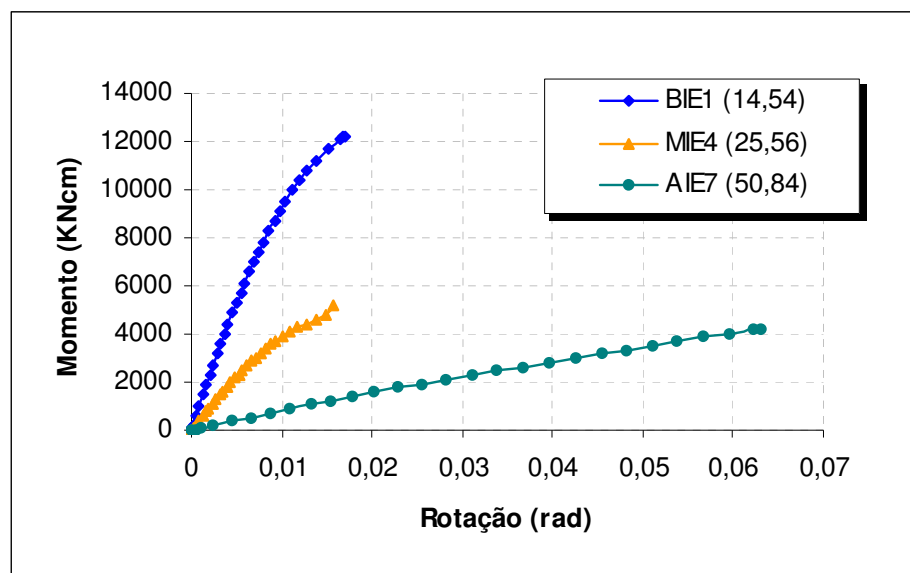
Ao final do capítulo, é também apresentada uma breve discussão relativa ao comportamento dos parafusos, analisando-se as forças resultantes na seção intermediária dos fustes e a influência do binário de forças de equilíbrio da ligação (forças de reação resultantes perpendiculares ao plano da alma do pilar) na distribuição

das tensões na ligação.

### 5.1. COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS ENTRE CLASSES

Neste item é apresentada a comparação entre os modelos BIE<sub>1</sub>, MIE<sub>4</sub> e AIE<sub>7</sub>, avaliando-se os resultados entre modelos de diferentes classes de esbeltez. A escolha dos modelos levou em consideração as propriedades geométricas dos mesmos. Os modelos BIE<sub>1</sub> e MIE<sub>4</sub> porque possuem a mesma altura  $L_w$  da alma (253mm) e o modelo AIE<sub>7</sub> porque possui aproximadamente a mesma espessura  $t_w$  da alma (9,5mm) em relação ao modelo MIE<sub>4</sub> (9,9mm). Dessa forma é possível eliminar um parâmetro geométrico ao se fazer a comparação entre os resultados da análise do comportamento da ligação.

O comportamento momento-rotação da alma do pilar desses 3 modelos é apresentado na figura 5.1, percebendo-se claramente a redução da rigidez inicial com o aumento do índice de esbeltez da alma. A rotação atingida pela alma do modelo AIE<sub>7</sub> é bastante superior às rotações atingidas pelas almas dos modelos BIE<sub>1</sub> e MIE<sub>4</sub>.



**Figura 5.1: Curvas momento-rotação da alma para os modelos BIE<sub>1</sub>, MIE<sub>4</sub> e AIE<sub>7</sub>**

A comparação entre as características geométricas e físicas do perfil do pilar, a capacidade resistente e a capacidade rotacional dos três modelos é apresentada na tabela 5.1.

**Tabela 5.1: Capacidade resistente e rotacional para os modelos BIE<sub>1</sub>, MIE<sub>4</sub> e AIE<sub>7</sub> (unidades em kg/m, mm, kNcm e rad).**

Mod.	Perfil <sub>(pilar)</sub>	Massa linear	$t_w$	$L_w$	$\lambda_w$	$b_f$	$t_f$	$M_{resistente}$	Rotação
BIE <sub>1</sub>	HP 310x125	125,0	17,4	253	14,54	312	17,4	4.425,31	0,00412
MIE <sub>4</sub>	W 310x97	97,0	9,9	253	25,56	305	15,4	3.047,19	0,00710
AIE <sub>7</sub>	W 530x82	82,0	9,5	483	50,84	209	13,3	1.227,19	0,01551

Os resultados obtidos mostram-se coerentes em termos do aumento da capacidade resistente com a redução da esbelteza da alma. Analisando-se os modelos BIE<sub>1</sub> e MIE<sub>4</sub> (mesmo valor de  $L_w$ ), o aumento da espessura  $t_w$  da alma garantiu ao modelo BIE<sub>1</sub> um significativo ganho de resistência (da ordem de 45,2%). No entanto, a utilização do perfil HP 310x125 acarreta em 28,9% de acréscimo de peso por metro linear de perfil.

Já a comparação entre os modelos AIE<sub>7</sub> e MIE<sub>4</sub>, com praticamente a mesma espessura  $t_w$  da alma, o aumento da altura  $L_w$  da alma reduz em 59,7% a capacidade resistente. A perda de resistência, portanto, é bastante elevada, apesar da redução de 15,5% de peso por metro do perfil com a utilização do perfil W 530x82 como pilar.

Além da geometria da alma, as dimensões das mesas do pilar também influenciam o nível de restrição à rotação na direção do eixo de menor inércia do pilar. O modelo BIE<sub>1</sub>, por exemplo, apresentou capacidade de rotação aproximadamente 4 vezes menor do que a do modelo AIE<sub>7</sub>.

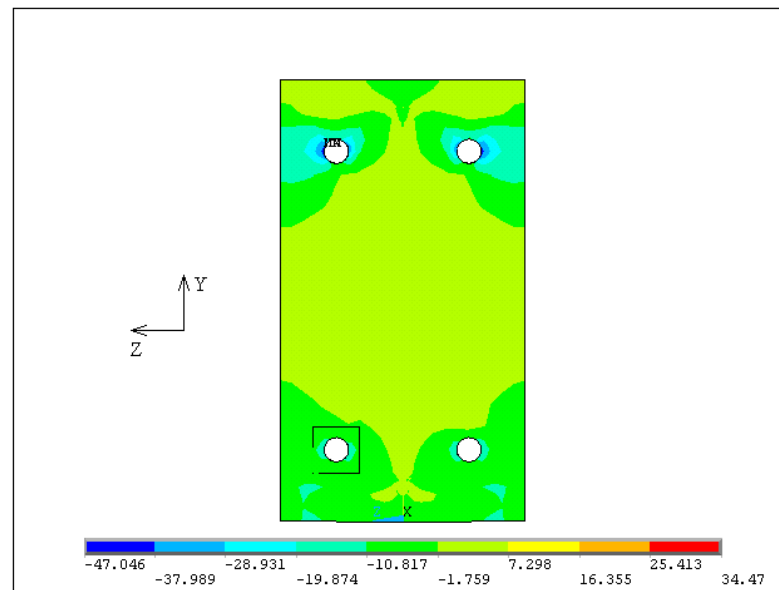
A tabela 5.2 apresenta os valores de tensão atingidos pelos componentes da ligação e pela alma do pilar dos modelos BIE<sub>1</sub>, MIE<sub>4</sub> e AIE<sub>7</sub> para os seus respectivos momentos resistentes.

**Tabela 5.2: Tensões nos componentes da ligação e na alma do pilar ao ser atingido o momento resistente (unidades em kNcm e kN/cm<sup>2</sup>)**

Modelo	$M_{pl}$ (numérico)	Viga ( $\sigma_x$ )	Chapa ( $\sigma_y$ )	Parafusos ( $\sigma_x$ )	Pilar ( $\sigma_y$ )
BIE <sub>1</sub>	4.425,31	-40,84	-47,05	46,77	-26,48
MIE <sub>4</sub>	3.047,19	-39,61	-38,60	40,01	37,21
AIE <sub>7</sub>	1.227,19	-28,13	-22,63	32,72	41,28

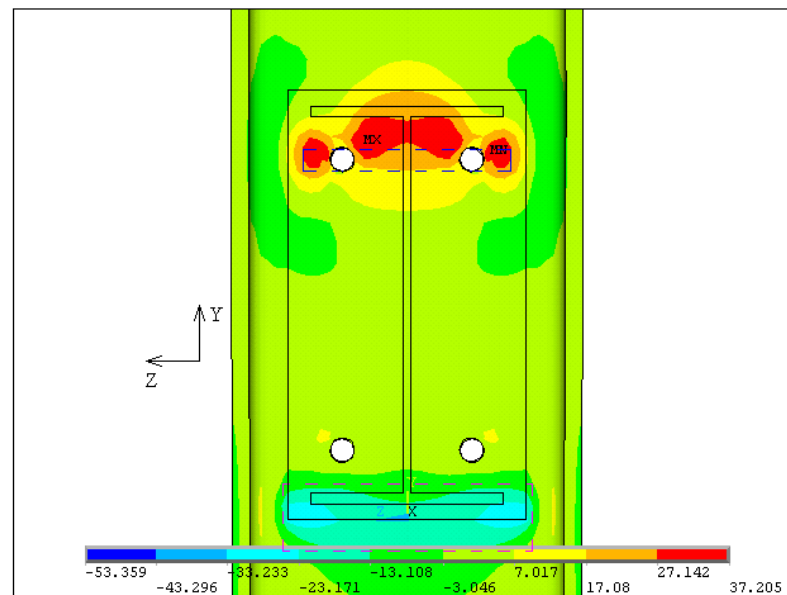
As figuras 5.2, 5.3 e 5.4 ilustram o comportamento dos elementos da ligação que atingiram a situação crítica em cada modelo.

No modelo BIE<sub>1</sub>, o momento crítico foi atingido nos componentes da ligação, mais especificamente na chapa de topo, atingindo a tensão última ( $f_u = 45,0\text{kN/cm}^2$ ).



**Figura 5.2. Tensões  $\sigma_y$  na chapa de topo do modelo BIE<sub>1</sub>, em kN/cm<sup>2</sup>.**

Nos modelos MIE<sub>4</sub> e AIE<sub>7</sub>, a alma do pilar apresentou regiões com concentração de tensões com valores superiores à tensão limite de escoamento do material ( $f_y = 34,5\text{kN/cm}^2$ ) antes que o comportamento dos componentes da ligação fosse comprometido.



**Figura 5.3. Tensões  $\sigma_y$  no pilar do modelo MIE<sub>4</sub>, em kN/cm<sup>2</sup>.**

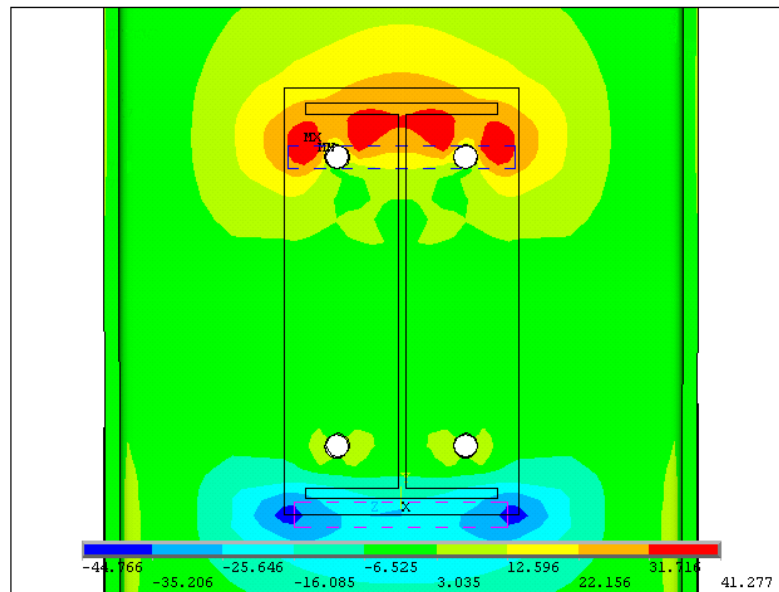


Figura 5.4. Tensões  $\sigma_y$  no pilar do modelo AIE<sub>7</sub>, em kN/cm<sup>2</sup>.

## 5.2. COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS NO LIMITE DE SEPARAÇÃO DAS CLASSES

A relação momento-rotação para os modelos próximos aos limites de separação das classes de esbeltez apresentou comportamento aproximado, tanto na fronteira entre as classes 1 e 2 quanto entre as classes 2 e 3.

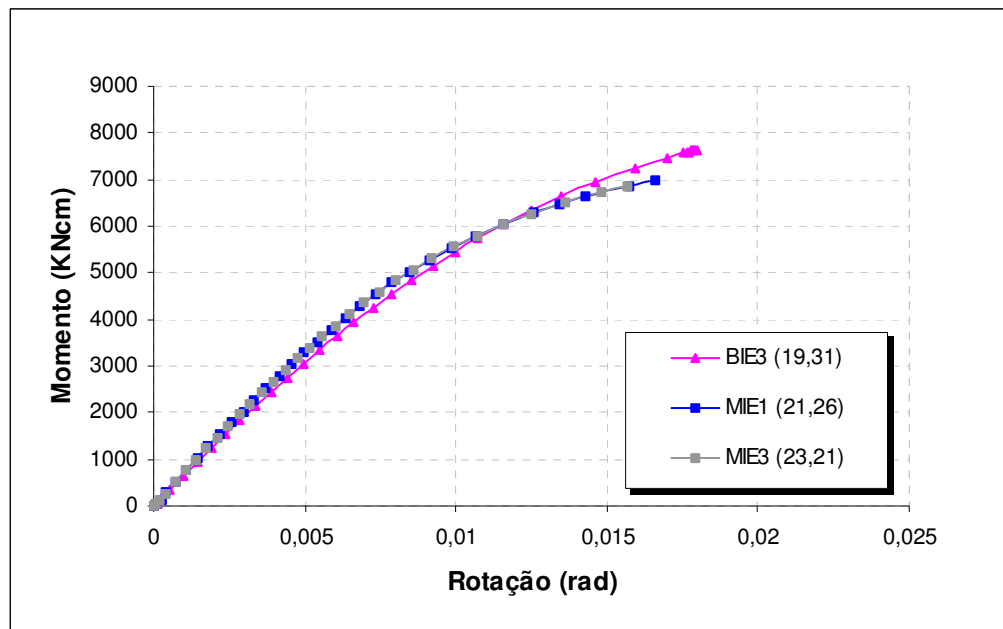


Figura 5.5: Curvas momento-rotação da alma para os modelos situados no limite das classes 1 e 2.



Além dos modelos BIE<sub>3</sub> e MIE<sub>1</sub>, que se encontram no limite entre as classes 1 e 2, o modelo MIE<sub>3</sub> apresentou comportamento bastante próximo daqueles, como se observa na figura 5.5. O comportamento da curva momento-rotação foi muito próximo para esses modelos, ocorrendo a sobreposição das curvas dos modelos MIE<sub>1</sub> e MIE<sub>3</sub>.

Na tabela 5.3 são apresentadas as características geométricas e físicas dos perfis dos pilares e os resultados, obtidos numericamente, da capacidade resistente e da capacidade rotacional de cada um dos modelos.

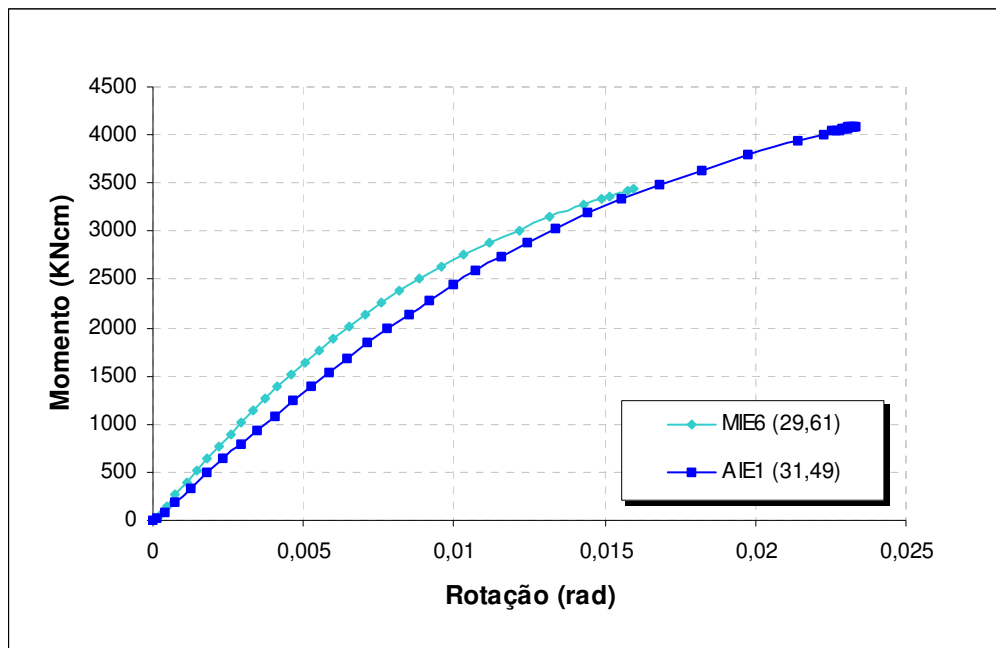
**Tabela 5.3: Capacidade resistente e rotacional para os modelos situados no limite das classes 1 e 2 (unidades em kg/m, mm, kNcm e rad)**

Mod.	Perfil <sub>(pilar)</sub>	Massa linear	$t_w$	$L_w$	$\lambda_w$	$b_f$	$t_f$	$M_{resistente}$	Rotação
BIE <sub>3</sub>	HP 310x93	93,0	13,1	253	19,31	308,0	13,1	3.941,25	0,00664
MIE <sub>1</sub>	W 310x117	117,0	11,9	253	21,26	307,0	18,7	4.034,38	0,00633
MIE <sub>3</sub>	W 310x107	107,0	10,9	253	23,21	306,0	17,0	4.113,00	0,00648

Estes resultados demonstram que a redução da esbeltez da alma não garante o aumento da capacidade resistente. Pelo contrário, o aumento da esbeltez, mais especificamente a redução da espessura  $t_w$  da alma, ocasionou o aumento da resistência da ligação. Porém, não se deve levar em consideração apenas as dimensões da alma, mas também as das mesas do pilar por causa da restrição à rotação imposta por elas. Os modelos MIE<sub>1</sub> e MIE<sub>3</sub> apresentam, respectivamente, aumentos de 2,36% e 4,36% da capacidade resistente em relação ao modelo BIE<sub>3</sub>. No entanto, nos modelos MIE<sub>1</sub> e MIE<sub>3</sub> apresentam, respectivamente, aumento de 25,81% e 15,05% em termos de peso do perfil do pilar por metro linear relativamente ao modelo BIE<sub>3</sub>. Apesar da pequena perda de capacidade resistente ao momento fletor, a economia de material ao se utilizar o perfil HP 310x93 como pilar em uma ligação viga-pilar com chapa de topo curta justificaria a sua escolha.

A rigidez inicial do modelo BIE<sub>3</sub> (664.765 kNcm/rad) é 7,6% inferior à rigidez inicial do modelo MIE<sub>1</sub> (719.319 kNcm/rad) e MIE<sub>3</sub> (719.392 kNcm/rad).

No limite das classes de esbeltez 2 e 3 foram analisados os modelos MIE<sub>6</sub> e AIE<sub>1</sub>, cujas curvas momento-rotação são apresentadas na figura 5.6. Como esperado, a rigidez inicial do modelo AIE<sub>1</sub> é inferior à rigidez inicial do modelo MIE<sub>6</sub>, dado o aumento do índice de esbeltez da alma do pilar. Observa-se que a capacidade rotacional do modelo AIE<sub>1</sub> é bem superior à do modelo MIE<sub>6</sub>.



**Figura 5.6: Curvas momento-rotação da alma para os modelos situados no limite das classes 2 e 3.**

Para uma avaliação do comportamento dos modelos na fronteira entre as classes 2 e 3, são apresentadas na tabela 5.4 as características geométricas e físicas do perfil do pilar, a capacidade resistente e capacidade rotacional.

**Tabela 5.4: Capacidade resistente e rotacional para os modelos situados no limite das classes 2 e 3 (unidades em kg/m, mm, kNcm e rad)**

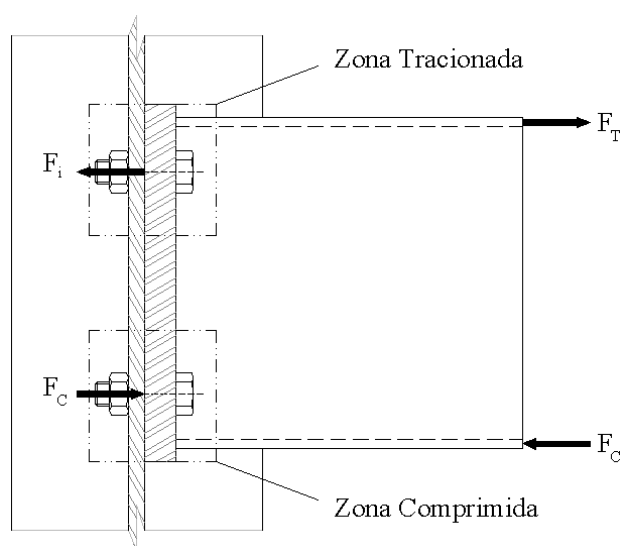
Mod.	Perfil <sub>(pilar)</sub>	Massa linear	$t_w$	$L_w$	$\lambda_w$	$b_f$	$t_f$	$M_{\text{resistente}}$	Rotação
MIE <sub>6</sub>	W 250x44,8	44,8	7,6	225	29,61	148,0	13,0	2.392,19	0,00820
AIE <sub>1</sub>	W 360x79	79,0	9,4	296	31,49	205,0	16,8	2.287,50	0,00921

Coerentemente, a redução da esbeltez da alma do pilar conduziu ao aumento da capacidade resistente da ligação. O modelo MIE<sub>6</sub> mostrou-se 4,6% mais resistente, a despeito de seu peso por metro linear ser 43,3% menor que o do modelo AIE<sub>1</sub>. Entretanto, a capacidade rotacional do modelo MIE<sub>6</sub> é 11% menor. Portanto, o perfil W 250x44,8 se mostra mais eficaz do que o perfil W 360x79 para compor o pilar do tipo de ligação estudada, apresentando um ganho significativo de resistência e economia.

Ressalte-se ainda que a rigidez inicial do modelo MIE<sub>6</sub> (354.407 kNcm/rad) é 29,8% maior que a rigidez inicial do modelo AIE<sub>1</sub> (273.012 kNcm/rad), confirmando que o perfil W 250x44,8 é mesmo a melhor escolha para a situação analisada.

### 5.3. ANÁLISE DAS FORÇAS NOS PARAFUSOS

Na análise tradicional das forças nos parafusos de uma ligação com chapa de topo curta é estabelecida que a força de tração  $F_i$  a ser resistida por um parafuso da linha superior da ligação é igual à metade da força de tração equivalente atuante na ligação  $F_T$ , como representado na figura 5.7. A força de tração equivalente  $F_T$  é calculada como o quociente entre o momento atuante na ligação e a distância entre os planos médios das mesas da viga.



**Figura 5.7: Análise tradicional das forças nos parafusos**

Foram obtidas as forças nos parafusos através da análise da tensão longitudinal média atuante no fuste dos parafusos superiores e inferiores, visando-se à comparação desses valores com os obtidos com a utilização do critério de análise tradicional de distribuição das forças nos parafusos.

#### 5.3.1. Modelo de Análise

As tensões normais e cisalhantes foram obtidas nas duas linhas de parafusos da ligação. A partir dessas tensões foram calculadas as forças transmitidas à chapa de topo pelas cabeças dos parafusos e, eventualmente, pelos fustes, caso ocorresse o contato destes com os furos.

O modelo indicado na figura 5.8 foi estabelecido com a identificação das forças que atuam sobre o conjunto viga-chapa de topo, onde:

$F$ : carregamento aplicado à extremidade livre da viga;

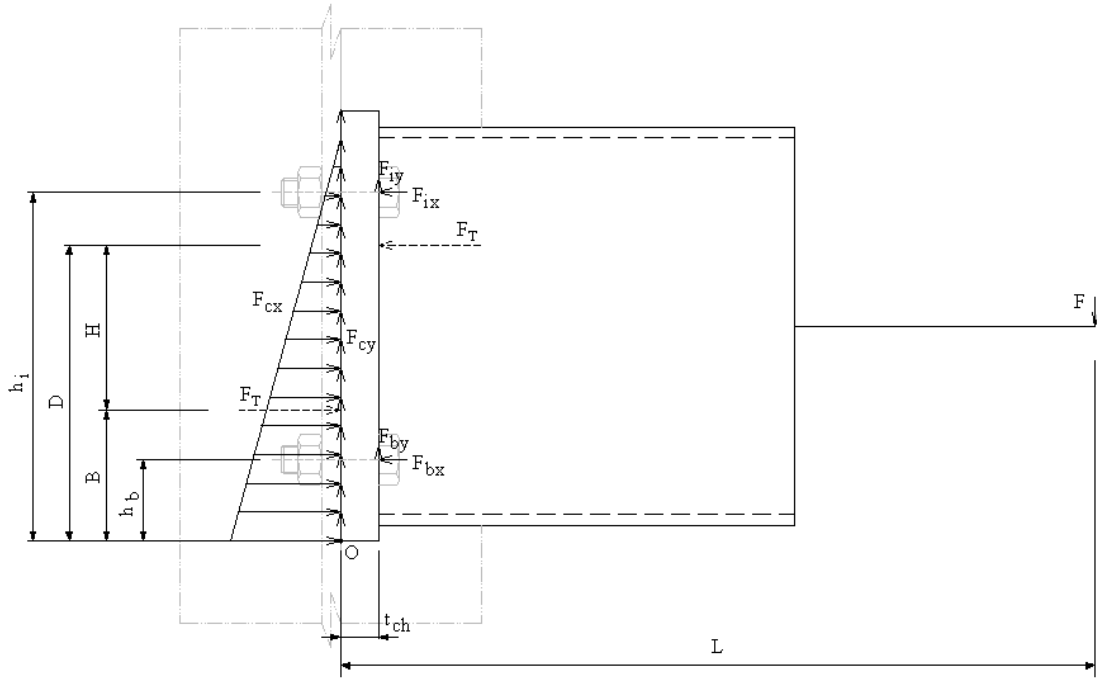
$F_{cx}$ : força horizontal exercida pela alma sobre a chapa de topo;

$F_{cy}$ : força vertical exercida pela alma sobre a chapa de topo;

$F_{ix}$  e  $F_{bx}$ : forças horizontais dos parafusos sobre a chapa de topo;

$F_{iy}$  e  $F_{by}$ : forças verticais dos parafusos sobre a chapa de topo;

$F_T$ : força total de tração nos parafusos.



**Figura 5.8. Configuração da ligação submetida ao carregamento**

Analisando-se a condição de equilíbrio do conjunto viga-chapa de topo, determina-se, em primeiro lugar, o ponto de aplicação da resultante horizontal das reações dos parafusos sobre a chapa de topo:

$$D = \frac{F_{ix} \cdot h_i + F_{bx} \cdot h_b}{F_{ix} + F_{bx}} \quad (5.1)$$

Com o equilíbrio das forças horizontais obtém-se a reação horizontal da alma do pilar sobre a chapa de topo:

$$F_{cx} = F_{ix} + F_{bx} \quad (5.2)$$

Para o equilíbrio das forças verticais tem-se a reação vertical da alma do pilar sobre a chapa de topo, tem-se:

$$F_{cy} = F - (F_{iy} + F_{by}) \quad (5.3)$$

Estabelecendo-se o equilíbrio de momentos em relação ao ponto  $O$ , obtém-se:

$$-(F.L) - (F_{cx} \cdot B) + (F_{iy} + F_{by}) \cdot t_{ch} + (F_{ix} \cdot h_i) + (F_{bx} \cdot h_b) = 0 \quad (5.4)$$

A distância  $B$  entre o ponto de aplicação da resultante horizontal da reação da alma do pilar e o ponto  $O$ , situado na extremidade inferior da chapa de topo, pode ser calculada através da equação 5.4.

Finalmente, obtém-se o valor de  $H$ , que representa a distância entre as forças horizontais da alma do pilar sobre a chapa de topo que compõem o binário de forças de equilíbrio da ligação:

$$H = D - B \quad (5.5)$$

### 5.3.2. Resultados da Análise Numérica nos Parafusos

Os valores das forças nos parafusos, no estágio de carregamento que produziu a tensão crítica nos componentes da ligação ou a formação do mecanismo plástico na alma do pilar, conforme o mais crítico, são apresentados na tabela 5.5 para os 18 modelos analisados.

Observa-se que, diferentemente do previsto no modelo tradicional, em todos os modelos analisados as duas linhas de parafusos foram solicitadas à tração, com predominância de esforços na linha superior.

**Tabela 5.5: Distribuição de forças nos parafusos (unidades em kN e cm)**

Modelo	F	F <sub>t</sub>	F <sub>ix</sub>		F <sub>bx</sub>		D	B	H
BIE <sub>1</sub>	29,50	479,11	265,20	55,4%	213,91	44,6%	20,4	11,0	9,4
BIE <sub>2</sub>	28,04	465,56	261,97	56,3%	203,59	43,7%	20,6	11,5	9,1
BIE <sub>3</sub>	26,28	446,87	257,35	57,6%	189,52	42,4%	21,0	12,0	8,9
MIE <sub>1</sub>	26,90	432,69	251,31	58,1%	181,38	41,9%	21,1	11,6	9,4
MIE <sub>2</sub>	25,69	441,92	253,24	57,3%	188,68	42,7%	20,9	12,1	8,8
MIE <sub>3</sub>	27,42	435,55	254,07	58,3%	181,48	41,7%	21,1	11,6	9,6
MIE <sub>4</sub>	20,31	390,33	226,88	58,1%	163,45	41,9%	21,1	13,2	7,9
MIE <sub>5</sub>	20,55	406,09	230,53	56,8%	175,56	43,2%	20,7	13,1	7,7
MIE <sub>6</sub>	15,95	354,76	210,53	59,3%	144,23	40,7%	21,4	14,6	6,8
AIE <sub>1</sub>	15,25	376,02	213,84	56,9%	162,18	43,1%	20,8	14,6	6,2
AIE <sub>2</sub>	13,20	361,37	205,03	56,7%	156,34	43,3%	20,7	15,2	5,5
AIE <sub>3</sub>	10,06	340,78	189,70	55,7%	151,08	44,3%	20,5	16,0	4,5
AIE <sub>4</sub>	9,06	328,48	182,60	55,6%	145,88	44,4%	20,4	16,2	4,2
AIE <sub>5</sub>	8,46	322,60	178,73	55,4%	143,87	44,6%	20,4	16,4	4,0
AIE <sub>6</sub>	7,85	311,52	171,59	55,1%	139,93	44,9%	20,3	16,5	3,8
AIE <sub>7</sub>	8,18	348,18	185,53	53,3%	162,65	46,7%	19,8	16,3	3,6
AIE <sub>8</sub>	6,59	310,14	166,90	53,8%	143,24	46,2%	20,0	16,8	3,2
AIE <sub>9</sub>	5,84	280,14	150,26	53,6%	129,88	46,4%	19,9	16,8	3,2

Comparando-se os resultados obtidos para os modelos BIE<sub>1</sub> e MIE<sub>4</sub>, a solicitação dos parafusos superiores e inferiores do modelo MIE<sub>4</sub> são, respectivamente, 14,4% e 23,6% menores, sendo da ordem de 31,2% a redução do valor da carga F que provocou o colapso da ligação. As tensões longitudinais atingidas na região dos furos da chapa de topo dos modelos BIE<sub>1</sub> e MIE<sub>4</sub> foram respectivamente de 47,05kN/cm<sup>2</sup> e 38,60kN/cm<sup>2</sup>. Coerentemente, ocorreu uma redução de 17,9% na solicitação da chapa de topo, uma vez que a componente superior do binário de forças reduziu o seu valor em 18,5% (de 479,11kN para 390,33kN).

Nesse caso, o aumento de esbeltez da alma do pilar acarretou a redução do valor da tensão na chapa de topo, de tal forma que a chapa saiu da situação crítica ( $f_u = 45\text{kN/cm}^2$ ) e a alma do pilar formou o mecanismo plástico antes que a chapa atingisse a tensão crítica.

A comparação entre os modelos MIE<sub>4</sub> e AIE<sub>7</sub> mostra que a solicitação dos parafusos superiores e inferiores do modelo AIE<sub>7</sub> reduziram-se 18,2% e 0,5% respectivamente, para a redução de 59,7% no valor da carga que ocasionou o colapso da ligação. As tensões longitudinais atingidas na chapa de topo dos modelos MIE<sub>4</sub> e AIE<sub>7</sub>, também na região dos furos, foram respectivamente de 38,60kN/cm<sup>2</sup> e 22,63kN/cm<sup>2</sup>. Ocorreu uma redução de 41,4% na solicitação da chapa de topo, uma vez que a componente superior do binário de forças reduziu o seu valor em 10,8% (de 390,33kN para 348,18kN). Para a comparação em questão, o aumento de esbeltez da alma do pilar também reduziu a tensão na chapa de topo.

---

## CONCLUSÕES

Este capítulo é dedicado à apresentação das conclusões obtidas a partir dos resultados das análises numéricas em comparação com os resultados provenientes dos modelos teóricos.

Também são abordadas algumas considerações relativas ao desenvolvimento deste trabalho, assim como possibilidades e necessidades quanto ao prosseguimento e aprofundamento do estudo do comportamento estrutural de ligações com chapa de topo curta na direção do eixo de menor inércia do pilar.

Com esse propósito, o capítulo é subdividido em (i) **Considerações quanto à Metodologia Aplicada**, (ii) **Considerações sobre os Resultados Obtidos**, e (iii) **Recomendações para o Prosseguimento dos Estudos**.

### 6.1. CONSIDERAÇÕES QUANTO À METODOLOGIA APLICADA

O desenvolvimento de modelos numéricos, via método dos elementos finitos, objetivou representar satisfatoriamente o comportamento das ligações viga-pilar parafusadas com chapa de topo curta conectada à alma do pilar.

A partir da bibliografia disponível sobre o assunto, foi adotado um tipo de modelação tridimensional já testada por pesquisadores tais como Sherbourne & Bahaari (1996a, 1996b, 1997a, 1997b), Maggi (2000) e Maggi & Gonçalves (2003), Bessa

(2004), Neves (2004) e Hotes (2006), entre outros. Levando em consideração a abordagem feita por tais referências, optou-se pela modelação tridimensional, devido à possibilidade de obtenção de maior representatividade do comportamento real das ligações. Assim, o presente trabalho procurou adequar-se às modelações já testadas e de eficiência comprovada, inclusive com a inclusão de modificações e considerações adicionais recomendadas pelos autores citados, em especial as relacionadas por Maggi (2000), Bessa (2004) e Hotes (2006), relativas:

- ✓ à consideração das folgas entre os parafusos e os furos da chapa de topo e da alma do pilar;
- ✓ à utilização de diagramas multilíneares para a caracterização do comportamento tensão-deformação dos materiais, que permite representar não só a perda de resistência devido à plastificação, mas também a ruptura do material;
- ✓ à redução do número de elementos finitos, considerando-se o acoplamento entre elementos finitos sólidos e de barra;
- ✓ à utilização do modelo com a geometria completa, de forma a reduzir a influência da restrição imposta na região do plano médio da alma da viga, visando melhorar os resultados obtidos nas análises.

Além disso, como verificado por Maggi (2000), Bessa (2004) e Hotes (2006), o tipo de modelação adotado permite:

- i) a consideração de forma realista e de acordo com as recomendações da NBR8800 (1986), das forças de protensão nos parafusos, permitindo que seus efeitos sejam incorporados ao comportamento da ligação;
- ii) uma avaliação mais realista da distribuição de tensões na alma do pilar, tanto na região tracionada quanto na comprimida;
- iii) representar, de modo adequado, a inter-relação entre os diversos componentes da ligação, através da utilização de elementos de contato.

Os modelos numéricos foram concebidos como uma forma idealizada de representação das ligações, não sendo reproduzidas determinadas características intrínsecas das ligações reais ou dos protótipos de ensaio, tais como as imperfeições dos perfis e chapas e a existência de tensões residuais decorrentes do processo de fabricação e montagem.

A partir dos resultados obtidos, de maneira geral, pode-se reafirmar que a



potencialidade da análise numérica e dos modelos utilizados neste trabalho mostrou-se eficaz, abrindo a possibilidade de melhor compreensão do tipo de ligação em estudo. Entretanto, devido às simplificações adotadas nos modelos numéricos, poderão ocorrer algumas discrepâncias quando feitas as comparações com os resultados obtidos experimentalmente.

## 6.2. CONSIDERAÇÕES SOBRE OS RESULTADOS OBTIDOS

A partir do comportamento momento-rotação da alma do pilar foi possível observar que não é apenas o índice de esbeltez da alma do pilar que influencia a capacidade resistente e a rigidez inicial da ligação, uma vez que alguns modelos pertencentes às classes de médio e alto índice de esbeltez não apresentaram uma relação direta entre o aumento da esbeltez da alma e a diminuição da capacidade resistente e rigidez inicial da ligação.

Outro fator relevante, de forma a influenciar a rigidez inicial e a capacidade resistente, foi a variação da relação entre a altura da alma do pilar e a largura da chapa de topo ( $L_w/b_{ch}$ ), ocasionando aproximação ou afastamento das bordas verticais da chapa de topo em relação às mesas do pilar. Também deve ser levado em consideração o nível de restrição à rotação da alma do pilar, na direção do eixo de menor inércia, imposto pelas mesas do pilar na medida em que ocorre a variação da largura  $b_f$  das mesas e do momento de inércia  $I_z$  (momento de inércia em relação ao eixo contido no plano médio da alma do pilar).

A comparação entre a rigidez inicial obtida através do modelo de Neves (2004) e a partir da análise numérica mostra que os resultados têm uma boa representatividade, havendo, porém, a necessidade de incorporação de fatores, tais como a influência das mesas do pilar, no aprimoramento das formulações.

No que diz respeito à capacidade resistente da alma do pilar, os resultados obtidos segundo o modelo de Gomes (1990) foram ligeiramente superiores aos obtidos a partir da análise numérica. Assim, embora aparentemente os resultados teóricos possam mostrar-se contrários à segurança, há a necessidade da realização de análises

experimentais para uma avaliação mais consistente dos resultados.

Por outro lado, os resultados das análises numéricas também não apresentaram uma distribuição de tensões na alma do pilar condizente com a esperada a partir do modelo teórico (considerando uma placa com carregamento uniformemente distribuído em um retângulo equivalente e a formação de charneiras plásticas para a carga de plastificação  $F_{pl}$ ), uma vez que a transmissão das forças de tração se deu nas regiões dos furos dos parafusos.

Com relação à capacidade resistente da chapa de topo e parafusos obtida a partir do Método dos Componentes do EUROCODE 3, foi obtido o modo de falha 3 que corresponde à ruptura dos parafusos. No entanto, os resultados provenientes da análise numérica não apresentaram indicação de ruptura dos parafusos, superestimando a capacidade resistente dos mesmos se comparada à obtida a partir do Método dos Componentes. Porém, como citado anteriormente, a validação dos resultados somente poderá ser realizada quando da posse de resultados de ensaios experimentais.

Segundo Gomes (1990) a distância entre as forças de tração e compressão transmitidas para a alma do pilar é fixa e igual à distância entre os planos médios das mesas da viga. No entanto, diante dos resultados obtidos para os parafusos a partir da análise numérica e com a obtenção do equilíbrio de forças na ligação, conclui-se que essa distância é menor do que a esperada conforme o modelo teórico e varia sob uma considerável influência do índice de esbeltez da alma do pilar.

Outro resultado importante foi a obtenção de esforços de tração nas duas linhas de parafusos, com predominância de esforços na linha superior; resultado diferente do esperado a partir da análise tradicional das forças nos parafusos.

Em resumo, os modelos teóricos que embasaram o presente trabalho apresentaram resultados inferiores aos obtidos numericamente, porém passíveis de serem adaptados a partir da incorporação dos parâmetros aqui julgados também relevantes. Adicionalmente, como demonstrado pelos resultados obtidos, a classificação em classes, de acordo com a esbeltez da alma do pilar, deve merecer maior atenção para a definição de seus limites.

É também importante ressaltar que as análises numéricas realizadas permitiram uma melhor compreensão dos complexos mecanismos de transmissão de esforços no tipo de ligação em estudo, fornecendo preciosas informações para o estabelecimento do

programa de medições (posicionamento de extensômetros e transdutores de deslocamentos) de uma futura etapa experimental.

### **6.3. RECOMENDAÇÕES PARA O PROSSEGUIMENTO DOS ESTUDOS**

Como já mencionado em vários pontos do presente trabalho, a primeira das recomendações para o prosseguimento dos estudos é a necessidade de realização de ensaios para a validação da modelação numérica, acompanhada de comparações de resultados que permitam, caso necessário, estabelecer parâmetros de correção para os resultados obtidos numericamente ou para os modelos teóricos existentes.

Além disso, mesmo em termos de análise numérica, seria recomendável o desenvolvimento de outros estudos, tais como:

- ✓ o refinamento do conjunto de análises numéricas de modelos que envolvessem a variação alternada da espessura da chapa de topo e o diâmetro dos parafusos, bem como das dimensões da viga conectada à alma dos pilares;
- ✓ a avaliação da influência do comprimento do pilar no comportamento momento-rotação das ligações;
- ✓ a avaliação da variação da resistência e da rigidez devido à presença de enrijecedores de alma no pilar;
- ✓ o desenvolvimento e análise numérica de modelos com vigas conectadas também à mesa do pilar, para se verificar o grau de restrição imposto por esse elemento;
- ✓ a avaliação da resistência devido à presença de esforços de compressão no pilar;
- ✓ e, por último, o desenvolvimento de modelos numéricos com vigas conectadas em ambas as faces da alma do pilar, de modo a ser possível a avaliação do comportamento da alma do pilar na situação de momentos fletores desbalanceados.

---

# REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (1986). NBR 8800 – Projeto e Execução de Estruturas de Aço de Edifícios. ABNT, Rio de Janeiro.

ANG, K. M. and MORRIS, G. A. (1984). “Analysis of Three-Dimensional Frames with Flexible Beam-Column Connections”. Canadian Journal of Civil Engineers, Vol.11, 245-254.

BESSA, W. O. (2004). Análise Numérica Tridimensional de Ligações Viga-Coluna com Chapa de Topo na Direção do Eixo de Menor Inércia do Pilar. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFOP, Ouro Preto.

BESSA, W. O. (2005). A 3D Analysis of Minor-axis Steel Beam-to-column End Plate Connections. Proceedings of the EuroSteel. Maastricht, The Netherlands.

EUROCODE N° 3: Part 1.1 (1995). Revised Annex J, Joints in Buildings Frames. European Prestandard ENV 1993-1-1, Comission of the European Communities.

EUROCODE 3, Part 1.8 (2000). Design of Joints. Draft 2, prEN1993, European Committee for Standardisation.

FAROOQI, M. A. A. (2003). Finite Element-based Mathematical Moment-Rotation Model for Flush End-Plate Connections. M.Sc. Thesis, The University of Texas at Arlington.

GOMES, F. C. T. (1990). Etat Limite Ultime de la Résistance de L'âme d'une Colonne dans un Assemblage Semi-Rigide d'axe Faible. Rapport Interne n° 203, MSM – Université de Liège, 72p.

GOMES, F. C. T. and JASPART J. P. (1994). Experimental Research of Minor-Axis Joints. Comparison with Theoretical Predictions. COST C1 WG2 Meeting, Doc. COST c1/wd2/94-13, Coimbra.

GOMES, F. C. T.; JASPART, J. P. and MAQUOI, R. (1996). Moment Capacity of Beam-to-Column Minor-Axis Joints. Proceedings of the IABSE International Colloquium on Semi-Rigid Structural Connections, Istanbul, Turkey, p. 319–26., in Eth-Honggerberg, Zurich, Switzerland.

HOTES, S. L. S. (2006). Capacidade Resistente da Alma de Pilares em Ligações com Chapa de Topo na Direção do Eixo de Menor Inércia do Pilar. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFOP, Ouro Preto.

JASPART J., P. et GOYET, V. (1988). Etude Expérimentale et Numérique du Comportement des Structures Composées de Poutres a Assemblages Semi-Rigidez. Construction Métallique n°2, p. 32-49.

KISHI, N. and CHEN, W. F., (1987a). “Moment-Rotation Relation of Top- and Seat-Angle Connections”. Structural Engineering Report No. CE-STR-86-26, School of Civil Engineering, Purdue University, West Lafayette, Indiana.

KISHI, N. and CHEN, W. F., (1987b). “Moment-Rotation Semi-Rigid Connections”. Structural Engineering Report No. CE-STR-87-29, School of Civil Engineering, Purdue University, West Lafayette, Indiana.

LIMA, L. R. O. (1999). Avaliação de Ligações Viga-Coluna em Estruturas de Aço Submetidas à Flexão no Eixo de Menor Inércia. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil, PUC-RIO.

LIMA, L. R. O.; VELLASCO, P. C. G. S. and ANDRADE, S. A. L. (1999). Bolted Semi-Rigid Connections to the Column Minor-Axis. Proceedings of the Second European Conference on Steel Structures, Eurosteel '99, Czech Technical University in Prague, p. 473–86, Prague.

MAGGI, Y. I. (2000). Análise Numérica, via M.E.F., do Comportamento de Ligações Parafusadas Viga-Coluna com Chapa de Topo. Dissertação de Mestrado, Escola de Engenharia de São Carlos, USP.

MAGGI, Y. I. and GONÇALVES, R. M. (2003). Assessment on the use of FEM Modeling for the Analysis of Steel Bolted Connections. XIV Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering – CILAMCE, Ouro Preto, Brazil.

MAGGI, Y. I. (2004). Análise do Comportamento Estrutural de Ligações Parafusadas Viga-Pilar com Chapa de Topo Estendida. Tese de Doutorado, Escola de Engenharia de São Carlos, USP.

NEVES, L. F. C. (1996). Nós Semi-Rígidos em Estruturas Metálicas: Avaliação da Rigidez em Configurações de Eixo Fraco. Dissertação de Mestrado, Universidade de Coimbra, Coimbra, Portugal.

NEVES, L. F. C. (2004). Comportamento Monotónico e Cíclico de Ligações de Eixo Fraco e Tubulares em Estruturas Metálicas e Mistas Aço-Betão. Tese de Doutorado, Universidade de Coimbra, Portugal.

RAMBERG, W. and OSGOOD, W. R. (1943). “Description of Stress-Strain Curves by Three Parameters”. Technical Note No.902, National Advisory Committee for Aeronautics, Washington, D. C.

RIBEIRO, L. F. L. (1998). Estudo do Comportamento Estrutural de Ligações Parafusadas Viga-Coluna com Chapa de Topo: Análise Teórico-Experimental. Dissertação de Doutorado, Escola de Engenharia de São Carlos, USP.

ROMANO, V. P. (2001). Dimensionamento de Ligações Viga-Coluna com Chapa de Topo: Modelo do Eurocode 3. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Ouro Preto, UFOP.

SHERBOURNE, A. N. and BAHAARI, M. R. (1996a). 3D Simulation of Bolted Connections Unstiffened Columns-I T-stub Connections. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 40, n. 3, p. 169-187.

SHERBOURNE, A. N. and BAHAARI, M. R. (1996b). 3D Simulation of Bolted Connections Unstiffened Columns-II Extended End Plate Connections. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 40, n. 3, p. 189-223.

SHERBOURNE, A. N. and BAHAARI, M. R. (1997a). Finite Element Prediction of End Plate Bolted Connection Behavior. 1: Parametric study. *Journal of Structural Engineering*, v.123, n. 2, p.157-164.

SHERBOURNE, A. N. and BAHAARI, M. R. (1997b). Finite Element Prediction of End Plate Bolted Connection Behavior. 2: Analytic Formulation. *Journal of Structural Engineering*, v.123, n. 2, p.165-175.

SROUJI, R., KUKRETI, A. R., and MURRAY, T. M., (1983), "Strength of Two Tension Bolt Flush End-Plate Connections". Research Report No. FSEL/MBMA 83-03, Fears Structural Engineering Laboratory, School of Civil Engineering and Environmental Science, University of Oklahoma, Norman, Oklahoma.

---

# ANEXOS



**CÁLCULO DA CAPACIDADE  
RESISTENTE ATRAVÉS DO  
MÉTODO DOS COMPONENTES DO  
EUROCODE 3**



**Tabela A.1.1: Geometria da ligação**

<b>Viga</b>	$m_v = \frac{114}{2} - \frac{6,9}{2} - 0,8 \cdot 6,0 = 48,75mm$
	$e_v = \frac{210}{2} - \frac{114}{2} = 48mm$
	$n_c = \min(e_v, 1,25 \cdot m_v) = e_v = 48mm$
<b>Chapa de Topo</b>	$m_x = 38 - 0,8 \cdot 12,5 = 28mm$
	$e_x = 38mm$
	$n_x = m_x = 28mm$

**Especificação da Solda:**

- Solda entre a alma da viga e a chapa de topo  $s_{ww} = 6,0mm$  (solda de filete)
- Solda entre as mesas da viga e a chapa de topo  $s_{wf} = 12,5mm$  (solda de filete)

**I – Método dos Componentes: capacidade resistente dos elementos da ligação.**

**I.1 – Resistência Potencial das Linhas de Parafusos**

**I.1.1 – Linha 1**

**I.1.1.1 – Flexão da Chapa de Topo**

- **Capacidade Resistente à Tração dos Parafusos**

$$F_p = \phi_t \cdot 0,75 \cdot A_p \cdot f_{up} = 0,75 \cdot 0,75 \cdot 2,835 \cdot 82,5 = 131,58kN$$

- **Determinação do Comprimento Efetivo do Perfil “T” Equivalente**

$$\text{Se } g > 0,7 \cdot b_{fv} \text{ ou } t_{fv} < 0,8 \cdot t_{ch} \text{ usar: } \min \left\{ \max \left\{ \left( \frac{ii + iii}{2} \right), ii \right\}, i \right\};$$

$$\text{senão usar: } \min \{ \max \{ ii, iii \}, i \}$$

$$\text{onde i) } L_{eff} = 2 \cdot \pi \cdot m_v, \text{ ii) } L_{eff} = 4 \cdot m_v + 1,25 \cdot e_v, \text{ iii) } L_{eff} = \alpha m_v$$

$$g = 11,4cm < 0,7 \cdot b_{fv} = 0,7 \cdot 17,1 = 11,97cm$$

$$t_{fv} = 0,98cm < 0,8 \cdot t_{ch} = 0,8 \cdot 1,9 = 1,52cm$$

$$\text{Portanto deve-se usar } \min \left\{ \max \left\{ \left( \frac{ii + iii}{2} \right), ii \right\}, i \right\}.$$

$$\text{i) } L_{eff} = 2 \cdot \pi \cdot m_v = 2 \cdot \pi \cdot 4,875 = 30,63cm$$

$$\text{ii) } L_{eff} = 4 \cdot m_v + 1,25 \cdot e_v = 4 \cdot 4,875 + 1,25 \cdot 4,8 = 25,5cm$$

iii)  $L_{eff} = \alpha n_v$

onde o fator geométrico  $\alpha$  é obtido da seguinte forma:

$$m_1 = m_v = 48,75\text{mm} \quad m_2 = m_x = 28\text{mm}$$

$$\lambda_1 = \frac{m_1}{m_1 + e_v} = \frac{48,75}{48,75 + 48} = 0,504$$

$$\lambda_2 = \frac{m_2}{m_1 + e_v} = \frac{28}{48,75 + 48} = 0,289$$

$$\alpha = 2\pi = 6,28 \text{ (ábaco da figura A.1.2)}$$

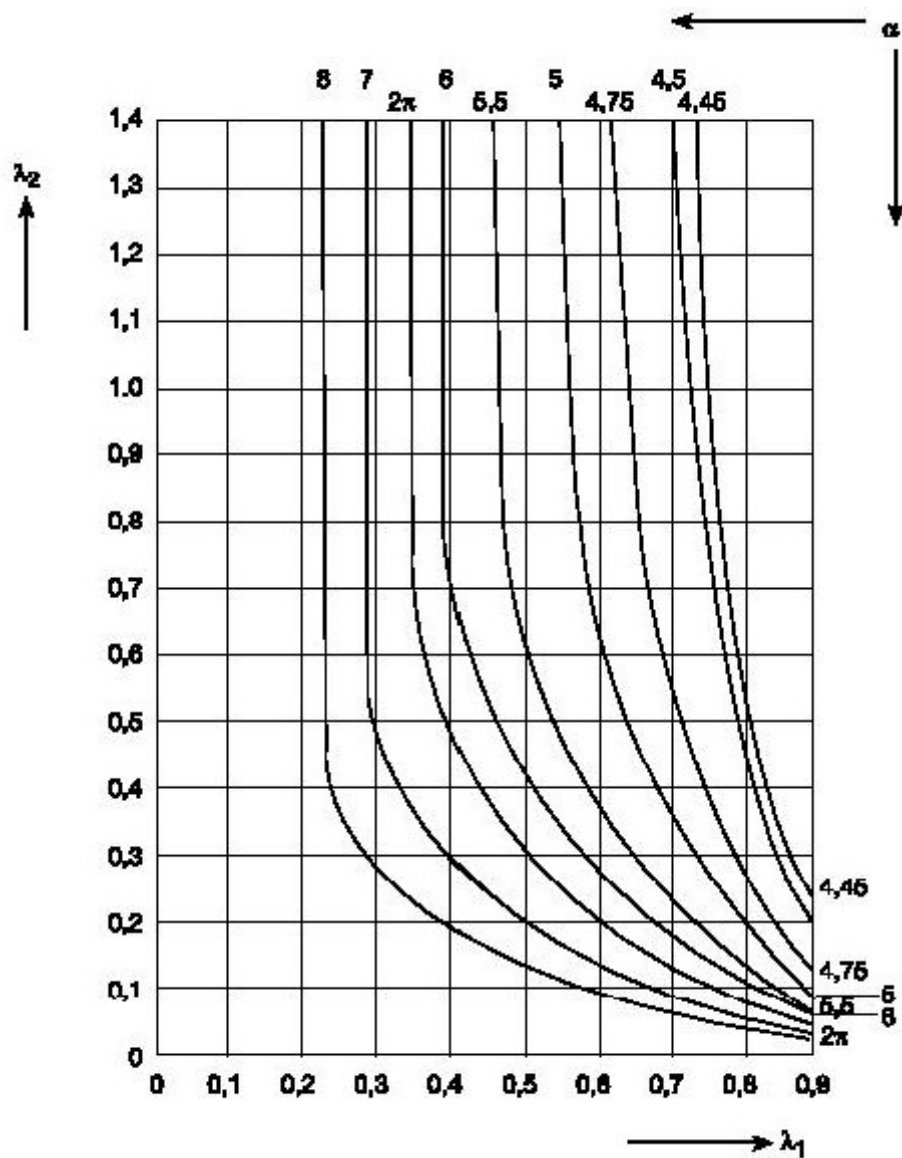


Figura A.1.2: Valor de  $\alpha$  para a resistência da chapa de topo.

$$L_{eff} = \alpha m_v = 6,28 \cdot 4,875 = 30,63$$

$$\text{Min} \left\{ \text{Max} \left\{ \left( \frac{ii + iii}{2} \right), ii \right\}, i \right\} = \text{Min} \left\{ \text{Max} \left\{ \left( \frac{25,5 + 30,63}{2} \right), 25,5 \right\}, 30,63 \right\} = 28,07 \text{ cm}$$

$$L_{eff}(\text{adotado}) = 28,07 \text{ cm}$$

- **Momento de Cálculo do Perfil “T” Equivalente**

$$M_n = \frac{L_{eff} \cdot t_{ch}^2 \cdot f_y}{4} = \frac{28,07 \cdot 1,9^2 \cdot 34,5}{4} = 873,85 \text{ kN} \cdot \text{cm}$$

- **Resistência Potencial Segundo os Modos 1, 2 e 3**

Modo1 (escoamento total da chapa de topo)

$$P_r = \frac{4 \cdot M_n}{m_v} = \frac{4 \cdot 873,85}{4,875} = 717,00 \text{ kN}$$

Modo 2 (escoamento da chapa de topo com ruptura dos parafusos)

$$P_r = \frac{2 \cdot M_n + n_c \cdot (\sum F_p)}{m_v + n_c} = \frac{2 \cdot 873,85 + 4,8 \cdot (2 \cdot 131,575)}{4,875 + 4,8} = 311,20 \text{ kN}$$

Modo 3 (ruptura dos parafusos)

$$P_r = (\sum F_p) = 2 \cdot 131,575 = 263,15 \text{ kN}$$

### I.1.1.2 – Verificação da Alma Tractionada da Viga

$$b_{eff,wt} = \frac{g}{2} \cdot 1,73 \cdot 2 = \frac{11,4}{2} \cdot 1,73 \cdot 2 = 19,72 \text{ cm}$$

$$P_r = \phi \cdot b_{eff,wt} \cdot t_{wv} \cdot f_y = 0,9 \cdot 19,722 \cdot 0,69 \cdot 34,5 = 422,53 \text{ kN}$$

**Tabela A.1.2: Resultados do dimensionamento da região tracionada.**

Linha	Lado da Viga	
	Flexão da Chapa de Topo	Tração na Alma
<b>1</b>	263,15kN (modo 3)	422,53kN

### I.2 – Resistência da Zona Comprimida

- **Estado Limite Último de Esmagamento da Mesa da Viga**

$$P_{e,fv} = 1,2 \cdot \phi \cdot t_{fv} \cdot b_{fv} \cdot f_y = 1,2 \cdot 0,9 \cdot 0,98 \cdot 17,1 \cdot 34,5 = 624,40 \text{ kN}$$

### I.3 – Cortante nos Parafusos

$$\phi R_n = 0,65 \cdot 0,42 \cdot A_p \cdot f_{up} \cdot N_p = 0,65 \cdot 0,42 \cdot 2,835 \cdot 82,5 \cdot 4 = 255,43 \text{ kN}$$

### I.4 – Esmagamento e Rasgamento na Chapa

#### - Esmagamento sem Rasgamento

$$\phi R_n = 0,75 \cdot 2,4 \cdot \phi_p \cdot t_{ch} \cdot f_{uch} \cdot N_p = 0,75 \cdot 2,4 \cdot 1,9 \cdot 1,9 \cdot 45 \cdot 4 = 1.169,64 \text{ kN}$$

#### - Esmagamento com Rasgamento entre Dois Furos

$$\phi R_n = 0,75 \cdot \left[ \left( \frac{s}{\phi_p} \right) - 0,50 \right] \cdot \phi_p \cdot t_{ch} \cdot f_{uch} \cdot N_p$$

onde “s” é a distância vertical entre furos

$$\phi R_n = 0,75 \cdot \left[ \left( \frac{25,64}{1,9} \right) - 0,50 \right] \cdot 1,9 \cdot 1,9 \cdot 45 \cdot 4 = 6.332,99 \text{ kN}$$

#### - Esmagamento com Rasgamento entre Furo e Borda

$$\phi R_n = 0,75 \cdot e \cdot t_{ch} \cdot f_{uch} \cdot N_p = 0,75 \cdot 5,13 \cdot 1,9 \cdot 45 \cdot 4 = 1.315,85 \text{ kN}$$

onde “e” é a distância vertical entre furo e borda da chapa

### I.5 – Cisalhamento da Chapa

#### - Escoamento da Seção Bruta

$$\phi R_n = 2 \cdot 0,9 \cdot 0,6 \cdot f_{ych} \cdot h_{ch} \cdot t_{ch} = 2 \cdot 0,9 \cdot 0,6 \cdot 34,5 \cdot 38 \cdot 1,9 = 2.690,17 \text{ kN}$$

#### - Ruptura da Seção Líquida

$$\phi R_n = 2 \cdot 0,75 \cdot 0,6 \cdot f_{uch} \cdot \left\{ \left[ \left( \frac{N_p}{2} - 1 \right) \cdot s + 2 \cdot e \right] \cdot t_{ch} - \frac{N_p}{2} \cdot (d_f + 0,2) \cdot t_{ch} \right\}$$

$$\phi R_n = 2 \cdot 0,75 \cdot 0,6 \cdot 45 \cdot \left\{ \left[ \left( \frac{4}{2} - 1 \right) \cdot 25,64 + 2 \cdot 5,13 \right] \cdot 1,9 - \frac{4}{2} \cdot (2,1 + 0,2) \cdot 1,9 \right\}$$

$$\phi R_n = 2.408,54 \text{ kN}$$

### I.6 – Cálculo do Momento Resistente

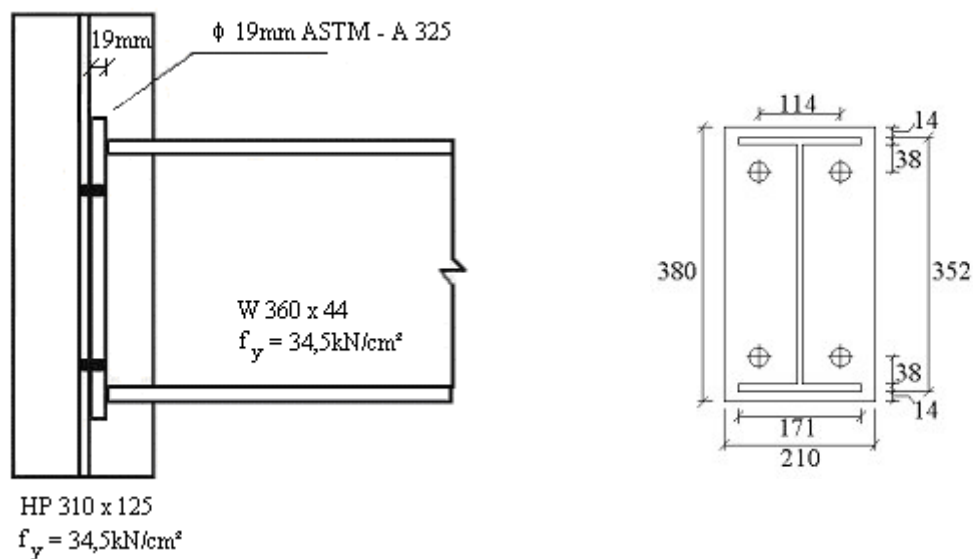
$$F_t = \sum P_{ri} = 263,15 \text{ kN}$$

$$F_c = F_t = 263,15 \text{ kN}$$

$$M_{j,Rd(comp)} = \sum (F_{ri} \cdot h_i) = 263,15 \cdot 29,93 = 7.876,08 \text{ kN} \cdot \text{cm}$$

**CÁLCULO DA CAPACIDADE  
RESISTENTE E RIGIDEZ INICIAL  
DA ALMA DO PILAR PARA O  
MODELO BIE<sub>1</sub>**

## Características do Modelo BIE<sub>1</sub>



**Figura A.2.1: Geometria do modelo BIE<sub>1</sub>**

$$E = 20500 \text{ kN/cm}^2$$

**Coluna HP 310x125**  $h_c = 277 \text{ mm}$ ;  $b_{fc} = 312 \text{ mm}$ ;  $t_{wc} = 17,4 \text{ mm}$ ;  $t_{fc} = 17,4 \text{ mm}$ ;  
 $r = 16 \text{ mm}$ ;  $d' = 245 \text{ mm}$

**Viga W 360x44**  $h_v = 332 \text{ mm}$ ;  $b_{fv} = 171 \text{ mm}$ ;  $t_{wv} = 6,9 \text{ mm}$ ;  $t_{fv} = 9,8 \text{ mm}$

**Chapa de Topo**  $b_{ch} = 210 \text{ mm}$ ;  $h_{ch} = 380 \text{ mm}$ ;  $t_{ch} = 19 \text{ mm}$ ;  $d_f = 21 \text{ mm}$ ;  
 $g = b_0 = 114 \text{ mm}$ ;  $f_{uch} = 45,0 \text{ kN/cm}^2$ ;  $f_{ych} = 34,5 \text{ kN/cm}^2$

**Parafusos**  $A_p = 2,835 \text{ cm}^2$ ;  $\phi_p = 19 \text{ mm}$ ;  $f_{up} = 82,5 \text{ kN/cm}^2$ ;  $d_m = 3,42 \text{ cm}$ ;  
 $N_p = 4$  (número de parafusos);

### **I – Modelo de Gomes: capacidade resistente da alma do pilar.**

#### **I.1 – Colapso Local**

##### **I.1.1 – Mecanismo de Flexão**

##### **- Momento Plástico por Unidade de Comprimento**

$$m_{pl} = \frac{t_{wc}^2 \cdot f_y}{4} = \frac{(1,74)^2 \cdot 34,5}{4} = 26,11 \frac{\text{kNcm}}{\text{cm}}$$

##### **- Ruína Local**

$$b = b_0 + 0,9 \cdot d_m = 11,4 + 0,9 \cdot 3,42 = 14,48 \text{ cm}$$



$$c = 0,9 \cdot d_m = 0,9 \cdot 3,42 = 3,08 \text{ cm}$$

$$L_w = h_c - 1,5 \cdot r = 27,7 - 1,5 \cdot 1,6 = 25,3 \text{ cm}$$

$$\alpha = \frac{4}{1 - b/L_w} \cdot \left( \pi \cdot \sqrt{1 - b/L_w} \right) + 2 \cdot c/L_w = 19,46$$

$$F_{local} = \alpha \cdot m_{pl} = 19,46 \cdot 26,11 = 508,10 \text{ kN}$$

### I.1.2 – Mecanismo de Puncionamento

$$F_{punc} = n \cdot \pi \cdot d_m \cdot t_{wc} \cdot \frac{f_y}{\sqrt{3}} = 2 \cdot \pi \cdot 3,42 \cdot 1,74 \cdot \frac{34,5}{\sqrt{3}} = 744,76 \text{ kN}$$

### I.1.3 – Mecanismo Combinado de Flexão e Puncionamento

#### - Ruína Mista

$$a = L_w - b = 25,3 - 14,48 = 10,82 \text{ cm}$$

$$x_0 = 1,95 \cdot t_{wc}^{2/3} \cdot L_w^{1/3} = 1,95 \cdot (1,74)^{2/3} \cdot (25,3)^{1/3} = 8,281474$$

$$x_{i+1} = -a + \sqrt{a^2 - 2 \cdot a \cdot c + \frac{\sqrt{3} \cdot t_{wc}}{2} \cdot \left[ \pi \cdot \sqrt{L_w \cdot (a + x_i)} + 2 \cdot c \right]}$$

$$x_1 = 1,978028, \quad x_2 = 1,217766, \quad x_3 = 1,110606, \quad x_4 = 1,095153, \quad x_5 = 1,092917,$$

$$x_6 = 1,092594, \quad x_7 = 1,092547, \quad x_8 = 1,092540,$$

$$|x_{i+1} - x_i| < 10^{-5} \xrightarrow{\log o} x = x_8 = 1,092540$$

$$\begin{cases} F_{Q2} = 4 \cdot m_{pl} \left[ \frac{\pi \cdot \sqrt{L_w \cdot (a + x)} + c}{a + x} + \frac{2 \cdot c \cdot x + x^2}{\sqrt{3} \cdot t_{wc} \cdot (a + x)} \right] \\ \text{Se } x_{i+1} \leq 0 \quad \text{tome-se } F_{Q2} = F_{local} \\ \text{Se } t_{wc} < 20 \text{ mm} \quad \text{e } b/L_w \leq 0,8 \quad \text{tome-se } F_{Q2} = F_{local} \end{cases}$$

$$F_{Q2} = F_{local} = 508,10 \text{ kN}$$

### I.1.4 – Correção Devido ao Critério de Von-Mises

$$k = \begin{cases} 1 & \text{se } \left( \frac{b+c}{L_w} \right) \geq 0,5 \\ 0,7 + 0,6 \cdot \left( \frac{b+c}{L_w} \right) & \text{se } \left( \frac{b+c}{L_w} \right) < 0,5 \end{cases} \quad k = 1$$

$$F_{local} = \min(F_{punc}, k \cdot F_{Q2}) = 508,10kN$$

## I.2 – Colapso Global

- **Altura do Retângulo Carregado na Região Comprimida**

$$c_2 = 0,10 \cdot h_{ch} = 0,10 \cdot 38 = 3,8cm$$

- **Distância Entre os Centros das Zonas Tractionada e Comprimida**

$$h = 29,92cm$$

- **Ruína Global**

Domínio de validade:  $0,7 \leq h/(L_w - b) \leq 10$

$$F_{global} = \begin{cases} m_{pl} \cdot \left( \frac{2 \cdot b}{h} + \frac{\alpha \cdot k}{2} + \pi + \frac{2 \cdot h}{L_w - b} \right) & se \quad \frac{h}{L_w - b} \geq 1 \\ m_{pl} \cdot \left( \frac{2 \cdot b}{h} + \frac{\alpha \cdot k}{2} + \pi + 2 \right) & se \quad \frac{h}{L_w - b} \leq 1 \end{cases}$$

$$h/(L_w - b) = 2,8$$

$$F_{global} = m_{pl} \cdot \left( \frac{2 \cdot b}{h} + \frac{\alpha \cdot k}{2} + \pi + \frac{2 \cdot h}{L_w - b} \right) = 505,76kN$$

## I.3 – Momento de Plastificação

$$F_{pl} = \min(F_{local}, F_{global}) = 505,76kN$$

$$M_{j,Rd(alma)} = h \cdot F_{pl} = 15.132,31kN \cdot cm$$

## II – Cálculo da Rigidez Inicial

$$L = d' + 2 \cdot a, \text{ sendo } a = 0,5 \cdot r \text{ então } L = 24,5 + 2 \cdot 0,5 \cdot 1,6 = 26,1cm$$

$$c_1 = d_m = 3,42cm$$

$$b_1 = b_0 + d_m = 11,4 + 3,42 = 14,82cm$$

$$c_2 = 0,1 \cdot h_{ch} = 3,8cm$$

$$b_2 = b_{ch} = 21cm$$

$$\mu = \frac{L}{t_{wc}} = \frac{26,1}{1,74} = 15,0$$

$$\alpha_1 = \frac{c_1}{L} = \frac{3,42}{26,1} = 0,13$$

$$\beta_1 = \frac{b_1}{L} = \frac{14,82}{26,1} = 0,57$$

$$\alpha_2 = \frac{c_2}{L} = \frac{3,8}{26,1} = 0,15$$

$$\beta_2 = \frac{b_2}{L} = \frac{21}{26,1} = 0,80 \text{ porém } \beta \leq 0,75 \xrightarrow{\text{Adotar}} \beta = 0,75$$

$$k_1 = 1,5, \quad k_2 = 1,63$$

$$\theta_1 = 35 - 10 \cdot \beta_1 = 35 - 10 \cdot 0,57 = 29,3^\circ$$

$$\theta_2 = 35 - 10 \cdot \beta_2 = 35 - 10 \cdot 0,75 = 27,5^\circ$$

**- Rigidez Inicial Translacional da Região Tractionada**

$$S_1 = \frac{E \cdot t_{wc}^3}{L^2} \cdot 16 \cdot \frac{\alpha_1 + (1 - \beta_1) \cdot \operatorname{tg}(\theta_1)}{(1 - \beta_1)^3 + \frac{10,4 \cdot (k_1 - k_2 \cdot \beta_1)}{\mu^2}} = 8.837,92 \frac{kN}{cm}$$

**- Rigidez Inicial Translacional da Região Comprimida**

$$S_3 = \frac{E \cdot t_{wc}^3}{L^2} \cdot 16 \cdot \frac{\alpha_2 + (1 - \beta_2) \cdot \operatorname{tg}(\theta_2)}{(1 - \beta_2)^3 + \frac{10,4 \cdot (k_1 - k_2 \cdot \beta_2)}{\mu^2}} = 24.582,48 \frac{kN}{cm}$$

**- Rigidez Inicial Rotacional com Restrição de Rotação das Mesas do Pilar para Uma Linha de Parafusos Tractionados**

$$S_{j,ini,fixos} = \frac{h^2}{\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_3}} = \frac{29,92^2}{\frac{1}{8.837,92} + \frac{1}{24.582,48}} = 5.819.522,58 \frac{kN \cdot cm}{rad}$$

$$\lambda_w = \frac{L_w}{t_w} = \frac{25,3}{1,74} = 14,54 < 35 \xrightarrow{\text{Adotar}} S_{j,ini,livres} = \frac{(\mu/\beta)^{1,25}}{230} \cdot S_{j,ini,fixos} \leq S_{j,ini,fixos}$$

$$\mu/\beta_1 = 15,0/0,57 = 26,32$$

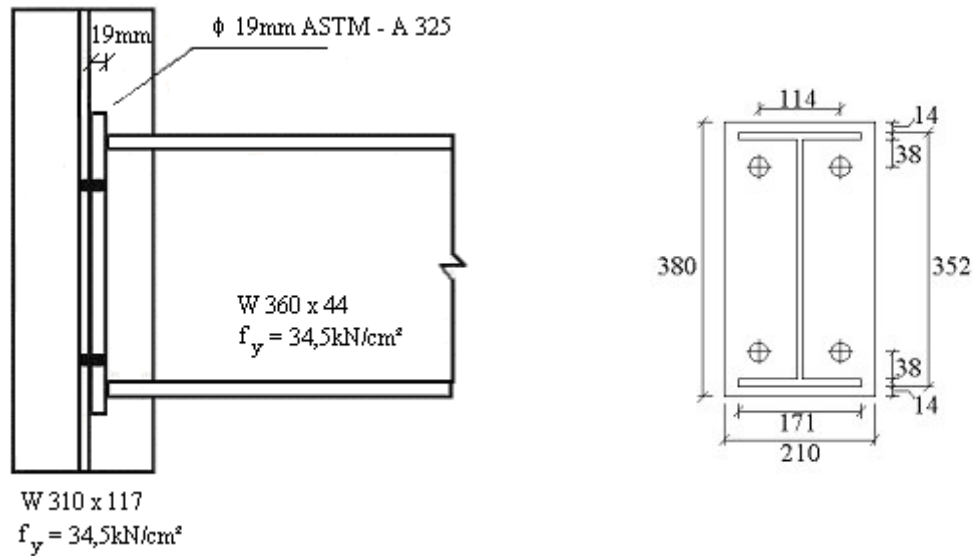
$$\mu/\beta_2 = 15,0/0,75 = 20,0$$

**- Rigidez Inicial Rotacional com Liberdade de Rotação das Mesas do Pilar**

$$S_{j,ini,livres} = \frac{(\mu/\beta)^{1,25}}{230} \cdot S_{j,ini,fixos} = \frac{(20,0)^{1,25}}{230} \cdot 5.819.522,58 = 1.070.155,82 \frac{kN \cdot cm}{rad}$$

**CÁLCULO DA CAPACIDADE  
RESISTENTE E RIGIDEZ INICIAL  
DA ALMA DO PILAR PARA O  
MODELO MIE<sub>1</sub>**

## Características do Modelo MIE<sub>1</sub>



**Figura A.3.1: Geometria do modelo MIE<sub>1</sub>**

$$E = 20500 \text{ kN/cm}^2$$

**Coluna W 310x117**  $h_c = 277 \text{ mm}$ ;  $b_{fc} = 307 \text{ mm}$ ;  $t_{wc} = 11,9 \text{ mm}$ ;  $t_{fc} = 18,7 \text{ mm}$ ;  
 $r = 16 \text{ mm}$ ;  $d' = 245 \text{ mm}$

**Viga W 360x44**  $h_v = 332 \text{ mm}$ ;  $b_{fv} = 171 \text{ mm}$ ;  $t_{wv} = 6,9 \text{ mm}$ ;  $t_{fv} = 9,8 \text{ mm}$

**Chapa de Topo**  $b_{ch} = 210 \text{ mm}$ ;  $h_{ch} = 380 \text{ mm}$ ;  $t_{ch} = 19 \text{ mm}$ ;  $d_f = 21 \text{ mm}$ ;  
 $g = b_0 = 114 \text{ mm}$ ;  $f_{uch} = 45,0 \text{ kN/cm}^2$ ;  $f_{ych} = 34,5 \text{ kN/cm}^2$

**Parafusos**  $A_p = 2,835 \text{ cm}^2$ ;  $\phi_p = 19 \text{ mm}$ ;  $f_{up} = 82,5 \text{ kN/cm}^2$ ;  $d_m = 3,42 \text{ cm}$ ;  
 $N_p = 4$  (número de parafusos);

### **I – Modelo de Gomes: capacidade resistente da alma do pilar.**

#### **I.1 – Colapso Local**

##### **I.1.1 – Mecanismo de Flexão**

##### **- Momento Plástico por Unidade de Comprimento**

$$m_{pl} = \frac{t_{wc}^2 \cdot f_y}{4} = \frac{(1,19)^2 \cdot 34,5}{4} = 12,21 \frac{\text{kNcm}}{\text{cm}}$$

##### **- Ruína Local**

$$b = b_0 + 0,9 \cdot d_m = 11,4 + 0,9 \cdot 3,42 = 14,48 \text{ cm}$$

$$c = 0,9 \cdot d_m = 0,9 \cdot 3,42 = 3,08 \text{ cm}$$

$$L_w = h_c - 1,5 \cdot r = 27,7 - 1,5 \cdot 1,6 = 25,3 \text{ cm}$$

$$\alpha = \frac{4}{1 - b/L_w} \cdot \left( \pi \cdot \sqrt{1 - b/L_w} \right) + 2 \cdot c/L_w = 19,46$$

$$F_{local} = \alpha \cdot m_{pl} = 19,46 \cdot 12,21 = 237,65 \text{ kN}$$

### I.1.2 – Mecanismo de Puncionamento

$$F_{punc} = n \cdot \pi \cdot d_m \cdot t_{wc} \cdot \frac{f_y}{\sqrt{3}} = 2 \cdot \pi \cdot 3,42 \cdot 1,19 \cdot \frac{34,5}{\sqrt{3}} = 509,43 \text{ kN}$$

### I.1.3 – Mecanismo Combinado de Flexão e Puncionamento

#### - Ruína Mista

$$a = L_w - b = 25,3 - 14,48 = 10,82 \text{ cm}$$

$$x_0 = 1,95 \cdot t_{wc}^{2/3} \cdot L_w^{1/3} = 1,95 \cdot (1,19)^{2/3} \cdot (25,3)^{1/3} = 6,428447$$

$$x_{i+1} = -a + \sqrt{a^2 - 2 \cdot a \cdot c + \frac{\sqrt{3} \cdot t_{wc}}{2} \cdot \left[ \pi \cdot \sqrt{L_w \cdot (a + x_i)} + 2 \cdot c \right]}$$

$$x_1 = 6,428447, \quad x_2 = -0,275671, \quad x_3 = -0,347441, \quad x_4 = -0,356050,$$

$$x_5 = -0,357085, \quad x_6 = -0,357210, \quad x_7 = -0,357225, \quad x_8 = -0,357226,$$

$$|x_{i+1} - x_i| < 10^{-5} \xrightarrow{\log o} x = x_8 = -0,357226$$

$$\begin{cases} F_{Q2} = 4 \cdot m_{pl} \left[ \frac{\pi \cdot \sqrt{L_w \cdot (a + x)} + c}{a + x} + \frac{2 \cdot c \cdot x + x^2}{\sqrt{3} \cdot t_{wc} \cdot (a + x)} \right] \\ \text{Se } x_{i+1} \leq 0 \text{ tome-se } F_{Q2} = F_{local} \\ \text{Se } t_{wc} < 20 \text{ mm e } b/L_w \leq 0,8 \text{ tome-se } F_{Q2} = F_{local} \end{cases}$$

$$F_{Q2} = F_{local} = 237,65 \text{ kN}$$

### I.1.4 – Correção Devido ao Critério de Von-Mises

$$k = \begin{cases} 1 & \text{se } \left( \frac{b+c}{L_w} \right) \geq 0,5 \\ 0,7 + 0,6 \cdot \left( \frac{b+c}{L_w} \right) & \text{se } \left( \frac{b+c}{L_w} \right) < 0,5 \end{cases} \quad k = 1$$

$$F_{local} = \min(F_{punc}, k \cdot F_{Q2}) = 237,65kN$$

## I.2 – Colapso Global

- **Altura do Retângulo Carregado na Região Comprimida**

$$c_2 = 0,10 \cdot h_{ch} = 0,10 \cdot 38 = 3,8cm$$

- **Distância Entre os Centros das Zonas Tractionada e Comprimida**

$$h = 29,92cm$$

- **Ruína Global**

Domínio de validade:  $0,7 \leq h/(L_w - b) \leq 10$

$$F_{global} = \begin{cases} m_{pl} \cdot \left( \frac{2 \cdot b}{h} + \frac{\alpha \cdot k}{2} + \pi + \frac{2 \cdot h}{L_w - b} \right) & se \quad \frac{h}{L_w - b} \geq 1 \\ m_{pl} \cdot \left( \frac{2 \cdot b}{h} + \frac{\alpha \cdot k}{2} + \pi + 2 \right) & se \quad \frac{h}{L_w - b} \leq 1 \end{cases}$$

$$h/(L_w - b) = 2,8$$

$$F_{global} = m_{pl} \cdot \left( \frac{2 \cdot b}{h} + \frac{\alpha \cdot k}{2} + \pi + \frac{2 \cdot h}{L_w - b} \right) = 236,56kN$$

## I.3 – Momento de Plastificação

$$F_{pl} = \min(F_{local}, F_{global}) = 236,56kN$$

$$M_{j,Rd(alma)} = h \cdot F_{pl} = 7.077,84kN \cdot cm$$

## II – Cálculo da Rigidez Inicial

$$L = d' + 2 \cdot a, \text{ sendo } a = 0,5 \cdot r \text{ então } L = 24,5 + 2 \cdot 0,5 \cdot 1,6 = 26,1cm$$

$$c_1 = d_m = 3,42cm$$

$$b_1 = b_0 + d_m = 11,4 + 3,42 = 14,82cm$$

$$c_2 = 0,1 \cdot h_{ch} = 3,8cm$$

$$b_2 = b_{ch} = 21cm$$

$$\mu = \frac{L}{t_{wc}} = \frac{26,1}{1,19} = 21,93$$

$$\alpha_1 = \frac{c_1}{L} = \frac{3,42}{26,1} = 0,13$$

$$\beta_1 = \frac{b_1}{L} = \frac{14,82}{26,1} = 0,57$$

$$\alpha_2 = \frac{c_2}{L} = \frac{3,8}{26,1} = 0,15$$

$$\beta_2 = \frac{b_2}{L} = \frac{21}{26,1} = 0,80 \text{ porém } \beta \leq 0,75 \xrightarrow{\text{Adotar}} \beta = 0,75$$

$$k_1 = 1,5, \quad k_2 = 1,63$$

$$\theta_1 = 35 - 10 \cdot \beta_1 = 35 - 10 \cdot 0,57 = 29,3^\circ$$

$$\theta_2 = 35 - 10 \cdot \beta_2 = 35 - 10 \cdot 0,75 = 27,5^\circ$$

**- Rigidez Inicial Translacional da Região Tractionada**

$$S_1 = \frac{E \cdot t_{wc}^3}{L^2} \cdot 16 \cdot \frac{\alpha_1 + (1 - \beta_1) \cdot \operatorname{tg}(\theta_1)}{(1 - \beta_1)^3 + \frac{10,4 \cdot (k_1 - k_2 \cdot \beta_1)}{\mu^2}} = 3.256,09 \frac{kN}{cm}$$

**- Rigidez Inicial Translacional da Região Comprimida**

$$S_3 = \frac{E \cdot t_{wc}^3}{L^2} \cdot 16 \cdot \frac{\alpha_2 + (1 - \beta_2) \cdot \operatorname{tg}(\theta_2)}{(1 - \beta_2)^3 + \frac{10,4 \cdot (k_1 - k_2 \cdot \beta_2)}{\mu^2}} = 10.346,23 \frac{kN}{cm}$$

**- Rigidez Inicial Rotacional com Restrição de Rotação das Mesas do Pilar para Uma Linha de Parafusos Tractionados**

$$S_{j,ini,fixos} = \frac{h^2}{\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_3}} = \frac{29,92^2}{\frac{1}{3.256,09} + \frac{1}{10.346,23}} = 2.217.115,89 \frac{kN \cdot cm}{rad}$$

$$\lambda_w = \frac{L_w}{t_w} = \frac{25,3}{1,19} = 21,26 < 35 \xrightarrow{\text{Adotar}} S_{j,ini,livres} = \frac{(\mu/\beta)^{1,25}}{230} \cdot S_{j,ini,fixos} \leq S_{j,ini,fixos}$$

$$\mu/\beta_1 = 21,93/0,57 = 38,6$$

$$\mu/\beta_2 = 21,93/0,75 = 29,2$$

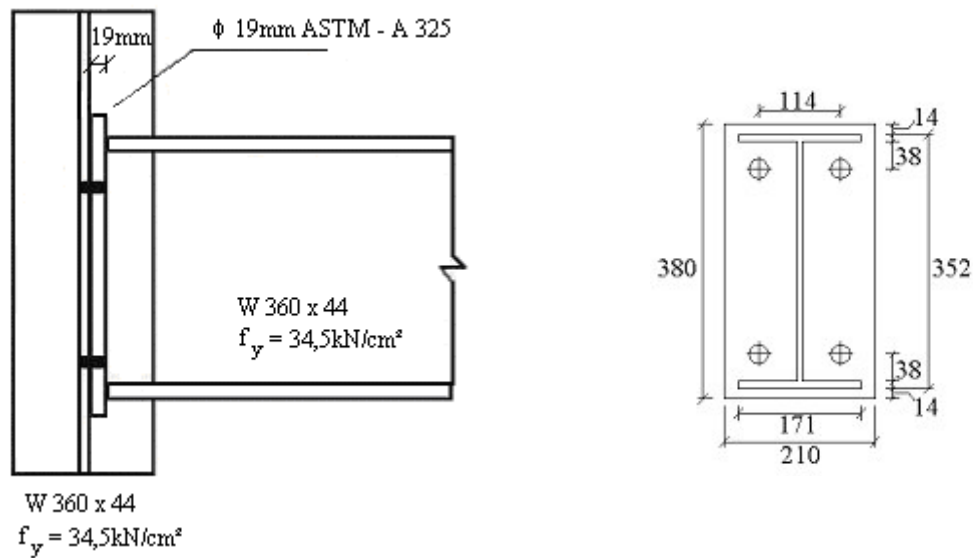
**- Rigidez Inicial Rotacional com Liberdade de Rotação das Mesas do Pilar**

$$S_{j,ini,livres} = \frac{(\mu/\beta)^{1,25}}{230} \cdot S_{j,ini,fixos} = \frac{(29,2)^{1,25}}{230} \cdot 2.217.115,89 = 655.542,59 \frac{kN \cdot cm}{rad}$$



**CÁLCULO DA CAPACIDADE  
RESISTENTE E RIGIDEZ INICIAL  
DA ALMA DO PILAR PARA O  
MODELO AIE<sub>5</sub>**

## Características do Modelo AIE<sub>5</sub>



**Figura A.4.1: Geometria do modelo AIE<sub>5</sub>**

$$E = 20500 \text{ kN/cm}^2$$

**Coluna W 360x44**  $h_c = 332 \text{ mm}$ ;  $b_{fc} = 171 \text{ mm}$ ;  $t_{wc} = 6,9 \text{ mm}$ ;  $t_{fc} = 9,8 \text{ mm}$   
 $r = 12 \text{ mm}$ ;  $d' = 308 \text{ mm}$

**Viga W 360x44**  $h_v = 332 \text{ mm}$ ;  $b_{fv} = 171 \text{ mm}$ ;  $t_{wv} = 6,9 \text{ mm}$ ;  $t_{fv} = 9,8 \text{ mm}$

**Chapa de Topo**  $b_{ch} = 210 \text{ mm}$ ;  $h_{ch} = 380 \text{ mm}$ ;  $t_{ch} = 19 \text{ mm}$ ;  $d_f = 21 \text{ mm}$ ;  
 $g = b_0 = 114 \text{ mm}$ ;  $f_{uch} = 45,0 \text{ kN/cm}^2$ ;  $f_{ych} = 34,5 \text{ kN/cm}^2$

**Parafusos**  $A_p = 2,835 \text{ cm}^2$ ;  $\phi_p = 19 \text{ mm}$ ;  $f_{up} = 82,5 \text{ kN/cm}^2$ ;  $d_m = 3,42 \text{ cm}$ ;  
 $N_p = 4$  (número de parafusos);

### **I – Modelo de Gomes: capacidade resistente da alma do pilar.**

#### **I.1 – Colapso Local**

##### **I.1.1 – Mecanismo de Flexão**

##### **- Momento Plástico por Unidade de Comprimento**

$$m_{pl} = \frac{t_{wc}^2 \cdot f_y}{4} = \frac{(0,69)^2 \cdot 34,5}{4} = 4,11 \frac{\text{kNcm}}{\text{cm}}$$

##### **- Ruína Local**

$$b = b_0 + 0,9 \cdot d_m = 11,4 + 0,9 \cdot 3,42 = 14,48 \text{ cm}$$

$$c = 0,9 \cdot d_m = 0,9 \cdot 3,42 = 3,08 \text{ cm}$$

$$L_w = h_c - 1,5 \cdot r = 33,2 - 1,5 \cdot 1,2 = 31,4 \text{ cm}$$

$$\alpha = \frac{4}{1 - b/L_w} \cdot \left( \pi \cdot \sqrt{1 - b/L_w} \right) + 2 \cdot c/L_w = 17,31$$

$$F_{local} = \alpha \cdot m_{pl} = 17,31 \cdot 4,11 = 71,10 \text{ kN}$$

### I.1.2 – Mecanismo de Puncionamento

$$F_{punc} = n \cdot \pi \cdot d_m \cdot t_{wc} \cdot \frac{f_y}{\sqrt{3}} = 2 \cdot \pi \cdot 3,42 \cdot 0,69 \cdot \frac{34,5}{\sqrt{3}} = 295,33 \text{ kN}$$

### I.1.3 – Mecanismo Combinado de Flexão e Puncionamento

#### - Ruína Mista

$$a = L_w - b = 31,4 - 14,48 = 16,92 \text{ cm}$$

$$x_0 = 1,95 \cdot t_{wc}^{2/3} \cdot L_w^{1/3} = 1,95 \cdot (0,69)^{2/3} \cdot (31,4)^{1/3} = 4,803715$$

$$x_{i+1} = -a + \sqrt{a^2 - 2 \cdot a \cdot c + \frac{\sqrt{3} \cdot t_{wc}}{2} \cdot \left[ \pi \cdot \sqrt{L_w \cdot (a + x_i)} + 2 \cdot c \right]}$$

$$x_1 = -1,596323, \quad x_2 = -1,854635, \quad x_3 = -1,866206, \quad x_4 = -1,866727,$$

$$x_5 = -1,866750, \quad x_6 = -1,866751$$

$$|x_{i+1} - x_i| < 10^{-5} \xrightarrow{\log o} x = x_6 = -1,866751$$

$$\begin{cases} F_{Q2} = 4 \cdot m_{pl} \left[ \frac{\pi \cdot \sqrt{L_w \cdot (a + x)} + c}{a + x} + \frac{2 \cdot c \cdot x + x^2}{\sqrt{3} \cdot t_{wc} \cdot (a + x)} \right] \\ \text{Se } x_{i+1} \leq 0 \text{ } \text{tome-se } F_{Q2} = F_{local} \\ \text{Se } t_{wc} < 20 \text{ mm } \text{ e } b/L_w \leq 0,8 \text{ } \text{tome-se } F_{Q2} = F_{local} \end{cases}$$

$$F_{Q2} = F_{local} = 71,10 \text{ kN}$$

### I.1.4 – Correção Devido ao Critério de Von-Mises

$$k = \begin{cases} 1 & \text{se } \left( \frac{b+c}{L_w} \right) \geq 0,5 \\ 0,7 + 0,6 \cdot \left( \frac{b+c}{L_w} \right) & \text{se } \left( \frac{b+c}{L_w} \right) < 0,5 \end{cases} \quad k = 1$$

$$F_{local} = \min(F_{punc}, k \cdot F_{Q2}) = 71,10kN$$

## I.2 – Colapso Global

- **Altura do Retângulo Carregado na Região Comprimida**

$$c_2 = 0,10 \cdot h_{ch} = 0,10 \cdot 38 = 3,8cm$$

- **Distância Entre os Centros das Zonas Tractionada e Comprimida**

$$h = 29,92cm$$

- **Ruína Global**

Domínio de validade:  $0,7 \leq h/(L_w - b) \leq 10$

$$F_{global} = \begin{cases} m_{pl} \cdot \left( \frac{2 \cdot b}{h} + \frac{\alpha \cdot k}{2} + \pi + \frac{2 \cdot h}{L_w - b} \right) & se \quad \frac{h}{L_w - b} \geq 1 \\ m_{pl} \cdot \left( \frac{2 \cdot b}{h} + \frac{\alpha \cdot k}{2} + \pi + 2 \right) & se \quad \frac{h}{L_w - b} \leq 1 \end{cases}$$

$$h/(L_w - b) = 1,8$$

$$F_{global} = m_{pl} \cdot \left( \frac{2 \cdot b}{h} + \frac{\alpha \cdot k}{2} + \pi + \frac{2 \cdot h}{L_w - b} \right) = 66,95kN$$

## I.3 – Momento de Plastificação

$$F_{pl} = \min(F_{local}, F_{global}) = 66,95kN$$

$$M_{j,Rd(alma)} = h \cdot F_{pl} = 2.003,01kN \cdot cm$$

## II – Cálculo da Rigidez Inicial

$$L = d' + 2 \cdot a, \text{ sendo } a = 0,5 \cdot r \text{ então } L = 30,8 + 2 \cdot 0,5 \cdot 1,2 = 32,0cm$$

$$c_1 = d_m = 3,42cm$$

$$b_1 = b_0 + d_m = 11,4 + 3,42 = 14,82cm$$

$$c_2 = 0,1 \cdot h_{ch} = 3,8cm$$

$$b_2 = b_{ch} = 21cm$$

$$\mu = \frac{L}{t_{wc}} = \frac{32,0}{0,69} = 46,38$$

$$\alpha_1 = \frac{c_1}{L} = \frac{3,42}{32,0} = 0,11$$

$$\beta_1 = \frac{b_1}{L} = \frac{14,82}{32,0} = 0,46$$

$$\alpha_2 = \frac{c_2}{L} = \frac{3,8}{32,0} = 0,12$$

$$\beta_2 = \frac{b_2}{L} = \frac{21}{32,0} = 0,66$$

$$k_1 = 1,5, \quad k_2 = 1,63$$

$$\theta_1 = 35 - 10 \cdot \beta_1 = 35 - 10 \cdot 0,46 = 30,4^\circ$$

$$\theta_2 = 35 - 10 \cdot \beta_2 = 35 - 10 \cdot 0,66 = 28,4^\circ$$

**- Rigidez Inicial Translacional da Região Tractionada**

$$S_1 = \frac{E \cdot t_{wc}^3}{L^2} \cdot 16 \cdot \frac{\alpha_1 + (1 - \beta_1) \cdot \operatorname{tg}(\theta_1)}{(1 - \beta_1)^3 + \frac{10,4 \cdot (k_1 - k_2 \cdot \beta_1)}{\mu^2}} = 280,07 \frac{kN}{cm}$$

**- Rigidez Inicial Translacional da Região Comprimida**

$$S_3 = \frac{E \cdot t_{wc}^3}{L^2} \cdot 16 \cdot \frac{\alpha_2 + (1 - \beta_2) \cdot \operatorname{tg}(\theta_2)}{(1 - \beta_2)^3 + \frac{10,4 \cdot (k_1 - k_2 \cdot \beta_2)}{\mu^2}} = 751,39 \frac{kN}{cm}$$

**- Rigidez Inicial Rotacional com Restrição de Rotação das Mesas do Pilar para Uma Linha de Parafusos Tractionados**

$$S_{j,ini,fixos} = \frac{h^2}{\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_3}} = \frac{29,92^2}{\frac{1}{280,07} + \frac{1}{751,39}} = 182.642,65 \frac{kN \cdot cm}{rad}$$

$$\lambda_w = \frac{L_w}{t_w} = \frac{31,4}{0,69} = 45,51 > 35 \xrightarrow{\text{Adotar}} S_{j,ini,livres} = \frac{(\mu/\beta)^{1,25}}{410} \cdot S_{j,ini,fixos} \leq S_{j,ini,fixos}$$

$$\mu/\beta_1 = 46,377/0,463 = 100,1$$

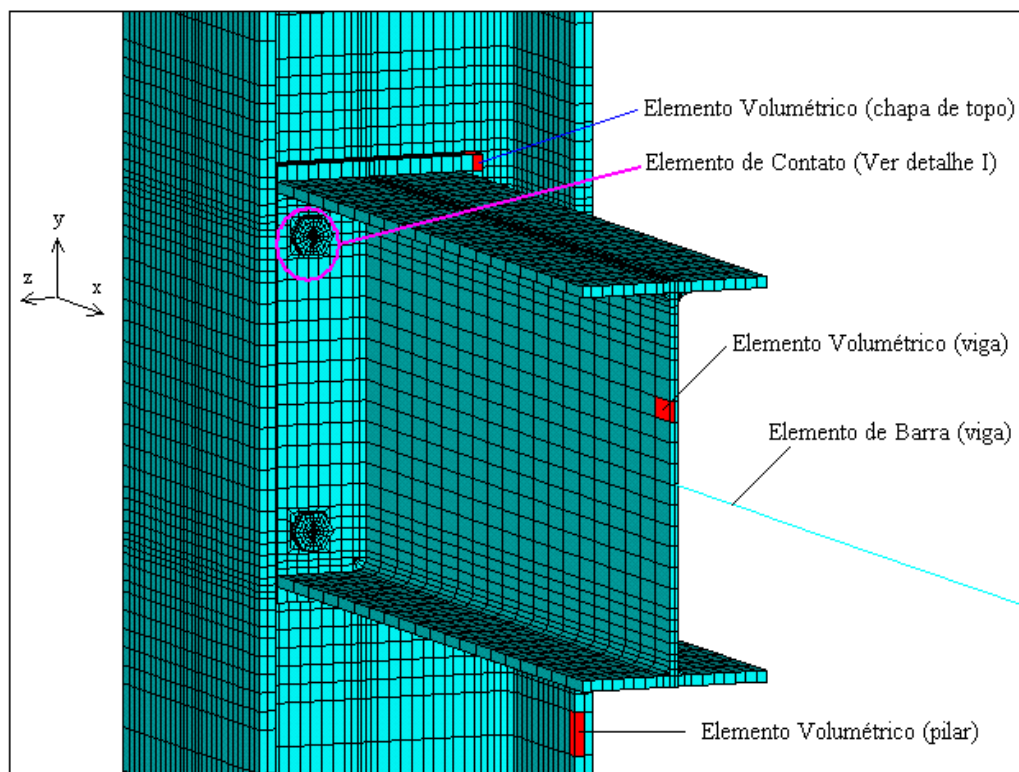
$$\mu/\beta_2 = 46,377/0,656 = 70,7$$

**- Rigidez Inicial Rotacional com Liberdade de Rotação das Mesas do Pilar**

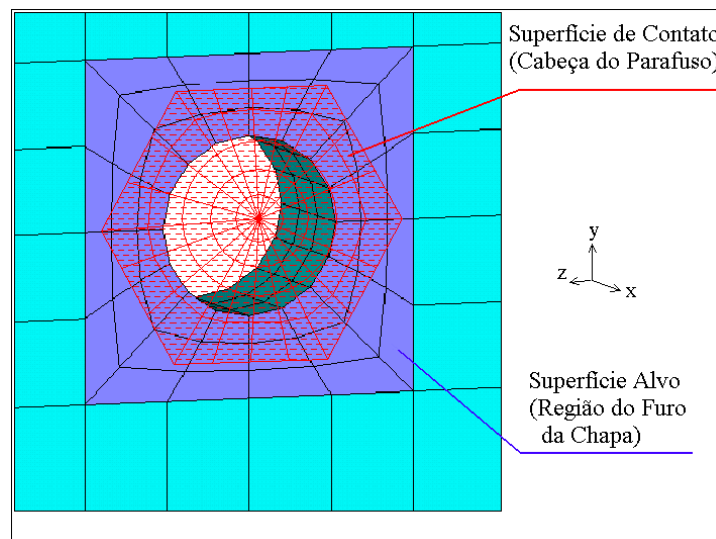
$$S_{j,ini,livres} = \frac{(\mu/\beta)^{1,25}}{410} \cdot S_{j,ini,fixos} = \frac{(70,7)^{1,25}}{410} \cdot 182.642,65 = 91.276,25 \frac{kN \cdot cm}{rad}$$

# **CARACTERÍSTICAS DOS ELEMENTOS FINITOS**

### Geometria da Ligação Discretizada com Elementos Finitos



**Figura A.5.1: Elementos finitos volumétricos e de barra**



**Figura A.5.2: Detalhe I – Elemento de contato**

## I – Elementos Finitos

### I.1 – Elemento Volumétrico

#### I.1.1 - SOLID 45: 8 nós com liberdade de translação nas direções X, Y e Z.

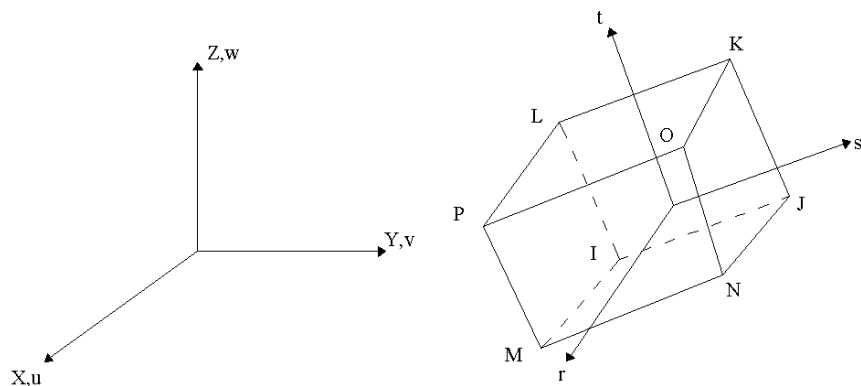
##### - Funções de Forma:

$$u = \frac{1}{8} \cdot [u_I \cdot (1-s) \cdot (1-t) \cdot (1-r) + u_J \cdot (1+s) \cdot (1-t) \cdot (1-r) \\ + u_K \cdot (1+s) \cdot (1+t) \cdot (1-r) + u_L \cdot (1-s) \cdot (1+t) \cdot (1-r) \\ + u_M \cdot (1-s) \cdot (1-t) \cdot (1+r) + u_N \cdot (1+s) \cdot (1-t) \cdot (1+r) \\ + u_O \cdot (1+s) \cdot (1+t) \cdot (1+r) + u_P \cdot (1-s) \cdot (1+t) \cdot (1+r)]$$

$$v = \frac{1}{8} \cdot [v_I \cdot (1-s) \cdot (1-t) \cdot (1-r) + v_J \cdot (1+s) \cdot (1-t) \cdot (1-r) \\ + v_K \cdot (1+s) \cdot (1+t) \cdot (1-r) + v_L \cdot (1-s) \cdot (1+t) \cdot (1-r) \\ + v_M \cdot (1-s) \cdot (1-t) \cdot (1+r) + v_N \cdot (1+s) \cdot (1-t) \cdot (1+r) \\ + v_O \cdot (1+s) \cdot (1+t) \cdot (1+r) + v_P \cdot (1-s) \cdot (1+t) \cdot (1+r)]$$

$$w = \frac{1}{8} \cdot [w_I \cdot (1-s) \cdot (1-t) \cdot (1-r) + w_J \cdot (1+s) \cdot (1-t) \cdot (1-r) \\ + w_K \cdot (1+s) \cdot (1+t) \cdot (1-r) + w_L \cdot (1-s) \cdot (1+t) \cdot (1-r) \\ + w_M \cdot (1-s) \cdot (1-t) \cdot (1+r) + w_N \cdot (1+s) \cdot (1-t) \cdot (1+r) \\ + w_O \cdot (1+s) \cdot (1+t) \cdot (1+r) + w_P \cdot (1-s) \cdot (1+t) \cdot (1+r)]$$

onde  $u_I, u_J, \dots, v_I, v_J, \dots, w_I, w_J, \dots$  são os deslocamentos nos pontos nodais com relação ao sistema de coordenadas globais X, Y e Z;  $r, s$  e  $t$  são as coordenadas normalizadas dos pontos nodais (figura A.4.3), variando de  $-1,0$  em um lado do elemento à  $+1,0$  no outro, e não são necessariamente ortogonais a outro lado do elemento.



**Figura A.5.3: Elemento de oito nós (SOLID 45)**



## I.2 – Elemento de Contato

**I.2.1 - TARGE170 e CONTA173:** 3 ou 4 nós com liberdade de translação nas direções X, Y e Z.

- **Funções de forma (elemento com 4 nós):**

$$u = \frac{1}{4} \cdot [u_I \cdot (1-s) \cdot (1-t) + u_J \cdot (1+s) \cdot (1-t) + u_K \cdot (1+s) \cdot (1+t) + u_L \cdot (1-s) \cdot (1+t)]$$

$$v = \frac{1}{4} \cdot [v_I \cdot (1-s) \cdot (1-t) + v_J \cdot (1+s) \cdot (1-t) + v_K \cdot (1+s) \cdot (1+t) + v_L \cdot (1-s) \cdot (1+t)]$$

$$w = \frac{1}{4} \cdot [w_I \cdot (1-s) \cdot (1-t) + w_J \cdot (1+s) \cdot (1-t) + w_K \cdot (1+s) \cdot (1+t) + w_L \cdot (1-s) \cdot (1+t)]$$

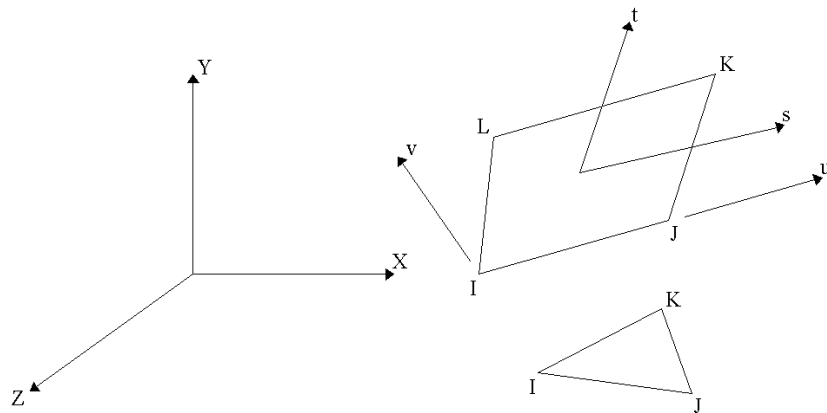
- **Funções de forma (elemento com 3 nós):**

$$u = u_I \cdot L_1 + u_J \cdot L_2 + u_K \cdot L_3$$

$$v = v_I \cdot L_1 + v_J \cdot L_2 + v_K \cdot L_3$$

$$w = w_I \cdot L_1 + w_J \cdot L_2 + w_K \cdot L_3$$

onde  $u_I, u_J, u_K, u_L$  e  $v_I, v_J, v_K, v_L$  são os deslocamentos dos pontos nodais no plano do elemento;  $w_I, w_J, w_K$  e  $w_L$  são os deslocamentos dos pontos nodais fora do plano do elemento;  $s$  e  $t$  são as coordenadas normalizadas dos pontos nodais (figura A.4.4), variando de  $-1,0$  em um lado do elemento à  $+1,0$  no outro, e não são necessariamente ortogonais a outro lado do elemento;  $L_1, L_2$  e  $L_3$  são também coordenadas normalizadas, variando de 0 (zero) no vértice à 1 (um) no lado oposto ou face.



**Figura A.5.4: Elemento de 3 e 4 nós (CONTA173 ou TARGE170)**

- **Fator de rigidez normal do contato:**

$$FKN = 10$$

- **Fator de tolerância aplicado na direção da normal da superfície (tolerância da penetração):**

$$FTOLN = 0.1$$

- **Coefficiente de atrito:**

$$MU = 0.3$$

### I.3 – Elemento de Barra

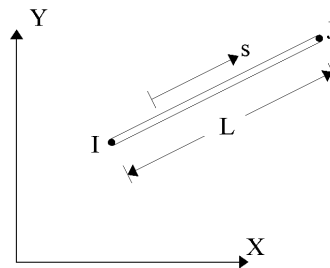
**I.3.1 – BEAM 3:** 2 nós com liberdade de translação nas direções X e Y, e rotação em torno do eixo Z.

- **Funções de forma:**

$$u = \frac{1}{2} \cdot [u_I \cdot (1-s) + u_J \cdot (1+s)]$$

$$v = \frac{1}{2} \cdot \left[ v_I \cdot \left( 1 - \frac{s}{2} \cdot (3-s^2) \right) + v_J \cdot \left( 1 + \frac{s}{2} \cdot (3-s^2) \right) \right] \\ + \frac{L}{8} \cdot [\theta_{Z,I} \cdot (1-s^2) \cdot (1-s) + \theta_{Z,J} \cdot (1-s^2) \cdot (1+s)]$$

onde  $u_I$ ,  $u_J$  e  $v_I$ ,  $v_J$  são os deslocamentos nos pontos nodais com relação ao sistema de coordenadas globais X e Y;  $\theta_{Z,I}$  e  $\theta_{Z,J}$  são as rotações nos pontos nodais com relação ao eixo global Z perpendicular ao plano XY;  $s$  é a coordenada normalizada dos pontos nodais (figura A.4.5) que varia de  $-1,0$  à  $+1,0$ .



**Figura A.5.5: Elemento de dois nós (BEAM 3)**